

Haus 7: Gute Aufgaben

Worum geht es?

Gute Aufgaben für guten Unterricht

In einem Unterricht, der neben dem Erwerb inhaltsbezogener Kompetenzen insbesondere auch die Schulung prozessbezogener Kompetenzen anstrebt, spielen gute Aufgaben eine wesentliche Rolle. Im Rahmen bildungspolitischer Maßnahmen zur Implementierung der Bildungsstandards und Kernlehrpläne wird die Bedeutung der Aufgabenkultur als zentrales Element kompetenzorientierten Unterrichtens hervorgehoben. Die Qualität des Unterrichts hängt in erheblichem Maße von der Art der Aufgabenstellungen ab. Beispiele für gute Lernaufgaben finden sich von daher als Unterstützungsmaßnahmen sowohl in den Bildungsstandards als auch in den Begleitmaterialien der Kernlehrpläne. Sie illustrieren die prozessbezogenen Anforderungen und geben wichtige Anregungen für Unterrichtsentwicklung.

Was aber sind gute Lernaufgaben? Wodurch zeichnen sie sich aus? Wie lassen sie sich von „anderen“ Aufgaben, wie *Walther* sie bezeichnet (2004) abgrenzen?

Eigenschaften guter Lernaufgaben

In der Fachdidaktik besteht – mit einzelnen Nuancierungen - ein breiter Konsens darüber, was unter „guten Aufgaben“ zu verstehen ist. Auf eine kurze Formel gebracht formuliert *Walther*: „Gute Aufgaben sind Aufgaben, welche bei Schülern in Verbindung mit **grundlegenden mathematischen Begriffen und Verfahren** die Entwicklung **prozessbezogener Kompetenzen** unterstützen.“ (2004, S. 10). Dadurch unterscheiden sie sich von Aufgaben, die ausschließlich eine schematische Anwendung erworbener Kenntnisse, Fertigkeiten und Verfahren verlangen. Gute Aufgaben besitzen – im Gegensatz zu einfachen Übungsaufgaben - ein „hohes kognitives Aktivierungspotenzial“ (Hirt/Wälti, S.14). Sie fordern „jenseits einfacher Routine“ (Ruwisch 2003,S.6) zu einem aktiven Mathematiktreiben heraus, zu „Produktivität und Eigenaktivität“ (Rasch 2007, S. 8). Sie regen zur Auseinandersetzung mit problemhaltigen Fragestellungen sowie zur Erkundung grundlegender mathematischer Strukturen und Gesetzmäßigkeiten an und ermöglichen individuelle Denk- und Lernwege sowie Aufgabenlösungen auf verschiedenen Niveaus. Derartig herausfordernde Aufgaben zeichnen sich durch Komplexität und Offenheit aus. Sie bieten reichhaltige Anregungen sowohl für selbstständiges Lernen als auch für kooperativ-kommunikative Arbeitsprozesse.

Diese Anforderungen an gute Aufgaben sind keineswegs nur fachspezifisch. Fachübergreifend zielen herausfordernde Lernaufgaben auf das eigenständige, entdeckende und forschende Lernen ab, bei dem „Fehler im Lernprozess zugelassen und eigene Lösungswege beschritten werden können“ (MSW NRW, S. 13). In der Handreichung des Ministeriums von NRW zur Kompetenzorientierung sind Kriterien für Lernaufgaben aufgelistet, die sich zum Teil an die Charakterisierung „ergiebiger Aufgaben“ im Lehrplan Mathematik bzw. „großer Aufgaben“ in den Bildungsstandards anlehnen:

„Gute Lernaufgaben
- sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau
- fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene sowie übergreifende Kompetenzen
- knüpfen an Vorwissen an und bauen das zu erwerbende Wissen kumulativ (vernetzt) auf
- sind in sinnstiftende Kontexte eingebunden
- sind vielfältig in den Lösungsstrategien und Darstellungsformen
- stärken das Könnensbewusstsein durch erfolgreiches Bearbeiten.“ (Handreichung S. 13,14).

Durch den Anspruch an Lernaufgaben, Schülerinnen und Schüler auf unterschiedlichem Niveau herauszufordern, wird der Leistungsheterogenität innerhalb einer Lerngruppe Rechnung getragen. Gute Aufgaben berücksichtigen die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und -möglichkeiten der Schülerinnen und Schüler. Dies kann auf zweierlei Weise realisiert werden: Durch die Konstruktion von Teilaufgaben mit unterschiedlichen Anforderungen innerhalb eines einheitlichen inhaltlichen Kontextes („große Aufgaben“) sowie durch „offene Aufgaben“, wobei diese Unterscheidung als idealtypisch anzusehen ist.

„Große Aufgaben“: Aufgaben mit gestuften Anforderungsniveaus

In den Bildungsstandards werden derartige Aufgabenkomplexe, die zu einer Grundaufgabe Teilaufgaben auf unterschiedlichen Niveaustufen formulieren, als „große Aufgaben“ bezeichnet (Bildungsstandards S. 13).
Für die einzelnen Teilaufgaben werden 3 Niveaustufen (Anforderungsbereiche I – III) festgelegt:

- AB I: Reproduzieren: Das Lösen der Aufgabe erfordert Grundwissen und das Ausführen von Routinetätigkeiten

- AB II: Zusammenhänge herstellen: Das Lösen der Aufgabe erfordert das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen

- AB III: Verallgemeinern und Reflektieren: Das Lösen der Aufgabe erfordert komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern.

Beispiele für Teilaufgaben zu unterschiedlichen Anforderungsbereichen zur Lernaufgabe „Umkehrzahlen“

1. Rechne aus. (AB I)

73 – 37	95 – 59	52 – 25	63 – 36
65 – 56	42 – 24	31 – 13	91 – 19
83 – 38	87 – 78	42 – 24	53 – 35

2. Rechne aus. (AB II)

a) Finde zu jedem Päckchen noch weitere Aufgaben.

43-34	53-35
65-56	64-46
54-45	42-24

b) Zu Aufgaben mit Umkehrzahlen gibt es noch 7 andere Ergebnisse. (AB III)

Bilde noch weitere Aufgaben und versuche, möglichst alle Ergebnisse zu finden. Schreibe auf, wie du vorgegangen bist.

Die Anforderungsbereiche sind in ihrem Abstraktionsgrad ansteigend. Es wird deutlich, dass die Bearbeitung von Aufgabenstellungen auf AB II und AB III prozessbezogene Kompetenzen erfordert. Zahlreiche Aufgabenbeispiele zu den einzelnen Anforderungsbereichen sind in dem Band „Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret“ (Cornelsen Scriptor) unter Leitung des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen zusammengestellt.

Bei der Einschätzung des Schwierigkeitsgrades einer Aufgabe ist allerdings zu berücksichtigen, dass diese nicht immer eindeutig vorzunehmen ist. So hängen die tatsächlichen Anforderungen z.B. auch von den Vorerfahrungen, vom Grad der Vertrautheit einer Aufgabenstellung und vor allem auch von den bereits praktizierten Formen des Lernens ab. Auch können Aufgaben auf sehr unterschiedlichen Niveaustufen gelöst werden, vom unsystematischen Ausprobieren bis hin zu abstrakt-strategischen, vorausschauenden Überlegungen.

„Offene Aufgaben“: Aufgaben mit Potenzial zur Selbstdifferenzierung

Die Berücksichtigung der spezifischen Leistungsfähigkeit der einzelnen Schülerinnen und Schüler kann auch durch sog. „offene Aufgaben“ (Rasch, 2007) bzw. „offene Lernangebote“ (Schütte, 2001) erfolgen. Im Gegensatz zu geschlossenen Aufgabenstellungen fordern offene Aufgaben zu Eigenproduktionen heraus. Offene Aufträge und Impulse bieten die Möglichkeit der Selbstdifferenzierung. Sie eröffnen individuelle Herangehensweisen und Lösungstiefen. Auch der Umfang der Bearbeitung sowie die Wahl des Zahlenraums sind den Kindern in der Regel freigestellt. „Offene Lernangebote sind Lernanlässe, die von einer motivierenden und für alle Kinder verständlichen Aktivität ausgehen. Sie […] sind mathematisch ergiebig, d.h. alle Kinder, auch die „schwachen“ können zunächst einmal beginnen und es liegt bei den Kindern, wie weit sie das mathematische Arbeiten vorantreiben, […].“ (Schütte 2001, S.4). Derartig selbstgesteuerte Aktivitäten stellen hohe Ansprüche an das eigenverantwortliche Arbeiten und an die Kreativität und die Selbstorganisation der Schülerinnen und Schüler.

Beispiele für offene Aufträge:

- Rechne mehrere Aufgaben mit dem Ergebnis 34 (67). Wie gehst du vor?
- Überlege dir eine Zahl zwischen 35 und 75. Rechne mit ihr 10 Aufgaben. Schreibe alles auf.
- Du bist ein Tier, das sehr gut springen kann. Wie viele Meter schaffst du mit einem Sprung? Merke dir die Zahl. Starte nun irgendwo auf dem Zahlenstrich und spring in deiner Sprunglänge weiter. Wie weit kommst du? Zeichne alles auf.
- Rechne 5 leichte Aufgabe, die 100 ergeben und 5 schwere Aufgaben, die 100 ergeben. Schreibe sie auf.
- Welche Aufgaben fallen dir leicht, welche schwer. Schreibe sie auf. Geh zu deiner Lehrerin und überlege, wie dir die schweren bald leichter fallen können!

Gute Aufgaben in Schulbüchern

Gute Aufgaben mit Denk- und Handlungsaufträgen, die produktive und offene Zugangsweisen ermöglichen, findet man in neueren Schulbüchern immer häufiger, wenn auch leider nicht durchgängig und in ausreichendem Maße. Insbesondere Aufträge und Fragestellungen, die zum Vermuten, Austauschen, Argumentieren und Begründen anregen, sind im Schülerbuch unterpräsentiert. Da sich derartige Impulse teilweise auch auf die Art und Weise der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen beziehen und damit methodische Aspekte betreffen, finden sie sich zumeist eher „versteckt“ in den Unterrichtsanregungen im Lehrerband. Dies ist umso bedauerlicher, da Schulbücher als Leitmedium - insbesondere auch im Mathematikunterricht - wesentlich zur der Vermittlung eines bestimmten Bildes vom Mathematikunterricht und vor allem auch vom Fach Mathematik selbst beitragen: Bedeutet „Mathematiktreiben“ ein möglichst schnelles Nachvollziehen und

Beherrschen von Fertigkeiten und Verfahren oder eher eine aktive Auseinandersetzung mit Forscheraufträgen und Problemstellungen?

Die eher behutsame Umstellung der Aufgabenkultur in manchen Schulbüchern ist sicherlich auch marktpolitischen Gründen geschuldet: Lehrerinnen und Lehrer erwarten von Schulbüchern oftmals, dass ihnen ausreichendes Übungsmaterial in Form von Aufgabenplantagen zur Verfügung gestellt wird. Zudem benötigt die konsequente Ausdifferenzierung von Aufgabenstellungen auf verschiedenen Niveaustufen auf einer Schulbuchseite Platz. Die Schulbücher würden schwerer, die Kosten würden steigen. Außerdem erfordern prozessbezogene Aufträge häufig ein höheres Maß an Lesekompetenz. Auch hiervor schrecken Lehrkräfte – insbesondere an sog. „Brennpunktschulen“ oftmals zurück.

Das Instrument der Aufgabenvariation

Dennoch finden sich in Schulbüchern Aufgaben, die im Kern gehaltvoll, im Sinne einer umfassenden Förderung prozessbezogener Kompetenzen allerdings nicht genügend ergiebig aufbereitet sind, das mögliche mathematische Lernpotenzial also nicht genügend „ausreizen“. Hier besteht die Möglichkeit, die Aufgaben abzuwandeln oder weiter zu entwickeln und durch derartige Variationen und Erweiterungen ein vertiefendes oder weiterführendes Mathematiktreiben anzuregen. Welche Parameter jeweils verändert werden können, hängt von der Aufgabe selbst ab. Lehrkräfte sollten ermutigt werden, derartige über die Anregungen des Schulbuchs hinausgehende Abwandlungen vorzunehmen.

Gute Aufgaben – guter Unterricht

Guter Unterricht bedarf guter Aufgaben. Gute Mathematikaufgaben sind jedoch umgekehrt noch keine Garantie für einen guten Mathematikunterricht. Entscheidend ist der Umgang des Lehrers und der Schüler mit den Aufgaben. Um das Aufgabenangebot in offenen Lernsituationen effektiv zu nutzen und kompetenzorientiert zu bewältigen bedürfen Kinder besonderer Hilfen und Unterstützungsmaßnahmen. In der Funktion eines Lernbegleiters unterstützt die Lehrkraft die Kinder dabei, ihre Arbeit selbstständig zu organisieren und zu strukturieren. Sie beobachtet das individuelle Lernen der Kinder, gibt weiterführende Impulse und berät bei der Auswahl differenzierter Teilaufgaben. Sie bahnt Gruppenprozesse an und organisiert einen ergiebigen, strukturierten Austausch der Kinder untereinander (vgl. MSW NRW S. 14). Das Wechselspiel zwischen Art der Aufgabenstellung und der Gestaltung des Unterrichts sind entscheidend für die Entwicklung fachbezogener Kompetenzen.

Welchen Beitrag kann das Modul hinsichtlich des Einsatzes „guter Aufgaben“ im Unterricht leisten?

Durch die eigene Bearbeitung des Aufgabenformats „Umkehrzahlen“ wird eine Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen „guter Aufgaben“ angeregt, insbesondere mit deren Potenzial zur Förderung prozessbezogener Kompetenzen. Die Powerpoint im Fortbildungsmaterial (FM) stellt ergänzend die Qualitätsmerkmale des MSW vor. Der Vergleich von Aufgabenstellungen zu „Umkehrzahlen“ aus verschiedenen Schulbüchern sensibilisiert für die unterschiedliche Umsetzung der Qualitätsmerkmale in Lehrwerken.

Es besteht die Gelegenheit, mit der Formulierung von Teilaufgaben auf unterschiedlichem Niveau vertraut zu werden, indem zunächst einzelne Teilaufgaben des Aufgabenformats „Umkehrzahlen“ den beiden Anforderungsbereichen AB II bzw. AB III zugeordnet und dann zu anderen Aufgabenformaten eigene Teilaufgaben auf unterschiedlichem Niveau entwickelt werden sollen. Im Fortbildungsmaterial (FM) befinden sich mehrere Aufgabenbeispiele mit ausgearbeiteten Teilaufgaben. Schülerdokumente (Powerpoint in FM) veranschaulichen Aufgabenlösungen auf unterschiedlichem Niveau.

Anhand der Schülerlösungen zur Aufgabe „Rechnen mit Zahlenkarten“ werden die Lernchancen „offener Aufgaben“ veranschaulicht. Es wird deutlich, wie unterschiedlich sich die Kinder mit der Aufgabenstellung auseinander setzen. Die Unterschiede zeigen sich hinsichtlich des Umfangs der Bearbeitung, der Wahl des Zahlenraums, sowie der Vorgehensweisen. Im Unterrichtsmaterial (UM) finden sich – in Anlehnung an *Rasch* - zahlreiche weitere offene Aufgabenstellungen und Aufträge für alle vier Schuljahre.

Am Beispiel der „Umkehrzahlen“ wird verdeutlicht, wie durch das Instrument der Aufgabenvariation Kinder über die Schuljahre hinweg zu einer weiterführenden Auseinandersetzung mit Zahlenmustern, zu einem vernetzten Lernen und zur Anwendung erkannter Zusammenhänge angeregt und Erkenntnisse kumulativ aufgebaut werden können. Es wird aufgezeigt, welche Parameter des Aufgabenformats „Umkehrzahlen“ unter diesen Zielsetzungen verändert werden können (Powerpoint in FM). Im Unterrichtsmaterial (UM) werden entsprechend aufgearbeitete Aufgabenstellungen zu „Umkehrzahlen“ zur Verfügung gestellt und Hinweise zum angemessenen Einsatz im Unterricht gegeben.

Literatur:

Hirt, U./Wälti, B.: Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Seelze 2008

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes NRW (2008): Kompetenzorientierung – Eine veränderte Sichtweise auf Lehren und Lernen in der Grundschule. Handreichung. Ritterbach Verlag

Rasch, Renate (2007): Offene Aufgaben für individuelles Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule 1 + 2 und 3 + 4. Lernbuchverlag bei Friedrich in Velber

Ruwisch, Silke/Peter-Koop, Andrea (Hrsg.) (2003): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Mildenberger

Schütte, Sybille (2001): Offene Lernangebote – Aufgabenlösungen auf verschiedenen Niveaus. In: Grundschulunterricht 11. Pädagogischer Zeitschriftenverlag

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Luchterhand

Ulm, Volker (Hrsg.) (2008): Gute Aufgaben Mathematik. Cornelsen Skriptor

Walther, Gerd (2004) Modul 1: Gute und andere Aufgaben. SINUS-Transfer Grundschule, IPN Kiel

Walther, Gerd/van den Heuvel-Panhuizen, Marja/Granzer,Dietlinde/Köller, Olaf (Hrsg.) (2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. IQB, Cornelsen Scriptor

Sachinformation “Umkehrzahlen“

Zu zweistelligen Zahlen mit unterschiedlichen Ziffern werden durch Vertauschen der Ziffern auf der Zehner- und Einerstelle (z. B. 63 ⇨ 36) die Umkehrzahlen (in der Literatur findet man auch den Begriff „Spiegelzahlen“) gebildet. Anschließend wird die kleinere von der größeren Zahl subtrahiert. Auf diese Weise lassen sich insgesamt 45 Subtraktionsaufgaben mit 9 unterschiedlichen Ergebnissen bilden:

9	18	27	36	45	54	63	72	81
98-89	97-79	96-69	95-59	94-49	93-39	92-29	91-19	90-09
87-78	86-68	85-58	84-48	83-38	82-28	81-18	80-08	
76-67	75-57	74-47	73-37	72-27	71-17	70-07		
65-56	64-46	63-36	62-26	61-16	60-06			
54-45	53-35	52-25	51-15	50-05				
43-34	42-24	41-14	40-04					
32-23	31-13	30-03						
21-12	20-02							
10-01								

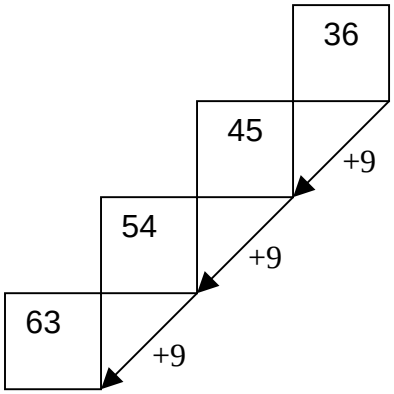
Die Differenzen sind Vielfache von 9. Welches Vielfache die Ergebniszahl bildet ist abhängig von der Differenz der Stellenwerte.

Beispiel:
63 – 36 = 27

6 - 3 = 3
3 · 9 = **27**

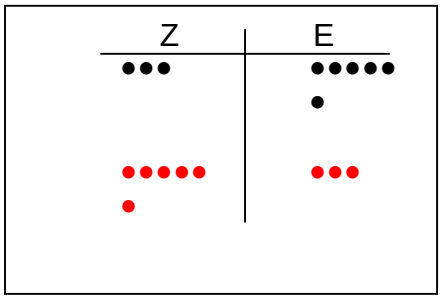
Die Gesetzmäßigkeit kann mit Hilfe der Hundertertafel, der Stellentafel, dem halbschriftlichen Rechnen oder dem Rechenstrich eingesehen werden werden.

Hundertertafel:
Die Zahlenpaare liegen auf der Hundertertafel „diagonal“. Man gelangt von der kleineren zur größeren Zahl, indem man jeweils auf der Hundertertafel ein Feld nach links (- 1) und anschließend ein Feld nach unten (+ 10), also diagonal + 9 schreitet. Der Unterschied der beiden Ziffern einer Ausgangszahl gibt jeweils an, wie viele Felder man in der jeweiligen Diagonalen überbrücken muss.



3 · 9 = **27**

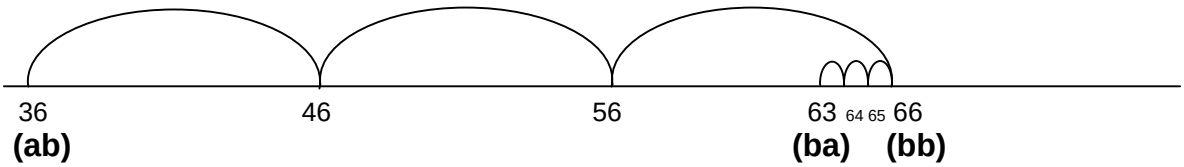
Stellentafel:
Die Ausgangszahl wird mit Plättchen in der Stellentafel dargestellt. Beim Erzeugen der Umkehrzahl werden die Plättchen verschoben. Dadurch wird ein Einer entfernt (-1) und ein Zehner (+10) hinzugefügt. Dies entspricht einer Veränderung von +9. Die Differenz der beiden Ziffern einer Ausgangszahl gibt jeweils an, wie viele Plättchen man verschieben muss.



Halbschriftliches Rechnen:
Eine weitere Möglichkeit zur Verdeutlichung bietet das halbschriftliche Rechenverfahren „Stellenwerte extra“:

63 - 36 = 30 - 3 = 27
60 - 30
3 - 6

Rechenstrich:
Der Rechenstrich stellt noch eine weitere, sehr anschauliche Möglichkeit dar, die Zusammenhänge aufzuzeigen.
Um von ab nach ba zu kommen (a<b), geht man b – a Zehner nach vorne zur Zahl bb und dann b – a Schritte zurück zu ba. Der Unterschied ist dann (b-a) · 10 – (b-a) = (b-a) · 9



Einfacher gesagt: Am Rechenstrich kann gezeigt werden, dass für jeden addierten Zehner jeweils ein Einer abgezogen werden muss. Beim Ziffernunterschied 3 (63 – 36) geht man also 3Z nach vorne und 3E zurück.

Immer 99:
Bildet man zur Ergebniszahl die Umkehrzahl und addiert diese beiden Zahlen (27 + 72), so erhält man immer 99 als Ergebnis.

Bei allen Vielfachen von 9, die kleiner oder gleich 90 sind, ergibt die Quersumme immer 9. Addiert man zwei Vielfache von 9, bildet man zweimal die Quersumme 9 – einmal bei den Einern und einmal bei den Zehnern.

Hinweise zu den Variationen:

a) Veränderung der Rechenvorschrift:
Es gibt 17 verschiedene Ergebnisse zu den 45 Aufgaben. Die Ergebniszahlen sind Vielfache von 11. Welches Vielfach von 11 die Ergebniszahl bildet, ist abhängig von der Summer der Stellenwerte.

187	176	165	154	143	132	121	110	99	88	77	66	55	44	33	22	11
98+89	97+79	87+78	86+68	76+67	75+57	65+56	64+46	54+45	53+35	43+34	42+24	32+23	31+13	21+12	20+02	10+01
		96+69	95+59	85+58	84+48	74+47	73+37	63+36	62+26	52+25	51+15	41+14	40+04	30+03		
				94+49	93+39	83+38	82+28	72+27	71+17	61+16	60+06	50+05				
						92+29	91+19	81+18	80+08	70+07						
								90+09								

Die Gesetzmäßigkeit kann ähnlich zur Subtraktion mit dem Hunderterfeld oder der Stellentafel nachgewiesen werden.

b) Veränderung der Stellenzahl:
Dreistellige Umkehrzahlen sind Paare solcher Zahlen, bei denen die Hunderter- und die Einerstelle vertauscht werden (645 ⇨ 546). Es wird die kleinere von der größeren Zahl subtrahiert. Dies liefert insgesamt neun unterschiedliche Ergebniszahlen, die alle ein Vielfaches von 99 sind. Welches Vielfache von 99 die Ergebniszahl bildet, ist abhängig von der Differenz der Stellenwerte an der Einer- und Hunderterstelle.

Beispiel:
745 – 547 = 198

7 – 5 = 2
2 · 99 = **198**

Immer 1089:
Bildet man zur Ergebniszahl die Umkehrzahl und addiert diese beiden Zahlen, so erhält man 1089.

Der Nachweis kann analog zu zweistelligen Umkehrzahlen über die Stellentafel oder „Stellenwerte extra“ erbracht werden.

c) Veränderung des Zahlenmusters:
Das Zahlenmuster kann durch die Vorgabe: „Es werden 2 unterschiedliche Ziffern zur Bildung einer dreistelligen Zahl benutzt“, verändert werden. Dabei können die Zahlen aus z.B. 4 und 5 wie folgt gebildet werden: 454 oder 545 (IRI- oder AHA-Zahlen): Mit diesen Zahlen können ähnliche Überlegungen zur Subtraktion angestellt werden wie bei den Umkehrzahlen:

Es gibt insgesamt 45 Aufgaben. Die Differenzen sind Vielfache von 91. Welches Vielfach von 91 die Ergebniszahl bildet, ist abhängig von der Differenz der Stellenwerte.
Weiterführend können diese Überlegungen auch an diesem Muster 445 oder 554 (AAL – Zahlen) angewandt werden.
Kombiniert zwei zweistellige Umkehrzahlen entsteht zwei vierstellige Zahlen mit folgendem Muster: 6336 und 3663. Hierbei handelt es sich um „Palindrome“ (Spiegelzahlen), die wieder voneinander subtrahiert werden und weitere Entdeckungen ermöglichen.

d) Erweiterung des Aufgabenformats:
Eine verwandte Übung zu den „Umkehrzahlen“ stellen die sog. „Minus-Türme“ oder „Minus-Züge“ dar.
Minustürme werden nach folgendem Prinzip gebildet: Aus drei unterschiedlichen Ziffern wird eine dreistellige Zahl gebildet, bei der die Ziffern der Größe nach geordnet werden. Die Umkehrzahl wird gebildet und subtrahiert. Dieses Vorgehen wird so oft wiederholt bis die Rechnungen beim Ergebnis 495 enden. Es entstehen „Türme“ mit unterschiedlicher Anzahl von „Stockwerken“; der höchste Turm hat 5 Stockwerke.

Literatur:
Wittmann/Müller: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1, 2. Auflage, Stuttgart, Düsseldorf, 1993

Wittmann/Müller: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 2, 1. Auflage, Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig, 1992

Wittmann/Müller: Das Zahlenbuch 2, Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf 2008
Wittmann/Müller: Das Zahlenbuch 3, Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf 2009
Wittmann/Müller: Das Zahlenbuch 4, Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf 2009

Schütte, Sybille: Die Matheprofis 2, München, Düsseldorf, Stuttgart 2004
Schütte, Sybille: Die Matheprofis 3, München, Düsseldorf, Stuttgart 2005
Schütte, Sybille: Die Matheprofis 4, München, Düsseldorf, Stuttgart 2006

Aufgabenvariation: Zweistellige Umkehrzahlen

		Anzahl der Aufgaben	Anzahl der Ergebnisse	Auffälligkeiten bei den Ergebnissen			Wenn-dann-Beziehung	Plättchenbeweis
				Vielfaches	Quersumme	Muster		
Veränderung der Rechenvorschrift	Addition	45	17	Vielfache von 11 ≤ 187	18,16,...,4,2	Vom größten Ergebnis ausgehend vermindern sich Zehner – und Einerstelle jeweils um 1	Wenn die Summe der Stellenwerte a beträgt, ist die Summe der Umkehrzahlen a · 11	x
Veränderung der Stellenanzahl	3 Stellen	360	9	Vielfache von 99 ≤ 891	18 E + H = 9	Die mittlere Ziffer der Ergebniszahl ist 9. Einer- und Hunderterstelle als Zahl gelesen, ergeben ein Vielfaches von 9. Dieses Vielfache von 99 ergibt die Differenz der dreistelligen Umkehrzahlen.	Wenn die Differenz zwischen der Einer- und der Hunderterstelle 1 ≥ a ≤ 9 beträgt, ist die Differenz der Umkehrzahlen a · 99.	x
Veränderung des Zahlenmusters	IRI - Zahlen	45	9	Vielfache von 91 ≤ 819	10, 11,..., 17	Die Hunderter- und Zehnerstelle (bei 91 die Zehnerstelle) ergeben als Zahl gelesen ein Vielfaches von 9. Die Einerstelle liefert jeweils den Faktor, mit dem man 9 multiplizieren muss, um dieses Vielfache zu erhalten. Die Hunderter- und die Einerstelle werden jeweils um 1 größer, die Zehnerstelle um 1 kleiner.	Wenn die Differenz zwischen den Stellenwerten 1 ≥ a ≤ 9 beträgt, ist die Differenz der IRI-Zahlen a · 91	x
	AAL-Zahlen	45	9	Vielfache von 99 ≤ 891	18 E + H = 9	Die mittlere Ziffer der Ergebniszahl ist 9. Einer- und Hunderterstelle als Zahl gelesen, ergeben ein Vielfaches von 9. Dieses Vielfache von 99 ergibt die Differenz der AAL-Zahlen.	Wenn die Differenz zwischen den Stellenwerten 1 ≥ a ≤ 9 beträgt, ist die Differenz der AAL-Zahlen a · 99	x

	ANNA-Zahlen	45	9	Vielfache von 891 ≤ 8019	18 T + Z = 9 H + E = 9	Vom kleinsten Ergebnis ausgehend werden Tausender- und Einerstelle immer um 1 größer und Hunderter- und Zehnerstelle immer um 1 kleiner. Tausender- und Zehnerstelle sowie Hunderter- und Einerstelle als Zahl gelesen stellen jeweils Vielfache von 9 dar.	Wenn die Differenz zwischen den Stellenwerten 1 ≥ a ≤ 9 beträgt, ist die Differenz der ANNA-Zahlen a · 891	x
	NANA-Zahlen	45	9	Vielfache von 909 ≤ 8181	18 E + Z = 9 H + T = 9	Die Differenzen sind wieder NANA-Zahlen. Vom größten Ergebnis ausgehend wachsen die Hunderter- und Einerstelle um 1, die Tausender – und Zehenerstelle werden jeweils um 1 kleiner.	Wenn die Differenz zwischen den Stellenwerten 1 ≥ a ≤ 9 beträgt, ist die Differenz der NANA-Zahlen a · 909	x
Erweiterung des Aufgaben-formats	Minus-türme (3-stellig)	120	8	Vielfache von 99 Vielfache von 99 198 ≤ 891	18 E + H = 9	Die mittlere Ziffer der Ergebniszahl ist 9. Die Einer nehmen jeweils ab Schritt 2 um 1 zu bis sie 5 erreichen. Jede Zahl führt spätestens nach 5 Schritten zu 495. Die Anzahl der Schritte ist Abhängig von der Differenz zwischen der größten und kleinsten Ziffer.	Wenn die Differenz zwischen der größten und kleinsten Ziffer 2 ≥ a ≤ 8, ist die Differenz der Zahlen a · 99	x

Darum geht es – Einige Begriffsklärungen vorab

Was sind eigentlich „Umkehrzahlen“?

In der **Sachinformation** zu Umkehrzahlen (vgl. IM-Sachinfo-Umkehrzahlen) sind alle wichtigen Hintergrundinformationen zu diesem Aufgabenformat beschrieben.

Was ist eine „Schnipselaufgabe“?

Wir bezeichnen Aufgaben, die auf einem „Schnipsel“ Papier stehen und ins Matheheft eingeklebt werden können, als „Schnipselaufgaben“. Im Schulalltag hat sich herausgestellt, dass dies ein eingängiger Begriff für die Kinder ist.
Schnipselaufgaben enthalten Aufträge, die zum Nachdenken und Problemlösen anregen sollen und in einem späteren Dialog erörtert werden. Kinder sollen insbesondere angeregt werden, Lösungen und Entdeckungen zu den Aufträgen zu notieren und aufzuzeichnen.
Methodisch kann man so vorgehen, dass alle Schülerinnen und Schüler zunächst denselben „Schnipsel“ erhalten und eine Einstiegsaufgabe lösen. Die Kinder kehren mit einer Lösung zur Lehrerin oder zu einem Expertenkind zurück und erhalten eine individuelle Rückmeldung. Die Lehrerin kann zum Beispiel auch einen individuellen Tipp oder eine Bemerkung ins Heft des Schülers schreiben und ihn durch die schriftliche Korrespondenz zur Weiterarbeit oder zum Überarbeiten seiner Ergebnisse anregen (vgl. Gallin/ Ruf 1990, 107ff). Des Weiteren kann eine Folgeaufgabe (handschriftlich oder durch einen weiteren Schnipsel) als Aufgabenvariation an den Schüler verteilen werden.
Durch diese Art der Rückmeldung können sich individuelle Aufgabenstellungen zur Weiterarbeit ergeben, die individuell auf die Schülerinnen und Schüler zugeschnitten sind. Sie erhalten so die Möglichkeit, in ihrem eigenen Tempo und entsprechend ihrer individuellen Möglichkeiten und Lernvoraussetzungen zu arbeiten.
Im Verlauf der Stunde/ Reihe arbeiten die Schülerinnen und Schüler unter Umständen am selben Thema (hier „Umkehrzahlen“), jedoch auf unterschiedlichen Niveaus. Zu bestimmten Zeiten können Reflexionen mit der gesamten Lerngruppe oder einem Teil der Kinder stattfinden, die dieselben Teilaufgaben bereits gelöst haben (Mathekonferenz, Reflexionsgespräch mit der Lehrerin…).

Die einzelnen Schnipsel sind mit „Forscherpunkten“ versehen, die in etwa den Anforderungsbereichen der Bildungsstandards entsprechen (vgl. IM-Sachinformation-Gute Aufgaben).

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

So kann es gehen – Skizzierung einer möglichen Reihenplanung

1. Startaufgabe für alle

2a. Weiterarbeit Folgeschnipsel
(Forscherpunkte 2 und 3)

Zeit für individuelle oder gemeinsame Zwischenreflexionen

2b. Evt. arbeiten einzelne Kinder noch an der Startaufgabe weiter

Zeit für individuelle oder gemeinsame Zwischenreflexionen

3. Reflexion mit allen Kindern

Folgende „Entdeckungen“ sollen besprochen werden:

- Ergebniszahlen
- Ziffernunterschiede
- Anzahl der Aufgaben zu einer Ergebniszahl
- Zusammenhang zur 9er Reihe (vgl. Sachinfo Umkehrzahlen)

4a.
Zusatzangebote

4b.
Zeit für „Beweisführungen“ mit interessierten Kindern
(Kleingruppen)

ENDE Einheit 1

Mögliche Weiterarbeit mit **Aufgabenvariationen** (vgl. UM-Schülermaterial)

Für die Weiterarbeit bieten sich Aufgabenvariationen (Umkehrzahlen dreistellig, Minustürme, IRI-Zahlen) an, in denen Kinder ihre erworbenen Kompetenzen auf erweiterte Aufgabenformate übertragen können. Hier können sie auf die erarbeiteten Kriterien zu Aufgaben mit Zahlenmustern zurückgreifen und zunehmend selbstständiger forschen. Hierzu gibt es keine ausführliche Unterrichtsplanung mehr, da der methodisch-didaktische Teil im Wesentlichen gleich bleibt. In der Sachinformation zu Umkehrzahlen sind die wichtigsten Hintergründe zu den genannten Aufgabenformaten notiert.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Zu den Forscheraufträgen für die Schülerinnen und Schüler

Um einen Überblick über die „Schnipselaufgaben“ für die Schülerinnen und Schüler zu erhalten, ist im Folgenden das Angebot der aufbereiteten Forscheraufträge dargestellt. (Hinweise zum methodisch-didaktischen Einsatz im Unterricht vgl. UM-Lehrermaterial-Unterrichtsplanung).

Startaufgabe

Mit dieser Aufgabe starten **alle** Kinder.

Folgeaufträge: Forscherauftrag 1, Forscherauftrag 2, Forscherauftrag 3, Forscherauftrag 4

Mit diesen Aufträgen arbeiten die Kinder weiter, die die Startaufgabe gelöst haben. Dabei können die Kinder auswählen, ob sie Forscherauftrag 1-4 der Reihe nach bearbeiten oder durcheinander. Es müssen nicht alle Aufgaben von jedem Kind bearbeitet werden. Alle Aufträge beziehen sich auf die Erforschung der „Geheimnisse“ der Umkehrzahlen und sollen auf dem Weg zur gemeinsamen Reflexion stärker auf mögliche Entdeckungen hinweisen (Stichwort Ergebniszahlen, Ziffernunterschied, …).

Zusatzaufgaben: Zusatzaufgabe 1, Zusatzaufgabe 2, Zusatzaufgabe 3, Zusatzaufgabe 4

Die Zusatzaufgaben bieten eine Differenzierung für schnelle und interessierte Kinder und für solche, die ihre Entdeckungen vertiefen und auf erweiterte Aufgabenformate übertragen wollen.

Ende der 1. Einheit/ Selbsteinschätzungsbogen für Schülerinnen und Schüler (vgl. UM-Schülermaterial)

Mögliche Weiterarbeit an Aufgabenvariationen

Umkehrzahlen dreistellig, Minustürme, IRI-Zahlen (vgl. UM-Schülermaterial)

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

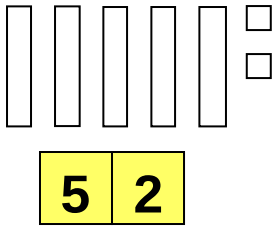
Darum geht es - Häufig gestellte Fragen

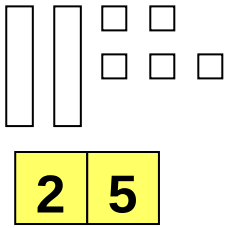
Was tue ich mit Kindern, die häufig noch Zahlendreher haben?

Einige Kinder haben Schwierigkeiten, Zehner- und Einerzahlen in der richtigen Reihenfolge aufzuschreiben. Dahinter steckt häufig nicht nur ein Zahlendreher, sondern auch eine Unklarheit über die Bezeichnungen und Wertigkeiten der Zehner- und Einerzahlen.
Es stellt sich generell die Frage, ob die Forschung zu den Umkehrzahlen nicht zu komplex für solche Kinder ist, die noch große Schwierigkeiten haben das Stellenwertsystem zu durchringen und im Zahlenraum bis 100 zu subtrahieren.

Viele Kinder subtrahieren die größere von der kleineren Zahl (Beispiel: 28 – 82 = _). Was kann ich da tun?

Diese Kinder sollten die Zahl und ihre Umkehrzahl unbedingt visualisieren. Das Kind legt zunächst eine Zahl (Beispiel 52) mit Ziffernkarten vor sich auf den Tisch. Zehnerstäbe und Einerklötzchen (*Mehrsystemblöcke*) können hier hilfreich sein, um die „Wertigkeit“ der Zahl darzustellen. Das Kind vertauscht dann die Ziffernkarten und legt die Umkehrzahl (hier 25) ebenfalls mit Material daneben. Dann kann es beide Zahldarstellungen vergleichen und die größere Zahl zuerst aufschreiben. Davon subtrahiert es die kleinere Zahl. Beispiel:





Die Markierung der Umkehrzahlen auf dem Zahlenstrahl kann ebenfalls eine Hilfe darstellen.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Meine Schülerinnen und Schüler können keine Entdeckungen aufschreiben! Wie kann ich sie dabei unterstützen?

Haben Schüler Schwierigkeiten, ihre Entdeckungen aufzuschreiben und zu erklären, kann es hilfreich sein, mit einem Wortplakat zu arbeiten (vgl. UM-Schülermaterial-Folgeaufträge). Dort sind einige Begriffe oder Satzmuster vermerkt, die man zur Beschreibung der Entdeckungen benutzen kann. Außerdem kann ein zweites Plakat entstehen, das die Kinder selbst mit Begriffen füllen. Sprachlich starke Kinder können hier auch Satzmuster für andere Kinder aufschreiben. Weitere Tipps zum Beschreiben von Entdeckungen finden sich im Haus 4, das sich gezielter mit dem Aspekt der Sprachförderung im Mathematikunterricht befasst.
Zum Strukturieren und Markieren von Entdeckungen kann man mit den Kindern folgende Tipps geben:

„Beim Aufschreiben deiner Entdeckungen kannst du deine Ideen nummerieren. Schreibe so auf:
1. Mir ist aufgefallen, dass… .
2. Ich habe entdeckt, dass… .
3. …

Du kannst sie dann mit unterschiedlichen Farben einkreisen (markieren). Dann sieht man gleich deutlicher, wo du in der Aufgabe etwas entdeckt hast!“

Beispiel:

85 - 58 = 27
82 - 28 = 54
73 - 37 = 45
21 - 12 = 9
32 - 23 = 9
63 - 36 = 27
96 - 69 = 27
…

1. Mir ist aufgefallen, dass einige Aufgaben dieselben Ergebnisse haben.

2. Immer wenn die Aufgabe ein gleiches Ergebnis hat, haben die Ziffern in der Aufgabe denselben Unterschied. Bei dem Ergebnis 9 ist der Unterschied zum Beispiel immer 1.

3. Die Ergebnisse, die ich bisher gefunden habe, sind immer aus der 9er Reihe.

4. …

Es hat sich gezeigt, dass die Motivation der Schülerinnen und Schüler steigt, wenn sie Tipps zum strukturierten Aufschreiben ihrer Entdeckungen erhalten. Das „Sammeln“ von Entdeckungen macht dann augenscheinlich mehr Spaß. Sie lassen sich auch besser mit einem Partner vergleichen.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Wie tauschen die Kinder ihre Ergebnisse aus?

Der gemeinsame Austausch von „Forscherergebnissen“ nimmt in dieser Reihe einen wichtigen Schwerpunkt ein.
In der Schuleingangsphase können bereits Formen des Austausches gefunden werden, die eine spätere eigenständige „Forscherkonferenz“ (in Anlehnung an die „Schreibkonferenz“ nach Gudrun Spitta, mittlerweile in der Literatur häufig auch „Mathekonferenz“ genannt) anbahnen.

Einige Beispiele für einen „strukturierten Austausch“:

1. IM PLENUM: Ein Unterrichtsgespräch, das zunächst noch die Lehrerin durch Impulse leitet.
2. IN DER KLEINGRUPPE: Ein Reflexionsgespräch in einer Kleingruppe, das die Lehrerin oder ein älteres Kind begleitet.
3. IM TANDEM: Ein Austausch unter Partnern zu einer bestimmten Aufgabe.
4. ALLEIN MIT DER LEHRERIN: Eine „Kindersprechzeit“ zwischen der Lehrerin und einem Kind, in der ein bestimmter Aspekt gemeinsam beleuchtet wird.

Weiterführende Literatur

Gallin/ Ruf: Sprache und Mathematik in der Schule. Zürich/ Schweiz 1990.
Gallin/ Ruf: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Bd 2. Spuren legen – Spuren lesen. Seelze 1998.
Rasch, Renate: „Offene Aufgaben für individuelles Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule. 1/ 2 und 3/ 4. Seelze 2008.
Ulm, Volker (Hrsg.): Gute Aufgaben Mathematik. Berlin 2008.
Walther, G. (u. a.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin 2008.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Ziele für die „Startaufgabe“

- Umkehrzahlen kennen lernen (und ggf. visualisieren)
- Zweistellige Umkehrzahlen finden und voneinander subtrahieren (im Kopf, halbschriftlich oder mit Material)
- Entdeckungen beschreiben (und begründen)

Zeit
etwa 1-3 Unterrichtseinheiten (in der die Schüler auch schon an Folgeaufträgen arbeiten)

So kann es gehen

Start
Für die inhaltliche **Einführung** zeigt die Lehrerin den Kindern den ersten Aufgabenschnipsel. Dort steht etwas von so genannten „Umkehrzahlen“. „Was sind eigentlich Umkehrzahlen?“, diese Frage sollte zunächst erörtert werden. Es kann unterschiedlich begonnen werden:

A) Kreisgespräch: „Was sind eigentlich Umkehrzahlen?“ Die Kinder kommen ins Gespräch (direkt im Plenum oder aber zunächst „murmelnd“ mit dem Partner) und äußern ihre Vermutungen. Daraufhin werden einige Beispiele gesammelt, die aufgeschrieben und aufgehängt werden können (85 – 58, 73 – 37, …). Im Laufe des Gesprächs kann auch wiederholt werden, was eine Zahl und was eine Ziffer ist.
B) Stummer Impuls: Die Lehrerin hat verschiedene zweistellige Zahlen auf Karten geschrieben, die im Kreis verteilt liegen. Darunter befinden sich Umkehrzahlenpaare und andere Zahlen. „Findet jemand Zahlen, die Umkehrzahlen sein könnten? Versuche deine Auswahl zu begründen!“ Die gefundenen Paare werden aufgehängt.
C) Zahlen würfeln: Im Kreis liegen zwei große Würfel. Zwei Kinder würfeln und nennen durch die Zusammensetzung der Ziffern eine zweistellige Zahl. „Welche Zahl kannst du daraus bilden? Kannst du auch noch eine andere Zahl dazu finden?“ Die Lehrerin erklärt anhand des Beispiels was eine Zahl und ihre Umkehrzahl ist. Es werden weitere Beispiele gewürfelt und aufgeschrieben.

Im Anschluss daran kann gemeinsam PIKO’ s erste Forscheraufgabe vorgestellt werden:

- **Wähle nun selbst eine zweistellige Zahl. Schreibe ihre Umkehrzahl dazu. Ziehe die kleinere von der größeren Zahl ab. Rechne mindestens 12 weitere Aufgaben. Beispiel: 85 – 58 = ____**

- **Was fällt dir (bei den Ergebnissen) auf? Beschreibe das in deinem Heft.**

Schuljahr
2, 3

Lehrplanbezug

Inhaltlichsbezogene Kompetenzen
Zahlen und Operationen, Schwerpunkt Zahlenrechen

Prozessbezogene Kompetenzen
kreativ sein,argumentieren, darstellen

Material
Schüler
Matheheft

Klebestift

Material zur Visualisierung (Rechenrahmen, Dienes, …)

Lehrer
Aufgabe als „Schnipsel“ zum Einkleben vorbereiten (siehe Kopiervorlage)

Papierstreifen (z.B. A4 Längsformat), ggf. Packpapierrolle oder Tapetenrolle, um sortierte Aufgaben aufzukleben.

An einem Beispiel kann geklärt werden, was es heißt, „die kleinere von der größeren Zahl abzuziehen“.
Die Kinder beginnen dann mit der Arbeit. Sie kleben zunächst den Auftrag in ihr Heft und beginnen Aufgaben zu finden und auszurechnen (analog zur Einführung können sie dazu als Differenzierung auch am Platz Ziffernkarten oder Würfel benutzen).
Die Kinder, die noch Fragen haben, verweilen im Kreis und rechnen weitere Beispiele gemeinsam.

Arbeitsphase
Die Schüler arbeiten zunächst in Einzelarbeit. Die Lehrerin steht für individuelle Fragen zur Verfügung.
Sie stellt auch Material zur Differenzierung bereit (vgl. „Häufig gestellte Fragen“ – Basisinformation zur Unterrichtsplanung). Wer den ersten Forscherpunkt bearbeitet hat, kann zum zweiten Forscherpunkt übergehen und versuchen, seine Entdeckungen zu beschreiben (Tipps zum „Beschreiben“ siehe Basisinfo Unterrichtsplanung).

•• Was fällt dir (bei den Ergebnissen) auf? Beschreibe das in deinem Heft.

Je nachdem, wie lang die Arbeitsphase ist, können sehr schnelle Kinder auch hier schon an einem neuen Forscherauftrag (Folgeaufträge) weiterarbeiten.

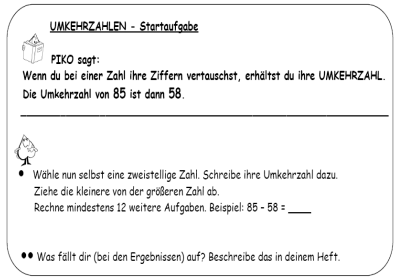
Differenzierung
Die Startaufgabe bietet die Chance, dass Kinder in ihrem Tempo und auf unterschiedlichen Niveaus zu Lösungen und Entdeckungen kommen können.
Voraussichtlich werden sich Lösungen der Kinder grob in drei Bearbeitungsniveaus unterscheiden lassen. Die Kinder benötigen dann unterschiedliche Anregungen zur Weiterarbeit:

A)
Es gibt vielleicht Kinder, die beim Lösen der Aufgaben bereits Probleme haben. Vielleicht ergeben sich auch Schwierigkeiten, da sie die größere von der kleineren Zahl abziehen und dadurch unter Umständen nicht zum richtigen Ergebnis kommen. Anregungen:
- Die Aufgaben mit Anschauungsmaterial lösen lassen. Das Ergebnis prüfen.
- Die Anzahl der Aufgaben reduzieren (von 12 auf 6 bspw.), um die Motivation beizubehalten.

B)
Es gibt vielleicht Kinder, die schnell 12 Aufgaben gefunden haben, jedoch keine Entdeckungen machen. Anregung:
- Die Aufgaben auf Kärtchen (Papierstreifen) schreiben und sortieren lassen.
- Mit einem Partner die gefunden Aufgaben vergleichen und gemeinsam nach Entdeckungen suchen.

C)
Kinder, die schnell 12 Aufgaben und mehr gefunden haben und erste Entdeckungen beschrieben haben. Anregung:
- Die Lehrerin kann im Hinblick auf die Beschreibungen der Kinder individuelle Tipps geben.

Startschnipsel:

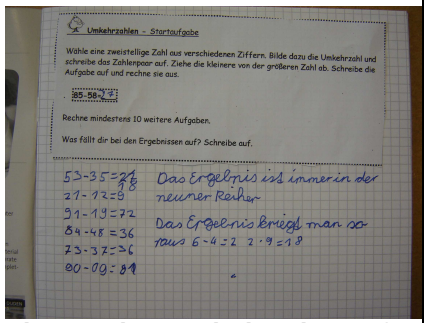

UMKEHRZAHLEN - Startaufgabe

PIKO sagt:
Wenn du bei einer Zahl ihre Ziffern vertauschst, erhältst du ihre UMKEHRZAHL.
Die Umkehrzahl von 85 ist dann 58.

- Wähle nun selbst eine zweistellige Zahl. Schreibe ihre Umkehrzahl dazu.
  Ziehe die kleinere von der größeren Zahl ab.
  Rechne mindestens 12 weitere Aufgaben. Beispiel: 85 - 58 = ___

•• Was fällt dir (bei den Ergebnissen) auf? Beschreibe das in deinem Heft.

Schülerdokumente zur Startaufgabe:


Umkehrzahlen - Startaufgabe

Wähle eine zweistellige Zahl aus verschiedenen Ziffern. Bilde dazu die Umkehrzahl und schreibe das Zahlenpaar auf. Ziehe die kleinere von der größeren Zahl ab. Schreibe die Aufgabe auf und rechne sie aus.

85-58=27

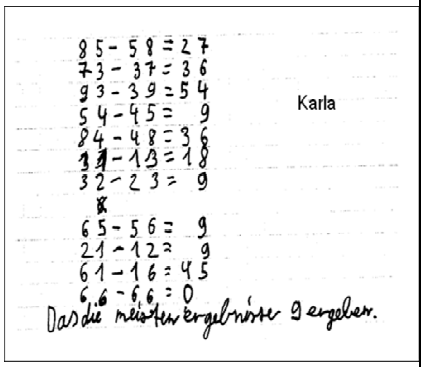
Rechne mindestens 10 weitere Aufgaben.

Was fällt dir bei den Ergebnissen auf? Schreibe auf.

53-35=18 Das Ergebnis ist immer in der neuner Reihe
27-72=9
91-19=72
84-48=36
73-37=36
80-08=72

Das Ergebnis kriegt man so raus 6-4=2 2·9=18

Eintrag eines Schülers ins Heft


85-58=27
73-37=36
93-39=54
54-45=9
84-48=36
31-13=18
32-23=9
65-56=9
21-12=9
61-16=45
66-66=0
Karla
Das die meisten Ergebnisse 9 ergeben.

Karla beschreibt eine erste Beobachtung

(Hat das Kind seine Entdeckungen ausführlich beschrieben? Ist es hilfreich, wenn das Kind unterschiedliche Entdeckungen mit unterschiedlichen Farben markiert? Ist seine Erklärung plausibel? Ist seine Erklärung vollständig? Vgl. Sachanalyse.)
- Anschließend kann das Kind an den Folgeaufträgen weiterarbeiten (siehe Folgeaufträge).

Reflexion

Am Ende der Mathestunde/ Einheit bieten sich verschiedene Möglichkeiten zur Reflexion an. Diese hängen davon ab, wie viele Entdeckungen die Kinder bereits gemacht haben.

A) Eine Teilreflexion mit den Kindern, die bereits 12 Aufgaben gefunden und Entdeckungen dazu aufgeschrieben haben. Die restlichen Kinder arbeiten zunächst weiter.

B) Die erste Stunde/ Einheit endet ohne gemeinsame Abschlussreflexion. Die Lehrerin möchte zunächst die Arbeitsergebnisse in den Heften der Kinder ansehen und dort individuelle Rückmeldungen vermerken.

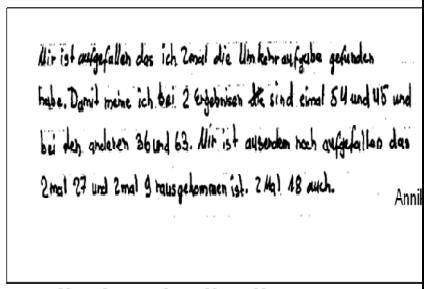
C) Die Lehrerin teilt am Ende der Arbeitsphase an jedes Kind einige Papierstreifen aus, auf denen sie einige ihrer Aufgaben notieren sollen (pro Papierstreifen nur 1 Aufgabe). Die Kinder legen ihre Aufgaben auf den Boden in den Kreis. Doppelte Aufgaben werden übereinander gelegt. Reflexionsimpulse der Lehrerin:

- <u>Aspekt Ordnen/ Sortieren:</u> „Hat jemand eine Idee, wie man die Aufgaben sortieren kann?“ (unter Umständen kommt dieser Impuls bereits von den Schülern selbst). Kinder äußern ihre Vermutungen, einzelne Schüler sortieren daraufhin exemplarisch im Kreis (bestmöglich nach dem Ergebnis).

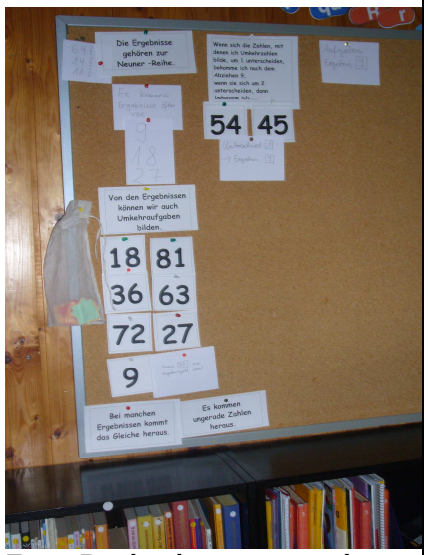
- <u>Aspekt Vollständigkeit:</u> „Haben wir alle möglichen Aufgaben gefunden?“ Je nachdem, zu welchem Zeitpunkt diese Reflexion stattfindet, kann diese Frage einen Ausblick auf die Weiterarbeit bieten („…, dann suchen wir beim nächsten Mal die restlichen Aufgaben“). Haben die Schüler jedoch an dieser Stelle alle Aufgaben gefunden, schließen sich weitere Reflexionsfragen an:

„Welche Entdeckungen habt ihr beim Forschen mit den Umkehrzahlen gemacht?“
Dabei ist wichtig, dass folgende Punkte angesprochen werden (Hintergründe vgl. Sachanalyse):

1. Wie viele Aufgaben gibt es insgesamt? Warum bist du sicher, dass das alle sind?
2. Was haben die Ergebnisse miteinander zu tun?
3. Wenn wir die sortierten Aufgaben betrachten, entdecken wir ein „Muster“. Erkennst du es? Versuche es zu beschreiben (Treppe). Warum ist das so? (Jede Ergebniszahl hat unterschiedlich viele dazugehörige Aufgaben).
4. Warum gibt es zu jedem Ergebnis unterschiedliche viele Aufgaben? Kannst du das erklären?


Mir ist aufgefallen das ich 2mal die Umkehraufgabe gefunden habe. Damit meine ich bei 2 Ergebnissen die sind einmal 54 und 45 und bei den anderen 36 und 63. Mir ist außerdem noch aufgefallen das 2mal 27 und 2mal 9 rausgekommen ist. 2 Mal 18 auch.
Anni

Annika beschreibt die gefundenen Ergebnisse, zieht aber noch keine Rückschlüsse zur 9er Reihe.



Erste Beobachtungen werden gemeinsam besprochen und festgehalten.

5. Schau dir die Aufgaben zu einer Ergebniszahl genau an. Fällt dir bei den einzelnen Ziffern der Aufgaben etwas auf? (Zusammenhang Ziffernunterschied und Ergebnis.)

Wichtig festzuhalten ist: Eine Reflexion mit allen Kindern, die sich rund um die möglichen Entdeckungen dreht, sollte nicht zu früh durchgeführt werde. Es sollten viele Kinder bereits an den Schnipselaufgaben mit zwei/ drei Forscherpunkten (siehe Folgeaufträge) gearbeitet haben, da sonst die individuellen Entdeckungen vorweg genommen werden.

Weiterarbeit

Die Schüler arbeiten individuell weiter. Wer den Startschnipsel fertig hat, kann sich aus den „Folgeaufträgen“ weitere Schnipsel aussuchen. Diese können sie auch in Partnerarbeit bearbeiten (jeder klebt aber einen eigenen Schnipsel in sein Heft und schreibt mit eigenen Worten die Entdeckungen auf).
Die Lehrerin unterstützt weiterhin individuell und kann Teilreflexionen anbieten, wenn bestimmte Gruppen von Kindern ähnliche Entdeckungen gemacht haben oder aber vor ähnlichen Problemen stehen und nicht weiter kommen.

Reflexion zu den Aspekten Ordnen und Vollständigkeit:



Im Kreis sortieren die Kinder ihre Aufgaben.



Anschließend hängen sie die sortierten Ergebnisse aus und stellen fest, dass die Aufgaben zu einem Ergebnis noch fehlen!

Ziele

- Möglichst alle Ergebniszahlen und die dazugehörigen Aufgaben finden (z. B. durch system. Probieren oder Anwenden einer Strategie)
- Entdeckungen schriftlich beschreiben (begründen)
- Rückschlüsse ziehen und sich folgenden Fragen nähern:

    1. Wie viele Aufgaben gibt es insgesamt? Warum bist du sicher, dass das alle sind?
    2. Was haben die Ergebnisse miteinander zu tun?
    3. Wenn wir die sortierten Aufgaben betrachten entdecken wir ein „Muster“. Erkennst du es? Versuche es zu beschreiben (Treppe). Warum ist das so? (Jede Ergebniszahl hat unterschiedlich viele dazugehörige Aufgaben).
    4. Warum gibt es zu jedem Ergebnis unterschiedliche viele Aufgaben? Kannst du das erklären?
    5. Schau dir die Aufgaben zu einer Ergebniszahl genau an. Fällt dir bei den einzelnen Ziffern der Aufgaben etwas auf? (Zusammenhang Ziffernunterschied und Ergebnis.

- Im Austausch mit anderen Kindern Lösungen vergleichen
- Lösungswege anderer nachvollziehen lernen

Zeit

1-3 Einheiten

So kann es gehen

Start

Der methodisch-didaktische Ablauf der Folgestunden läuft im Wesentlichen so ab, wie es in der Unterrichtsplanung zur Startaufgabe beschrieben ist. Im Folgenden gibt es zusätzliche Hinweise zu den einzelnen Forscheraufträgen.

Arbeitsphase/ Differenzierung

Die Schüler arbeiten entweder an der Startaufgabe oder an einem der Folgeaufträge weiter. Diese müssen nicht chronologisch aufeinander folgen, sondern können je nach Interesse ausgewählt werden.
Während der Arbeitsphase kann die Lehrerin individuell unterstützen und einige Kinder zu einer Zwischenreflexion treffen (Ideen siehe Reflexion).

Schuljahr
2, 3

Lehrplanbezug
Inhaltlichsbezogene Kompetenzen
Zahlen und
Operationen

Prozessbezogene Kompetenzen
kreativ sein, argumentieren,

Material
Schüler
Matheheft
Klebestift
Material zur Visualisierung

Lehrer
Aufgabe als „Schnipsel“ zum Einkleben vorbereiten (siehe Kopiervorlage)

Papierstreifen (z.B. A4 Längsformat), ggf. Packpapierrolle oder Tapetenrolle, um sortierte Aufgaben aufzukleben.

Die einzelnen Aufträge sind durch die Forscherpunkte sichtbar differenziert. Zur Verschriftlichung von Entdeckungen kann es für einige Kinder hilfreich sein, die so genannten Wortplakate (vgl. Schüler_Folgeaufgaben) einzuführen und auszuhängen (vgl. Basisinfo).

Hinweise zu den Folgeaufträgen

Zu Forscherauftrag 1

Es geht darum festzustellen, dass es bestimmte Ergebnisse (9er Reihe) gibt, die eine bestimmte Anzahl von Aufgaben enthalten.

In Teilaufgabe 3 können sich die Schüler mit einem Partner oder in einer kleinen Gruppe zusammenfinden, um ihre Entdeckungen zu vergleichen. Sind die Schüler nicht geübt darin, in Partner- oder Gruppenarbeit im Sinne einer „Mathekonferenz“ zusammen zu arbeiten, wäre es sinnvoll, ein mögliches Vorgehen zuvor mit der Kleingruppe oder im Plenum zu erörtern (Vorschlag dazu siehe Schülermaterial Folgeaufträge).

Die Kinder können PIKO’ s Tipp nutzen. Dazu kann die Lehrerin (bunte) Karten zur Visualisierung der Ergebnisse (z.B. grüne Karten) und der dazu gehörigen Aufgaben (z.B. gelbe Karten) zur Verfügung stellen. Die Kinder können aber auch eine eigene Möglichkeit der Visualisierung wählen (z. B. Ergebnisse sortiert auf ein Plakat schreiben, Darstellung in einer selbst entworfenen Tabelle).

<u>Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:</u>

„Hast du alle möglichen Ergebniszahlen gefunden? Beschreibe, warum du sicher bist, das es alle sind.“
„Was fällt dir genau bei den Ergebnissen auf? Kommen dir die Zahlen irgendwie bekannt vor? Vielleicht kannst du sie der Größe nach ordnen?“

Zu Forscheraufgabe 2

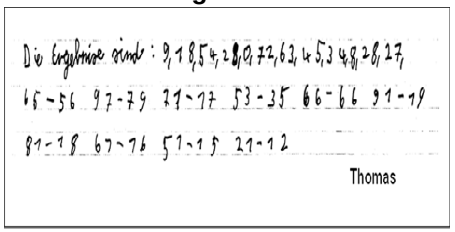
Es geht darum, die Gemeinsamkeiten der Aufgaben zu dem Ergebnis 27 heraus zu finden. Ihr Ziffernunterschied ist nämlich immer 3. Und 3x9=27. Wenn man das weiß, kann man „ohne zu rechnen“ das Ergebnis schnell ermitteln. Damit kann die Lehrerin die Kinder verblüffen und zusätzlich motivieren, den Trick heraus zu finden!

<u>Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:</u>

„Betrachte einmal genau die Ziffern.“
„Betrachte genau den Unterschied zwischen den Ziffern.“
„Was hat der Unterschied zwischen den Ziffern mit dem Ergebnis zu tun?“

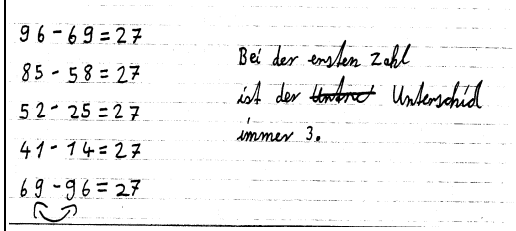
Einige Schülerdokumente zu den Folgeaufträgen:

Forscherauftrag 1:



Thomas hat verschiedene Ergebniszahlen gefunden, die er noch unsortiert notiert.

Forscherauftrag 2:



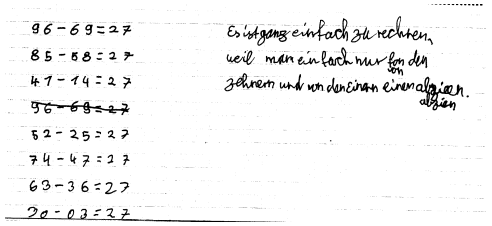
Lukas hat herausgefunden, dass der Ziffernunterschied immer 3 ist.

Zu Forscheraufgabe 3

Es geht darum, herauszufinden wie alle Aufgaben zu einem Ergebnis (hier 9) geschickt gefunden werden können. Der Schüler findet dann alle Aufgaben, wenn er bemerkt hat, dass der Ziffernunterschied bei den Umkehrzahlen 1 beträgt, wenn das Ergebnis 9 ist. Sortiert er zusätzlich die Aufgaben der Größe nach, so wird er keine Aufgabe vergessen.
Auch in Absprache mit einem Partner sollen die Schüler versuchen aufzuschreiben, wie sie vorgegangen sind, um alle Lösungen zu finden (systematisches Probieren, Beschreiben der Zehner- Einerverschiebung…).

Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

„Betrachte genau die Ziffern.“
„Betrachte genau den Unterschied zwischen den Ziffern.“
„Was hat der Unterschied zwischen den Ziffern mit dem Ergebnis zu tun?“
„Warum gibt es 9 Aufgaben und keine mehr?“



Jan erläutert seinen Trick, mit dem er alle Aufgaben zum Ergebnis 27 gefunden hat.

Zu Forscheraufgabe 4

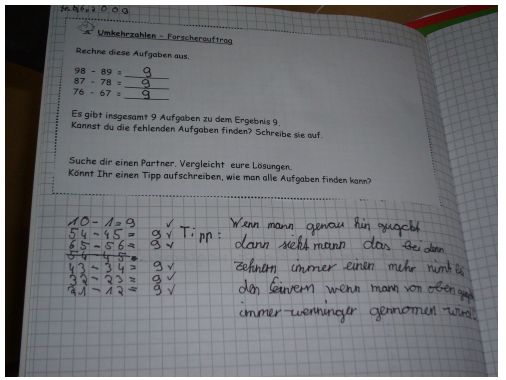
Hier geht es darum, die Zusammenhänge zwischen den Ergebniszahlen und den Zifferunterschieden gezielt zu sammeln und zu sortieren.
Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

„Kannst du/ könnt ihr versuchen, deine/ eure Entdeckungen in einer Tabelle zu sortieren?“

Unterschied zwischen den Ziffern	Ergebnis	So viele Umkehraufgaben gibt es dazu:
2		…
3	27	7
4		
…	…	…

Die Schüler können selbst eine Tabelle erstellen oder aber eine Vorlage des Lehrers benutzen.

Forscherauftrag 3:



Darstellung des eingeklebten „Schnipsels“ im Matheheft des Schülers.

Reflexion für alle

Anregungen zur Reflexion der einzelnen Forscheraufträge sind oben beschrieben.
Es sollte am Ende dieser Einheit aber eine Reflexion mit der ganzen Lerngruppe erfolgen. Auch und besonders für die Kinder, die unter Umständen bisher noch nicht so viele Entdeckungen machen konnten.

Dabei ist wichtig, dass folgende Punkte angesprochen werden (Hintergründe vgl. Sachanalyse):

1. Wie viele Aufgaben gibt es insgesamt? Warum bist du sicher, dass das alle sind?
2. Was haben die Ergebnisse miteinander zu tun?
3. Wenn wir die sortierten Aufgaben betrachten, entdecken wir ein „Muster“. Erkennst du es? Versuche es zu beschreiben (Treppe). Warum ist das so? (Jede Ergebniszahl hat unterschiedlich viele dazugehörige Aufgaben).
4. Warum gibt es zu jedem Ergebnis unterschiedliche viele Aufgaben? Kannst du das erklären?
5. Schau dir die Aufgaben zu einer Ergebniszahl genau an. Fällt dir bei den einzelnen Ziffern der Aufgaben etwas auf? (Zusammenhang Ziffernunterschied und Ergebnis.)

Weiterarbeit

Wie in der Reihenübersicht (vgl. Basisinformationen zur Unterrichtsreihe) beschrieben, kann die Weiterarbeit folgendermaßen aussehen:

A) Kinder arbeiten auch nach der gemeinsamen Reflexion an den oben beschriebenen **Folgeaufträgen** weiter. Sie können die angesprochenen Entdeckungen nun noch einmal alleine oder mit einem Partner nachvollziehen und wiederholen.

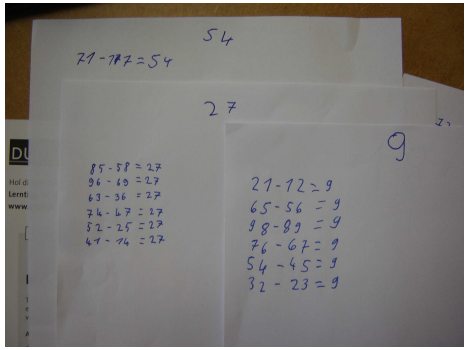
B) Kinder arbeiten an **Zusatzaufgaben** weiter (vgl. Schüler_Zusatzaufgaben).

C) Kinder versuchen gemeinsam mit der Lehrerin „**Beweise**“ darüber anzustellen, warum die Ergebniszahlen immer aus der Neunerreihe kommen. Durch die Visualisierung an der Hundertertafel oder am Zahlenstrich können Kinder die Zusammenhänge erkennen oder Beweisführungen gemeinsam mit der Lehrerin zumindest nachvollziehen.

Weiterarbeit mit den Zusatzaufgaben (B):

Die methodisch-didaktischen Zusammenhänge und Durchführungen der Schnipselaufgaben sind in der Startaufgabe und hier bei den Folgeaufträgen hinreichend beschrieben. Die Zusatzaufgaben können nun in ähnlicher Weise bearbeitet werden.

Forscherauftrag 4:



Bevor das Kind seine Entdeckungen in einer Tabelle notiert, hat es die Aufgaben zu dem jeweiligen Ergebnis auf unterschiedlichen Blättern notiert.

Reflexion für alle:



Die Kinder versammeln sich mit der Lehrerin zur Reflexion am Besprechungstisch.

Weiterarbeit mit „Beweisen“ (C):

Der Beweis an der Hundertertafel:

Es geht darum, dass alle Paare von Umkehrzahlen auf der Hundertertafel symmetrisch zu den 11er Zahlen liegen. Von 12 nach 21 zum Beispiel ist ein 9er Schritt immer ein Schritt nach unten und einen Schritt nach links, was bedeutet: +10 und -1. Die Kinder können versuchen diese Wege zu beschreiben und sich selbst Wegrätsel zu stellen. (Vgl. Sachanalyse)

Mögliche Impulse für eine Teilreflexion oder eine Einzelrückmeldung:

Überlege:

1. Warum ist die Ergebniszahl immer eine Zahl aus der Neunerreihe?
2. Hole dir bei deiner Lehrerin eine Hundertertafel.
3. Markiere die Felder der Paare aller Umkehrzahlen in der Hundertertafel.
4. Was fällt dir dabei auf? Versuche zu beschreiben.

PIKO’ s Tipp:
Betrachte zuerst alle Aufgaben zu einem Ergebnis und markiere jeweils die Umkehrzahlen in einer Farbe auf der Hundertertafel.



Kinder markieren die Umkehrzahlen mit unterschiedlichen Plättchen.

Anschließend können sie diese auf einer eigenen Hundertertafel mit unterschiedlichen Farben markieren.

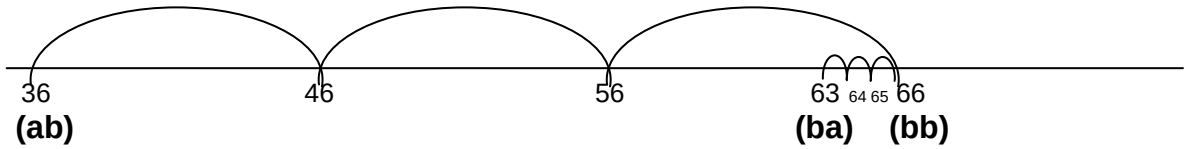


(Quelle: Hengartner, Hirt, Wälti 2006)

Der Beweis am Zahlenstrich:

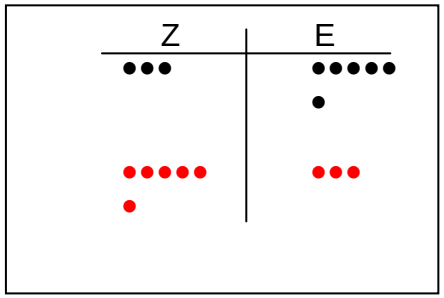
Der Rechenstrich stellt noch eine weitere, sehr anschauliche Möglichkeit dar, die Zusammenhänge aufzuzeigen. Für jeden addierten Zehner muss jeweils ein Einer abgezogen werden. Beim Ziffernunterschied 3 (63 – 36) geht man also 3Z nach vorne und 3E zurück.

Gemeinsam mit den Schülern können gemeinsam einige Sprünge (vor und zurück) am Zahlenstrich visualisiert werden. Anschließend können die Schüler dann versuchen, in ihrem Heft eigene Sprünge zu zeichnen und farbig zu markieren.



Der Beweis an der Stellentafel:
Die Ausgangszahl wird mit Plättchen in der Stellentafel dargestellt. Beim Erzeugen der Umkehrzahl werden die Plättchen verschoben. Dadurch wird ein Einer entfernt (-1) und ein Zehner (+10) hinzugefügt. Dies entspricht einer Veränderung von +9. Die Differenz der beiden Ziffern einer Ausgangszahl gibt jeweils an, wie viele Plättchen man verschieben muss.
Eine weitere Möglichkeit zur Verdeutlichung bietet das halbschriftliche Rechenverfahren „Stellenwerte extra“:

63 - 36 = 30 - 3 = 27
60 - 30
3 - 6



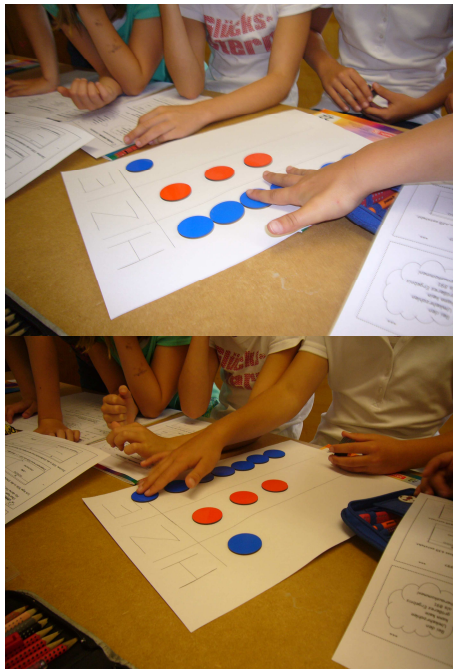
An dieser Stelle endet die 1. Einheit zu den Umkehrzahlen.

Es besteht die Möglichkeit einen Reflexionsbogen mit den Schülern durchzuführen, der als Selbsteinschätzungsbogen zur Überprüfung erreichter Kompetenzen eingesetzt werden kann.

Ausblick:
Nach Einführung des Algorithmus der schriftlichen Subtraktion kann im 3. und 4. Schuljahr weiter an Aufgaben mit Zahlenmustern gearbeitet werden. Dabei können die Kinder Kriterien zum erforschen zunehmend selbstständig anwenden (vgl. Schüler_dreistellig/IRI/Minustürme, Lehrer_Schülerdokumente).

Schülerdokumente zum Beweis an der Stellentafel:


Die Schüler arbeiten zusammen.


Schüler „verschieben“ 731 zu 137

Ziele für die Startaufgabe

- Umkehrzahlen kennen lernen (und ggf. visualisieren)
- Zweistellige Umkehrzahlen finden und voneinander subtrahieren (im Kopf, halbschriftlich oder mit Material)
- Entdeckungen beschreiben (und begründen)

Zeit
etwa 1-3 Unterrichtseinheiten (in der die Schüler auch schon an Folgeaufträgen arbeiten)

So kann es gehen

Start

„Was sind eigentlich Umkehrzahlen?“ Für die inhaltliche **Einführung** werden zunächst gemeinsam einige Beispiele gefunden, um deutlich zu machen, was eine Zahl und ihre Umkehrzahl ist. Dies kann unterschiedlich angeregt werden:

A) Kreisgesprächs: Vermutungen äußern, was Umkehrzahlen sind. Beispiele finden und aufschreiben.
B) Impuls: Im Kreis werden Zahlen und ihre Umkehrzahl aus einer Vielzahl von Zahlenkarten heraus gesucht und ausgehängt.
C) Zahlen würfeln: Es wird mit 2 Würfeln gewürfelt und daraus eine Zahl und ihre Umkehrzahl ermittelt.

Im Anschluss daran kann gemeinsam PIKO’ s erste Forscheraufgabe vorgestellt werden. An einem Beispiel kann geklärt werden, was es heißt, „die kleinere von der größeren Zahl abzuziehen“.

Arbeitsphase/ Differenzierung

Die Schüler versuchen zunächst in EA Umkehraufgaben zu finden und zu berechnen, bzw. Entdeckungen zu beschreiben (Tipps zum Beschreiben siehe Basisinfo Unterrichtsplanung). Die Lehrerin unterstützt individuell.
Voraussichtlich werden sich Lösungen der Kinder grob in drei Bearbeitungsniveaus unterscheiden lassen. Die Kinder benötigen dann unterschiedliche Anregungen zur Weiterarbeit:

A) Beim Rechnen helfen, damit das Kind durch das richtige Ergebnis überhaupt Entdeckungen machen kann.
B) Beim Beschreiben der Entdeckungen unterstützen, Tipps geben (evt. in PA weiterarbeiten, gemeinsam gefundene Aufgaben auf Karten schreiben, sortieren und dann Entdeckungen beschreiben, vgl. Basisinfo)
C) Bei „vollständiger“ Entdeckung soll der Schüler an den Folgeaufträgen weiter arbeiten.

Reflexion

Zur Reflexion bietet sich an, dass sich Schüler, die ähnlich weit gearbeitet haben, treffen, um ihre Ergebnisse auszutauschen und ggf. zu ergänzen, aber auch über Entdeckungen zu reflektieren: Ergebniszahlen, Ziffernunterschiede, Anzahl der Aufgaben zu einer Ergebniszahl, Zusammenhang zur 9er Reihe (vgl. Sachinfo Umkehrzahlen).

Schuljahr
2, 3

Lehrplanbezug
Inhaltsbezogene Kompetenzen
Zahlen und Operationen

Prozessbezogene Kompetenzen
kreativ sein, argumentieren, darstellen

Material
Schüler
Matheheft
Klebestift
Material zur Visualisierung (Rechenrahmen, Dienes, …)

Lehrer
Aufgabe als „Schnipsel“ zum Einkleben vorbereiten (siehe Kopiervorlage)

Papierstreifen (z.B. A4 Längsformat), ggf. Packpapierrolle oder Tapetenrolle, um sortierte Aufgaben aufzukleben.

Ziele für die Folgeaufgaben und Zusatzaufgaben

- Möglichst alle Ergebniszahlen und die dazugehörigen Aufgaben finden (z. B. durch system. Probieren oder Anwenden einer Strategie)
- Entdeckungen schriftlich beschreiben (begründen)
- Rückschlüsse ziehen und sich folgenden Fragen nähern:

    1. Wie viele Aufgaben gibt es insgesamt? Warum bist du sicher, dass das alle sind?
    2. Was haben die Ergebnisse miteinander zu tun?
    3. Wenn wir die sortierten Aufgaben betrachten entdecken wir ein „Muster“. Erkennst du es? Versuche es zu beschreiben (Treppe). Warum ist das so? (Jede Ergebniszahl hat unterschiedlich viele dazugehörige Aufgaben).
    4. Warum gibt es zu jedem Ergebnis unterschiedliche viele Aufgaben? Kannst du das erklären?
    5. Schau dir die Aufgaben zu einer Ergebniszahl genau an. Fällt dir bei den einzelnen Ziffern der Aufgaben etwas auf? (Zusammenhang Ziffernunterschied und Ergebnis.

- Im Austausch mit anderen Kindern Lösungen vergleichen
- Lösungswege anderer nachvollziehen lernen

Zeit
etwa 1-3 Unterrichtseinheiten

So kann es gehen

Start
Der methodisch-didaktische Ablauf der Folgestunden läuft im Wesentlichen so ab, wie es in der Unterrichtsplanung zur Startaufgabe beschrieben ist. Zusätzliche Hinweise zu den einzelnen Forscheraufträgen sind in der Unterrichtsplanung - Langfassung beschrieben.

Arbeitsphase/ Differenzierung
Die Schüler arbeiten entweder an der Startaufgabe oder an einem der Folgeaufträge weiter. Diese müssen nicht chronologisch aufeinander folgen, sondern können je nach Interesse ausgewählt werden. Während der Arbeitsphase kann die Lehrerin individuell unterstützen und einige Kinder zu einer Zwischenreflexion treffen (Ideen siehe Reflexion).
Die einzelnen Aufträge sind durch die Forscherpunkte sichtbar differenziert. Zur Verschriftlichung von Entdeckungen kann es für einige Kinder hilfreich sein, die so genannten Wortplakate (vgl. Schüler_Folgeaufgaben) einzuführen und auszuhängen (vgl. Basisinfo).

Reflexion für alle
Anregungen zur Reflexion der einzelnen Forscheraufträge sind oben beschrieben.
Es sollte am Ende dieser Einheit aber eine Reflexion mit der ganzen Lerngruppe erfolgen. Auch und besonders für die Kinder, die unter Umständen bisher noch nicht so viele Entdeckungen machen konnten. Dabei ist wichtig, dass folgende Punkte angesprochen werden (Hintergründe vgl. Sachanalyse):

1. Wie viele Aufgaben gibt es insgesamt? Warum bist du sicher, dass das alle sind?
2. Was haben die Ergebnisse miteinander zu tun?
3. Wenn wir die sortierten Aufgaben betrachten, entdecken wir ein „Muster“. Erkennst du es? Versuche es zu beschreiben (Treppe). Warum ist das so? (Jede Ergebniszahl hat unterschiedlich viele dazugehörige Aufgaben).
4. Warum gibt es zu jedem Ergebnis unterschiedliche viele Aufgaben? Kannst du das erklären?
5. Schau dir die Aufgaben zu einer Ergebniszahl genau an. Fällt dir bei den einzelnen Ziffern der Aufgaben etwas auf? (Zusammenhang Ziffernunterschied und Ergebnis.)

Weiterarbeit
Wie in der Reihenübersicht (vgl. Basisinformationen zur Unterrichtsreihe) beschrieben, kann die Weiterarbeit folgendermaßen aussehen:

A) Kinder arbeiten auch nach der gemeinsamen Reflexion an den oben beschriebenen **Folgeaufträgen** weiter. Sie können die angesprochenen Entdeckungen nun noch einmal alleine oder mit einem Partner nachvollziehen und wiederholen.

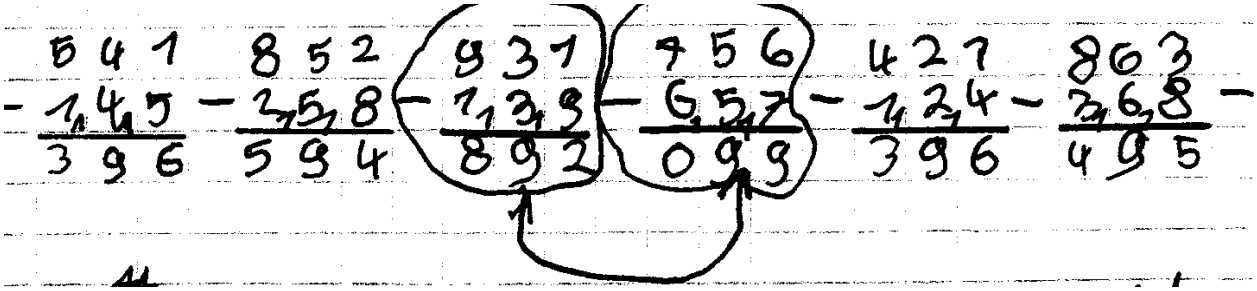
B) Kinder arbeiten an **Zusatzaufgaben** weiter (vgl. Schüler_Zusatzaufgaben).

C) Kinder versuchen gemeinsam mit der Lehrerin „**Beweise**“ darüber anzustellen, warum die Ergebniszahlen immer aus der Neunerreihe kommen. Durch die Visualisierung an der Hundertertafel oder am Zahlenstrich können Kinder die Zusammenhänge erkennen oder Beweisführungen gemeinsam mit der Lehrerin zumindest nachvollziehen.

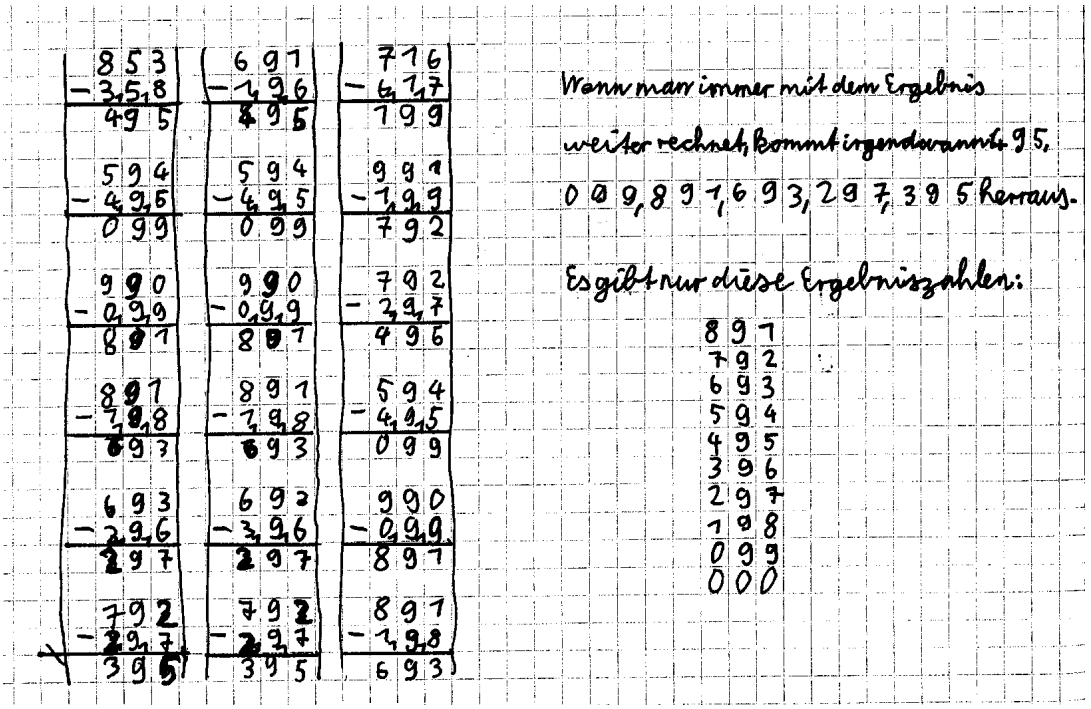
An dieser Stelle endet die 1. Einheit zu den Umkehrzahlen.
Es besteht die Möglichkeit einen Reflexionsbogen mit den Schülern durchzuführen, der als Selbsteinschätzungsbogen zur Überprüfung erreichter Kompetenzen eingesetzt werden kann.

Ausblick:
Nach Einführung des Algorithmus der schriftlichen Subtraktion kann im 3. und 4. Schuljahr weiter an Aufgaben mit Zahlenmustern gearbeitet werden. Dabei können die Kinder Kriterien zum Erforschen zunehmend selbstständig anwenden (vgl. Schüler_dreistellig/IRI/Minustürme, Lehrer_Schülerdokumente).

Eigenproduktionen zur Startaufgabe:

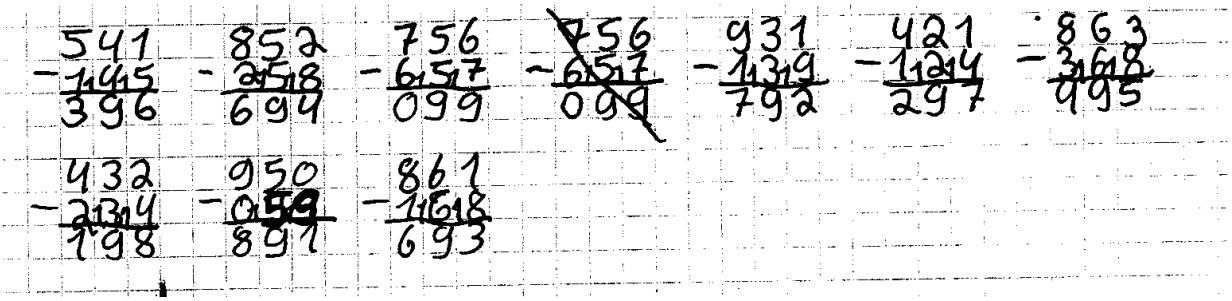


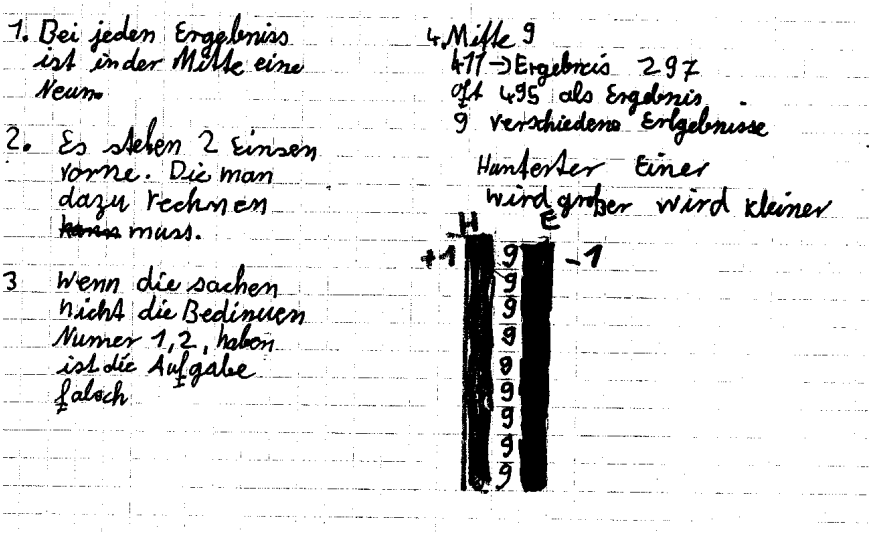
Mir ist aufgefallen das es ganz schön schwer ist sich immer neue Zahlen auszurechnen. Es gab nur 8 verschiedene Ergebnisse und zwar: 495, 099, 693, 792, 198, 297, 000, 594. Mehr habe ich nicht gefunden es kann auch sein das es mehr gibt. Bei fast allen Ergebnissen kommt eine 9 in der Mitte vor. 891 und 396 gibts nach.

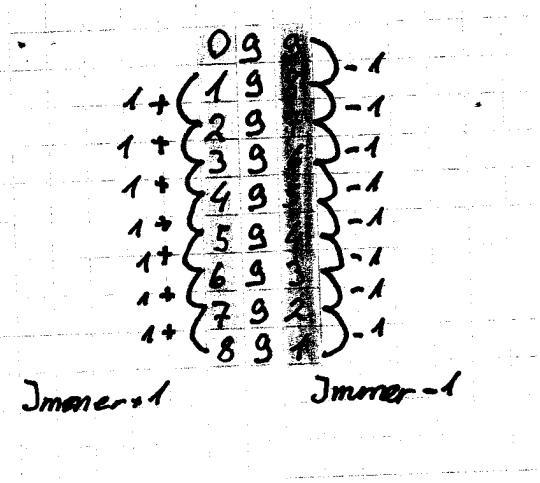


Schülerdokumente
zu dreistelligen Umkehrzahlen

Aufgaben ausrechnen, Ergebnisse nach der Größe ordnen







Schülerdokumente
zu dreistelligen Umkehrzahlen

Aufgaben zum vorgegebenen Ergebnis

Wenn der Unterschied zwischen dem Hunderter und dem Einer mehr als 0 ist ist das Ergebnis 99 oder 198 oder 297 und so weiter bis 891.

Aber wenn der Unterschied 1 ist kommt 99 heraus, wenn er 2 ist 198, wenn er 3 ist es 297 und so weiter bis er 9 ist und das Ergebnis 891

Wenn das Ergebnis 297 ist muss die Aufgabe 701 gerechnet werden dann wird auch wieder 297.

−630	−620	−670	−650	−660	−670	−680
336	026	076	056	066	076	086
594	594	594	594	594	594	594

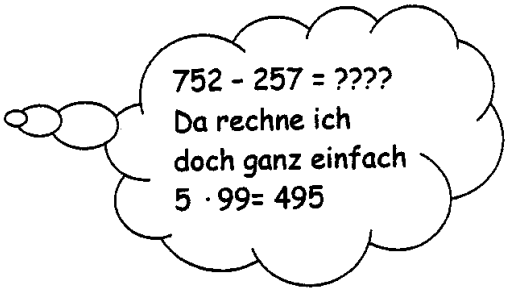
−690
096
594

Wir haben den Zehner verändert.

Begründung: Es ist immer egal welcher Zehner in der ~~Mitte~~ Mitte steht. Aber beim Hunderter und beim Einer ist es nicht egal was es für eine Ziffer ist. Bei der Hunderter und Einerstelle ist der unterschied immer 6. sechs.

913 – 943 – 963

Stimmt das? Überprüfe und begründe!



Man kann mit Malaufgaben den Unterschied berechnen.

Wir haben herausgefunden dass wenn man den Unterschied der Zahlen berechnet, kann ich mit Malaufgaben die Ergebnis-Zahl finden.

392 − 293 = 099 — 1. 99 = 99

694 − 496 = 198 — 2. 99 = ~~489~~ 198

895 − 598 = 297 — 3. 99 = ~~99~~ 297

975 − 579 = 396 — 4. 99 = 396

752 − 257 = 495 — 5. 99 = 495

872 − 278 = 594 — 6. 99 = 594

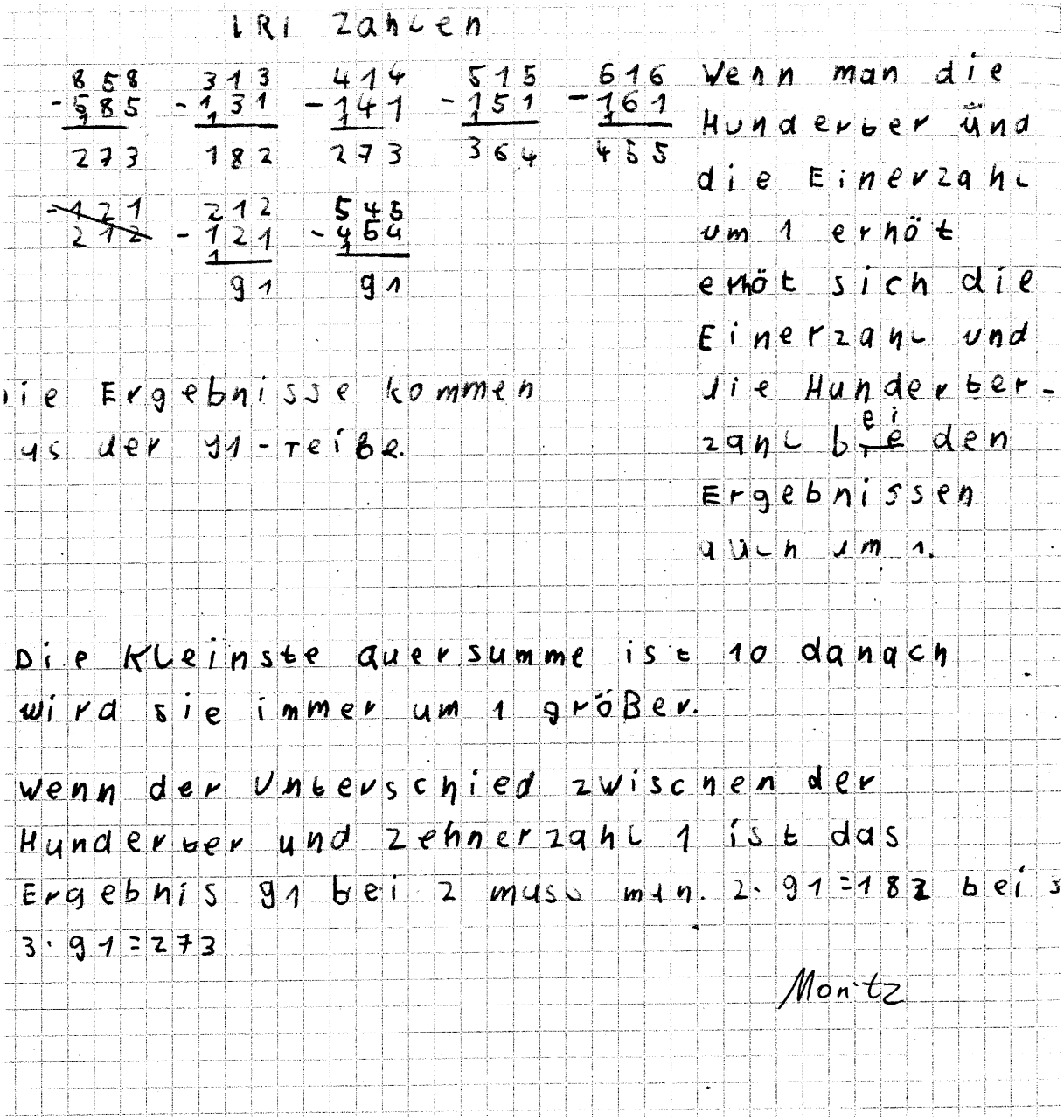
962 − 269 = 693 — 7. 99 = 693

981 − 189 = 792 — 8. 99 = 792

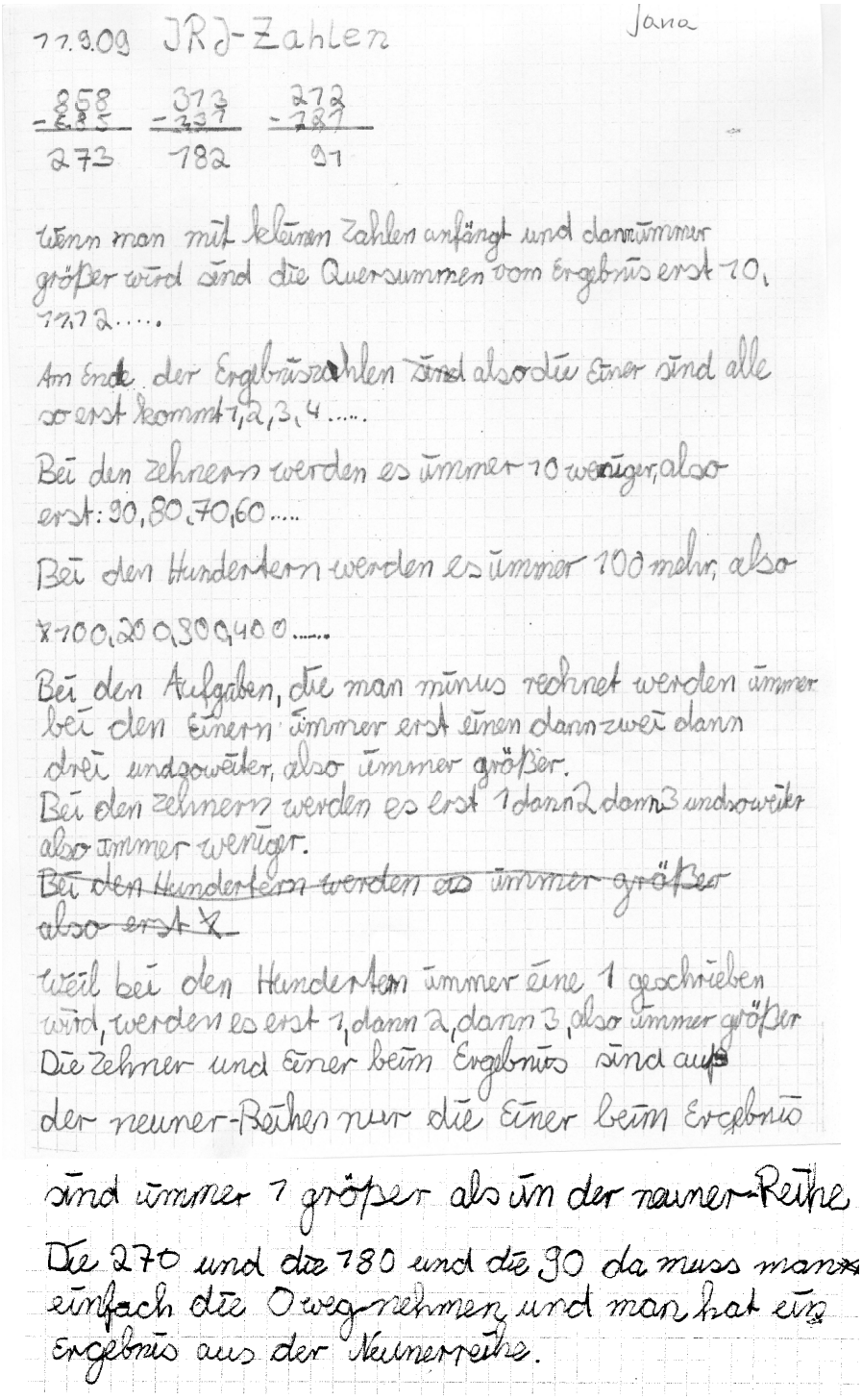
910 − 019 = 891 — 9. 99 = 891

Die Schülerdokumente zur Variation „IRI-Zahlen“ verdeutlichen, dass die Schülerinnen und Schüler die Kriterien zum Erforschen von Aufgaben mit Zahlenmustern zunehmend selbstständig nutzen, ihre Entdeckungen ausführlicher beschreiben und insgesamt eine Entwicklung in der Förderung der prozessbezogenen Kompetenzen gemacht haben.

Beispiel 1



Beispiel 2:



11.9.09 JRG-Zahlen Jana

858 − 585 = 273 | 373 − 337 = 182 | 272 − 181 = 91

Wenn man mit kleinen Zahlen anfängt und dann immer größer wird sind die Quersummen vom Ergebnis erst 10, 11, 12 ....

Am Ende der Ergebniszahlen sind also die Einer sind alle so erst kommt 1, 2, 3, 4 .....

Bei den zehnern werden es immer 10 weniger, also erst: 90, 80, 70, 60 ....

Bei den Hundertern werden es immer 100 mehr, also

x 100, 200, 300, 400 .....

Bei den Aufgaben, die man minus rechnet werden immer bei den Einern immer erst einen dann zwei dann drei und so weiter, also immer größer.
Bei den zehnern werden es erst 1 dann 2 dann 3 und so weiter also immer weniger.
~~Bei den Hundertern werden es immer größer also erst x~~

weil bei den Hundertern immer eine 1 geschrieben wird, werden es erst 1, dann 2, dann 3, also immer größer
Die Zehner und Einer beim Ergebnis sind auch der neuner-Reihen nur die Einer beim Ergebnis sind immer 1 größer als in der neuner-Reihe

Die 270 und die 180 und die 90 da muss man einfach die 0 weg-nehmen und man hat ein Ergebnis aus der Neunerreihe.

UMKEHRZAHLEN - Startaufgabe



PIKO sagt:

Wenn du bei einer Zahl ihre Ziffern vertauschst, erhältst du ihre UMKEHRZAHL. Die Umkehrzahl von 85 ist dann 58.



- Wähle nun selbst eine zweistellige Zahl. Schreibe ihre Umkehrzahl dazu.
  Ziehe die kleinere von der größeren Zahl ab.
  Rechne mindestens 12 weitere Aufgaben. Beispiel: 85 – 58 = ____

●● Was fällt dir (bei den Ergebnissen) auf? Beschreibe das in deinem Heft.

UMKEHRZAHLEN - Startaufgabe



PIKO sagt:

Wenn du bei einer Zahl ihre Ziffern vertauschst, erhältst du ihre UMKEHRZAHL. Die Umkehrzahl von 85 ist dann 58.

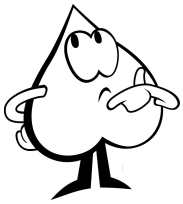


- Wähle nun selbst eine zweistellige Zahl. Schreibe ihre Umkehrzahl dazu.
  Ziehe die kleinere von der größeren Zahl ab.
  Rechne mindestens 12 weitere Aufgaben. Beispiel: 85 – 58 = ____

●● Was fällt dir (bei den Ergebnissen) auf? Beschreibe das in deinem Heft.

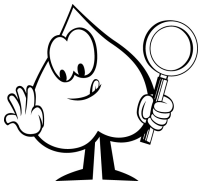
Hallo Kinder!
Schaut bei den Aufgaben immer genau, was ich euch sagen will.

Manchmal sehe ich nämlich so aus…



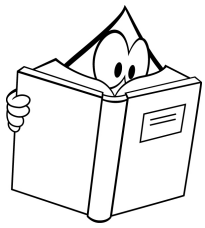
PIKO stellt dir eine knifflige Aufgabe!

oder so…



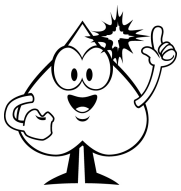
PIKO hat sich etwas überlegt, das du erforschen musst!
(Dafür brauchst du ein bisschen Zeit und Geduld!!)

oder so…



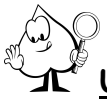
PIKO hat eine Information für dich!
Mach dich schlau!

oder so…



PIKO hat einen Tipp für dich!

Viel Spaß beim Forschen!



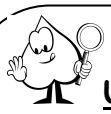
UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 1

• • Überlege weiter:

1. Wie viele unterschiedliche Ergebnisse hast du gefunden?
2. Wie viele Aufgaben hast du zu den unterschiedlichen Ergebnissen gefunden?
3. Suche dir einen Partner. Versucht dann gemeinsam die Ergebnisse zu sortieren. Überlegt: Habt ihr alle Aufgaben gefunden? Gibt es noch andere?



Pikos Tipp zu 3.: Schreibt jede Aufgabe und jedes Ergebnis auf eine Karte. Sortiert dann die Aufgabenkarten zu den Ergebniskarten!



UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 2

• • Rechne die Aufgaben aus.

96 – 69 = _____ 85 – 58 = _____

• • Kannst du noch mehr Umkehraufgaben zu diesem Ergebnis finden? Schreibe sie auf!

• • • Erkläre, wie du die Aufgaben gefunden hast!



UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 3

- Rechne diese Aufgaben aus.

  98 - 89 = _____ 54 - 45 = _____ 76 - 67 = _____

- • PIKO verrät dir, dass es insgesamt 9 Aufgaben zu dem Ergebnis 9 gibt. Kannst du die fehlenden Aufgaben finden? Schreibe sie auf.

- • • Erkläre, wie du die Aufgaben gefunden hast!

Extraaufgabe:

- • Suche dir einen Partner. Vergleicht eure Lösungen. Könnt ihr einen Tipp aufschreiben, wie man alle Aufgaben finden kann?

UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 4



Betrachte die Zahl 74. Der Unterschied zwischen den Ziffern 7 und 4 beträgt 3! Man sagt dann: „Der Ziffernunterschied bei der Zahl 74 beträgt 3.“



- • Wähle andere Zahlen, bei denen der Ziffernunterschied **3** beträgt. Bilde nun wieder ihre Umkehrzahl und ziehe voneinander ab (74 - 47= ___). Beschreibe, was dir auffällt!

- • Wähle dann Zahlen aus, bei denen der Ziffernunterschied **5** beträgt. Rechne wieder mit den Umkehrzahlen. Beschreibe, was dir auffällt!

- • Wähle nun einen eigenen Ziffernunterschied. Rechne wie zuvor. Beschreibe, was dir auffällt.

Wortsammlung zu Umkehrzahlen

Einer und Zehner vertauschen 85 58

abziehen heißt subtrahieren

Ergebnis

Ziffer

Unterschied

Eigene Ideen

Hilfen zum Beschreiben von Entdeckungen:

Der Einer wird immer um ___ kleiner
_____ wird immer um ___ größer

Wenn der Unterschied zwischen den Ziffern _____
ist, dann ist das Ergebnis _____.

Der Einer wird immer um _____ kleiner.
Der _____ wird immer um _____ größer.

Eigene Ideen

UMKEHRZAHLEN – Zusatzaufgabe 1

• • • Stimmt das? Überprüfe und versuche zu begründen!

1. 72 – 27 = ????
Da rechne ich
doch ganz einfach
5 · 9 = 45

2. Bei den
Umkehrzahlen
kann **kein**
größeres Ergebnis
als 81
herauskommen!

UMKEHRZAHLEN – Zusatzaufgabe 2

Piko sagt: „Ich weiß was!
Wenn du zu einer Ergebniszahl (also 9, 18, 27…) die Umkehrzahl bildet und diese beiden Zahlen addiert, so ist das Ergebnis dieser Rechnung immer 99.“

• • Suche dir einen Partner. Überprüft gemeinsam Pikos „Schlau-mach-Satz“ an einigen Ergebniszahlen.

• • • Könnt Ihr eine Erklärung dafür finden?



UMKEHRZAHLEN – Zusatzaufgabe 3

PIKO hat einen weiteren tollen Forscherauftrag für dich ausgedacht! Los geht's!!!

Überprüfe jetzt, was passiert, wenn man die Umkehrzahlen addiert (also: 85 + 58 = ___)

- Probiere aus und überlege:

  1. Wie viele unterschiedliche Ergebnisse gibt es?
  2. Wie viele Aufgaben gehören zu jeder Ergebniszahl?
  3. Beschreibe, was dir bei den Ergebniszahlen auffällt!



Umkehrzahlen – Zusatzaufgabe 4

PIKO findet, dass du bei den Minusaufgaben zu den zweistelligen Umkehrzahlen schon sehr viel entdeckt hast. Er fragt dich nun: Kannst du das auch mit größeren Zahlen???

- Überprüfe jetzt, was passiert, wenn man dreistellige Umkehrzahlen subtrahiert.
  (Zum Beispiel: 735 – 537 = ___)

- Suche dir einen Partner.
  Überlegt gemeinsam: Wie viele unterschiedliche Ergebnisse gibt es?
  Beschreibt, was euch bei den Ergebnissen auffällt!

Name:_____ Datum:_____

1. In dieser Tabelle stehen alle Aufgaben, die wir gefunden haben:

9	**18**	**27**	**36**	**45**	**54**	**63**	**72**	**81**
98-89=9	97-79=18	96-69=27	95-59=36	94-49=45	93-39=54	92-29=63	91-19=72	90-09=81
87-78=9	86-68=18	85-58=27	84-48=36	83-38=45	82-28=54	81-18=63	80-08=72	
76-67=9	75-57=18	74-47=27	73-37=36	72-27=45	71-17=54	70-07=63		
65-56=9	64-46=18	63-36=27	62-26=36	61-16=45	60-06=54			
54-45=9	53-35=18	52-25=27	51-15=36	50-05=45				
43-34=9	42-24=18	41-14=27	40-04=36					
32-23=9	31-13=18	30-03=27						
21-12=9	20-02=18							
10-01=9								

Überlege nun genau, welche Sätze zutreffen.

Kreuze so an: 👍 richtig 👎 falsch **?** ich weiß nicht recht

	👍	👎	?
Es gibt insgesamt 45 Aufgaben.			
Die Ergebniszahlen gehören zur 9er-Reihe.			
Es gibt insgesamt 10 verschiedene Ergebnisse.			
Die Ergebniszahl 9 hat die meisten Aufgaben.			
Es gibt keine größere Ergebniszahl als 81.			
90 ist die größte Ergebniszahl.			
Man findet weitere Aufgaben zu einer Ergebniszahl, wenn man den Zehner verkleinert und den Einer vergrößert.			
Man findet weitere Aufgaben zu einer Ergebniszahl, wenn man den Zehner verkleinert und den Einer verkleinert.			
Man findet weitere Aufgaben zu einer Ergebniszahl, wenn man den Zehner vergrößert und den Einer vergrößert.			
Wenn der Unterschied zwischen den Ziffern 7 beträgt, ist das Ergebnis der Aufgabe 63.			
72 – 27 = ??? Da rechne ich doch ganz einfach: 5 · 9 = 45			
Die Ergebniszahlen sind auch wieder Umkehrzahlen.			
Wenn man die Ergebniszahlen zusammenzieht (addiert), so erhält man 99.			

Kannst du noch weitere Sätze finden?

	👍	👎	?

2. Schätze dich selbst ein:

	😃	🙂	😮	😐
Ich hatte keine Schwierigkeiten, die Minusaufgaben zu rechnen.				
Ich habe die Startaufgabe und ____ Forscheraufträge alleine geschafft.				
Ich weiß jetzt, wie ich zu Ergebnissen Aufgaben mit Umkehrzahlen finden kann.				
Ich konnte meine Entdeckungen beschreiben.				
Beim Beschreiben von Entdeckungen hat mir besonders geholfen:				

Das meint meine Lehrerin dazu:



„Wir forschen zu dreistelligen Umkehrzahlen“

Schülermaterial Startaufgabe

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN - Startaufgabe



- Dies sind Umkehrzahlen, die aus Hundertern, Zehnern und Einern bestehen. Schreibe die Aufgaben in dein Heft und rechne sie aus.

853	694	716
-358	-496	-617

Bilde selbst eigene Aufgaben mit Umkehrzahlen und rechne sie aus.



Pikos Tipp: Benutzte deine Ziffernkärtchen zum Bilden der Aufgaben!

- Kannst du schon etwas über die Ergebnisse sagen?

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN - Startaufgabe



- Dies sind Umkehrzahlen, die aus Hundertern, Zehnern und Einern bestehen. Schreibe die Aufgaben in dein Heft und rechne sie aus.

853	694	716
-358	-496	-617

Bilde selbst eigene Aufgaben mit Umkehrzahlen und rechne sie aus.

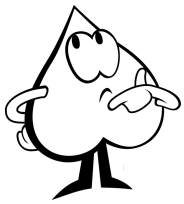


Pikos Tipp: Benutzte deine Ziffernkärtchen zum Bilden der Aufgaben!

- Kannst du schon etwas über die Ergebnisse sagen?

Hallo Kinder!!!
Schaut bei den Aufgabenschnipseln immer genau, was ich euch sagen will!

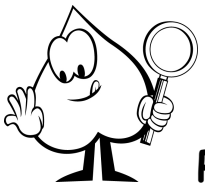
Manchmal sehe ich nämlich so aus…



PIKO stellt dir eine knifflige Aufgabe!

---

oder so…

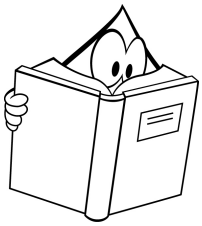


PIKO hat sich etwas überlegt, das du erforschen musst!

(Dafür brauchst du ein bisschen Zeit und Geduld!!)

---

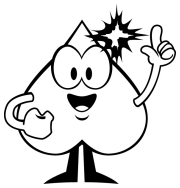
oder so…



PIKO hat eine Information für dich!
Mach dich schlau!

---

oder so…



PIKO hat einen Tipp für dich!

VIEL SPAß BEIM FORSCHEN!

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 1



- Rechne diese Aufgaben in deinem Heft aus:

541	852	756	931	421	863	432	950	861
-145	-258	-657	-139	-124	-368	-234	- 59	-168

- Ordne die Ergebnisse nach der Größe und beschreibe, was dir auffällt.



Pikos Tipp:
Diese Wörter können dir bei der Beschreibung helfen:
Hunderter – Zehner – Einer – Quersumme - Unterschied

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 2



- Diese Aufgaben haben dasselbe Ergebnis. Schreibe sie in dein Heft und rechne aus

953	741	862
-359	-147	-268

Kannst du noch mehr Aufgaben zu diesem Ergebnis finden?



Pikos Tipp:
Beachte den Unterschied zwischen der Hunderter- und der Einerstelle!

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 3



- Rechne diese Aufgaben aus.

754	481
-457	-184

Der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Einerstelle beträgt ____.
Die Ergebniszahl heißt dann 297.

917	361
-719	-163

Der Unterschied zwischen der Hunderter- und der Einerstelle beträgt ____.
Die Ergebniszahl heißt dann _____.

- Untersuche weitere dreistellige Umkehrzahlen. Beachte den Unterschied zwischen Hunderter- und Einerstelle.

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN – Forscherauftrag 4



Bei den dreistelligen Umkehrzahlen habt ihr schon viele Entdeckungen gemacht. Hier kannst du deine Entdeckungen und andere Forschersätze aufschreiben. Kreuze die richtigen Aussagen an.

- ○ Die mittlere Ziffer in der Ergebniszahl ist immer eine 9.
- ○ Die Ergebniszahlen sind Umkehrzahlen.
- ○ _____
  _____
- ○ _____
  _____
- ○ _____
  _____
- ○ _____
  _____
- ○ _____
  _____
- ○ _____
  _____

„Wir forschen zu dreistelligen Umkehrzahlen“
Schülermaterial Zusatzaufgaben

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN – Zusatzaufgabe 1



••• Stimmt das? Überprüfe und begründe!

752 – 257 = ????
Da rechne ich doch ganz einfach
5 · 99= 495

Bei den Umkehrzahlen kann kein größeres Ergebnis als 891 herauskommen!

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN – Zusatzaufgabe 2



••• Überlege: Warum ist die Ergebniszahl immer ein Vielfaches von 99?
Für deine Forschungen brauchst du die Stellentafel und Plättchen.

Ich lege 536 in die Stellentafel und verschiebe ein Plättchen so, das 635 entseht.

H	Z	E
OOOOO +100 OOOOOO	OOO	OOOOOO -1 OOOOO
Insgesamt wird 536 um 100-1=99 größer.		

Zeichne 538 in die Stellentafel und verschiebe die Plättchen so, dass 835 entsteht.

H	Z	E
+_____		-_____
Insgesamt wird 835 um _____ größer.		

DREISTELLIGE UMKEHRZAHLEN – Zusatzaufgabe 3



Mache dich schlau:
Wenn du zu einer Ergebniszahl die Umkehrzahl bildest und diese beiden Zahlen addierst, so ist das Ergebnis dieser Rechnung immer 1089.

••• Suche dir einen Partner.
Überprüft gemeinsam Pikos „Schlau-mach-Satz“ an einigen Ergebniszahlen.

Begründet, warum das Egebnis immer 1089 ist.

Schülermaterial Startaufgabe

IRI-ZAHLEN - Startaufgabe



- Das sind ganz besondere Minusaufgaben:

727	858	313	212
-272	-585	-131	-121

Kannst du erklären, warum diese Zahlen „IRI-Zahlen“ heißen?

IRI-ZAHLEN - Startaufgabe



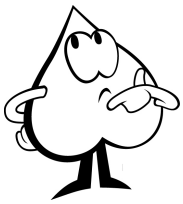
- Das sind ganz besondere Minusaufgaben:

727	858	313	212
-272	-585	-131	-121

Kannst du erklären, warum diese Zahlen „IRI-Zahlen“ heißen?.

Hallo Kinder!
Schaut bei den Aufgaben immer genau, was ich euch sagen will.

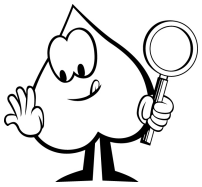
Manchmal sehe ich nämlich so aus…



PIKO stellt dir eine knifflige Aufgabe!

---

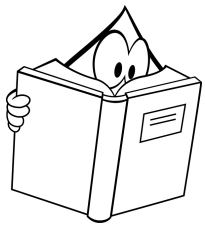
oder so…



PIKO hat sich etwas überlegt, das du erforschen musst!
(Dafür brauchst du ein bisschen Zeit und Geduld!!)

---

oder so…



PIKO hat eine Information für dich!
Mach dich schlau!

---

oder so…



PIKO hat einen Tipp für dich!

Viel Spaß beim Forschen!

Schülermaterial Folgeaufträge

IRI-ZAHLEN – Forscherauftrag 1



- 1) Rechne die Aufgaben aus der Startaufgabe in deinem Heft aus.

  2) Bilde zu diesen Zahlen jeweils die zweite Zahl und rechne die Minusaufgaben in deinem Heft aus.

  939 414 565

- •• Kannst du schon etwas über die Ergebnisse sagen?

IRI-ZAHLEN – Forscherauftrag 2



- Bilde selbst 12 Minusaufgaben mit IRI-Zahlen und rechne sie in deinem Heft aus.

- •• Sieh dir die Ergebnisse an: Was fällt dir auf?



Pikos Tipps:

* Dies kann dir bei deinen Forschungen helfen:
  Quersumme, Einer-Zehner-Hunderter, ___ wird immer um ___ kleiner, ____ wird immer um ____ größer
* Benutze farbige Stifte um einzuzeichnen, was dir auffällt.

IRI-ZAHLEN – Forscherauftrag 3



•• Schreibe die Aufgaben in dein Heft und rechne sie aus.
Kannst du noch jeweils eine weitere Aufgabe finden?

a)
$$\begin{array}{r} 545 \\ -454 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 878 \\ -787 \\ \hline \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 868 \\ -686 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 424 \\ -242 \\ \hline \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 414 \\ -141 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 747 \\ -474 \\ \hline \end{array}$$

••• Kannst du erklären, wie man passende Aufgaben zu den Ergebniszahlen finden kann?

_____
_____
_____
_____
_____

IRI-ZAHLEN – Forscherauftrag 4



Bei den IRI-Zahlen habt ihr schon viele Entdeckungen gemacht. Hier kannst du deine Entdeckungen überprüfen.

Kreuze die richtigen Antworten an:

- ○ Das größte Ergebnis ist 819.
- ○ Zu jedem Ergebnis gibt es mehrere Aufgaben.
- ○ Zur kleinsten Ergebniszahl gibt es die meisten Aufgaben.
- ○ Die Ergebnisse sind wieder IRI-Zahlen.
- ○ Es hängt von der Differenz der Ziffern in den IRI-Zahlen ab, welches Ergebnis man erhält.
- ○ Die Quersumme jeder Ergebniszahl beträgt 18.
- ○ Die Ergebnisse wachsen nicht immer um dieselbe Zahl.
- ○ Es gibt 9 verschiedene Ergebnisse.
- ○ Das kleinste Ergebnis ist 91. Das nächste Ergebnis ist genau um 91 größer (182).

- ○ _____
- ○ _____
- ○ _____

Schülermaterial Zusatzaufgaben

IRI-ZAHLEN – Zusatzaufgabe 1



••• Überlege: Warum ist die Ergebniszahl immer ein Vielfaches von 91?
Für deine Forschungen brauchst du die Stellentafel und Plättchen.

Zeichne 232 in die Stellentafel und zeige, wie 323 entseht.

H	Z	E
OO **+100** OOO	OOO **-10** OO	OO **+1** OOO
Insgesamt wird 232 um 100 - 10 + 1 = 91 größer.		

Zeichne 353 in die Stellentafel und zeichne ein, wie 535 entsteht.

H	Z	E
+_____	-_____	+_____
Insgesamt wird 353 um _____ größer.		

IRI-ZAHLEN – Zusatzaufgabe 2



••• Bei den IRI-Zahlen habt ihr schon viele Entdeckungen gemacht.

Überprüft jetzt, was passiert, wenn man Minusaufgaben mit AAL-Zahlen (775 – 557 = ____) rechnet.

Wie viele unterschiedliche Ergebnisse gibt es?
Welche Besonderheiten fallen bei den Ergebnissen auf?
Kannst du deine Entdeckungen erklären?

Schülermaterial Startaufgabe

MINUSTÜRME- Startaufgabe

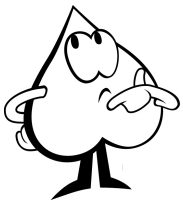


- Minustürme werden mit besonderen Minusaufgaben gebaut.
  Wähle 3 Ziffern zwischen 0 und 9, zum Beispiel 5 7 9
  und bilde aus ihnen die größte und die kleinste Zahl. Subtrahiere die kleinere von der größeren Zahl. Aus dem Ergebnis bildest du wieder die kleinste und die größte Zahl. Rechne so weiter, bis das Ergebnis die gleichen Ziffern hat wie das vorherige Ergebnis.

5	7	9
975 -579 396		
963 -369 594		
954 -459 495		

Hallo Kinder!
Schaut bei den Aufgaben immer genau, was ich euch sagen will.

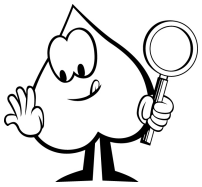
Manchmal sehe ich nämlich so aus…



PIKO stellt dir eine knifflige Aufgabe!

---

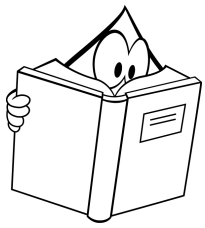
oder so…



PIKO hat sich etwas überlegt, das du erforschen musst!
(Dafür brauchst du ein bisschen Zeit und Geduld!!)

---

oder so…



PIKO hat eine Information für dich!
Mach dich schlau!

---

oder so…



PIKO hat einen Tipp für dich!

Viel Spaß beim Forschen!

Schülermaterial Folgeaufträge

MINUSTÜRME – Forscherauftrag 1



- Bilde zu diesen Ziffern jeweils die größte und die kleinste Zahl und rechne die Minustürme in deinem Heft aus.

a)	b)	c)
9 3 7	5 2 3	5 6 4

•• Kannst du schon etwas über die Ergebnisse sagen?

MINUSTÜRME– Forscherauftrag 2



- Wähle eigene Zahlen und rechne mit ihnen die Minustürme aus.

•• Betrachte und beschreibe die Ergebnisse innerhalb des Turmes genau.

Wie viele verschiedene Ergebnisse hast du gefunden?



Pikos Tipp:
Du kannst die Besonderheiten in deinen Minustürmen auch mit Buntstiften markieren.

MINUSTÜRME – Forscherauftrag 3



- Betrachte deine gefundenen Minustürme und ordne sie nach der Anzahl ihrer Stockwerke.
  Wie viele unterschiedlich hohe Minustürme hast du gefunden?

••• Kannst du einen Tipp geben, wie man die Ziffern wählen muss, damit der Turm 5 Stockwerke hat?

_____
_____
_____
_____
_____

Schülermaterial Zusatzaufgabe

MINUSTÜRME – Zusatzaufgabe



••• Überlege: Warum ist die Ergebniszahl immer ein Vielfaches von 99?
Für deine Forschungen brauchst du die Stellentafel.

Zeichne 764 in die Stellentafel und zeige, wie 467 entseht.

H	Z	E
OOOOO OO **-300** OOOO	OOOOO O OOOOO O	OOOO **+3** OOOOO OO
Insgesamt wird 764 um 300 - 3 = 297 kleiner.		

Zeichne 842 in die Stellentafel und zeichne ein, wie 248 entsteht.

H	Z	E
-_____		+_____
Insgesamt wird 842 um _____ kleiner.		

Schülermaterial Startaufgabe

ANNA-ZAHLEN - Startaufgabe



- Das sind ganz besondere Minusaufgaben:

7227	8558	3113	2112
-2772	-5885	-1331	-1221

Kannst du erklären, warum diese Zahlen „ANNA-Zahlen“ heißen?

_____

_____

_____

_____

ANNA-ZAHLEN - Startaufgabe



- Das sind ganz besondere Minusaufgaben:

7227	8558	3113	2112
-2772	-5885	-1331	-1221

Kannst du erklären, warum diese Zahlen „ANNA-Zahlen“ heißen?

_____

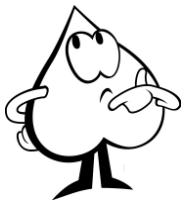
_____

_____

_____

Hallo Kinder!!!
Schaut bei den Aufgabenschnipseln immer genau, was ich euch sagen will!

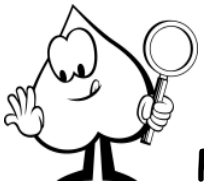
Manchmal sehe ich nämlich so aus…



PIKO stellt dir eine knifflige Aufgabe!

---

oder so…

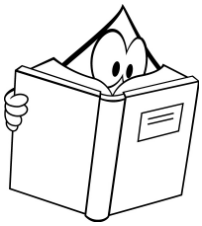


PIKO hat sich etwas überlegt, das du erforschen musst!

(Dafür brauchst du ein bisschen Zeit und Geduld!!)

---

oder so…



PIKO hat eine Information für dich!
Mach dich schlau!

---

oder so…



PIKO hat einen Tipp für dich!

VIEL SPAß BEIM FORSCHEN!

ANNA-ZAHLEN – Forscherauftrag 1



- 1) Rechne die Aufgaben aus der Startaufgabe in deinem Heft aus.

  2) Bilde zu diesen Zahlen jeweils die zweite Zahl und rechne die Minusaufgaben in deinem Heft aus.

  9339 4114 5665

- •• Kannst du schon etwas über die Ergebnisse sagen?

ANNA-ZAHLEN – Forscherauftrag 2



- Bilde selbst 12 Minusaufgaben mit ANNA-Zahlen und rechne sie in deinem Heft aus.

- •• Sieh dir die Ergebnisse an: Was fällt dir auf?



Pikos Tipps:

* Dies kann dir bei deinen Forschungen helfen:
  Quersumme, Einer-Zehner-Hunderter-Tausender , ___ wird immer um ___ kleiner, ____ wird immer um ____ größer
* Benutze farbige Stifte um einzuzeichnen, was dir auffällt.

ANNA-ZAHLEN – Forscherauftrag 3



•• Schreibe die Aufgaben in dein Heft und rechne sie aus.
Kannst du noch jeweils eine weitere Aufgabe finden?

a) 5445 8778
-4554 -7887

b) 8668 4224
-6886 -2442

c) 4114 7447
-1441 -4774

••• Kannst du erklären, wie man passende Aufgaben zu den Ergebniszahlen finden kann?

_____
_____
_____
_____
_____

ANNA-ZAHLEN – Forscherauftrag 4



Bei den ANNA-Zahlen habt ihr schon viele Entdeckungen gemacht. Hier kannst du deine Entdeckungen überprüfen.

Kreuze die richtigen Antworten an:

- ○ Das kleinste Ergebnis ist 891.
- ○ Zu jedem Ergebnis gibt es mehrere Aufgaben.
- ○ Von Ergebnis zu Ergebnis werden es immer 891 mehr.
- ○ Die Ergebnisse sind wieder ANNA-Zahlen.
- ○ Man findet weitere Aufgaben zu einer Ergebniszahl, wenn die Ziffern in der ANNA-Zahl den gleichen Unterschied haben.
- ○ Die Quersumme jeder Ergebniszahl beträgt 27.
- ○ Die Ergebnisse wachsen nicht immer um dieselbe Zahl.
- ○ Es gibt 20 verschiedene Ergebnisse.

- ○ _____
- ○ _____
- ○ _____

ANNA-ZAHLEN – Zusatzaufgabe 1



••• Überlege: Warum ist die Ergebniszahl immer ein Vielfaches von 891?
Für deine Forschungen brauchst du die Stellentafel und Plättchen.

Zeichne 2332 in die Stellentafel und zeige, wie 3223 entseht.

T	H	Z	E
OO +1000 OOO	OOO -100 OO	OOO -10 OO	OO +1 OOO
Insgesamt wird 2332 um 1000 – 100 – 10 + 1 = 891 größer			

Zeichne 3553 in die Stellentafel und zeichne ein, wie 5335 entsteht.

T	H	Z	E
+____	-___	-___	+___
Insgesamt wird 3553 um _____ größer			

ANNA-ZAHLEN – Zusatzaufgabe 2



••• Bei den ANNA-Zahlen habt ihr schon viele Entdeckungen gemacht.

Überprüft jetzt, was passiert, wenn man Minusaufgaben mit NANA-Zahlen (7575 – 5757 = ____) rechnet.

Wie viele unterschiedliche Ergebnisse gibt es?
Welche Besonderheiten fallen bei den Ergebnissen auf?
Kannst du deine Entdeckungen erklären?

Ein substanzielles Übungsformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe

„RECHEN-KWADRATE mit Ohren“ (Eren, 1. Klasse)

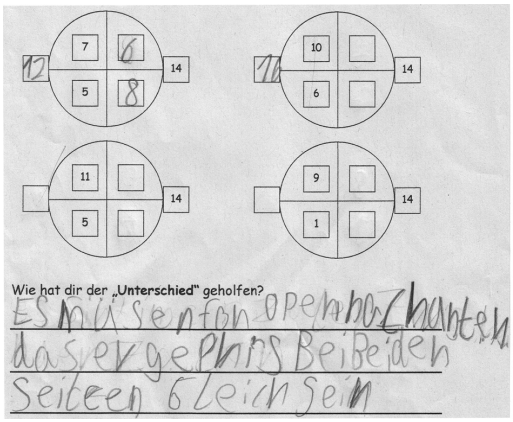


Abb. 1: „Caspar“

„Es müssen von oben nach unten das Ergebnis bei beiden Seiten gleich sein“, erklärt Caspar (7) und beschreibt hiermit die zentrale Lösungsbedingung für die Rechenquadrate – einem neu entwickelten substanziellen Aufgaben- und Übungsformat, welches in diesem Beitrag auf dem Hintergrund intensiver Praxiserprobung[1] vorgestellt wird.

Zur didaktischen Bedeutung

In den vergangenen zwanzig Jahren konnten sich substanzielle Übungsformate im Arithmetikunterricht der Grundschule mehr und mehr als differenzierte und differenzierende *Übungs-Werkzeuge* durchsetzen. – Aus gutem Grund: An die Stelle von selbstzweckorientiertem, sinn- und oft einsichtslosem *Päckchen-Rechnen* traten diese *neuen Übungs-Systeme*, weil sie zugleich

- die Förderung grundlegender Rechenfertigkeiten und allgemeiner Fähigkeiten, wie bspw. Kreativität und insbesondere das Argumentieren und Begründen,
- und die Differenzierung vom Schüler und von der Sache aus zum erklärten Ziel haben.

Im Sinne eines *entdeckenden Übens und übenden Entdeckens* (Winter, 1984) werden dadurch gleichermaßen inhaltliche, methodisch-didaktische und allgemeine Ziele integriert verfolgt (vgl. auch Krauthausen, 1995; 1998) – mit den Worten des neuen Lehrplans: Es werden inhaltsbezogene *und* prozessbezogene Kompetenzen fokussiert.
Kurz: Nach dem Motto „Eines für alles“ – eignet sich ein derartiges Format als *intelligentes Aufgaben- und Übungs-System* zum Üben, zum Entdecken – Beschreiben – Begründen und zum Differenzieren. Zur ikonischen Darstellung eines solchen Übungsformats werden zumeist die arithmetischen (Grund-)Strukturen (d.h. die Bildungsregel(n) und/oder die mathematische Hintergrundtheorie) – mit dem Ziel der *unterstützenden Veranschaulichung* – in einem geeigneten *geometrischen Korsett versteckt*.

Charakteristika und Potenziale

Ein *mathematisch bedeutsamer Inhalt* bildet das *Kernstück* und damit die *Grundlage* eines substanziellen Aufgaben- und Übungsformats. Auf einer solchen Basis lassen sich überhaupt erst gehaltvolle Frage- und Problemkontexte entwickeln. Idealerweise ist dabei von einem Inhalt auszugehen, der *spiralcurriculare Bedeutsamkeit* über unterschiedliche Schulstufen besitzt. Durch die Einbindung des *operativen Prinzips* (vgl. Aebli, 1985 und Wittmann, 1985) werden *„Was passiert, wenn …?“ – Fragen* und Vollständigkeitsbetrachtungen ermöglicht, die mit dem Ziel zu erforschen sind, *der Sache auf den Grund zu gehen*: Innerhalb unterschiedlicher *Gegeben-Gesucht-Situationen* müssen dazu Veränderungen wahrgenommen, erkannt und selber vorgenommen werden, um Zusammenhänge zu entdecken, die zu beschreiben und begründen sind.
Die *Berücksichtigung zusätzlicher Bedingungen* und die *Erweiterung des Formats* stellen weitere Variationsmöglichkeiten zur Entwicklung von *Forscheraufträgen* dar**,** wodurch sich die tatsächliche Gehaltfülle des Aufgabenformats mehr und mehr erschließen lässt.

So eröffnet sich eine Vielfalt differenzierter Aufgabentypen und Anspruchsniveaus, die

- von allen Schülern entsprechend ihrer Fähigkeiten und Fertigkeiten bearbeitet bzw. selber (weiter-) entwickelt werden kann.
- neben dem Üben grundlegender Rechenfertigkeiten insbesondere durch die anspruchsvolleren Aufgabenstellungen und -typen das Begründen eigener Vorgehensweisen und *entdeckter* Zusammenhänge erfordert.
- unterschiedliche Lösungen und Wege zulässt.

Eine Auseinandersetzung in diesem Sinne ermöglicht es, zu dem *mathematischen Kernstück* ein *Proto-Verständnis auf intuitivem Erfahrungsniveau* anzubahnen – *jenseits formeller Strukturen,* vor der inhaltlich-systematischen Behandlung in nachfolgenden Schulstufen.

Was ist ein Rechenquadrat mit Ohren? – Die Sachstruktur

Das Format *Rechenquadrat* (Abb. 2) basiert auf den folgenden Regeln:

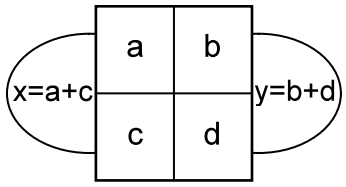
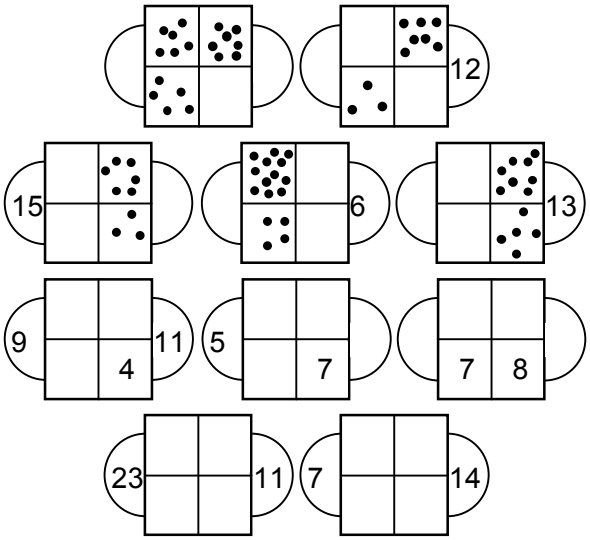


Abb. 2: Übungsformat „Rechenquadrat mit äußeren Zahlen“ in allgemeiner Darstellung

Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen (Innere Zahlen): Die Summen der Basiszahlen jeder Zeile müssen identisch sein.
a+b=c+d
Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen und den äußeren Zahlen: Die Summe der Basiszahlen einer Spalte wird als Ergebnis in das anliegende äußere Zahlenfeld – im Sprachjargon der Kinder: „… in das anliegende äußere Ohr“ – eingetragen.
x=a+c und *y=b+d*

Zum *Warm Up* probieren Sie selber einmal die folgenden Aufgabentypen des Formats zu lösen: *Wie viele* Lösungen kann es jeweils *warum* geben?



In Abhängigkeit davon, wie viele und welche Einträge vorgegeben sind, müssen zur Erstellung eines Rechenquadrats Additionsaufgaben, Subtraktions- bzw. Ergänzungsaufgaben ausgerechnet und/ oder geeignete Zahlzerlegungen ermittelt werden. Dabei führt die Anwendung der zweiten Regel (*Spaltensumme*) vom einfachen Ausrechnen (Aufgabentypen mit gegebenen Basiszahlen) bis hin zum Ermitteln geeigneter Zahlzerlegungen (Aufgabentypen mit gegebenen äußeren Zahlen). Durch die Anwendung der ersten Regel (*Gleichheit der Zeilensummen*) ermöglicht die Auseinandersetzung mit Rechenquadraten die Anbahnung eines *Proto-Verständnisses von Gleichungen*, bei dem neben der *Ergibt-Interpretation* des Gleichheitszeichens die *Gleichwertigkeit-beider-Seiten-Interpretation* in den Mittelpunkt rückt.

Abb. 3: Ausgewählte Aufgabentypen des Übungsformats

Im mathematischen Kern des Aufgabenformats geht es um das Lösen eines linearen Gleichungssystems in der Menge der natürlichen Zahlen. Je nach Belegung der Variablen besteht das Gleichungssystem aus drei Gleichungen mit 0 bis 6 Unbekannten. Das Gleichungssystem kann keine, genau eine, mehrere oder unendlich viele Lösung(en) besitzen. Wenn die absoluten Differenzen |c-a| und |b-d| gleich sind, dann hat das Gleichungssystem mindestens eine Lösung, andernfalls hat es keine Lösung.

1a + 1b + (-1)c + (-1)d + 0x + 0y = 0 (aus *a+b=c+d*)
1a + 0b + 1c + 0d + (-1)x + 0y = 0 (aus *x=a+c*)
0a + 1b + 0c + 1d + 0x + (-1)y = 0 (aus *y=b+d*)

Reichhaltigkeit möglicher Problemstellungen

Im Sinne des *produktiven Übens* bieten Rechenquadrate vielfältige Gelegenheiten zum vertiefenden Üben der Grundrechenarten: Zu dem Format lässt sich eine Fülle von unterschiedlich anspruchsvollen Aufgabentypen und Fragestellungen entwickeln.
Variationsmöglichkeiten ergeben sich durch

- verschiedene Gegeben-Gesucht-Situationen,
- den Einbezug zusätzlicher Bedingungen,
- operative Veränderungen und das Erforschen ihrer Auswirkungen,
- Forscheraufträge,
- und durch Erweiterung des Aufgabenformats.

In Abbildung 4 wurde das Format *Rechenquadrate mit Ohren* unter dem Aspekt verschiedener *Gegeben-Gesucht-Situationen* strukturiert. Ausgehend vom ersten Rechenquadrat erhöht sich die Anzahl der Unbekannten von links nach rechts jeweils um eins. Im oberen Pfad sind alle Aufgabentypen dargestellt, bei denen eine äußere Zahl fehlt, im unteren alle mit beiden äußeren Zahlen.

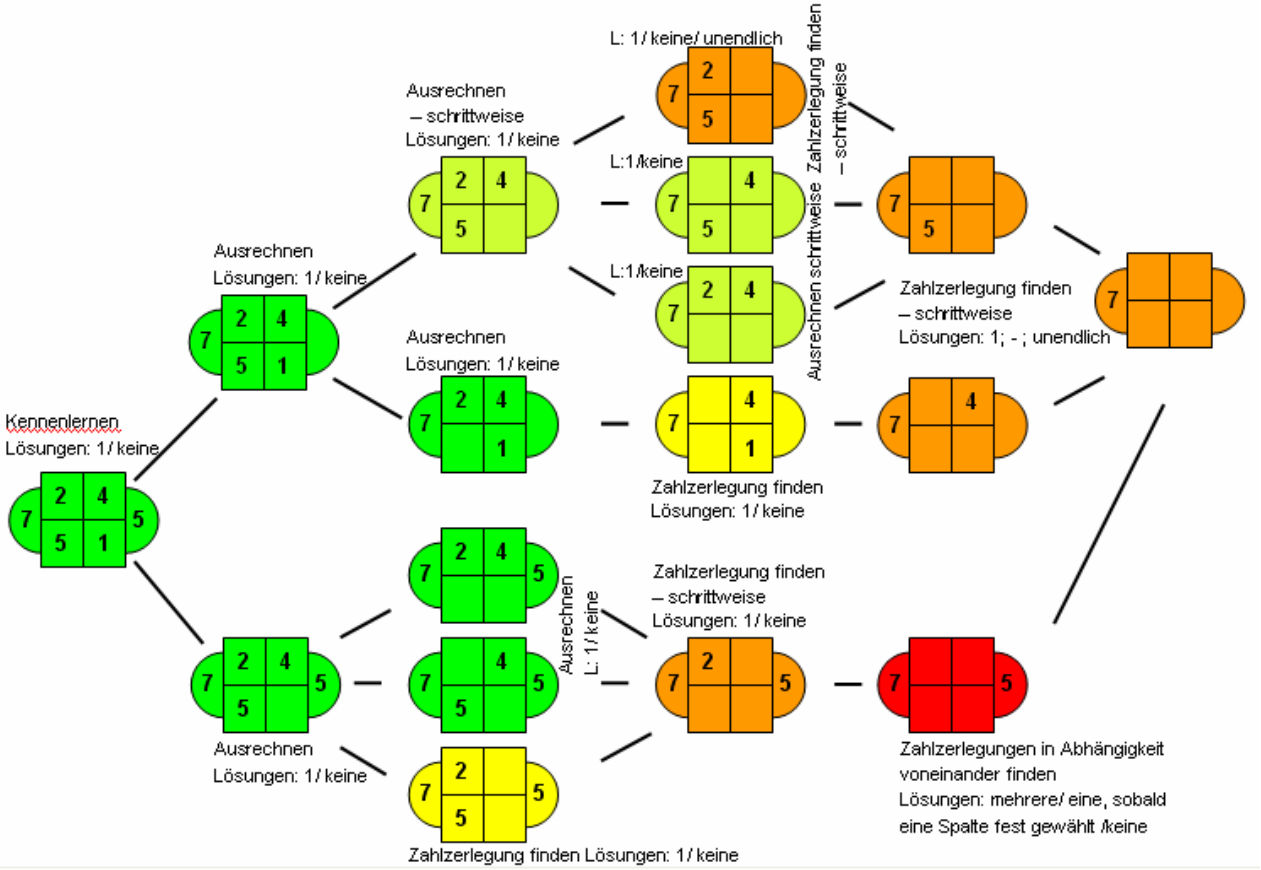


Abb. 4.: Struktur-Diagramm zum Format *Rechenquadrate mit Ohren*

Differenzierte Anforderungen

1. grün: Aufgabentypen zum Kennen lernen/ Prüfen und einfachen Ausrechnen.
2. hellgrün: Aufgaben zum schrittweisen[1] Ausrechnen.
3. gelb: Aufgabentypen zum einfachen Ermitteln der Zahlzerlegungen.
4. orange: Aufgabentypen zum schrittweisen Ermitteln der Zahlzerlegungen.
5. rot: Aufgaben zum Ermitteln voneinander abhängiger Zahlzerlegungen.

Das Struktur-Diagramm kann als Leitfaden zur unterrichtlichen Konzeption dienen. Neben den unterschiedlichen *Rechenanforderungen* stellen die *Reihenfolge des Vorgehens* und das *Auffinden/Entwickeln, Anwenden und Begründen geeigneter Strategien* Merkmale der differenzierten Anforderungen dar. Diese Charakteristika selbst eignen sich bereits als Reflexionsanlässe. Während es beim Kennen lernen durch Prüfen (*Rechenquadrat/ Kein Rechenquadrat*) oder einfaches Ausrechnen zunächst um das Verstehen der Aufgabenstruktur und Anwenden der Regeln

geht (s. Abb. 4: grün), rückt zunehmend das Üben der Grundrechenarten und Zahlzerlegungen in den Mittelpunkt (grün und gelb). Anspruchsvollere Aufgabenstellungen erfordern darüber hinaus das Erkennen, Beschreiben und Begründen von Zusammenhängen, Vorgehensweisen und Lösungswegen, wobei die Grundrechenarten noch *mit-geübt* werden (hellgrün, orange und rot). Die folgende Aufstellung soll einen Einblick in die vielfältigen Aufgaben- und Problemstellungen geben. Die Formulierungen sind dabei so gewählt, dass die *„einfachen Rechenquadrate"* miteinbezogen werden:

Verschiedene Gegeben–Gesucht–Situationen:

1. Alle (Basis-)Zahlen sind vorgegeben. (Kennen lernen/ Prüfen oder Ausrechnen).
2. Einige Basiszahlen und eine äußere Zahl sind vorgegeben. (Ausrechnen oder Zahlzerlegung finden).
3. Nur die beiden äußeren Zahlen sind vorgegeben. (Voneinander abhängige Zahlzerlegungen finden).
4. Keine Vorgaben (produktives Üben).
5. Reflexion zu den jeweiligen Vorgaben unter 1. bis 3.: Wie viele Lösungen kann es jeweils geben? Warum?

Einbezug zusätzlicher Bedingungen:

6. Auf einzelnen Zahlenkarten sind i) die Basiszahlen ii) alle Zahlen vorgegeben und müssen zu einem Rechenquadrat geordnet werden (Mögl. zur Selbstkontrolle).
7. Nur äußere Zahlen sind vorgegeben: Mache ein Rechenquadrat, bei dem der Unterschied der Basiszahlen einer Spalte jeweils d beträgt.
8. Eine Zeilensumme und die äußeren Zahlen sind vorgegeben: Mache ein Rechenquadrat. Warum ist die Summe der Ohren das Doppelte der Zeilensumme?
9. Die Gesamtsumme ist vorgegeben als Summe i) der Basiszahlen, ii) aller Zahlen: Mache ein Rechenquadrat mit der Gesamtsumme x. Gibt es mehrere Lösungen? Warum ist die Gesamtsumme immer gerade?
10. Verändere i) eine (mehrere) Basiszahl(en) ii) eine (beide) äußere(n) Zahl(en) um ± 1 (dann auch um andere Werte). Welche Auswirkungen hat (haben) diese Veränderung(en) und was kannst du tun?

Forscheraufträge:

11. Warum sind bei den Rechenquadraten die beiden äußeren Zahlen immer *gerade* oder *ungerade*?
12. Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?
13. Wie kannst du aus vier aufeinander folgenden Zahlen ein einfaches Rechenquadrat erstellen? Gilt dies auch für vier aufeinander folgende gerade/ungerade Zahlen?

Erweiterung des Aufgabenformats:

14. Statt vier Basiszahlen existieren sechs Basiszahlen, drei in jeder Spalte (s. Abb. 5).
15. Das Format wird um eine dritte äußere Zahl erweitert, welche sich als Zeilensumme ergibt.
16. Einsatz in den unteren Jahrgangsstufen der Sekundarstufe durch Erweiterung des Zahlbereichs auf Z und Q.

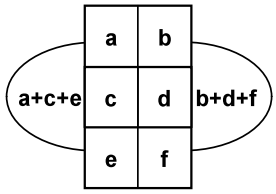


Abb. 5: „Rechenrechteck"

Resumee der Praxiserprobungen

Anhand ausgewählter Schülerdokumente sollen im Folgenden beobachtete Phänomene dargestellt werden[2]: Es zeigte sich bspw., dass viele Schüler als Strategie das Halbieren bzw. Fast-Halbieren anwendeten, was zahlreiche Gesprächsanlässe zum Erzeugen neuer Lösungen durch operative Veränderungen bot.

Darüber hinaus nutzten viele das systematische Probieren. Insbesondere die Aufgabentypen, die ein schrittweises Vorgehen erforderten, förderten den Austausch über eigene Vorgehensweisen. Eine Schwierigkeit war es, eine gemeinsame *Sprache* zu finden. Begriffe wie *Zeile*, *Spalte* oder *Summe* mussten erarbeitet und den Schülern bekannt sein, damit die Ausführungen allgemein verständlich wurden. In den Reflexionsphasen stellte das Verbalisieren eigener Lösungen eine hohe Herausforderung dar, welche besonders von leistungsstärkeren Schülern bewältigt werden konnte, aber auch diese an ihre Grenzen brachte.

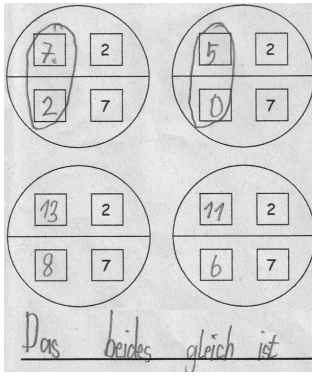


Abb. 6: „Luka“

Nach der Gemeinsamkeit aller Lösungen gefragt, konnte Luka zunächst nur benennen, *„Das beides gleich ist“* (s. Abb. 6). Einen passenden Begriff, z. B. *Unterschied*, konnte er nicht finden.
Mit seiner zweiten Lösung lenkt er jedoch das Hauptaugenmerk auf die *zentrale Bildungsregel* möglicher Lösungen und arbeitet so implizit den Unterschied 5 heraus.
Obwohl er sein Vorgehen nicht verbalisieren kann, wendet er seine Strategie intuitiv an: Bei weiteren Aufgabenstellungen dieses Aufgabentyps konstruiert er zuerst einmal eine Lösung mit 0, *liest* daran die *zentrale Bildungsregel* möglicher Lösungen ab und notiert zielgerichtet neue Lösungen.

Jona schrieb auf, welche Zahlen nicht als Unterschied in Frage kommen (s. Abb. 7) und benennt damit indirekt genau den Abstand, der in Frage kommt: Für ihn kann links von der 2 keine 4,3,2,1 oder 0 sein, weil *„du dann `unten´ keine Zahl finden kannst, so dass du eine Lösung kriegst“*. So kommen erst einmal alle anderen Zahlen und damit auch Abstände in Frage. Für Jona hingegen ist klar, dass er durch seine Benennung dessen, was nicht in Frage kommt, genau das *direkt Benachbarte*, nämlich den Abstand 5, meint.

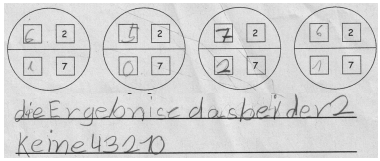


Abb. 7: „Jona“

Caspar nannte sein Vorgehen zunächst einfach *„logesch“* (s. Abb.8). Bald darauf kann er jedoch seine Entdeckungen mitteilen, indem er eine zu verifizierende These aufstellt: *„Es müssen von oben nach unten das Ergebnis bei beiden Seiten gleich sein“* (s. Abb. 1). Hiermit beschreibt er die zentrale Lösungsbedingung für die Rechenquadrate. Dabei verwendet er den Begriff *Ergebnis* synonym zu seinem zuvor genutzten Begriff *Abstand*.

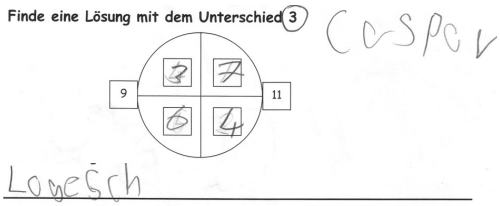


Abb. 8: „Caspar“

In den zweiten Schuljahren erfolgte der Einsatz des Aufgabenformats vor der Zahlenraum-Erweiterung. Anhand der erfundenen Rechenquadrate ließ sich erkennen, dass entsprechend eigener Fähigkeiten und Fertigkeiten auch über den bekannten Zahlenraum hinaus gearbeitet wurde (s. Abb.9). Dabei zeigte sich, an welchen Stellen die Schüler im neuen Zahlenraum Probleme haben, bspw. basiert der Stellenwertfehler bei Noel (60+60=102) auf der inkonsequenten Verwendung von Zahlwörtern im Zusammenhang mit Zahlzeichen.

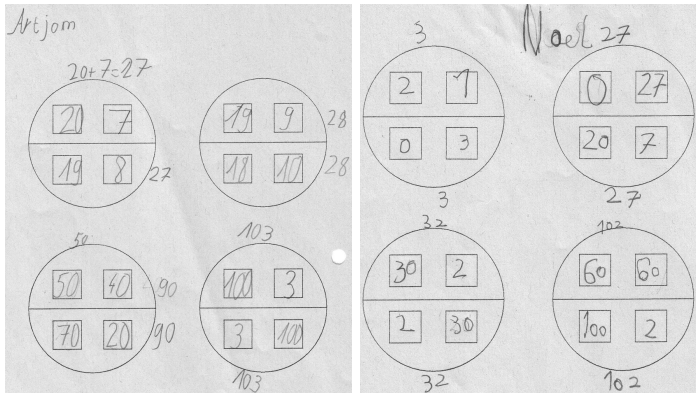


Abb. 9: „Artjom und Noel“

Schlussbemerkung

Das neu entwickelte Format *Rechenquadrat* eignet sich nach dem Motto „Eines für alles“ – als *intelligentes Aufgaben- und Übungs-System* zum Üben, zum Entdecken-Beschreiben-Begründen und zum Differenzieren und stellt somit ein repräsentatives Beispiel substanzieller Übungsformate dar.

Literatur

Aebli, Hans: Das operative Prinzip. In: mathematik lehren 11 / August 1985, S. 4-6.

Huhmann, Tobias: Rechenquadrate mit Ohren – Ein substanzielles Übungsformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe. In: Grundschulmagazin. 2008, H.4, S. 19-25.

Krauthausen, Günter: Zahlenmauern im zweiten Schuljahr – ein substantielles Übungsformat. In: Grundschulunterricht. 1995, H.10, S. 5-9.

Krauthausen, Günter: Lernen - Lehren - Lehren lernen. Zur mathematik-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe. Leipzig: Klett Grundschulverlag 1998, S. 120.

Winter, Heinrich: Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In: mathematik lehren. 2/1984, S. 4-16.

Wittmann, Erich Ch.: Objekte–Operationen–Wirkungen: Das operative Prinzip in der Mathematikdidaktik. In: mathematik lehren 11 / August 1985, S. 7-11.

[1] Der Begriff „schrittweise“ verdeutlicht, welcher Eintrag als erster, zweiter, etc. für ein vorteilhaftes Vorgehen zu bestimmen ist.

[2] Die geometrische Gestaltung des Übungsformats änderte sich von Kreisen zu Quadraten, da diese von den Schülern besser und einfacher gezeichnet werden.

Einfache Rechenquadrate 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate sind!

3	5
6	2

○ Ja ○ Nein

3	18
11	9

○ Ja ○ Nein

12	4
8	9

○ Ja ○ Nein

13	6
7	12

○ Ja ○ Nein

11	8
8	12

○ Ja ○ Nein

Einfache Rechenquadrate 2

Mache Rechenquadrate!

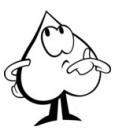
9	4
10	

9	4
11	

9	3
11	

8	3
11	

7	4
12	



Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest!

Einfache Rechenquadrate 3

Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat finden? Begründe!

9	5
10	

4	4
	9

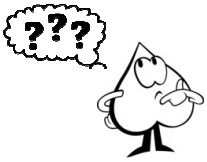
7	6

19	
13	

	12
8	

Rechenrechtecke

Mache Rechenrechtecke!



Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenrechteck finden? Begründe!

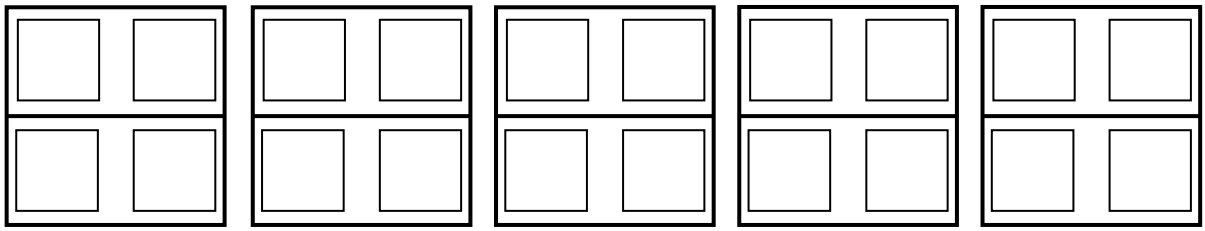
2	1	5
6	2	

0	7	2
3		

6		2
4	3	

Selber erfinden – Einfache Rechenquadrate 1

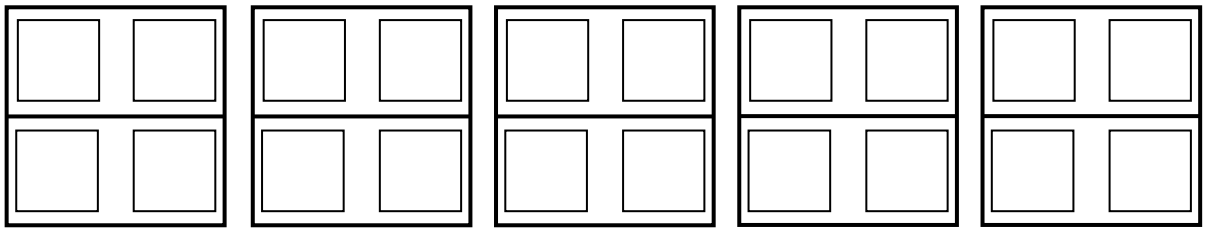
Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate sind!



○ ○ Ja Nein ○ ○ Ja Nein ○ ○ Ja Nein ○ ○ Ja Nein ○ ○ Ja Nein

Selber erfinden – Einfache Rechenquadrate 2

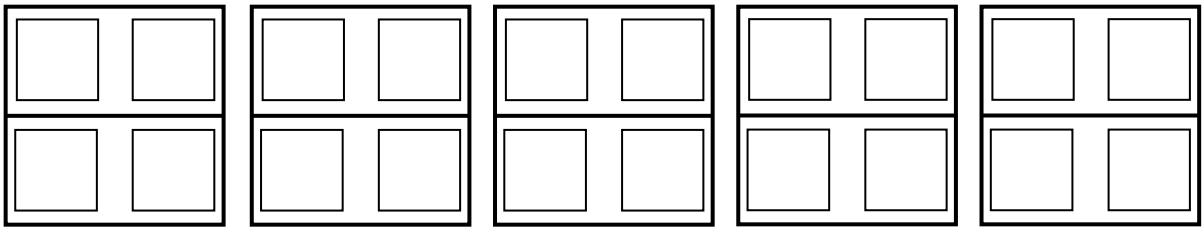
Mache Rechenquadrate!



Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest!

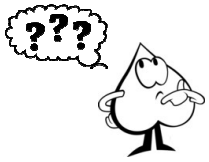
Selber erfinden – Einfache Rechenquadrate 3

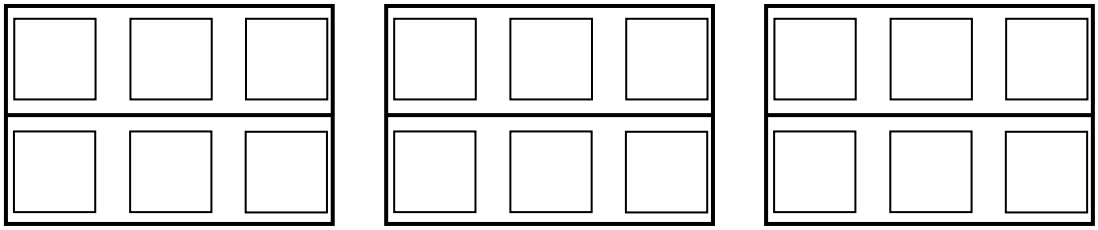
Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat finden? Begründe!



Selber erfinden – Mache Rechenrechtecke

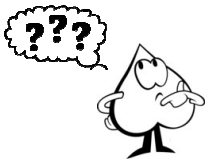
Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenrechteck finden? Begründe!





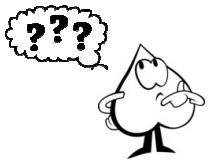
Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 1

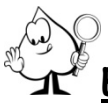
Erstelle aus den vier aufeinander folgenden Zahlen 2,3,4,5 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit 7,8,9,10? Warum?



Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 1

Erstelle aus den vier aufeinander folgenden geraden Zahlen 6,8,10,12 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit den vier aufeinander folgenden ungeraden Zahlen 9,11,13,15? Warum?





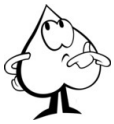
Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 3

Kannst du ein Rechenquadrat aus den Zahlen

a) 6,7,9,11 oder

b) 7,8,10,12 erstellen?

Beschreibe, wie du dabei vorgegangen bist.





Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 4

Kannst du ein Rechenquadrat aus ...

a) vier nicht aufeinander folgenden geraden Zahlen erstellen?

b) vier nicht aufeinander folgenden ungeraden Zahlen erstellen?

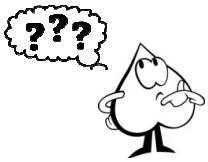
c) zwei ungeraden Zahlen und zwei geraden Zahlen erstellen?

d) drei ungeraden Zahlen und einer geraden Zahl erstellen?

e) drei geraden Zahlen und einer ungeraden Zahl erstellen?

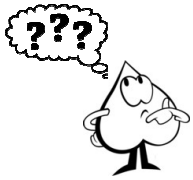
Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 5

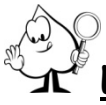
Warum ist die Gesamtsumme eines Rechenquadrats immer gerade?



Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag 6

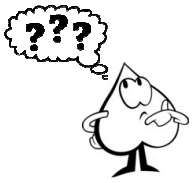
Wie viele Rechenquadrate gibt es,
die die Gesamtsumme (Summe aller vier Zahlen) 12 haben?





Einfache Rechenquadrate – Forscherauftrag *

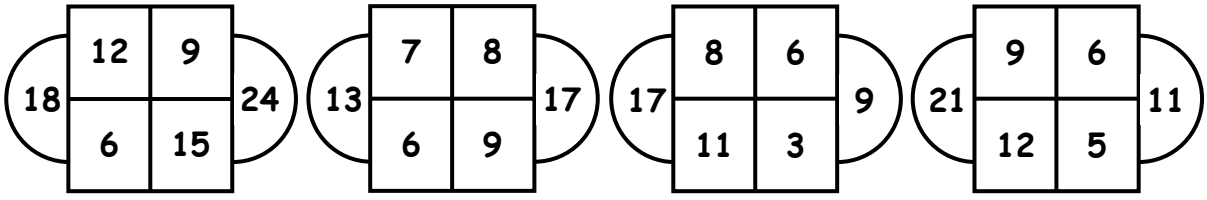
Erfinde eigene Forscheraufträge!



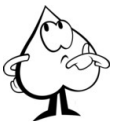


Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate mit Ohren sind!



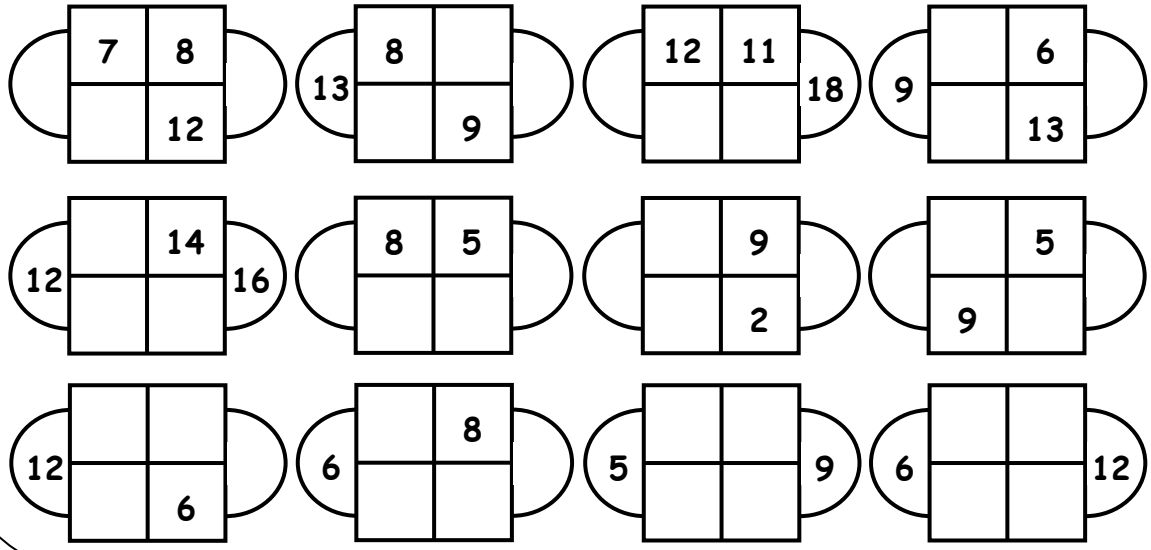
○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein



Was kannst du verändern, damit auch wirklich **Alle** Rechenquadrate mit Ohren sind? Gibt es mehrere Möglichkeiten?

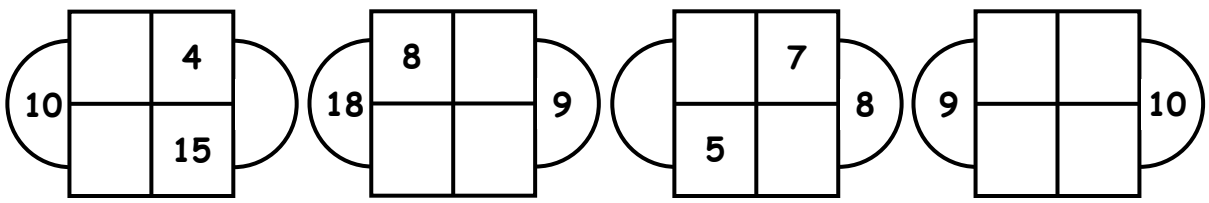
Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 2

Wie kannst du bei jedem einzelnen Rechenquadrat *„geschickt"* vorgehen, damit du *„möglichst schnell"* die Lösung(en) findest?



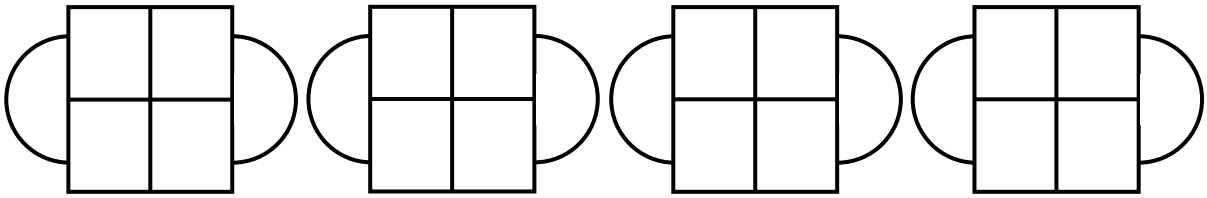
Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 3

Manchmal geht es nicht! Woran liegt das? Was kannst du verändern, damit es geht?



Rechenquadrate mit Ohren selber erfinden 1

Prüfe, ob es wirklich Rechenquadrate mit Ohren sind!

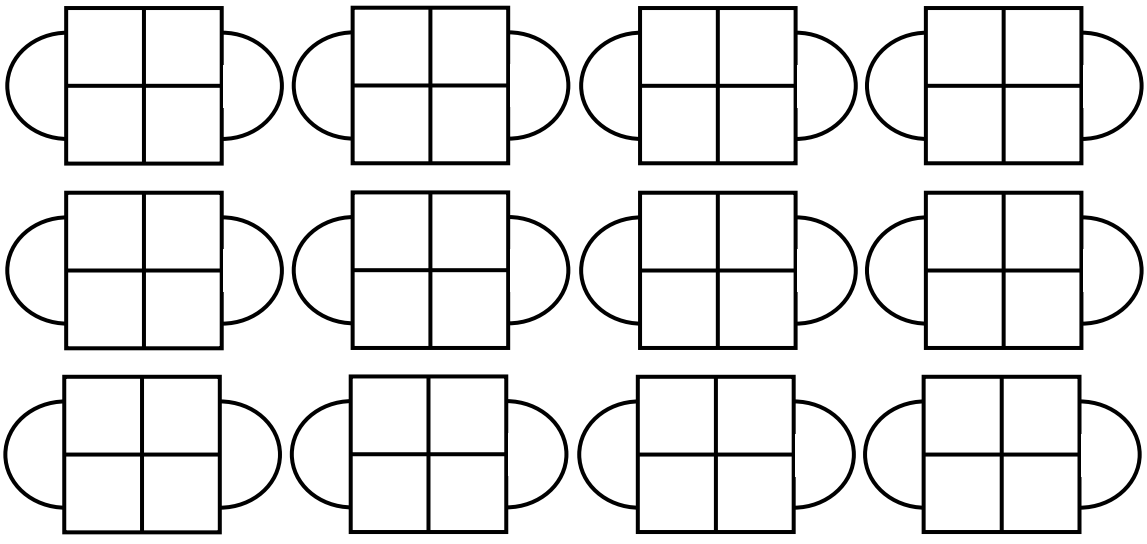


○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein ○ Ja ○ Nein

Was kannst du verändern, damit auch wirklich **Alle** Rechenquadrate mit Ohren sind? Gibt es mehrere Möglichkeiten?

Rechenquadrate mit Ohren selber erfinden 2

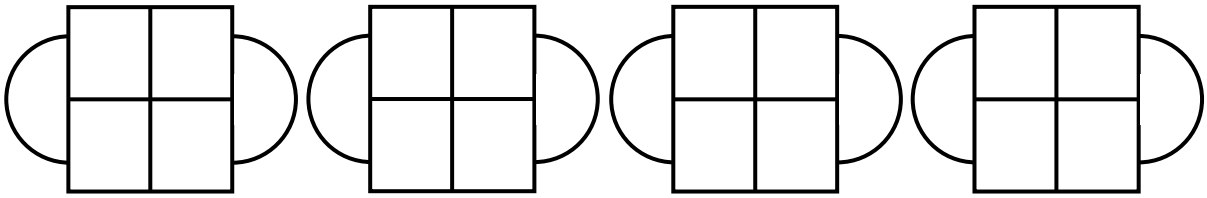
Wie kannst du bei jedem einzelnen Rechenquadrat *„geschickt"* vorgehen, damit du *„möglichst schnell"* die Lösung(en) findest?



Rechenquadrate mit Ohren selber erfinden 3



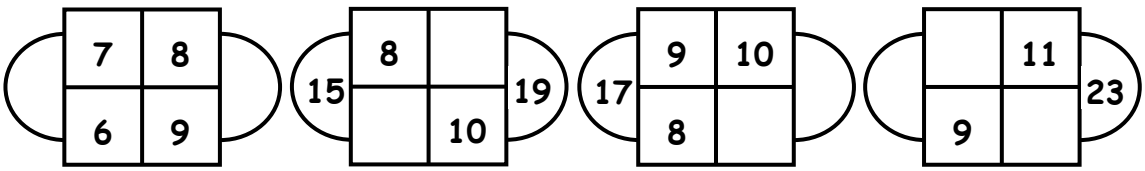
Manchmal geht's nicht! Woran liegt das? Was kannst du verändern, damit es geht?



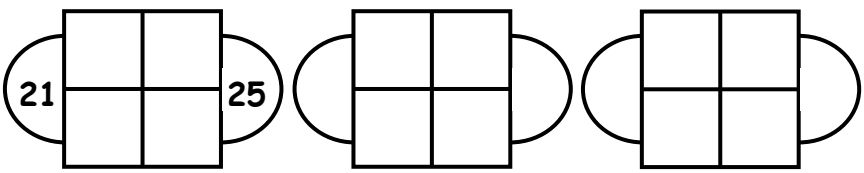


Setze fort 1a

Mache Rechenquadrate mit Ohren!

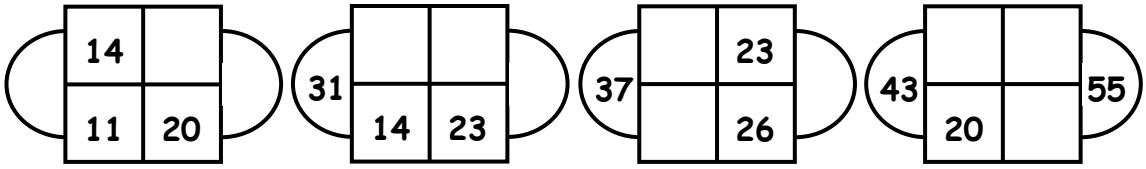


Was fällt dir auf?
Kannst du die Reihe mit diesen Rechen-quadraten fortsetzen?

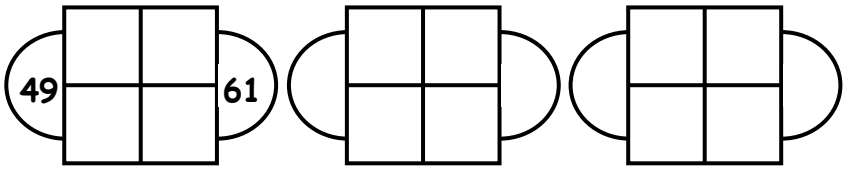


Setze fort 1b

Mache Rechenquadrate mit Ohren!

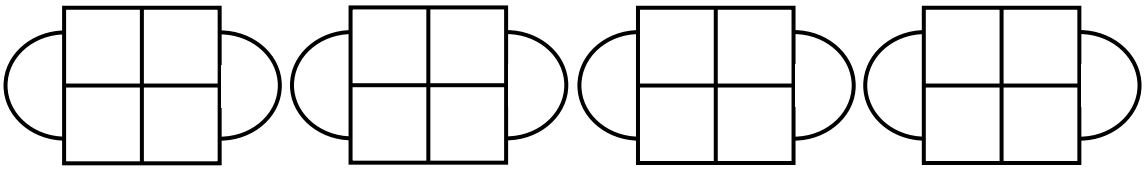


Was fällt dir auf?
Kannst du die Reihe mit diesen Rechen-quadraten fortsetzen?

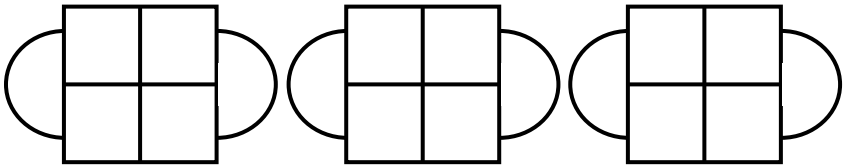


Setze fort 1c

Erfinde selber so eine Reihe mit Rechenquadraten

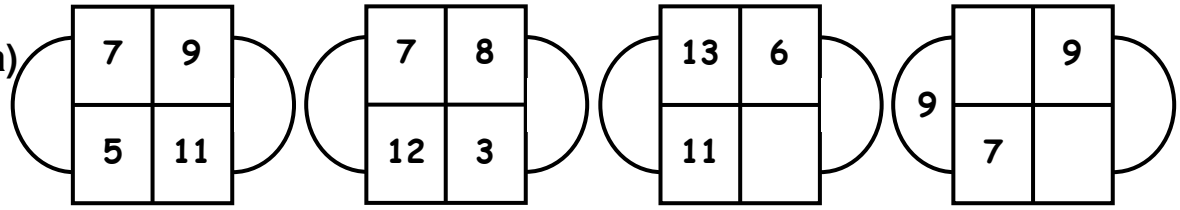


Was fällt dir auf?
Kannst du die Reihe mit diesen Rechen-quadraten fortsetzen?

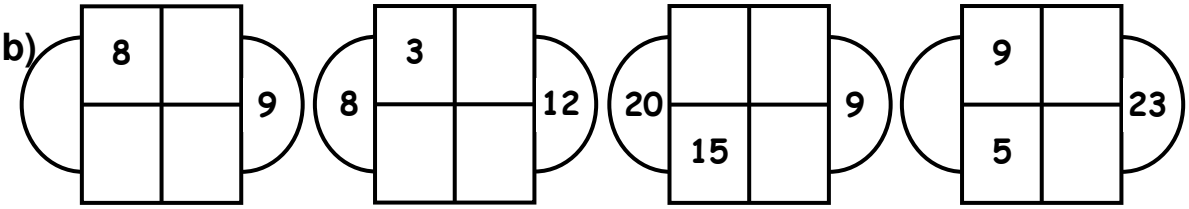


Wie viele Rechenquadrate kann es *warum* geben? 1

a)



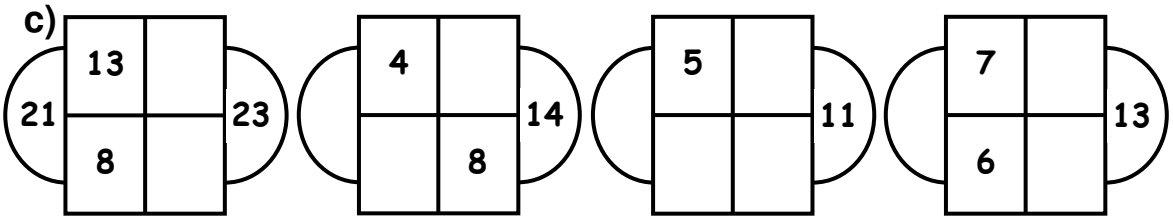
b)



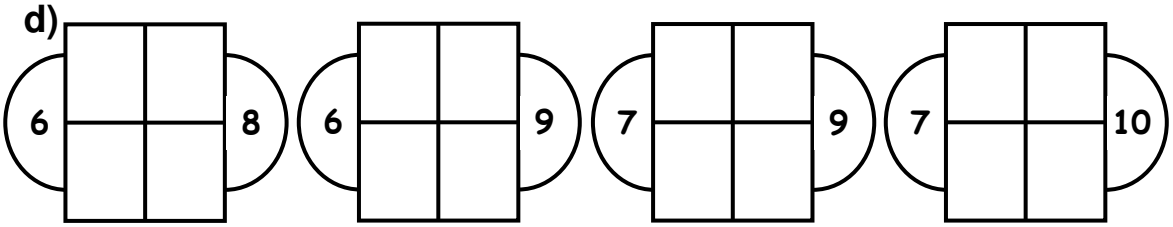
Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat mit Ohren finden? Begründe!

Wie viele Rechenquadrate kann es *warum* geben? 2

c)



d)

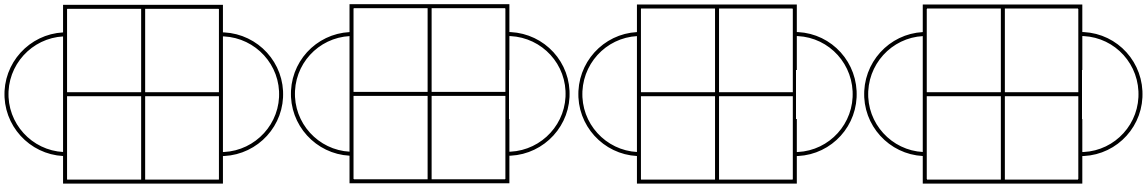


Wie viele Lösungen kannst du für jedes Rechenquadrat mit Ohren finden? Begründe!

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 1

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

... keine Lösung hat.

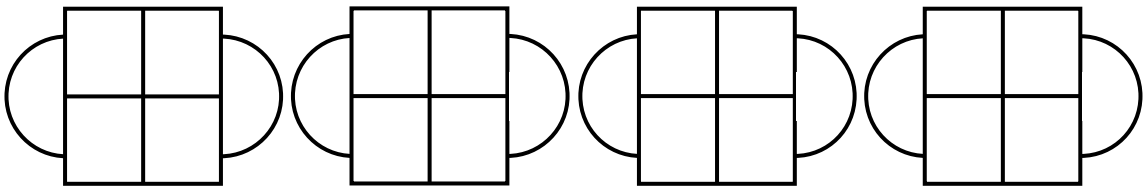


Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 2

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

... genau eine Lösung hat.

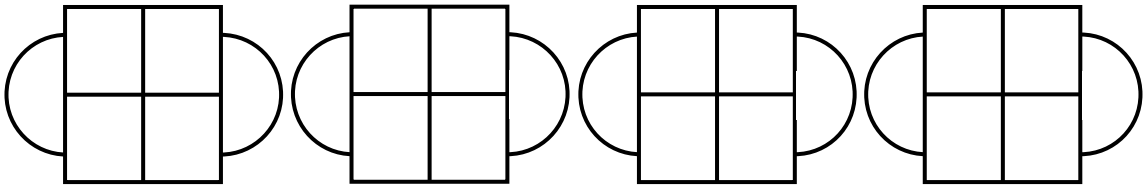


Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 3

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

... genau 5 Lösungen hat.

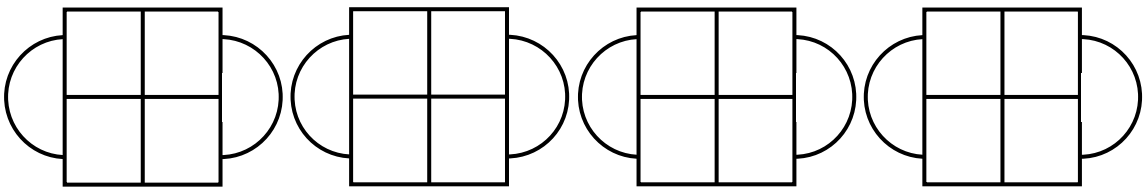


Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Erfinde selber Rechenquadrate mit Ohren 4

Erfinde ein Rechenquadrat mit Ohren, das ...

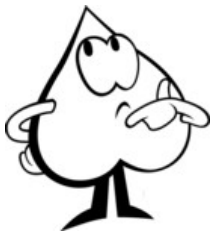
... unendlich viele Lösungen hat.



Beschreibe, wie du das gemacht hast.

Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 1

Erstelle aus den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 8 ein Rechenquadrat mit Ohren. Geht das auch mit 4, 7, 8, 11, 12, 18? Beschreibe, wie du dabei vorgehst.



Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 2



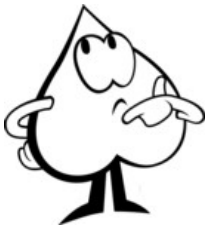
Kannst du ein Rechenquadrat aus ...

a) sechs geraden Zahlen erstellen?
b) sechs ungeraden Zahlen erstellen?
c) fünf ungeraden Zahlen und einer geraden Zahl erstellen?
d) vier ungeraden Zahlen und zwei geraden Zahlen erstellen?
e) drei ungeraden Zahlen und drei geraden Zahlen erstellen?
f) zwei ungeraden Zahlen und vier geraden Zahlen erstellen?

Warum geht das oder warum geht das nicht?

Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 3

Wenn du in einem Rechenquadrat mit Ohren eine Zahl um 2 vergrößerst, wie kannst du die übrigen Felder verändern, damit es noch ein Rechenquadrat bleibt?



Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 4

Wie viele Rechenquadrate mit Ohren gibt es, die die Gesamtsumme (Summe aller sechs Zahlen) 24 haben?



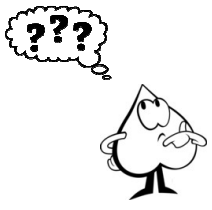
Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 5

Warum sind bei den Rechenquadraten mit Ohren die Zahlen in den Ohren entweder beide „gerade" oder beide „ungerade"? – Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?



Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 6

Warum ist die Gesamtsumme eines Rechenquadrats mit Ohren immer gerade?



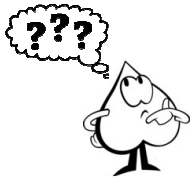
Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag 7

Wie viele verschiedene Rechenquadrate mit den Ohren 5 und 11 gibt es? Begründe!

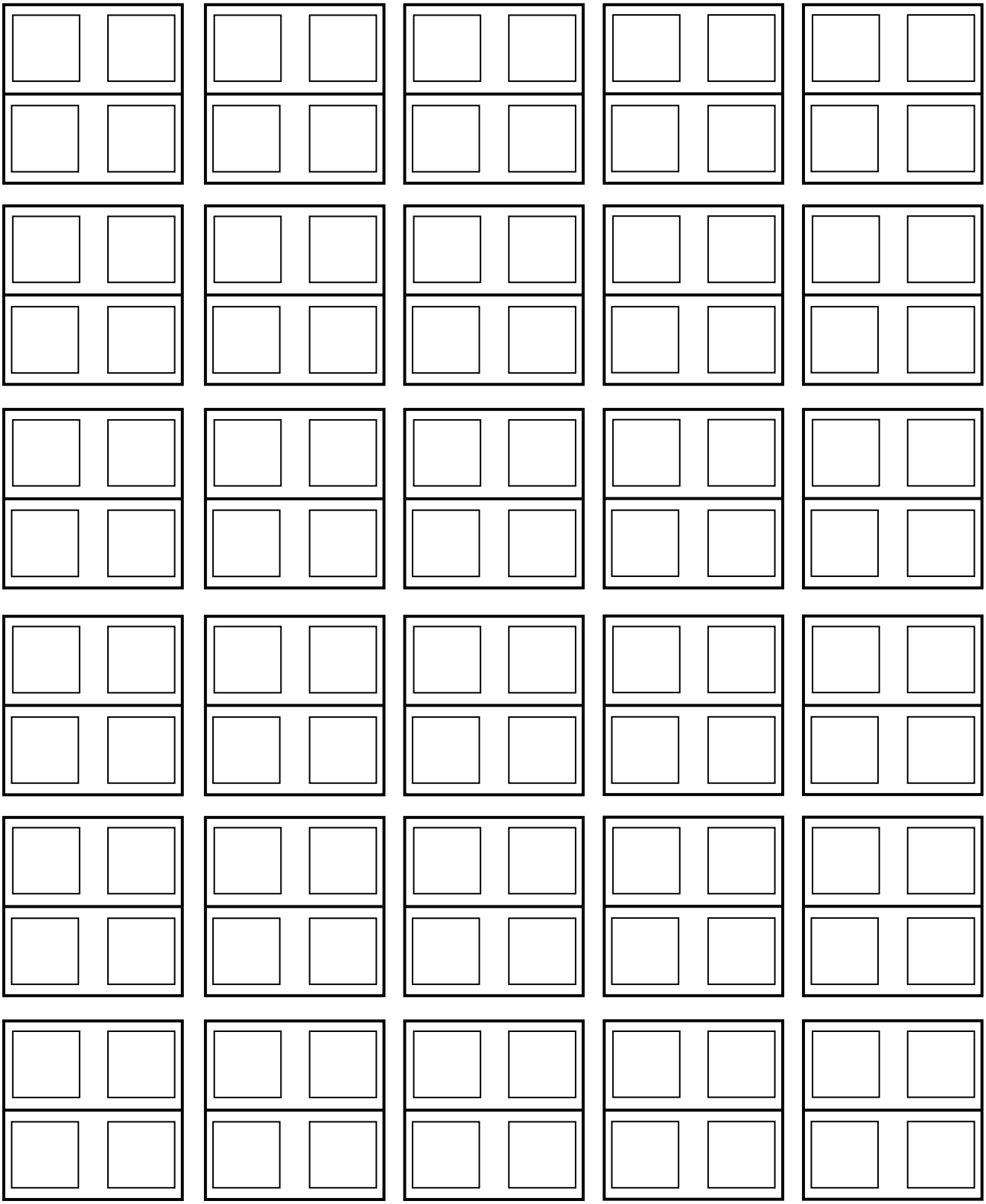


Rechenquadrate mit Ohren – Forscherauftrag *

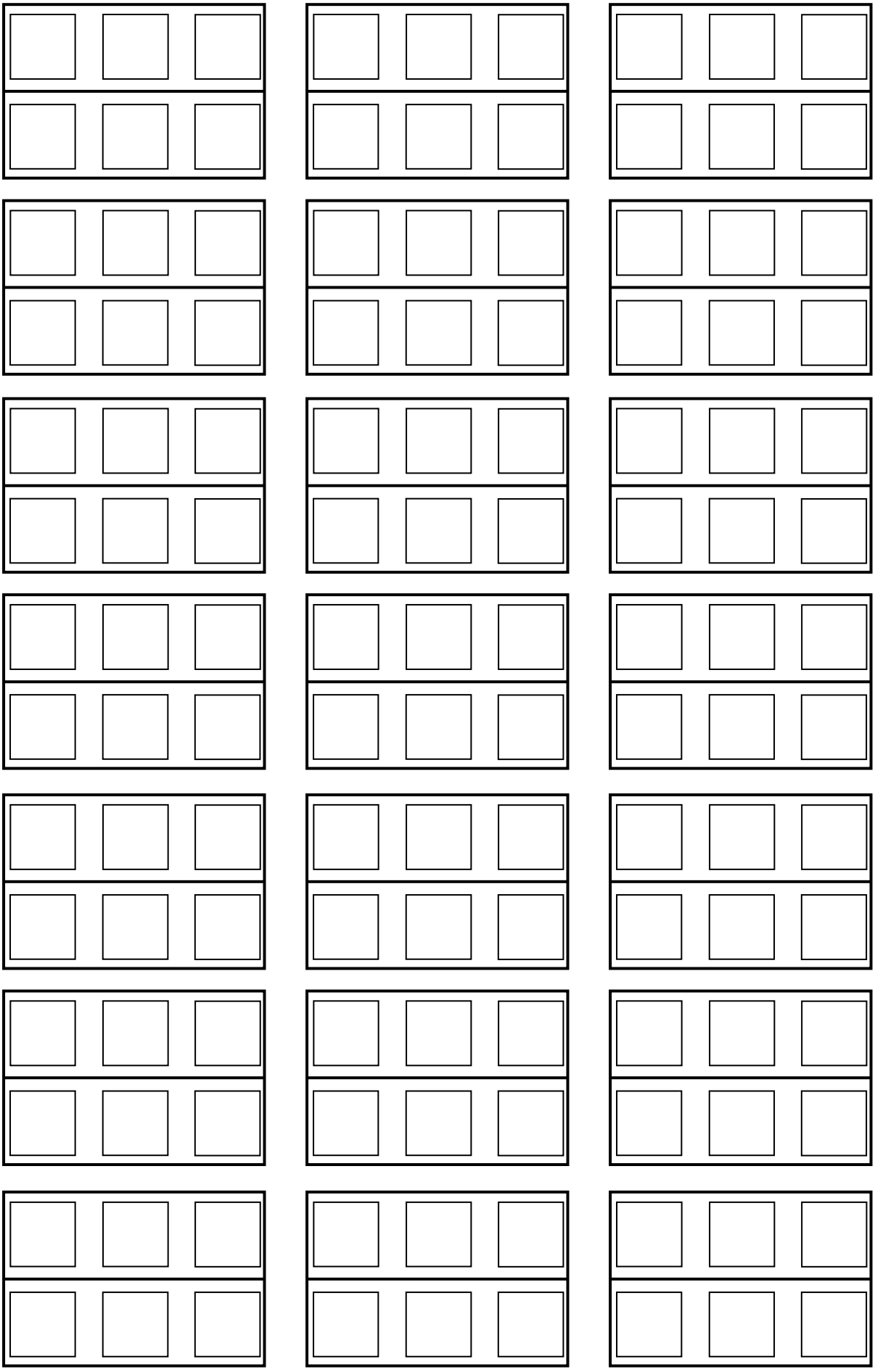
Erfinde eigene Forscheraufträge!



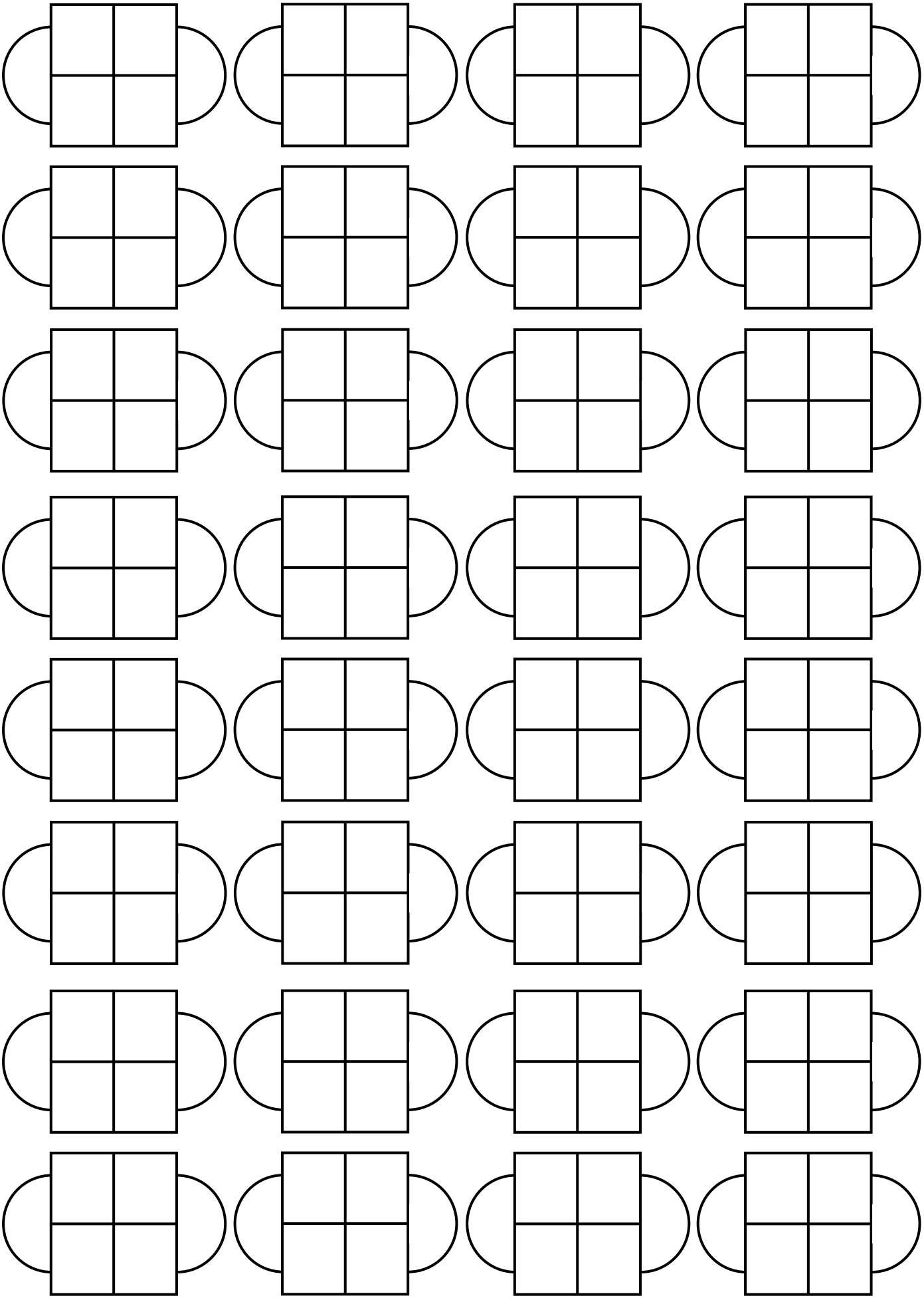
LF1: Leerformate „Einfache Rechenquadrate“



LF2: Leerformate „Rechenrechtecke“



LF3: Leerformate „Rechenquadrate mit Ohren“



6. Einheit: Wir entwickeln die Bausteine des SOMA-Würfels“ – Systematisches Entwickeln der acht verschiedenen Würfelvierlinge

ZIELE

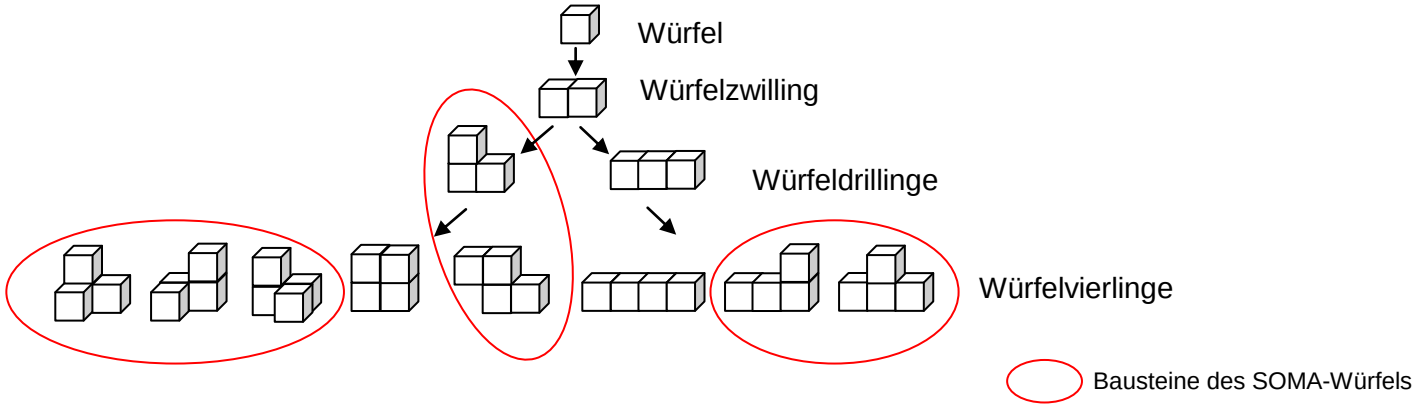
Die Schülerinnen und Schüler sollen die verschiedenen Würfelvierlinge finden und dabei, vor dem Hintergrund des systematischen Herleitens der Würfeldrillinge, erkennen, dass nur ein strategisch-begründbares Vorgehen zum Beweis der Vollständigkeit der Lösungen führt.

ZEIT

45 – 60 Minuten

DARUM GEHT ES

In der vorliegenden Unterrichtseinheit steht der SOMA-Würfel mit seinen speziellen Würfelanordnungen im Mittelpunkt.
Es gehören 27 Würfel zu einem SOMA-Würfel. Die Anzahl 27 setzt sich aus einem von den zwei möglichen Würfeldrillingen und 6 Würfelvierlingen (alle möglichen Vierlinge mit Ausnahmen der „Viererstange“ und dem „Viererquadrat“) zusammen. Die Arbeit mit dem SOMA-Würfel gehört in den Bereich der kombinatorischen Geometrie. Der Umgang und damit das gezielte Handeln mit dem Material (Würfel) führt dazu, dass die Einsichten in die räumlichen Zusammenhänge schneller zunehmen. Im Folgenden werden die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten in einem Baumdiagramm dargestellt.



Schuljahr 3-4

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form - Schwerpunkt Körper

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein

Argumentieren

Darstellen/kommunizieren

Kinder sprechen über... ..
...mögliche Vorgehensweisen zur Konstruktion aller möglichen Würfelvierlinge

Material

Schüler

- AB 1 Würfelvierlinge finden
- AB* Würfelfünflinge finden
- mindestens 32 Holzwürfel pro Kind/Team
- Tippkarte 1 und 2

* Tipps für die Mathekonferenz

* Protokoll der Mathekonferenz

Lehrer

- SOMA-Demo-Würfel

* Plakat Würfelanordnungen

* Reihenverlauf-Themenleine

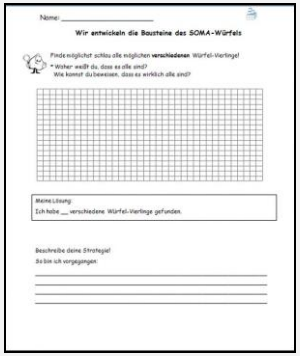
In dieser Einheit sollen die Kinder alle verschiedenen Kombinationen von Würfelvierlingen finden und dabei erkennen, dass ein systematisches Vorgehen für eine Begründung der Vollständigkeit der Lösung notwendig ist.
Die visuelle Wahrnehmung und die räumliche Vorstellung werden gefördert, wenn die Schüler die entstehenden Würfelvierlinge auf Gleichheit untersuchen. Sie machen die Erfahrung, dass man nur dann einen neuen Würfelvierling gefunden hat, wenn sich dieser nicht durch Drehen und Kippen in einen anderen Würfelvierling überführen lässt. Die Schüler müssen immer wieder die Raum-Lage-Beziehung der Vierlinge zueinander überprüfen und können dabei von der handelnden Auseinandersetzung zunehmend zu rein gedanklichen Operationen gelangen.
Neben der räumlichen Vorstellung, der geometrischen Kombinationsfähigkeit und dem strategischen Problemlöseverhalten ist gerade in dieser Einheit für das Beschreiben des Vorgehens ein gewisser Grundwortschatz im Bereich der räumlichen Geometrie unabdingbar, der in dieser Stunde ausgebaut werden kann (s. dazu *Haus 7, UM, Wortspeicher*).

SO KANN ES GEHEN
Zum methodischen Einsatz des Materials

Zunächst sollte den Kindern Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. nach Anknüpfung an die Vorstunde (ggf. über die Themenleine (s. *Haus 8, Unterrichts-Material (UM), Expertenarbeit*)): „Wir werden heute den SOMA-Würfel kennenlernen und herausfinden, aus welchen Teilen er zusammengesetzt wird.“ Im Sitzkreis präsentiert die Lehrperson den Kindern einen SOMA-Demo-Würfel – zusammengesetzt, so dass die einzelnen Teile des SOMA-Würfels nicht zu erkennen sind. Anschließend entnimmt sie den Drilling oder einen „flachen“ Vierling“ (z.B. den „Fuß“ oder L-Stein), um zu zeigen, dass der SOMA-Würfel aus verschiedenen Bausteinen - aus zusammengeklebten losen Würfeln - besteht.
Zusammen mit den Schülerinnen und Schülern werden - z.B. mittels eines Baumdiagramms (s.o.; s. auch *Haus 7, UM, Plakat_Würfelanordnungen*) - ausgehend von einem einzelnen Würfel und einem Würfelzwilling die beiden Würfeldrillinge entwickelt und gleichzeitig die Begriffe „Würfelzwilling“, „Würfeldrilling“ und „Würfelvierling“ geklärt. Im Unterrichtsgespräch werden darüber hinaus die Bauregeln („Fläche auf Fläche“) und die Begriffe „gleich“ und „verschieden“ geklärt und die Verfahren der Überprüfung auf Deckungsgleichheit an Beispielen erprobt (drehen, kippen; ggf. unter Nutzung einer durchsichtigen CD-Hülle); ggf. kann die Lehrperson hier provozieren, indem sie zwei gleiche Mehrlinge in unterschiedlicher Lage präsentiert.

Die Kinder sollen dabei von Beginn an zieltransparent zu systematischem Vorgehen angeregt werden: Sie sollen erkennen und begründen, dass es nur zwei verschiedene Würfeldrillinge geben kann, da sich ausgehend vom Würfel-Zwilling nur zwei voneinander verschiedene Möglichkeiten finden lassen, den dritten Würfel anzulegen („wandern“ zu lassen).
Ausgehend vom (ggf. in einem Baumdiagramm festgehaltenen) Zwilling und den Drillingen sollen die Kinder nun „möglichst schlau“ alle möglichen Würfelvierlinge finden. Um sicher zu stellen, dass alle Kinder wissen, was ein „Vierling“ ist, sollten zwei bis drei Beispiele von den Kindern gebaut werden.

AB 1


Name: _____

Wir entwickeln die Bausteine des SOMA-Würfels

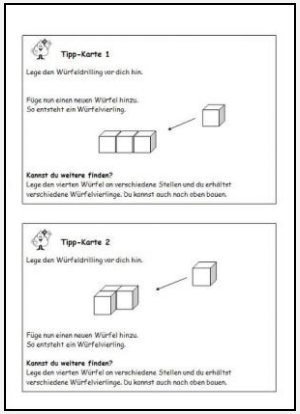
Finde möglichst schlau alle möglichen **verschiedenen** Würfel-Vierlinge!

- Woher weißt du, dass es alle sind?
- Wie kannst du beweisen, dass es wirklich alle sind?

Meine Lösung:
Ich habe __ verschiedene Würfel-Vierlinge gefunden.

Beschreibe deine Strategie!
So bin ich vorgegangen:

Tipp-Karten 1 und 2


Tipp-Karte 1

Lege den Würfeldrilling vor dich hin.

Füge nun einen neuen Würfel hinzu.
So entsteht ein Würfelvierling.

Kannst du weitere finden?
Lege den vierten Würfel an verschiedene Stellen und du erhältst verschiedene Würfelvierlinge. Du kannst auch nach oben bauen.

Tipp-Karte 2

Lege den Würfeldrilling vor dich hin.

Füge nun einen neuen Würfel hinzu.
So entsteht ein Würfelvierling.

Kannst du weitere finden?
Lege den vierten Würfel an verschiedene Stellen und du erhältst verschiedene Würfelvierlinge. Du kannst auch nach oben bauen.

Anschließend nennt die Lehrperson Problemstellung und Reflexionsauftrag, „Tricks“ (Strategien) zu finden, mit denen man möglichst alle Vierlinge ermitteln kann und erläutert, dass sich die Kinder ihre „Tricks“ bzw. Vorgehensweisen in einer Mathekonferenz gegenseitig vorstellen werden. Es sollte betont werden, dass der Schwerpunkt auf der Strategiefindung liegt (z.B.: „Es geht nicht nur darum, dass wir für den SOMA-Würfel alle Vierlinge finden müssen, sondern vor allem darum, einen Trick zu finden, mit dem wir möglichst schlau möglichst viele Vierlinge finden können.“

Problemstellung/Leitfrage:

Finde möglichst schlau alle möglichen Würfelvierlinge!

Reflexionsauftrag:

Wie bist du vorgegangen?
Woher weißt du, dass es alle sind? Wie können wir zeigen, dass es wirklich alle sind?

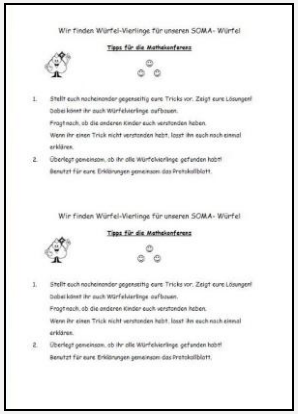
Arbeitsphase

Zur Problemlösung erhalten die Schülerinnen und Schüler mindestens 32 kleine Holzwürfel, mit deren Hilfe sie alle möglichen Würfelvierlinge finden können.
Die Kinder unternehmen Versuche, möglichst schlau alle möglichen verschiedenen Würfel-Vierlinge zu finden und halten ihre Ergebnisse auf dem Arbeitsblatt 1 fest (*s. Haus 7, UM*). Sie schreiben auf, wie sie vorgegangen sind und finden sich dann in einer Mathekonferenz (vgl. *Haus 8*) zusammen. Um dem Gespräch eine Struktur zu geben, bietet es sich an, den Kindern Tipps zur Durchführung bzw. einen Leitfaden an die Hand zu geben (s. dazu *Haus 7, UM*). Zur Ergebnissicherung werden die Kinder gebeten, die Ergebnisse der Mathekonferenz abschließend zu protokollieren (s. dazu *Haus 7 – UM, Protokoll der Mathekonferenz*).

Differenzierung

Um den Kindern ein erfolgreiches Bearbeiten des Arbeitsauftrages zu ermöglichen, stehen ihnen zwei Tipps zur Verfügung (*s. Haus 7, UM, Tipp-Karten*):
Tipp 1: Ausgehend von einem Würfeldrilling (Stange) kann ein weiterer Würfel so angelegt werden, dass ein Würfelvierling entsteht.
Tipp 2: Ausgehend von einem Würfeldrilling (Winkel) kann ein weiterer Würfel so angelegt werden, dass ein Würfelvierling entsteht.
Darüber hinaus kann die Lehrperson ggf. mündlich den Hinweis geben, dass auch „nach oben“, „eine zweite Etage“ gebaut werden kann.

* Tipps für die Mathekonferenz


Wir finden Würfel-Vierlinge für unseren SOMA- Würfel

Tipps für die Mathekonferenz

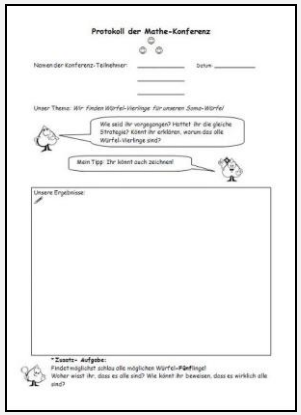
1. Stellt euch nacheinander gegenseitig eure Tricks vor. Zeigt eure Lösungen!
Dabei könnt ihr auch Würfelvierlinge aufbauen.
Fragt nach, ob die anderen Kinder euch verstanden haben.
Wenn ihr einen Trick nicht verstanden habt, lasst ihn euch noch einmal erklären.
2. Überlegt gemeinsam, ob ihr alle Würfelvierlinge gefunden habt!
Benutzt für eure Erklärungen gemeinsam das Protokollblatt.

Wir finden Würfel-Vierlinge für unseren SOMA- Würfel

Tipps für die Mathekonferenz

1. Stellt euch nacheinander gegenseitig eure Tricks vor. Zeigt eure Lösungen!
Dabei könnt ihr auch Würfelvierlinge aufbauen.
Fragt nach, ob die anderen Kinder euch verstanden haben.
Wenn ihr einen Trick nicht verstanden habt, lasst ihn euch noch einmal erklären.
2. Überlegt gemeinsam, ob ihr alle Würfelvierlinge gefunden habt!
Benutzt für eure Erklärungen gemeinsam das Protokollblatt.

* Protokoll der Mathekonferenz


Protokoll der Mathe-Konferenz

Namen der Konferenz-Teilnehmer: _____ Datum: _____

_____

_____

Unser Thema: *Wir finden Würfel-Vierlinge für unseren Soma-Würfel*

Wie seid ihr vorgegangen? Hattet ihr die gleiche Strategie? Könnt ihr erklären, warum das alle Würfel-Vierlinge sind?

Mein Tipp: Ihr könnt auch zeichnen!

Unsere Ergebnisse:

*Zusatz- Aufgabe:
Findet möglichst schlau alle möglichen Würfel-Fünflinge!
Woher wisst ihr, dass es alle sind? Wie könnt ihr beweisen, dass es wirklich alle sind?

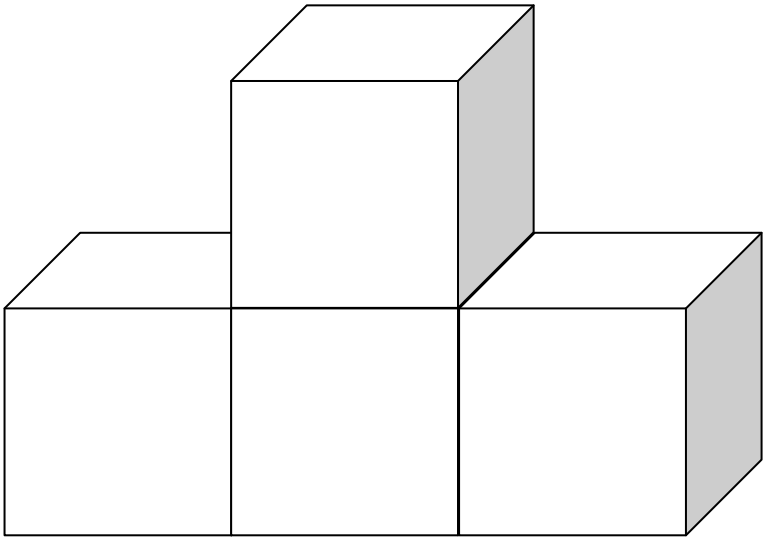
Schlussphase / Reflexion In einem Sitzkreis stellen die Kinder ihre Ergebnisse bzw. die einzelnen Kleingruppen die Ergebnisse der Mathekonferenz vor. Zusammen kann nun ggf. das Baumdiagramm um alle verschiedenen Kombinationen von Würfelvierlingen erweitert werden. Es sollte deutlich werden, dass ein systematisches Vorgehen zur Begründung der Vollständigkeit notwendig ist. Im Sinne der Prozesstransparenz sollte zum Abschluss der Stunde ein Ausblick auf die Folgestunde gegeben werden; hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden. Zum Abschluss dieser Einheit oder zu Beginn der folgenden sollten die einzelnen Bausteine des SOMA-Würfels noch einmal in den Fokus genommen werden (insgesamt 7 Teile, ein Drilling und alle möglichen Vierlinge mit Ausnahmen der „Viererstange“ und dem „Viererquadrat“). Für weitere Aktivitäten mit dem SOMA-Würfel (*s. dazu auch Haus 8, UM*) ist es sinnvoll, mit den Kindern zusammen über Formeigenschaften der einzelnen Bausteine zu sprechen und diesen - ggf. klasseneigene - Namen zu geben.	

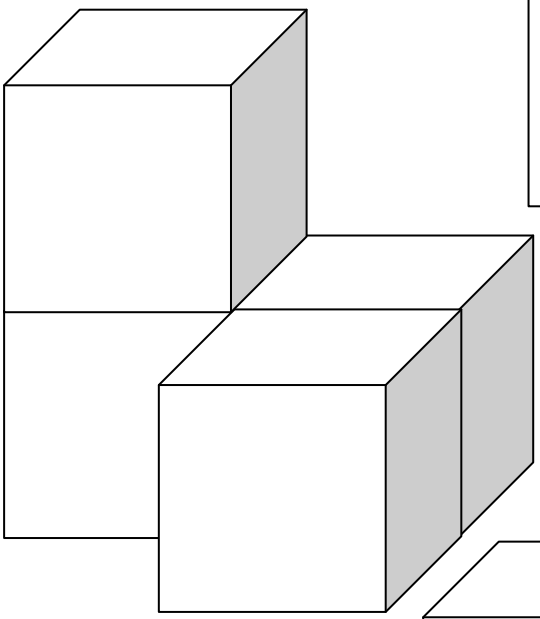
Hier können Sie sich weiter informieren zu...

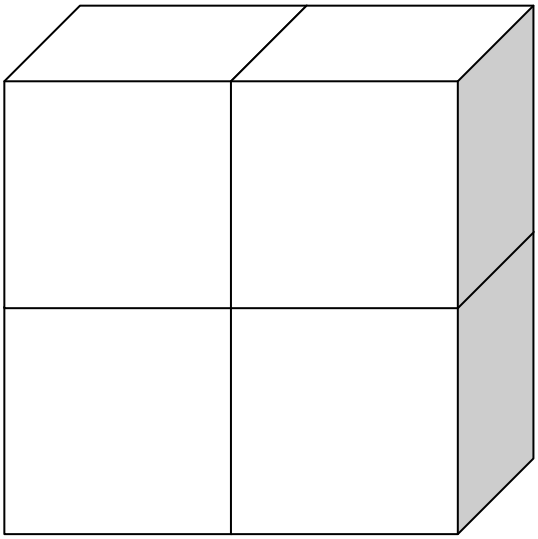
… *SOMA-Expertenarbeit:* Haus 8 – Guter Unterricht

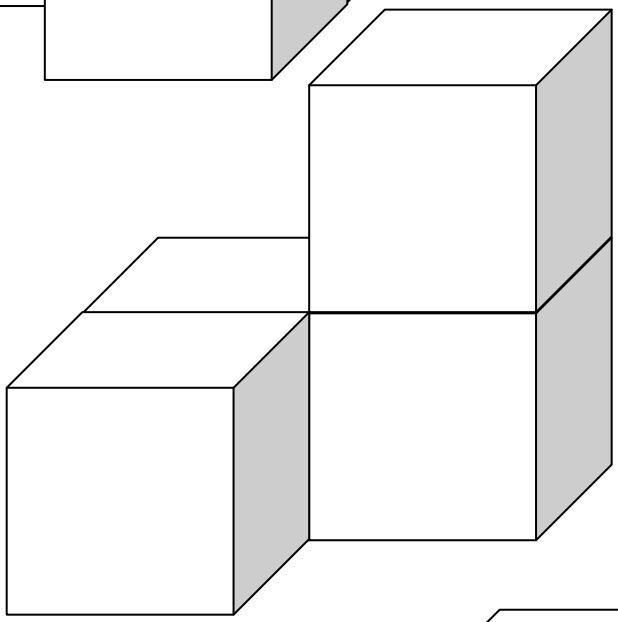


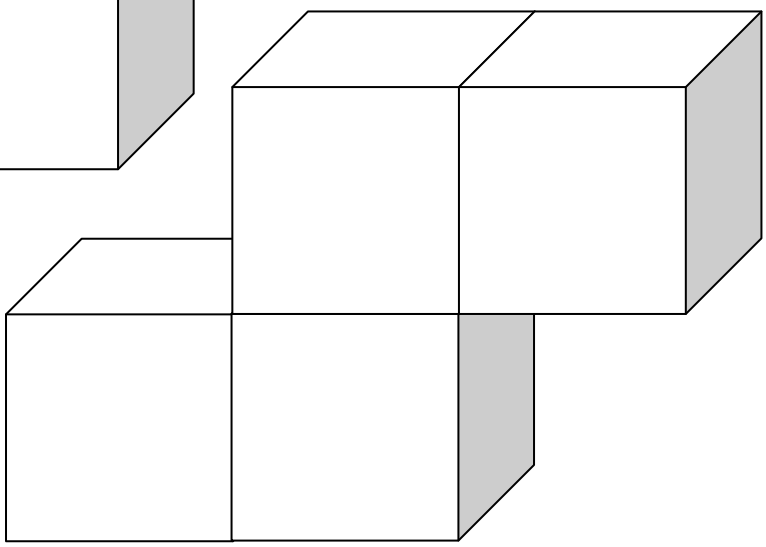














Unser Wortspeicher

Wir werden Würfelbaumeister

Würfel

Ecke

Kante

Fläche

Würfelzwilling

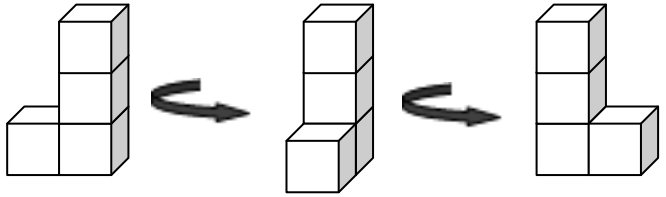
Würfeldrilling

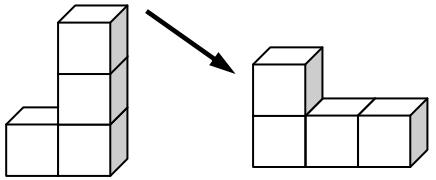
Würfelvierling

...

gleich

verschieden

drehen 

kippen 

hinzufügen

...

11. Einheit: „Architekturbüro – Wir zeichnen unsere SOMA-Gebäude und erstellen unsere eigene SOMA-Kartei“ – Räumliches Zeichnen von eigenen SOMA-Würfelgebäuden im Punktegitter für eine klasseneigene SOMA-Kartei zur Anregung von Eigenproduktionen sowie kriteriengeleiteten Zuordnung von Knobelpunkten

ZIELE

Die Schülerinnen und Schüler sollen …

- … eigene SOMA-Gebäude für eine Klassenkartei erfinden (Kreativ sein),
- ... den Schwierigkeitsgrad für das SOMA-Gebäude bestimmen, indem sie Knobelpunkte verteilen und ihre Einschätzung kriteriengeleitet begründen (Argumentieren),
- ... erfundene SOMA-Gebäude nachbauen und den Schwierigkeitsgrad überprüfen und begründen, warum dieser der eigenen Einschätzung entspricht oder davon abweicht (Argumentieren und Kommunizieren).

ZEIT

Ca. 90 Minuten

DARUM GEHT ES

In dieser Einheit geht es schwerpunktmäßig um die Erstellung von Eigenproduktionen und die begründete Vergabe und Überprüfung von Knobelpunkten zur Bestimmung des Schwierigkeitsgrades von SOMA-Gebäuden. Die Begründung erfolgt anhand von Kriterien für leicht nachzubauende und schwierig nachzubauende SOMA-Gebäude, die im Vorfeld mit den Kindern gemeinsam entwickelt werden sollten. Im Folgenden sind mögliche Kriterien für „leichte“ und „schwierige“ Gebäude aufgeführt:

<u>Leichte SOMA-Gebäude</u>

- Gebäude mit wenigen Steinen
- Gebäude mit „flachen“ Steinen
- Gebäude, bei denen die Umrisse der Steine gut zu sehen sind
- …

(1 Knobelpunkt)

<u>Schwierige SOMA-Gebäude</u>

- Gebäude mit vielen Steinen
- Gebäude mit „krummen“ Steinen
- Gebäude, bei denen die Umrisse der Steine nicht gut sichtbar sind
- Gebäude mit Lücken, die nicht zu sehen sind
- …

(3 Knobelpunkte)

Schuljahr 3-4

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form - Schwerpunkt Körper

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein

Argumentieren

Darstellen/kommunizieren

Kinder sprechen über…

… eigene SOMA-Gebäude,

… Schwierigkeitsgrad der erfundenen SOMA-Gebäude,

… Kriterien für leichte und schwierige SOMA-Gebäude

Material

Schüler

- SOMA-Würfel
- AB 1a/b Architekturbüro
- Würfelplättchen
- AB 2 Knobelpunkte

Lehrer

- Kriterien-Plakat
- SOMA-Demo-Würfel

* Reihenverlauf-Themenleine

Gebäude lassen sich leicht bzw. schnell nachbauen, wenn sie nur aus wenigen SOMA-Teilen bestehen. Besteht ein Gebäude nur aus „flachen“ Steinen, so können die „krummen“ Steine aufgrund ihrer Formeigenschaften ausgeschlossen werden. *(Anmerkung: Die Adjektive zur differenzierten Beschreibung der Körpereigenschaften der SOMA-Steine (hier: „flach“ vs. „krumm“) sollten in jeder Klasse von den Kindern selbst gewählt werden.)*

„Schwierige“ Gebäude lassen sich nicht so schnell nachbauen, weil sie aus vielen SOMA-Teilen bestehen. Zudem sind nicht alle Würfel auf dem Schrägbild des Gebäudes sichtbar und die Gebäude können auch Lücken aufweisen, die im Schrägbild nicht zu sehen sind.

Hinweis zur Verteilung der Knobelpunkte

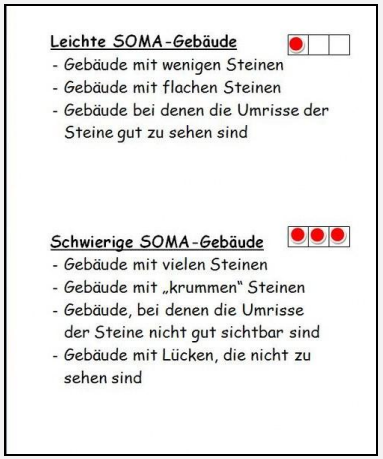
Leicht nachzubauende SOMA-Gebäude erhalten einen Knobelpunkt, schwierig nachzubauende SOMA-Gebäude drei Knobelpunkte. Erfüllt ein Gebäude sowohl Kriterien eines „leichten“ als auch eines „schwierigen“ Gebäudes, so können zwei Knobelpunkte für einen mittleren Schwierigkeitsgrad vergeben werden.

Beim Überprüfen des Schwierigkeitsgrades kann es trotz der entwickelten Kriterien zu unterschiedlichen Einschätzungen kommen. Die Subjektivität, aber besonders die individuellen Fähigkeiten und Fertigkeiten der einzelnen Kinder, die auch das Tempo der Bearbeitung einer Kartei beeinflussen, können zu unterschiedlichen Knobelpunkten führen. Gerade das Argumentieren wird nun besonders gefördert, wenn sich die Kinder über ihre verschiedenen Wahrnehmungen und Meinungen austauschen. Die Kinder könnten in diesem Zusammenhang feststellen, dass es ihnen auf Grund der Übung und der Erfahrung im Umgang mit SOMA-Teilen und Schrägbildern – z.B. durch die Arbeit an den Stationen (vgl. *Haus 8, Unterrichts-Material (UM), Expertenarbeit*) – zunehmend leichter fällt auch schwierige Gebäude nachzubauen. Denn die Kinder entwickeln zunehmend, aber unterschiedlich schnell, Vorstellungsbilder im Kopf, wie die Teile des SOMA-Würfels zusammengefügt werden können. Daher ist es möglich, dass sie auch ein eher schwieriges Gebäude mit der Zeit schneller nachbauen können und dieses dann auch als leicht empfinden.

SO KANN ES GEHEN
Zum methodischen Einsatz des Materials

Zunächst sollte den Kindern Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. nach Anknüpfung an die Vorstunde (ggf. über die Themenleine (*s. Haus 8, UM, Expertenarbeit)*): z.B. „Heute (und in der nächsten Stunde) seid ihr Architekten und werdet zusammen eine SOMA-Kartei (für die Parallelklasse/nächste 3. bzw. 4. Klasse) entwickeln. Ihr werdet eigene SOMA-Gebäude erfinden und dazu Schrägbilder erstellen, damit eure SOMA-Gebäude auch von anderen Kindern nachgebaut werden können.“ Hier kann es notwendig sein, zu klären, was ein „Architekt“ ist.
Damit die Kinder ihren Gebäuden einen Schwierigkeitsgrad zuteilen können, muss die Lehrperson mit den Kindern zusammen Kriterien für leicht und schwierig nachzubauende Gebäude sammeln und diese schriftlich festhalten. Dazu zeigt

Kriterienplakat:



AB 1a (Vorderseite):



sie Schrägbilddarstellungen von Gebäuden (einem leicht nachzubauenden und einem schwierig nachzubauenden – wahlweise noch von einem weiteren Gebäude, dem ein mittlerer Schwierigkeitsgrad zugeordnet werden kann (*s. Haus 7, UM, SOMA, leichte und schwierige Gebäude*)) evtl. in DIN A3-Format an der Tafel. Die von den Kindern genannten Kriterien können auf ein Plakat geschrieben werden und ggf. von der Lehrperson ergänzt werden. Im Anschluss daran nennt die Lehrperson Problemstellung und Reflexionsauftrag.

Problemstellung/Leitfrage:

1. Erfinde ein eigenes SOMA-Gebäude.
2. Baue die Gebäude von anderen Kindern nach.
3. ☺☺☺ Tauscht euch über die Vergabe der Knobelpunkte in einer Mathekonferenz aus.

Reflexionsauftrag:

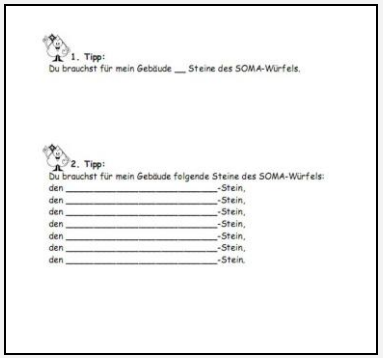
1. Wie viele Knobelpunkte vergibst du? Warum?
2. Wie viele Knobelpunkte würdest du für das Gebäude deiner Mitschülerin/deines Mitschülers vergeben? Warum?

Arbeitsphase

Die Arbeitsphase unterteilt sich in drei Phasen:

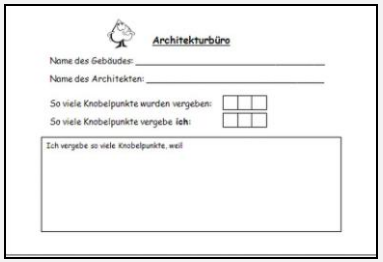
1. Die Kinder erfinden zunächst mit den Bausteinen des SOMA-Würfels mindestens ein eigenes Gebäude. Dieses übertragen sie entweder zeichnerisch (*s. Haus 7, UM, SOMA, AB1a_Architekturbuero*) oder mithilfe von Würfelplättchen in Schrägbilder (*s. Haus 7, UM, SOMA, AB1b_Architekturbuero)* auf das Arbeitsblatt, geben ihrem Gebäude einen Namen und vergeben Knobelpunkte. Das Arbeitsblatt sollte doppelseitig kopiert werden, damit die Kinder auf die Rückseite Tipps zum Nachbauen des Gebäudes schreiben können.
2. Anschließend bauen sie ein von ihren Mitschülern erfundenes Gebäude nach. Dabei überlegen sie, wie viele Knobelpunkte sie dem Gebäude geben würden und schreiben eine Begründung für ihre Einschätzung auf (*s. dazu Haus 7, UM, SOMA, AB2_Knobelpunkte*). Für diese Arbeitsphase eignen sich besonders Gruppentische. Die Kinder können an ihrem Gruppentisch ihre Eigenproduktionen untereinander austauschen und anschließend (s. 3. Arbeitsphase) innerhalb der Gruppe in der Mathekonferenz über dieselben Gebäude diskutieren.
3. In einer dritten Phase kommen die Kinder im Rahmen einer Mathekonferenz ins Gespräch. Sie werden dazu angeleitet, die eigene Einschätzung zu begründen. Schon hier können sie die Erfahrung sammeln, dass es trotz der Kriterien Abweichungen zum individuellen Empfinden des Einzelnen geben kann. Sie lernen diese Situation möglichst kooperativ und kommunikativ zu bewältigen.

AB 1a/b (Rückseite):


1. Tipp:
Du brauchst für mein Gebäude __ Steine des SOMA-Würfels.

2. Tipp:
Du brauchst für mein Gebäude folgende Steine des SOMA-Würfels:
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein.

AB 2


Architekturbüro
Name des Gebäudes: _____
Name des Architekten: _____
So viele Knobelpunkte wurden vergeben:
So viele Knobelpunkte vergebe ich:
Ich vergebe so viele Knobelpunkte, weil

Differenzierung
Die Differenzierung ergibt sich in der ersten Phase aus der Aufgabenstellung. Um den Kindern in der zweiten Phase ein erfolgreiches Bearbeiten des Arbeitsauftrages zu ermöglichen, stehen ihnen zwei Tipps auf der Rückseite des Arbeitsblattes zur Verfügung (*s*. *Haus 7, UM, SOMA, AB1a/b_Architekturbuero*). Der erste Tipp gibt die Anzahl der Bausteine an, der zweite Tipp benennt die verwendeten Bausteine:

Tipp 1: Du brauchst ___ Steine des SOMA-Würfels.

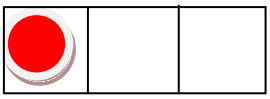
Tipp 2: Verwende folgende Steine: _____

Sollten die Kinder dennoch Schwierigkeiten dabei haben, das Gebäude nachzubauen, können sie den „Architekten“ des Gebäudes direkt ansprechen oder die Knobelpunkte dementsprechend verteilen und ihre Schwierigkeiten begründen.

Schlussphase / Reflexion
Im Sitzkreis wird mit den Kindern über die Vergabe der Knobelpunkte reflektiert. Es werden die Ergebnisse der Mathekonferenzen vorgestellt und ggf. noch einmal zur Diskussion gestellt. In einzelnen Fällen, bietet es sich an, nicht nur das Schrägbild des Gebäudes für alle sichtbar zu präsentieren, sondern auch das Gebäude mit den SOMA-Demo-Steinen nachbauen zu lassen.
Am Ende der Stunde werden alle Arbeitsblätter, nach Knobelpunkten sortiert, in einen Ordner z.B. mit der Aufschrift *„Unsere SOMA-Knobelkartei – Klasse 4a“* geheftet.
Im Sinne der Prozesstransparenz sollte zum Abschluss der Stunde ein Ausblick auf die Folgestunde gegeben werden in der es um die Gesamtreflexion der Reihe geht; hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden.

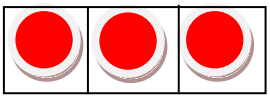
Hier können Sie sich weiter informieren zu...
… *SOMA-Expertenarbeit:* Haus 8 – Guter Unterricht

Leichte SOMA-Gebäude



- Gebäude mit wenigen Steinen
- Gebäude mit „flachen" Steinen
- Gebäude, bei denen die Umrisse der Steine gut zu sehen sind
- ...

Schwierige SOMA-Gebäude



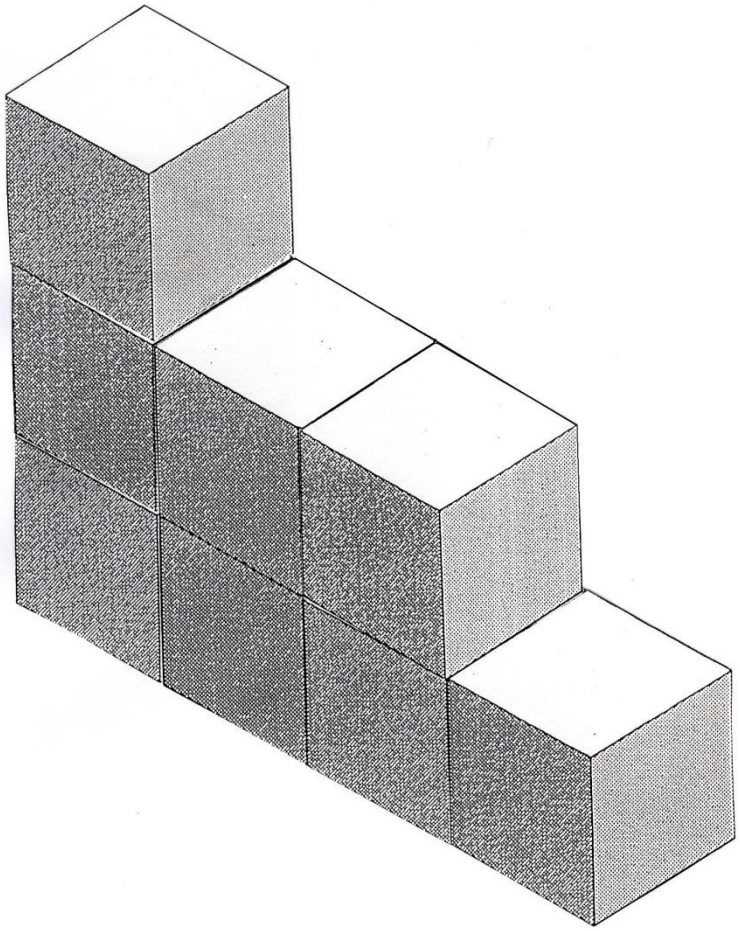
- Gebäude mit vielen Steinen
- Gebäude mit „krummen" Steinen
- Gebäude, bei denen die Umrisse der Steine nicht gut sichtbar sind
- Gebäude mit Lücken, die nicht zu sehen sind
- ...

Architekturbüro

Knobelpunkte: ☐☐☐

Name des Gebäudes: die Kirche

Name des Architekten: Piko



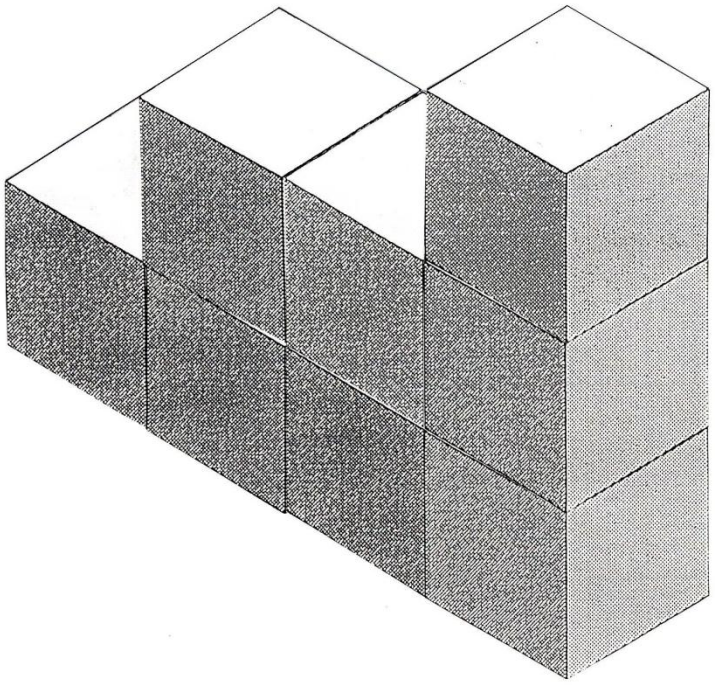
(von vorne)

Architekturbüro

Knobelpunkte: ☐☐☐

Name des Gebäudes: die Kirche

Name des Architekten: Piko



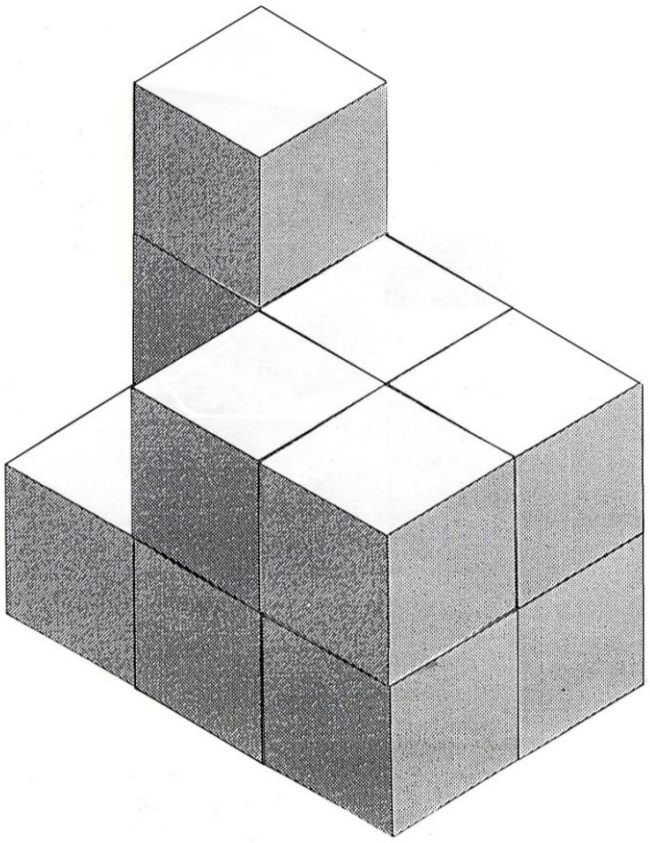
(von hinten)

Architekturbüro

Knobelpunkte: ☐☐☐

Name des Gebäudes: die Fabrik

Name des Architekten: Piko

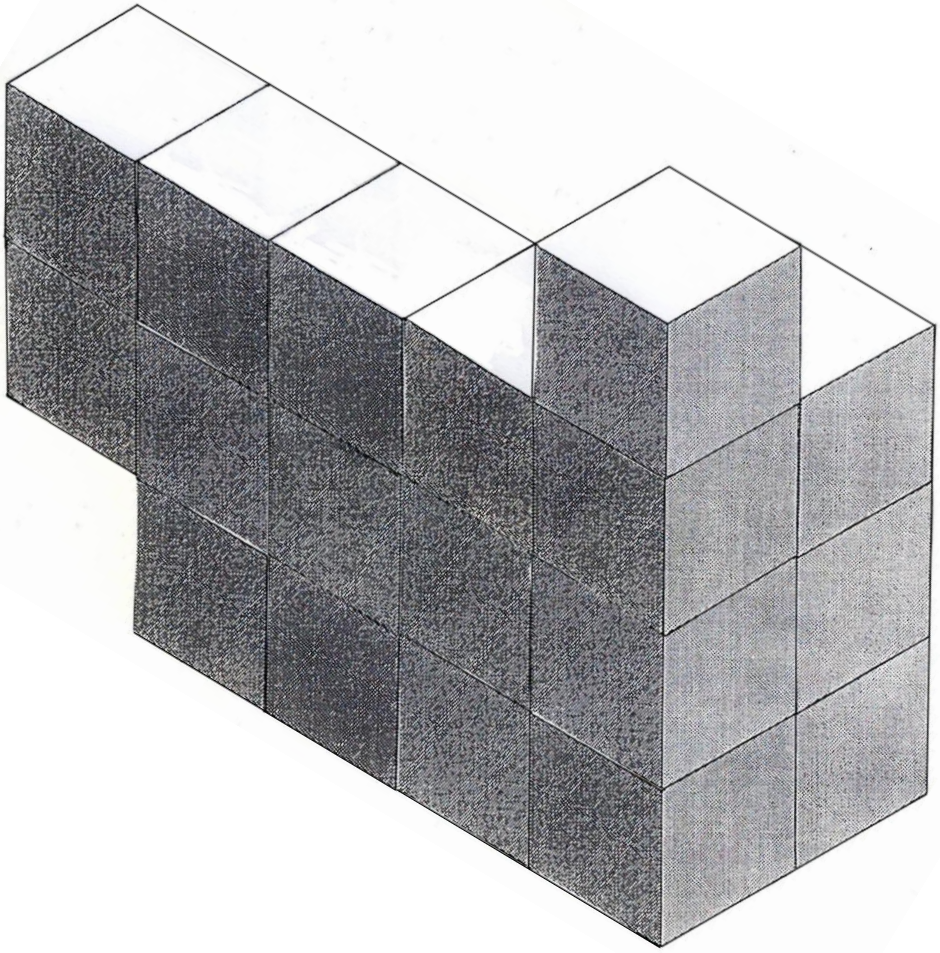


Architekturbüro

Knobelpunkte: ☐☐☐

Name des Gebäudes: die Stadtmauer

Name des Architekten: Piko



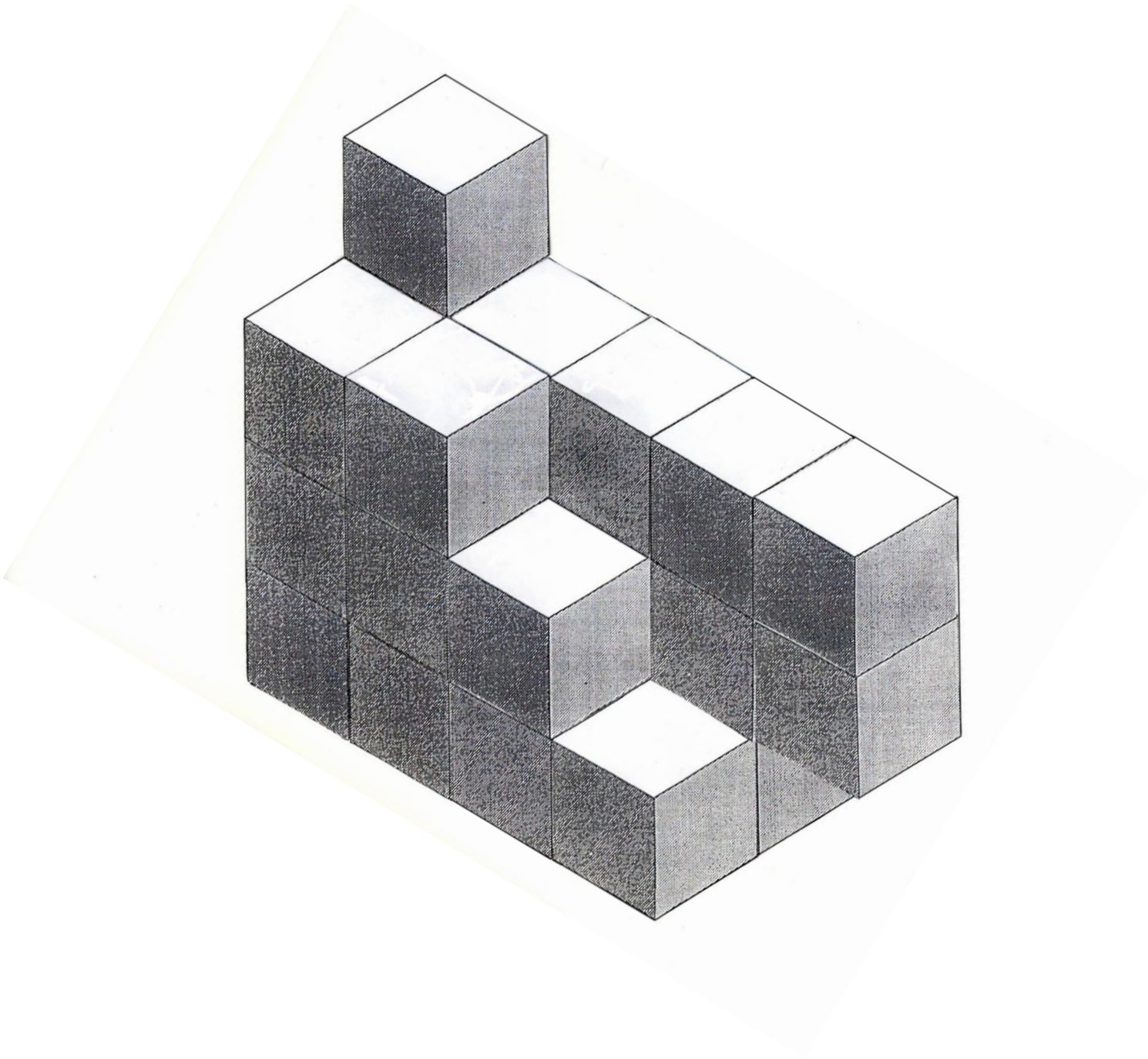
(von vorne)

Architekturbüro

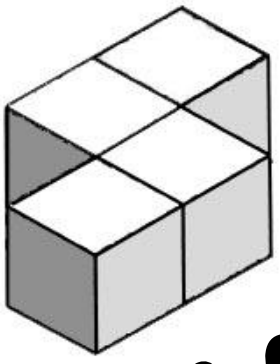
Knobelpunkte: ☐☐☐

Name des Gebäudes: die Stadtmauer

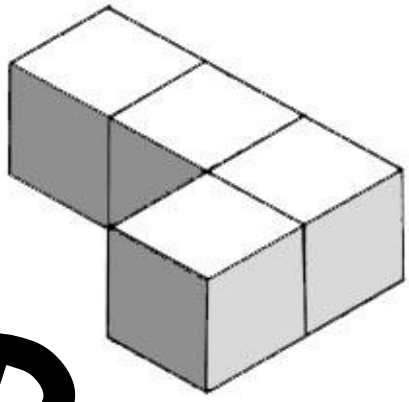
Name des Architekten: Piko



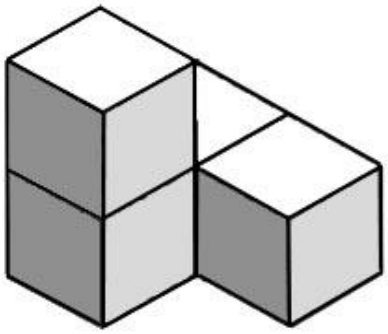
(von hinten)

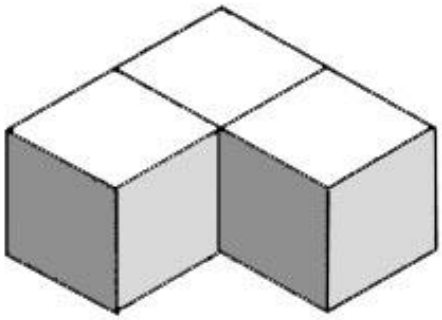


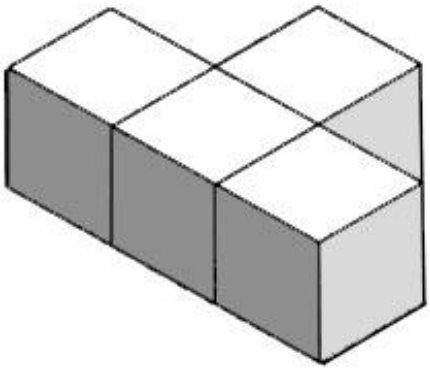


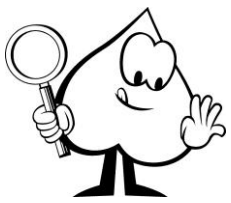


SOMA - Buch

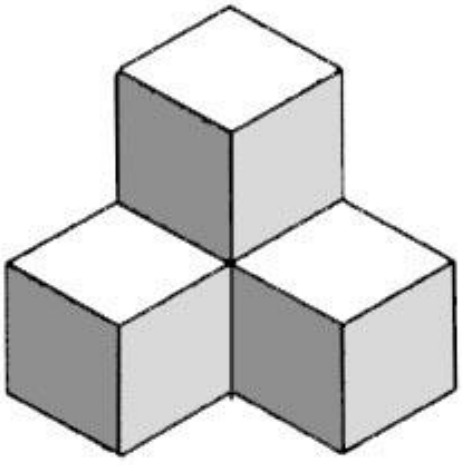


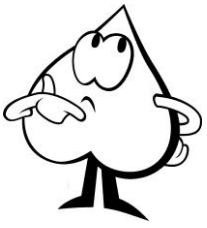


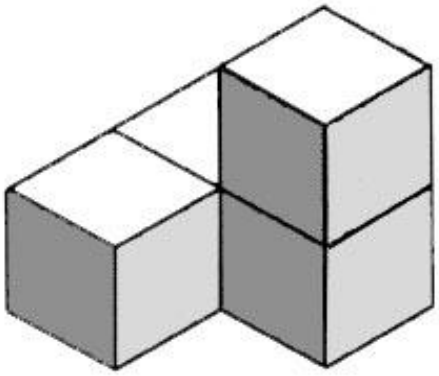




von _____







Name: _____



Wir entwickeln die Bausteine des SOMA-Würfels



Finde möglichst schlau alle möglichen **verschiedenen** Würfel-Vierlinge!

* Woher weißt du, dass es alle sind?
Wie kannst du beweisen, dass es wirklich alle sind?

Meine Lösung:

Ich habe __ verschiedene Würfel-Vierlinge gefunden.

Beschreibe deine Strategie!

So bin ich vorgegangen:

_____

_____

_____

_____

Name: _____



** Würfel-Fünflinge



Finde möglichst schlau alle möglichen **verschiedenen** Würfel-Fünflinge!

* Woher weißt du, dass es alle sind?
Wie kannst du beweisen, dass es wirklich alle sind?

Meine Lösung:

Ich habe __ verschiedene Würfel-Fünflinge gefunden.

Beschreibe deine Strategie!

So bin ich vorgegangen:

_____

_____

_____

_____

Tipp 1

Tipp-Karte 1

Lege den Würfeldrilling vor dich hin.

Füge nun einen neuen Würfel hinzu.
So entsteht ein Würfelvierling.

Kannst du weitere finden?
Lege den vierten Würfel an verschiedene Stellen und du erhältst verschiedene Würfelvierlinge.

Tipp 2

Tipp-Karte 2

Lege den Würfeldrilling vor dich hin.

Füge nun einen neuen Würfel hinzu.
So entsteht ein Würfelvierling.

Kannst du weitere finden?
Lege den vierten Würfel an verschiedene Stellen und du erhältst verschiedene Würfelvierlinge.

Tipp 3

Tipp-Karte 3

Lege den Würfeldrilling vor dich hin.

Füge nun einen neuen Würfel hinzu.
So entsteht ein Würfelvierling.

Kannst du weitere finden?
Lege den vierten Würfel an verschiedene Stellen und du erhältst verschiedene Würfelvierlinge. Du kannst auch nach oben bauen.

Tipp 4

Tipp-Karte 4

Lege den Würfelvierling vor dich hin.

Verschiebe einen Würfel.

Kannst du weitere finden?
Verschiebe den Würfel an verschiedene Stellen und du erhältst verschiedene Würfelvierlinge.

Tipp 5

Tipp-Karte 5

Lege den Würfelvierling vor dich hin.

Verschiebe einen Würfel.

Kannst du weitere finden?
Verschiebe einen weiteren Würfel so, dass du den rechten Würfelvierling erhältst. Erkennst du den Trick?

Wir finden Würfel-Vierlinge für unseren SOMA- Würfel

Tipps für die Mathekonferenz

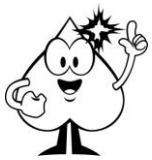


☺
☺ ☺

1. Stellt euch nacheinander gegenseitig eure Tricks vor.
   Zeigt eure Lösungen!
   Dabei könnt ihr auch Würfelvierlinge aufbauen.
   Fragt nach, ob die anderen Kinder euch verstanden haben.
   Wenn ihr einen Trick nicht verstanden habt, lasst ihn euch noch einmal erklären.
2. Überlegt gemeinsam, ob ihr alle Würfelvierlinge gefunden habt!
   Benutzt für eure Erklärungen gemeinsam das Protokollblatt.

Wir finden Würfel-Vierlinge für unseren SOMA- Würfel

Tipps für die Mathekonferenz



☺
☺ ☺

1. Stellt euch nacheinander gegenseitig eure Tricks vor.
   Zeigt eure Lösungen!
   Dabei könnt ihr auch Würfelvierlinge aufbauen.
   Fragt nach, ob die anderen Kinder euch verstanden haben.
   Wenn ihr einen Trick nicht verstanden habt, lasst ihn euch noch einmal erklären.
2. Überlegt gemeinsam, ob ihr alle Würfelvierlinge gefunden habt!
   Benutzt für eure Erklärungen gemeinsam das Protokollblatt.

Protokoll der Mathekonferenz

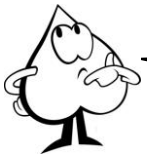
☺
☺ ☺

Namen der Konferenz-Teilnehmer: _____ Datum: _____

_____

_____

Unser Thema: *Wir finden Würfel-Vierlinge für unseren Soma-Würfel*



Wie seid ihr vorgegangen?
Hattet ihr die gleiche Strategie?
Könnt ihr erklären, warum das alle Würfel-Vierlinge sind?

Mein Tipp: Ihr könnt auch zeichnen!



Unsere Ergebnisse:





*** Zusatz-Aufgabe:**
Findet möglichst schlau alle möglichen Würfel-**Fünf**linge!
Woher wisst ihr, dass es alle sind? Wie könnt ihr beweisen, dass es wirklich alle sind?



Architekturbüro

Knobelpunkte: | | |

Name des Gebäudes: _____

Name des Architekten: _____



1. Tipp:

Du brauchst für mein Gebäude __ Steine des SOMA-Würfels.



2. Tipp:

Du brauchst für mein Gebäude folgende Steine des SOMA-Würfels:

den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein.



Architekturbüro

Knobelpunkte:

Name des Gebäudes: _____

Name des Architekten: _____



1. Tipp:

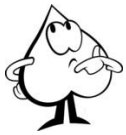
Du brauchst für mein Gebäude __ Steine des SOMA-Würfels.



2. Tipp:

Du brauchst für mein Gebäude folgende Steine des SOMA-Würfels:

den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein,
den _____-Stein.



Architekturbüro

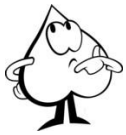
Name des Gebäudes: _____

Name des Architekten: _____

So viele Knobelpunkte wurden vergeben: | | | |

So viele Knobelpunkte vergebe **ich**: | | | |

Ich vergebe so viele Knobelpunkte, weil



Architekturbüro

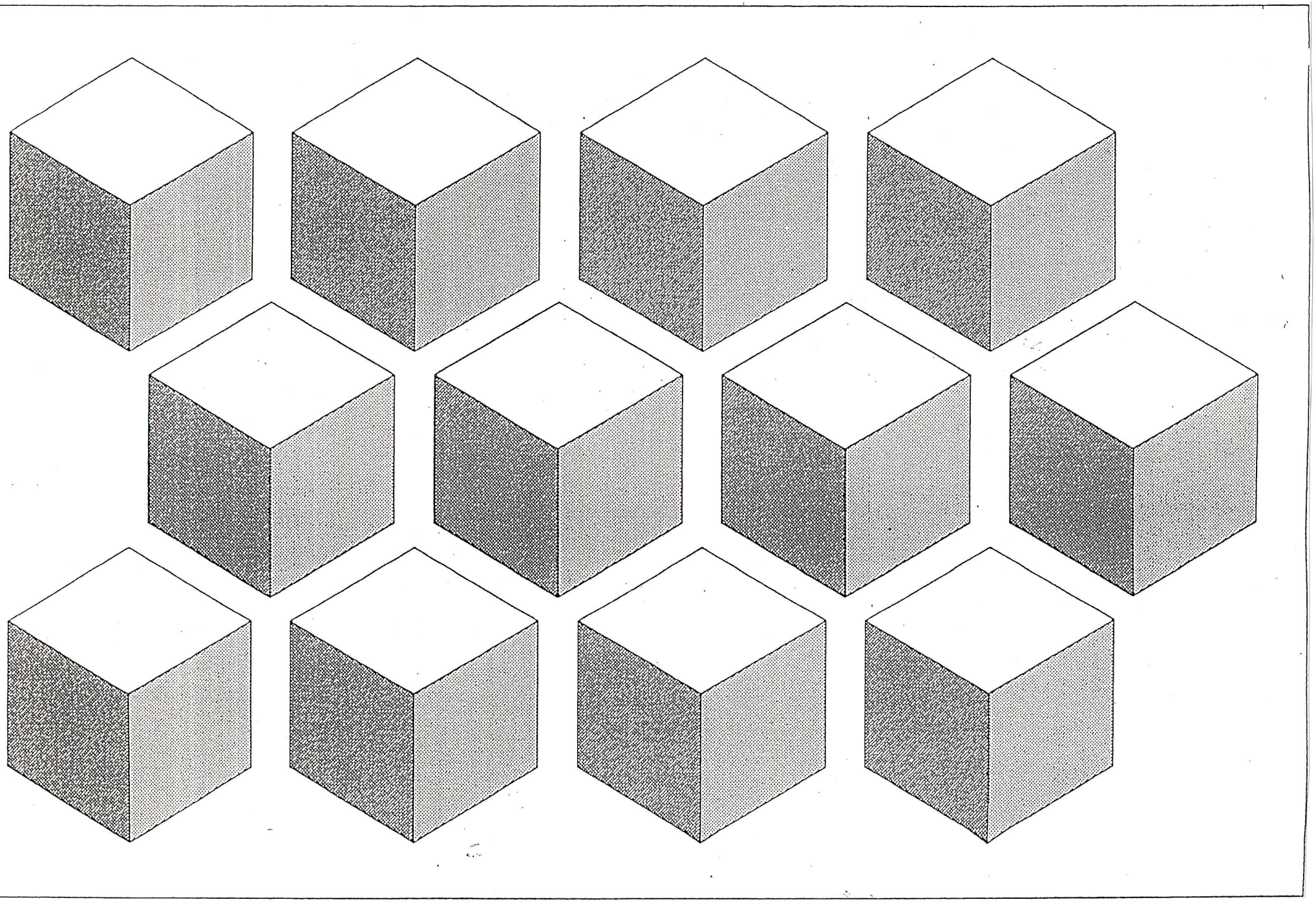
Name des Gebäudes: _____

Name des Architekten: _____

So viele Knobelpunkte wurden vergeben: | | | |

So viele Knobelpunkte vergebe **ich**: | | | |

Ich vergebe so viele Knobelpunkte, weil





Haus 7: Gute Aufgaben

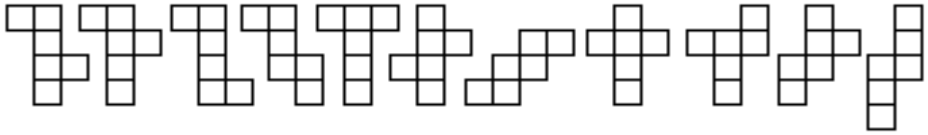
Würfelnetze als geeignetes Aufgabenformat zur Schulung des Raumvorstellungsvermögens

Das Leben in einer dreidimensionalen Welt verlangt, räumliche Gegebenheiten wahrzunehmen, diese in der Vorstellung zu „sehen“, sie mental zu bewegen und umzusortieren. Diese Fähigkeiten können allerdings nicht als selbstverständlich vorausgesetzt werden. Vielmehr durchlaufen sie insbesondere im Grundschulalter einen Entwicklungsprozess, der durch geeignete Lernanlässe angeregt und gefördert werden muss.

Menschen können die räumliche Umwelt wahrnehmen und sich in dieser orientieren. Sie sind befähigt, einen Ball zu fangen, Wege in der Vorstellung zu beschreiben sowie Gegenstände platzsparend in einen Schrank einzusortieren. Diese Fähigkeiten werden alle durch räumliche Fähigkeiten bedingt, die sich nach Franke (2006) aus den Bereichen visuelle Wahrnehmung, räumliches Vorstellungsvermögen und räumliches Denken zusammensetzen. Die visuelle Wahrnehmung wird als das *konkrete* Operieren mit vorhandenen Objekten im dreidimensionalen Raum definiert (vgl. Franke 2006, S.52). Wesentlich für die Entwicklung visueller Fähigkeiten sind demnach Handlungserfahrungen am Material. So können an Arbeitsmitteln Vorstellungen konkret entwickelt werden, indem Lernende die geometrischen Objekte im wahrsten Sinne „begreifen“. Dabei entstehen aus den sinnlich registrierten Reizen Vorstellungsbilder, die mental abgespeichert, verändert und zueinander in Beziehung gesetzt werden können. Die visuelle Wahrnehmung stellt die notwendige Voraussetzung für die Raumvorstellung dar, da Raumvorstellungsvermögen als die Fähigkeit, *mental* mit geometrischen Objekten zu operieren, definiert wird. Operationen wie Transformationen von Objekten oder Objektteilen oder räumliche Bewegungen wie Drehungen, Verschiebungen und Faltungen erfolgen rein in der Vorstellung. Empirisch belegt ist, dass sich das Raumvorstellungsvermögen im Alter von sieben bis dreizehn Jahren besonders stark entwickelt (vgl. Radatz & Rickmeyer 1991, S.145). Folglich kommt der Behandlung geometrischer Inhalte zur Förderung der räumlichen Fähigkeiten insbesondere in der Grundschule eine wesentliche Bedeutung zu (vgl. MSW 2008, S.58). So kann das Raumvorstellungsvermögen der Kinder durch geeignete geometrische Inhalte im Mathematikunterricht gefördert werden. Ausgehend von konkreten Operationen am Material können so mit der Zeit in einem kontinuierlichen Verinnerlichungsprozess mentale Vorstellungsbilder entstehen, mit denen die Kinder mental flexibel operieren können. Eine Möglichkeit, das Raumvorstellungsvermögen der Schüler zu fördern, stellt die unterrichtliche Behandlung von Würfelnetzen dar anhand derer die Schüler charakteristische Eigenschaften von Würfelnetzen entdecken, die Beziehungen von Ebene und Raum verdeutlichen und ihr Raumvorstellungsvermögen schulen können.

Mathematisch gehören Würfelnetze zu den Hexominos, da sie aus sechs zusammenhängenden Quadratflächen bestehen. Sind diese Flächen so angeordnet, dass sie sich zu einem Würfel zusammenfalten lassen, werden sie als *Würfelnetze* bezeichnet. Würfelnetze können hergestellt werden, indem die sechs Flächen zu einem Netz zusammengesetzt, der Körper abgewickelt oder an den Kanten aufgeschnitten wird (vgl.

Radatz & Schipper 1991, S.162). Es gibt zwanzig Netzformen, die sich zu einem Würfel falten lassen. Einige lassen sich durch Drehung oder Spiegelung aufeinander abbilden, so dass insgesamt folgende **elf** Würfelnetze unterschieden werden:



Die Aufgaben sind größtenteils so konzipiert, dass im Sinne der natürlichen Differenzierung eine Bearbeitung auf eigenem Niveau möglich ist. Der Heterogenität der Lerngruppe wird somit Beachtung geschenkt. Zudem wird die Vielfalt der Lerngruppe konstruktiv genutzt. Im Rahmen von Mathe-Konferenzen tauschen sich die Schüler aus, bearbeiten gemeinsam weiterführende Aufgaben und lernen somit von- und miteinander. Folglich werden neben den inhaltsbezogenen Kompetenzen auch die prozessbezogenen Kompetenzen gefördert, da die Schülerinnen und Schüler zum Problemlösen, Darstellen, Kommunizieren und Argumentieren angeregt werden.

Literatur

Franke, M. (2006): *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (2. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

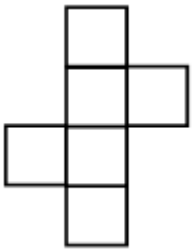
Ministerium für Schule und Weiterbildung Nordrhein-Westfalens (2008): *Lehrplan für die Grundschulen des Landes Nordrhein-Westfalen*.

Radatz, H. & Rickmeyer, K. (1991): *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen*. Hannover: Spektrum.

Radatz, H. & Schipper, W. (1991): *Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr.* Hannover: Schroedel.



Wir werden Würfelnetz-Experten



Wir entdecken Würfelnetze

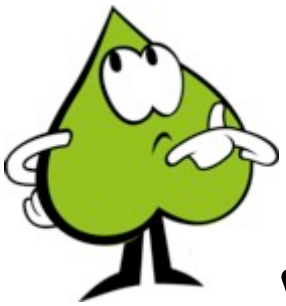




Wir erkennen falsche Würfelnetze



Wir finden alle verschiedenen Würfelnetze



Wir erfinden Würfelnetze zu Würfeln mit Muster

1. Einheit: „Wir entdecken Würfelnetze“

Die Kinder entdecken handlungsorientiert zunächst in Einzelarbeit möglichst viele verschiedene Würfelnetze.

ZIELE

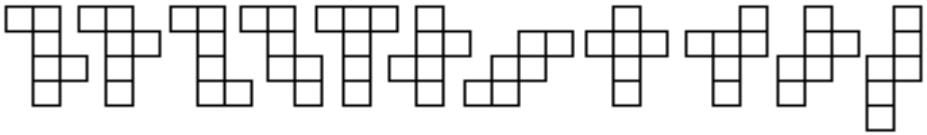
Jedes Kind findet entsprechend seines Niveaus weitere Würfelnetze.
Die Schülerinnen und Schüler sollen…
…mithilfe des Materials eigentätig möglichst viele verschiedene Würfelnetze finden.
…dafür Kriterien für verschiedene Würfelnetze entdecken und anwenden.
…ihre räumlich-visuellen Fähigkeiten entwickeln und eine stetige Loslösung vom Material vollziehen.
…sich in Mathe-Konferenzen über ihre gefundenen Würfelnetze austauschen und gemeinsam möglichst viele verschiedene Würfelnetze finden.

ZEIT

Ca. 90 Minuten

DARUM GEHT ES

In der vorliegenden Unterrichtseinheit stehen Würfelnetze im Mittelpunkt. Unter Würfelnetzen versteht man eine Anordnung von sechs Flächen, die sich zu einem Würfel zusammenfalten lassen. Demnach existieren 20 Netzformen von denen sich 11 nicht durch Drehung oder Spiegelung aufeinander abbilden lassen, so dass letztendlich von folgenden 11 verschiedenen Würfelnetzen ausgegangen werden kann:



In dieser Einheit geht es schwerpunktmäßig darum, dass die Schüler zunächst durch Handlungserfahrungen einen Zugang zu Würfelnetzen bekommen. Es soll zunächst weniger darum gehen, dass die Kinder beweisen können, dass es nicht mehr Würfelnetze geben kann. Vielmehr sollen sie sich mithilfe des konkreten Materials die geometrischen Zusammenhänge

Schuljahr 3

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein

Argumentieren

Darstellen/kommunizieren

Kinder sprechen über…

… ihre gefundenen Würfelnetze

… über Ähnlichkeiten und Unterschiede von Würfelnetzen und deren grundlegende Strukturen

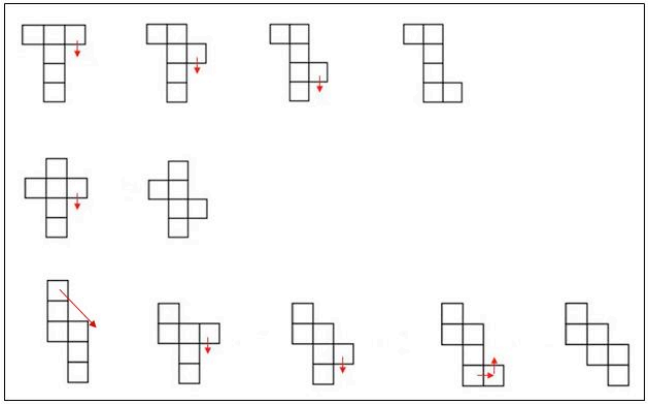
Material

Schüler

- 6 Geo-Clix-Quadrate für jedes Kind (alternativ: Bierdeckel und ausreichend Klebeband)
- Karopapier in DIN A5
- Leitfaden Mathekonferenz
- Tipp-Karten

zwischen Würfelnetz und Würfelkörper und somit zwischen Ebene und Raum veranschaulichen und erschließen.
Nichtsdestotrotz macht die offene Aufgabenstellung „Finde möglichst viele verschiedene Würfelnetze“ keine Vorgaben hinsichtlich der Quantität und Qualität der Bearbeitung. Sie umfasst die Abstufungen „Finde ein weiteres Würfelnetz“, „Finde weitere“, bis hin zu „Finde alle“ und sogar „Begründe, warum es keine weiteren geben kann“, so dass eine niveaudifferenziertere Bearbeitung bereits zu Beginn möglich ist. Im Laufe der Unterrichtsreihe wird die anfängliche Problemfrage dann immer differenzierter thematisiert.
Als unterstützendes Material kann den Schülern das Konstruktionskonzept „Geo-Clix“ zur Verfügung gestellt werden mit dessen Hilfe sie Würfelnetze herstellen können, indem sie das Würfelmodell entweder auffalten oder aber aus sechs Geo-Clix-Quadraten zusammensetzen.

Die Aufgabe erlaubt sowohl spontanes als auch strategisches Vorgehen und wird somit der Leistungsheterogenität der Lerngruppe gerecht, so dass sowohl qualitative als auch quantitative Unterschiede beim Finden der Würfelnetze zu erwarten sind.
Ein strategisches Vorgehen könnte beispielsweise sein, dass lediglich einzelne Flächen von bereits gefundenen Netzen systematisch umgelegt werden, um sich den kompletten Prozess des Zusammenbauens aller Flächen zu sparen.



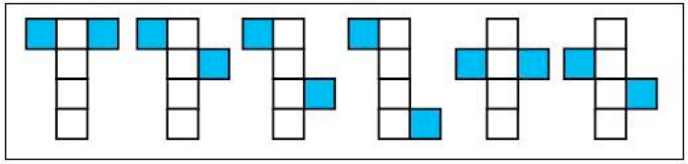
Eine sich entwickelnde Einsicht in Zusammenhänge und grundlegende Strukturen von Würfelnetzen erleichtert die Lösungsfindung, da die Anzahl der Fehlversuche eingegrenzt werden kann. Erkennen Schüler beispielsweise, dass sich Würfelnetze immer aus sechs Flächen zusammensetzen und nur bestimmte Anordnungen zum Würfel führen, so können bestimmte Netzformen ohne den Schritt des Ausprobierens direkt ausgeschlossen und somit die Anzahl der „Fehlversuche“

Lehrer

- Anmeldeliste zur Mathekonferenz

* Reihenverlauf-Themenleine

verringert werden.
Beispielsweise erleichtert die Entdeckung der „4er-Struktur“ das Finden weiterer Würfelnetze:



Die Aufgabe bietet somit die Möglichkeit, die räumlich-visuellen Fähigkeiten der Schüler zu fördern, indem sie zueinander gleiche Würfelnetzformen als gleich erkennen und Raum-Lage-Beziehungen wahrnehmen. Dabei wird insbesondere die Fähigkeit zum mentalen Rotieren ebener Figuren angesprochen, da sich die Kinder gedrehte oder gespiegelte Würfelnetze in anderer Lage vorstellen sollen.

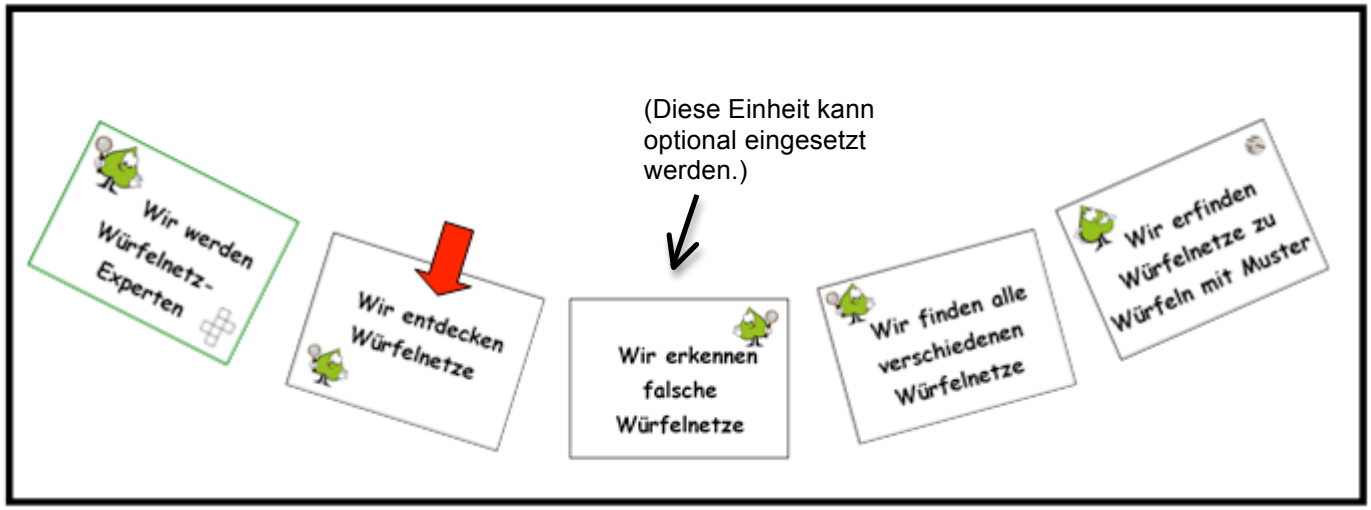
SO KANN ES GEHEN
Zum methodischen Einsatz des Materials

Problemstellung/Leitfragen

1. *Transparenz über die Unterrichtsreihe*

Zu Beginn der Unterrichtsreihe sollte den Kindern Ziel- und Prozesstransparenz gegeben werden, indem der Verlauf mündlich oder mithilfe der Themenleine veranschaulicht wird (vgl.Themenleine).
„In den kommenden Stunden wollen wir Würfelnetz-Experten werden“



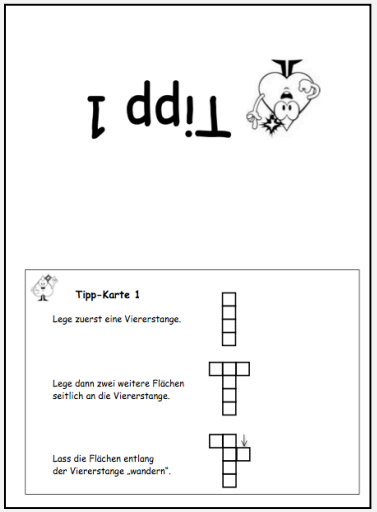


Themenleine

2. *Transparenz über die 1. Einheit*

Zunächst sollte den Kindern beispielsweise über die Themenleine der Unterrichtsreihe Ziel- und Prozesstransparenz gegeben werden.
Die 1. Einheit dient dazu, den Schülern einen möglichst eigentätigen Zugang zu den Würfelnetzen zu ermöglichen. Ihnen sollte daher zu Beginn der Einheit bewusst gemacht werden, dass es sich um ein neues Themengebiet handelt, dass sie zunächst weitgehend selbstständig erkunden sollen.
„Heute werdet ihr zum ersten Mal Würfelnetze kennenlernen. Ihr habt in der heutigen Stunde viel Zeit herauszufinden, was Würfelnetze sind und welche Würfelnetze es überhaupt gibt.“
In einer kurzen Inszenierungsphase wird den Kindern der Zusammenhang zwischen Würfelmodell und Würfelnetz exemplarisch präsentiert. Dies kann beispielsweise in Form eines stillen Impulses geschehen, indem den Kindern sowohl ein zusammengesteckter Würfel aus Geo-Clix als auch ein ausgeklapptes Würfelnetz aus Geo-Clix präsentiert wird. Des Weiteren bietet es sich an, auch ein falsches Würfelnetz zu präsentieren, um die Schüler zu einer Suche nach weiteren funktionierenden Würfelnetzen zu motivieren.
Ziel dieser Phase ist es, dass die Kinder erste Kriterien für Würfelnetze finden. Diese sollten implizieren, dass Würfelnetze Würfel entstehen lassen und dass sich dieser Zusammenhang anhand eines Faltprozesses überprüfen lässt.





Tipp-Karte 1

Tafelbild:

1. ☺ „Finde möglichst viele verschiedene Würfelnetze“

2. ☺ Tauscht euch über eure gefundenen Würfelnetze aus. Findet gemeinsam möglichst viele verschiedene ☺ ☺ Würfelnetze.

Arbeitsphase

Auf die kurze Inszenierungsphase folgt eine lange Phase für die eigentätige Bearbeitung der Aufgabe „Würfelnetze finden“, in der der handlungsorientierte, aktiv-entdeckende Zugang der Schüler zu Würfelnetzen im Vordergrund steht.
Die Arbeitsphase unterteilt sich in zwei Phasen:

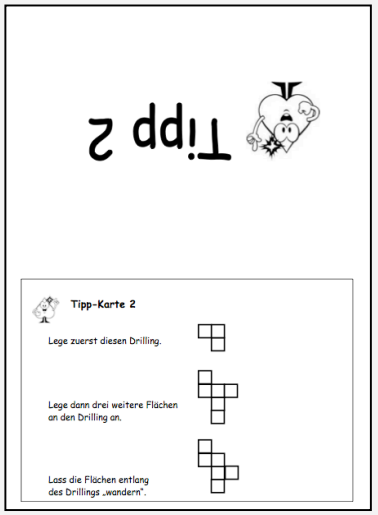
1. Phase:

In Einzelarbeit bearbeiten die Kinder die Aufgabe „Würfelnetze finden“. Zur Problemlösung erhalten die Schüler jeweils 6 Geo-Clix-Quadrate, mit deren Hilfe sie Würfelnetze finden können.
Die Kinder probieren verschiedene Netzformen aus und überprüfen diese mithilfe des Materials. Unterstützend stehen den Kindern zwei Tipp-Karten (vgl. Tipp-Karten) zur Verfügung, die ihnen Anregungen für die Suche nach Würfelnetzen geben können.

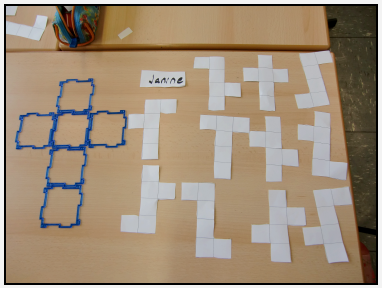
Anmerkung: Es ist möglich, dass die Kinder auch gedrehte und spiegelverkehrte Würfelnetze als verschiedene Würfelnetze ansehen. Diese sollten akzeptiert und nicht korrigiert werden. In der folgenden Mathe-Konferenz machen sich die Schüler möglicherweise gegenseitig auf solche Ähnlichkeiten aufmerksam.

Die gefundenen und auf Richtigkeit überprüften Würfelnetze werden von den Kindern auf Kästchenpapier übertragen und ausgeschnitten, so dass die gefundenen Würfelnetze als Papiermodelle festgehalten werden und für folgende Aufgaben als konkretes Material zur Verfügung stehen. Es bietet sich daher an, jedem Kind beispielsweise einen Briefumschlag zu geben, in dem es seine gefundenen Würfelnetze aufbewahren und ggf. im Laufe der Unterrichtsreihe ergänzen kann, damit diese für folgende Aufgaben zur Verfügung stehen.

Die gefundenen Würfelnetze müssen von den Schülern in einen kleineren Maßstab übertragen, aufgezeichnet und ausgeschnitten werden. Zudem müssen sie das Würfelnetz eines Kantenmodells auf ein Papiermodell übertragen. Kinder, die Probleme mit dieser Übertragung haben, können dazu angeregt werden, die Kästchen des Papiermodells entsprechend des Würfelmodells abzuzählen und beispielsweise die jeweiligen Kästchen auf dem Papier mit kleinen Kreuzchen zu



Tipp-Karte 2



Mithilfe des Materials probieren die Kinder verschiedene Würfelnetzformen aus und halten ihre Lösungen als Papiermodelle fest.

markieren.

2. Phase:

Anschließend findet ein Austausch über die gefundenen Würfelnetze im Rahmen von Mathe-Konferenzen statt (vgl. Haus 8). Die gefundenen Würfelnetze werden präsentiert, verglichen und gleiche Würfelnetze auf Stapeln einander zugeordnet. Das Erkennen der gedrehten und spiegelverkehrten Würfelnetze passiert erfahrungsgemäß eher zufällig. Während der Mathe-Konferenz sitzen die Kinder idealerweise um einen Gruppentisch herum. So können die unterschiedlichen Perspektiven der Kinder auf die Würfelnetze möglicherweise neue Sichtweisen eröffnen und die Schüler dazu anregen, darüber zu sprechen, ob und wie sich Würfelnetze aufeinander schieben, drehen und umdrehen lassen.
Um dem Gespräch eine Struktur zu geben, bietet es sich an, den Kindern einen Leitfaden zur Durchführung der Mathe-Konferenz an die Hand zu geben (vgl. Tipps für die Mathe-Konferenz).
Die Ergebnisse der Mathe-Konferenz werden von den Kindern in einem Mathe-Konferenz-Protokoll festgehalten (vgl. Protokoll der Mathe-Konferenz).

Differenzierung

Die Aufgabe „Würfelnetze finden“ ist so konzipiert, dass sie den Kindern eine niveaudifferenzierte Bearbeitung ermöglicht, da hinsichtlich der Anzahl der zu findenden Würfelnetze bewusst keine Vorgabe gemacht wird. Der Schwerpunkt soll an dieser Stelle der Unterrichtsreihe weniger auf das Endprodukt Würfelnetz gerichtet werden, als auf den individuellen Lösungsprozess.
Die Bearbeitung der Aufgabe kann entweder mithilfe des Materials oder bereits im Kopf durchgeführt werden.

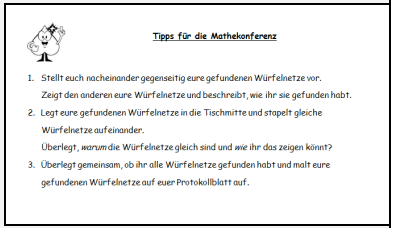
Um allen Kindern eine erfolgreiche Bearbeitung der Aufgabe zu ermöglichen, können sie auf zwei Tipp-Karten zurückgreifen, die ihnen Anhaltspunkte für die Suche weiterer Würfelnetze geben.

Schlussphase/ Reflexion

Im Sitzkreis werden die Ergebnisse der Mathe-Konferenzen den anderen Kindern vorgestellt. Dafür werden die gefundenen Würfelnetze gruppenweise an der Tafel gesammelt.
Es bietet sich an, Geo-Clix bereitzuhalten, so dass die Schüler bei Unsicherheiten einzelne Netzformen nachbauen und überprüfen können.
Den Kindern wird auffallen, dass andere Gruppen gleiche Würfelnetze gefunden haben. In der Mitte des Tafelbildes werden daher die *verschiedenen* Würfelnetze der Klasse gesammelt.
Gemeinsam werden anschließend Ähnlichkeiten thematisiert und die thematisierten Aspekte der Mathe-Konferenzen noch



Anmeldeliste zur Mathe-Konferenz


Tipps für die Mathekonferenz

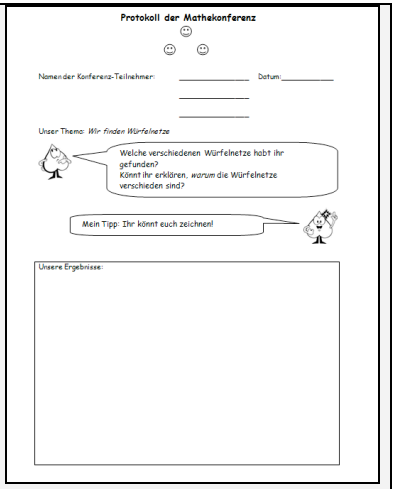
1. Stellt euch nacheinander gegenseitig eure gefundenen Würfelnetze vor. Zeigt den anderen eure Würfelnetze und beschreibt, wie ihr sie gefunden habt.
2. Legt eure gefundenen Würfelnetze in die Tischmitte und stapelt gleiche Würfelnetze aufeinander. Überlegt, *warum* die Würfelnetze gleich sind und *wie* ihr das zeigen könnt?
3. Überlegt gemeinsam, ob ihr alle Würfelnetze gefunden habt und malt eure gefundenen Würfelnetze auf euer Protokollblatt auf.

Tipps für die Mathe-Konferenz

einmal aufgegriffen.

Weiterarbeit

Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens sollte zum Abschluss der Stunde ein Ausblick auf die Folgestunde gegeben werden; hierzu kann auf die Themenleine verwiesen werden. Die gefundenen Würfelnetze der Klasse dienen dabei als Übergang zur folgenden Stunde, in der richtige von falschen Würfelnetzen unterschieden werden sollen, um weiterhin der Frage nachzugehen, wie viele verschiedene Würfelnetze es gibt.
Die Würfelnetze sollen dann genutzt werden, um die zugrundeliegende Struktur der Würfelnetze zu entdecken und weiter zu untersuchen.


Protokoll der Mathekonferenz

Name der Konferenz-Teilnehmer: _____ Datum:_____
_____
_____

Unser Thema: *Wir finden Würfelnetze*

Welche verschiedenen Würfelnetze habt ihr gefunden?
Könnt ihr erklären, *warum* die Würfelnetze verschieden sind?

Mein Tipp: Ihr könnt euch zeichnen!

Unsere Ergebnisse:

Protokoll der Mathe-Konferenz

2. Einheit: „Wir erkennen falsche Würfelnetze“

Diese Einheit muss nicht als separate Einheit durchgeführt werden. Je nach Lernstand und zusätzlichem Übungsbedarf der Klasse ist es durchaus auch möglich, nur einzelne Elemente dieser Einheit (z. B. in Verbindung mit Einheit 1) zu nutzen.

Anhand des Arbeitsblattes „Anna“ soll die Frage, wie viele verschiedene Würfelnetze es gibt, fortgeführt werden. Die Schüler sollen echte von falschen Würfelnetzen unterscheiden und erklären, warum einige Netzformen keine Würfelnetze sind. Ihr Einblick in die Struktur der Würfelnetze wird somit ausgebaut und ihre räumlich-visuellen Fähigkeiten gefördert, da Raum-Lage-Beziehungen erkannt und stetige Wechsel zwischen Ebene und Raum vollzogen werden müssen.

ZIELE

Die Schülerinnen und Schüler sollen …

- … echte Würfelnetze (mental oder mithilfe von Material) identifizieren und diese von falschen Netzformen unterscheiden.
- … die ihnen noch fehlenden Würfelnetze ausprobieren und zu ihren gefundenen Würfelnetzen ergänzen.
- … durch die schriftliche Erklärung die Würfelnetze rückschauend noch einmal genauer betrachten und dabei möglicherweise Entdeckungen über Strukturen und Merkmale von Würfelnetzen machen können.
- … ihre Denkprozesse unterstützt durch Forschermittel und Wortspeicher verschriftlichen.

ZEIT

Ca. 60 Minuten

DARUM GEHT ES

In dieser Einheit wird die Frage „Wie viele verschiedene Würfelnetze gibt es?“ aufgegriffen. Nachdem die Kinder in der ersten Einheit selbstständig Würfelnetze entdeckt haben, sollen sie nun das AB „Anna“ bearbeiten. Sie arbeiten weiter mit Würfelnetzen, vertiefen ihre Einsicht in die Struktur der Würfelnetze und bauen begleitend ihre räumlich-visuellen Fähigkeiten aus.
Das Arbeitsblatt unterteilt sich hierzu in zwei Bereiche:

Schuljahr 3

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein
Argumentieren
Darstellen/kommunizieren

Kinder sprechen über…

… richtige und falsche Würfelnetze.
…den Nutzen von Forschermitteln.

Material

Schüler

- AB „Anna“
- Plakat Forschermittel
- Wortspeicher Würfelnetze

Lehrer

- * Themenleine

1. Teil der Aufgabe

Das Arbeitsblatt (vgl. AB „Anna“) enthält die gefundenen Würfelnetze der fiktiven Schülerin „Anna“, die die Kinder auf Richtigkeit überprüfen sollen. Dazu werden die Schüler zunächst dazu aufgefordert, zwischen richtigen und falschen Würfelnetzen zu unterscheiden. Dafür stehen ihnen von Netzform zu Netzform verschiedene Lösungswege zur Verfügung:

- So können sich die Schüler zum einen ihres visuellen Gedächtnisses bedienen, indem sie sich an einige der Würfelnetze aus der vorangegangenen Stunde erinnern.
- Zum anderen können sie die Netzformen mithilfe des Materials überprüfen. Das Material hat die Funktion, den Wechsel zwischen Ebene und Raum zu verdeutlichen. Die Kinder nutzen es, um Netzformen auszuprobieren oder um Ideen zu überprüfen.
- Des Weiteren kann die Identifizierung der richtigen und falschen Netzformen mental erfolgen. In diesem Fall falten die Kinder die Netzformen gedanklich zusammen und vollziehen somit räumliche Bewegungen von der Ebene zum Raum in der Vorstellung.

Die Kinder unterscheiden nicht nur richtige von falschen Netzformen, sondern finden auf diesem Wege möglicherweise Würfelnetze, die bisher nicht gefunden wurden. Diese ergänzen sie zu ihren Papiermodellen, so dass anschließend jedes Kind über alle 11 verschiedenen Würfelnetze verfügt. Somit werden ihre Papiermodelle vervollständigt und die bereits gefundenen Würfelnetze erneut ins Gedächtnis gerufen.

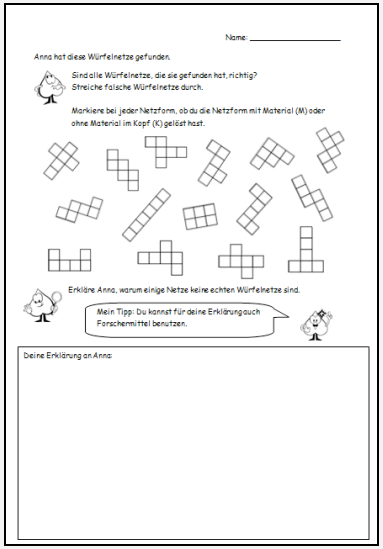
Anschließend sollen die Kinder mit M (für Material) und mit K (für im Kopf gelöst) kennzeichnen, *wie* sie die einzelnen Netzformen überprüft haben. Diese Kennzeichnung ermöglicht der Lehrperson einen Überblick darüber, inwiefern sich der Materialgebrauch der Schüler möglicherweise verändert und gibt somit einen Anhaltspunkt hinsichtlich ihrer visuellen Wahrnehmung bzw. je nach Fähigkeit der Kinder zu ihrem Raumvorstellungsvermögen.

2. Teil der Aufgabe

Die Identifizierung der falschen Netzformen soll einen Erklärungsanlass darstellen, so dass die Kinder Anna anschließend schriftlich erklären, warum einige ihrer gefundenen Netzformen keine echten Würfelnetze sind.
Ziel ist hierbei unter anderem die Einsicht in die Notwendigkeit des genauen und verständlichen Beschreibens aufzubauen.



Themenleine

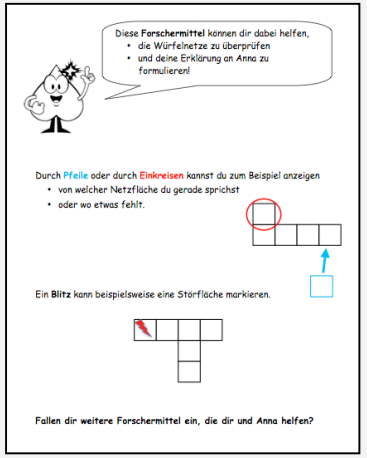


AB „Anna“

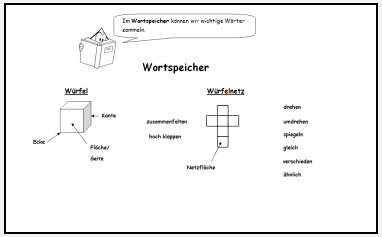
Die Erklärung soll so formuliert werden, dass Anna diese verstehen kann. Forschermittel können dabei helfen, Entdeckungen deutlich zu machen und diese möglichst genau und nachvollziehbar darzustellen.
Anmerkung: Es soll berücksichtigt werden, dass es den Kindern schwerfallen kann, mentale Vorgänge zu verbalisieren und darzustellen. Unter Zuhilfenahme von Material können jedoch viele Schüler diese Schwierigkeiten überwinden und ihre Gedanken erklären und veranschaulichen.
In diesem Zusammenhang kommt demnach den nonverbalen Darstellungsmitteln (Forschermitteln) eine wesentliche Bedeutung zu, um Denkprozesse ggf. zu veranschaulichen.
Entscheidend ist, dass im zweiten Aufgabenteil keine inhaltlichen Vorgaben gegeben sind. Demnach können die Antworten von einer schriftlichen Erklärunge an Anna, dass einige Netzformen falsch sind, bis zu einer Begründung, warum die Netzformen falsch sind, reichen. Demzufolge lässt sich hier ein breites Lösungsspektrum erwarten, wobei zu beachten ist, dass sich die qualitativen und quantitativen Unterschiede sowohl auf sprachliche als auch auf bereits entwickelte räumliche Fähigkeiten zurückführen lassen.
Die Schülerinnen und Schüler können…

- …auflisten, welche Netzformen falsch sind.
- … beschreiben, welcher Teil der Netzform falsch ist bzw. das Zusammenfalten des Netzes zu einem Würfel stört.
- …erklären, wie dieser „Fehler“ behoben werden könnte, so dass aus einem falschen Netz ein richtiges Würfelnetz entsteht.
- … nonverbale Darstellungsmittel nutzen, um ihre Denkprozesse zu veranschaulichen.

Der zweite Teil der Aufgabe ermöglicht somit eine differenziertere Betrachtung der räumlich-visuellen Fähigkeiten der Kinder. Des Weiteren erlaubt die Aufgabe einen Einblick, inwiefern die Kinder bereits Kriterien oder Regeln gebildet haben, die ihnen die Identifizierung der Netze erleichtern. So ermöglichen ausgebildete Fähigkeiten der visuellen Wahrnehmung das Erkennen von Ähnlichkeiten und Unterschieden der Netzformen und somit das Ausmachen störender Netzflächen sowie das Vornehmen von Korrekturen.
Die unterschiedlichen Erklärungen der Schüler können somit Auskunft darüber geben, inwiefern die Kinder die Struktur der Würfelnetze verinnerlicht haben und diese in ihren schriftlichen Erklärungen ausdrücken können.



Plakat Forschermittel



Wortspeicher Würfelnetze

SO KANN ES GEHEN

Zum methodischen Einsatz des Materials

Einstiegsphase/ Problemstellung

Um einen Bezug zur vorangegangenen Stunde herzustellen, bietet es sich an, die bereits gefundenen Würfelnetze der Klasse an der Tafel zu präsentieren und die wesentlichen Ergebnisse wiederholen zu lassen. Das Gespräch über die Würfelnetze kann als Anlass genutzt werden, die wesentlichen Begriffe des Themas in Form eines Wortspeichers zu sammeln (vgl. Wortspeicher). Der Wortspeicher mit den grundlegenden Begriffen kann als Plakat im Klassenraum gemeinsam im Prozess erweitert werden oder den Kindern ausgeteilt und von ihnen im Verlauf der Unterrichtsreihe stetig individuell ergänzt werden.

„Wir wollen in den nächsten Stunden weiter mit Würfelnetzen arbeiten. Am Ende jeder Stunde könnt ihr neue wichtige Wörter in euren Wortspeicher ergänzen.“

Anschließend sollte die Tafel mit den bereits gefundenen Würfelnetzen der Klasse zugeklappt werden.

Die Lehrperson gibt den Schülern die nötige Prozess- und Zieltransparenz, indem sie an der Themenleine auf die aktuelle Einheit verweist. Sie präsentiert das Arbeitsblatt (AB zur Demonstration in DIN A3 an der Tafel), stellt die beiden Arbeitsschritte kurz vor und gibt den Kindern Gelegenheit, erste Überlegungen zu äußern.

Dabei weist sie erneut auf den Wortspeicher hin, der die Formulierung der schriftlichen Erklärung erleichtern kann.

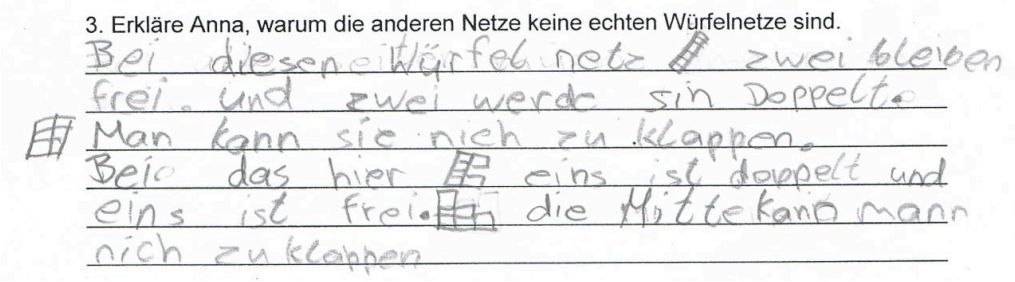
Arbeitsphase

Die Bearbeitung des ersten Teils der Aufgabe „Anna“ kann in Einzel- oder in Partnerarbeit erfolgen. In dieser Phase können fachbezogene Gespräche über die einzelnen Netzformen zwischen den Kindern entstehen, in denen thematisiert wird, welche Netzformen nicht funktionieren und warum das möglicherweise so ist.

Die Lehrperson gibt individuelle Hilfestellungen und ermutigt die Kinder, die Aufgabe ohne Zuhilfenahme des Materials zu bearbeiten, um eine Loslösung vom Material anzubahnen. Des Weiteren können die Schüler durch Impulse dazu angeregt werden, strukturelle Ähnlichkeiten bei der Bearbeitung zu nutzen. „Gibt es Netzformen bei denen dir die Überprüfung leichter fällt? Woran könnte das liegen?“

Den zweiten Teil der Aufgabe bearbeiten die Schüler in Einzelarbeit.

Beispiel: Erklärung an Anna von Beyza


3. Erkläre Anna, warum die anderen Netze keine echten Würfelnetze sind.
Bei diesen Würfelnetz zwei bleiben frei. und zwei werde sin Doppelt. Man kann sie nich zu klappen.
Beio das hier eins ist doppelt und eins ist frei. die Mitte kann mann nich zu klappen

Differenzierung

Die Identifizierung der Würfelnetze im ersten Teil der Aufgabe ermöglicht eine niveaudifferenzierte Bearbeitung entsprechend der räumlich-visuellen Fähigkeiten der Kinder.

So können die Schülerinnen und Schüler von Netz zu Netz entscheiden, ob sie …

- … sich an einige Würfelnetze der vorangegangenen Stunde erinnern
- ... die Netzformen am Material
- ... oder in der Vorstellung überprüfen.

Die Erklärung an Anna kann rein schriftlich erfolgen oder durch Zeichnungen und nonverbale Darstellungsmittel ergänzt werden. Das Plakat Forschermitel macht die Kinder auf die Möglichkeit aufmerksam, Forschermittel zu nutzen, um Entdeckungen zu machen und darzustellen.

Schlussphase / Reflexion

Um die schriftlichen Erklärungen an Anna zu würdigen und die Schreibmotivation zu erhalten, sollten einige Kinder die Möglichkeit bekommen, ihre Erklärungen vorzulesen.

Die Erklärungen der Schüler sollten als Ausgangspunkt für eine *inhaltliche* Reflexion über die Entdeckungen dieser Einheit genutzt werden.
Das Tafelbild der vorangegangenen Stunde kann aufgeklappt und die gefundenen Würfelnetze der Klasse ggf. durch die neu gefundenen Würfelnetze ergänzt werden.

Des Weiteren bietet es sich an dieser Stelle an, *methodisch* über den Umgang mit Forschermitteln zu reflektieren. „Wir haben mit Forschermitteln gearbeitet. Wobei haben dir die Forschermittel geholfen? Wobei nicht? Warum?“
Dafür könnten exemplarisch zwei falsche Netzformen an der Tafel angezeichnet werden, die mithilfe von Forschermitteln verbessert werden. Das Plakat Forschermittel kann an dieser Stelle durch weitere Forschermittel der Kinder ergänzt werden.
Ebenfalls kann methodisch das Verfassen schriftlicher Erklärungen thematisiert werden sowie Kriterien guter Erklärungen.

Weiterarbeit
Zum Abschluss der Einheit wird an der Themenleine ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben. „Jetzt haben wir 11 verschiedene Würfelnetze gefunden. Ihr habt auch schon herausgefunden, dass manche Netzformen keine Würfelnetze sind und könnt erklären, warum das so ist. In der nächsten Stunde wollen wir uns die Würfelnetze noch einmal genau anschauen, um ganz sicher zu sein, dass wir alle möglichen Würfelnetze gefunden und keine vergessen haben.“
Zudem sollte in den folgenden Stunden der Wortspeicher kontinuierlich erweitert und die Forschermittel weiter genutzt werden.

3. Einheit: „Wir finden alle verschiedenen Würfelnetze“

Im Rahmen der Aufgabe „Würfelnetzplakat“ sollen die elf verschiedenen Würfelnetzformen verglichen und hinsichtlich ihrer Struktur genauer untersucht werden. Die Einsicht in die Struktur der Würfelnetze soll die Schüler dazu befähigen, zu begründen, dass es keine weiteren Würfelnetze geben kann.

ZIELE

Die Schülerinnen und Schüler sollen …

- … die elf Würfelnetze erneut betrachten und hinsichtlich erkannter Ähnlichkeiten auf einem Würfelnetzplakat anordnen.
- ... die Entdeckungen mithilfe von Forschermitteln nachvollziehbar darstellen.
- ... individuelle Bezeichnungen für die einzelnen Würfelnetzformen finden.
- …*begründen, warum es keine weiteren Würfelnetzformen geben kann.

ZEIT

Ca. 90 Minuten

DARUM GEHT ES

Im Zentrum der dritten Einheit steht die Frage „Sind das wirklich alle Würfelnetze? Wie könnte ich das zeigen?“. Zur Beantwortung dieser Frage sollen die Schüler die Struktur der Würfelnetze noch einmal genauer betrachten und anschließend ein Würfelnetzplakat entwerfen. Anhand dessen sollen Ähnlichkeiten oder „Verwandtschaftsbeziehungen“ von Würfelnetzformen verdeutlicht werden. Das Erkennen von Strukturen und das Entdecken von Beziehungen zwischen Netzen und deren Darstellung stehen somit im Mittelpunkt dieser Einheit.
Bei dieser Aufgabe ist es notwendig, dass die Kinder mental mit Würfelnetzen operieren können, da sie diese beispielsweise als ganze Objekte in der Vorstellung drehen und umdrehen müssen. Die Kategorisierung von Würfelnetzen erfordert die Fähigkeit, in Würfelnetzen eine Struktur zu erkennen und diese flexibel auf andere Netze übertragen zu können. Dadurch, dass das Objekt Würfelnetz erneut aufgegriffen wird, können die Schüler ggf. neue Aspekte entdecken.
Somit kann ihnen manches möglicherweise bewusster werden als in den vorangegangenen Stunden.

Schuljahr 3

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen

Argumentieren

Darstellen/kommunizieren

Kinder sprechen über…

… Ähnlichkeiten von Würfelnetzformen

… mögliche Bezeichnungen für die einzelnen Würfelnetzformen

…den Nutzen von Forschermitteln

Material

Schüler

- AB Würfelnetzplakat
- DIN A4 buntes Papier für jedes Kind
- AB 11 Würfelnetze
- AB *Alle verschiedenen Würfelnetze

Zudem fordert die Aufgabenstellung die Wahl angemessener Darstellungsformen. Zur Verdeutlichung von Ähnlichkeiten oder „Verwandtschaft“ einzelner Würfelnetzformen eignen sich verschiedene nonverbale Darstellungsmittel (Einkreisen, Pfeile, Farben). Die Markierungen dienen sowohl dem Entdecken von Ähnlichkeiten als auch der Dokumentation von bereits entdeckten Auffälligkeiten.
Da bezüglich der zu verwendenden Darstellungsmittel keine Vorgaben gemacht werden, können die Schüler individuell vorgehen. Dies setzt jedoch voraus, dass sie mögliche Varianten der Darstellung reflektieren, Vor- und Nachteile abwägen und so ihre Kompetenz des Darstellens schulen.

SO KANN ES GEHEN

Zum methodischen Einsatz des Materials

Zu Beginn der Einheit kann den Kindern anhand der Themenleine die nötigen Ziel- und Prozesstransparenz gegeben und zudem verdeutlicht werden, welche Rolle diese Einheit in der gesamten Unterrichtsreihe einnimmt.
Bevor die Schüler mit der Bearbeitung der Aufgabe beginnen, sollte die Lehrperson erneut auf die Forschermittel verweisen. Dazu bietet es sich an, die Kinder nach benutzten Forschermitteln zu fragen und diese an der Tafel oder auf einem Plakat zu sammeln. In diesem Zusammenhang kann noch einmal auf das Forschermittel Plakat verwiesen werden.
„Wir wollen heute genauer untersuchen, wodurch sich Würfelnetze auszeichnen und was sie gemeinsam haben. Dazu wollen wir Forschermittel benutzen!“

Problemstellung/Leitfrage:

1. Wie lassen sich die Würfelnetze ordnen?
2. Welche Bezeichnungen/Namen passen zu den einzelnen Würfelnetzformen?
3. Erstelle ein Würfelnetzplakat, auf dem du die Ähnlichkeiten anschaulich darstellst.

Arbeitsphase

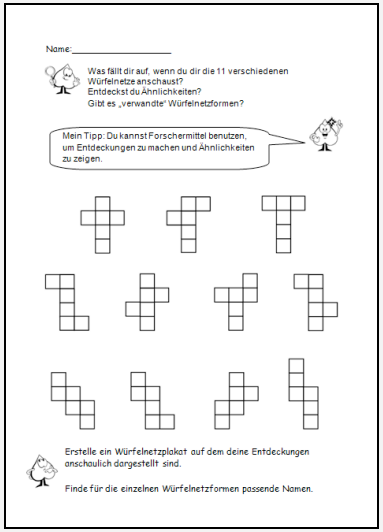
Die Aufgabe enthält die beiden Teilaspekte *Beziehungen darstellen* und *Würfelnetze benennen*.
Zunächst bearbeiten die Schüler den Arbeitsauftrag (vgl. AB Würfelnetzplakat) in Einzelarbeit, indem sie die Würfelnetze zunächst auf Ähnlichkeiten hin untersuchen und ihre Entdeckungen mithilfe von Forschermitteln verdeutlichen.
Anschließend schneiden sie die Würfelnetze aus (vgl. AB 11 Würfelnetze) und stellen die strukturellen Ähnlichkeiten auf einem individuellen Würfelnetzplakat dar.
Ergänzend kann das Arbeitsblatt *Alle verschiedenen Würfelnetze bearbeitet werden.

Lehrer

- * Reihenverlauf-Themenleine



Themenleine

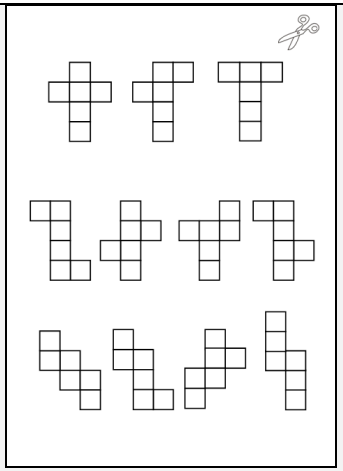


AB Würfelnetzplakat

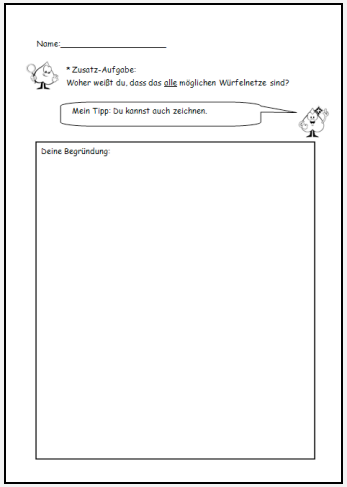
Differenzierung
Als Grundanforderung sollen alle Schüler die Würfelnetze auf Ähnlichkeiten untersuchen und diese auf einem Würfelnetzplakat anschaulich darstellen.
Als weiterführende Aufgabe können die Schüler zusätzlich begründen, *warum* es keine weiteren Würfelnetze geben kann.

Schlussphase / Reflexion
Die Würfelnetzplakate werden am Ende beispielsweise in Form eines Museumsrundgangs den Mitschülern präsentiert.
Mit Verweis auf die Themenleine sollen die Kinder am Ende gemeinsam reflektieren, *warum* es keine weiteren Würfelnetze geben kann.
Abschließend kann zudem die Eignung verschiedener Darstellungen diskutiert und Kriterien für gute Darstellungen herausgestellt werden.

Wesentliche Aspekte der bisherigen Einheiten können auch im Rahmen einer **Kindersprechstunde** (vgl. Haus 10) thematisiert werden. Dort können dem Kind beispielsweise einzelne Netzformen noch einmal vorgelegt werden. Die Lehrperson kann das Kind bei der Bearbeitung der Aufgabe beobachten und es bei Bedarf unterstützend begleiten. Das hat den Vorteil, dass Gespräche über Lösungswege entstehen sowie Impulse gegeben werden können, wenn das Kind die Aufgabe nicht auf Anhieb bearbeiten kann. Des Weiteren kann die Lehrperson gezielte Rückfragen stellen. So kann sie beispielsweise nach anderen Netzformen fragen oder das Kind dazu auffordern, eine weitere Begründung mündlich oder schriftlich zu formulieren. Die mündliche Gesprächssituation bietet die Vorteile, dass das Kind seine Lösung mündlich begründen kann und dabei nicht darauf angewiesen ist, Begründungen schriftlich formulieren zu können. Sprachliche Schwierigkeiten können in dieser Gesprächssituation entkräftet werden, da das Kind nonverbale Darstellungsmittel zur Hilfe nehmen kann, die ihm dabei helfen, seine mentalen Vorstellungen auszudrücken. So kann es beispielsweise seine Hände zur Hilfe nehmen oder aber Erklärungen am Modell veranschaulichen.Im Rahmen der Kindersprechstunde kann sich dann ergänzend zum schriftlichen Dokument zeigen, inwiefern das Kind dazu in der Lage ist, Netzformen korrekt zu beurteilen, seine Einschätzungen zu begründen und gegebenenfalls Verbesserungsvorschläge zu formulieren.
Auf dieser Grundlage kann die Lehrperson den Lernstand noch differenzierter erheben und im Anschluss an die Kindersprechstunde Hinweise zur Weiterarbeit und zur Anregung weiterer Lernfortschritte geben (vgl. Lernbericht).



AB 11 Würfelnetze



AB *Alle verschiedenen Würfelnetze

Lernbericht **„Würfelnetze“**

Name:_____

	So schätze ich mich ein…			**So schätzt deine Lehrerin deine Leistung im Moment ein..**		
	Das kann ich gut	Das kann ich ziemlich gut	Das muss ich noch üben	Das kannst du gut	Das kannst du ziemlich gut	Das musst du noch üben
Ich weiß, was ein Würfelnetz ist						
Ich kann erkennen, wenn Würfelnetze gleich /doppelt sind						
Ich kann falsche Würfelnetze mithilfe von Material erkennen						
Ich kann falsche Würfelnetze erkennen, indem ich sie in Gedanken zusammenklappe						
Ich kann erklären, warum ein Würfelnetz falsch ist						
Ich kann aus einem falschen Würfelnetz ein richtiges machen						
Ich kann beschreiben, wie ich vorgegangen bin						

4. Einheit: „Wir erfinden Würfelnetze zu Würfeln mit Muster“

Die entwickelte Einsicht in die Struktur der Würfelnetze wird in dieser Einheit von den Schülern genutzt, um Würfelnetze mit Muster zu entwickeln. Die Anforderung besteht darin, sich nicht nur den Faltprozess vorzustellen, sondern ohne Material mental zu ermitteln, welche Würfelnetzflächen sich gegenüberliegen.

ZIELE

Die Schülerinnen und Schüler sollen …

- …ihre gesammelten Erfahrungen zu Würfelnetzen nutzen und auf Würfelnetze mit Muster übertragen.
- …Zuordnungen von Würfelnetz und Würfel ohne Zuhilfenahme von Material vornehmen.

ZEIT

ca. 90 Minuten

DARUM GEHT ES

In dieser Einheit werden grundlegende Erfahrungen aus den vorangegangenen Einheiten aufgegriffen und auf einen breiteren Themenbereich übertragen. Die Schüler werden zum mentalen Operieren angeregt, wodurch ihr Raumvorstellungsvermögen gefördert wird.
Aus diesem Grund soll lediglich bei Bedarf Material genutzt werden.
Allerdings werden die Kinder durch die Tipp-Karte 1 dazu angeregt, ihre Würfelnetze aus Papier zu nutzen, um sich die gegenüberliegenden Seiten der Würfelnetze bewusst zu machen. Das Einfärben der gegenüberliegenden Flächen in derselben Farbe regt die Kinder dazu an, den ständigen Wechsel zwischen Ebene und Raum in der Vorstellung zu vollziehen und die Flächen im Netz in Beziehung zum Würfel zu sehen.
Somit wird die Fähigkeit, Faltprozesse mental durchzuführen und Raum-Lage-Beziehungen zu erkennen, gefördert.
Die Aufgabe lässt eine niveaudifferenzierte Bearbeitung zu, da einige Kinder Fläche für Fläche vorgehen, während andere die Netze ganzheitlich erfassen und die Muster umgehend fortsetzen können.
Zudem können die ausgeschnittenen Würfelnetze bei Bedarf zusammengefaltet werden.

Bevor die Schüler eigene Würfelnetze mit Muster erfinden und diese ihren Mitschülern präsentieren, sollen sie Augenzahlen auf Würfelnetze eines Spielwürfels ergänzen und zu einem vorgegebenen Spielwürfel das richtige Würfelnetz zuordnen. Bei

Schuljahr 3

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein

Darstellen/kommunizieren

Kinder sprechen über…

… ihre Erfahrungen zu Würfelnetzen und fassen die wesentlichen Kriterien zusammen.

… individuell gestaltete Würfelnetze zu Würfeln mit Muster.

Material

Schüler

- AB Würfelnetze mit Muster
- AB eigene Würfelnetze mit Muster erfinden
- AB Netze zu anderen Körpern
- Tipp-Karten

Lehrer

- * Themenleine

dieser Aufgabe müssen nicht nur die gegenüberliegenden Flächen identifiziert werden, sondern zudem die korrekte Lage der Punkte (z.B. von rechts unten nach links oben) der Augenzahlen berücksichtigt werden. Somit gewinnen die Beziehungen der Flächen im Würfelnetz untereinander und zum Würfelkörper an Bedeutung.

Bei der Entwicklung eigener Würfelnetze mit Muster wird der Schwierigkeitsgrad von den Schülern durch die Wahl der Muster (Farben, Symbole, usw.) selbst gewählt. Die Teamarbeit mit einem Partner soll sowohl die Flexibilität der mentalen Operationen als auch das Formulieren der Denkprozesse fördern.

SO KANN ES GEHEN
Zum methodischen Einsatz des Materials

Einstiegsphase/ Problemstellung
Anhand der Themenleine soll den Schülern die nötige Ziel- und Prozesstransparenz vermittelt werden. Die Lehrperson sollte die Kinder darauf aufmerksam machen, dass es sich vorläufig um die letzten beiden Stunden zum Thema Würfelnetze handelt und dass die Inhalte der letzten Einheit auf den Erkenntnissen der vorangegangenen Einheiten aufbauen und diese gleichzeitig die Unterrichtsreihe abrunden.

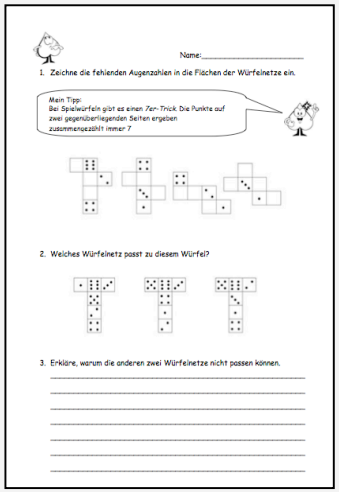
Tafelbild:

1. AB Würfelnetze mit Muster
2. AB eigene Würfelnetze mit Muster erfinden
3. AB Netze zu anderen Körpern

Arbeitsphase
Die Schüler bearbeiten zunächst das Arbeitsblatt „Würfelnetze mit Muster“ in Einzelarbeit.
Die Bearbeitung sollte möglichst ohne Material erfolgen, wobei ihnen zwei Tipp-Karten als Unterstützung zur Verfügung stehen.
Nachdem die Kinder das erste Arbeitsblatt fertiggestellt haben, sollen sie sich in Zweierteams zusammenfinden und das



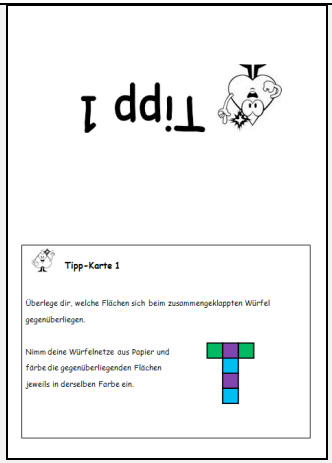
Themenleine


Name:
1. Zeichne die fehlenden Augenzahlen in die Flächen der Würfelnetze ein.
Mein Tipp:
Bei Spielwürfeln gibt es einen Tor-Trick. Die Punkte auf zwei gegenüberliegenden Seiten ergeben zusammengezählt immer 7
2. Welches Würfelnetz passt zu diesem Würfel?
3. Erkläre, warum die anderen zwei Würfelnetze nicht passen können.
AB Würfelnetze mit Muster

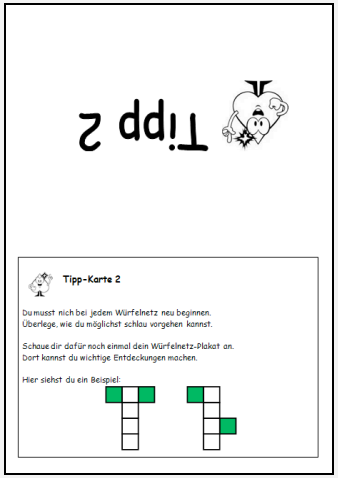
Arbeitsblatt „eigene Würfelnetze mit Muster erfinden“ bearbeiten und sich über ihre gefundenen Lösungen austauschen.
Ist die Partnerarbeit abgeschlossen, tragen sich die Kinder in die Anmeldeliste zur Mathe-Konferenz ein und finden sich zu einer abschließenden Mathe-Konferenz zusammen.

Differenzierung
Zur Unterstützung stehen den Kindern zwei Tipp-Karten zur Verfügung.
Die Tipp-Karte 1 verweist auf die Würfelnetze aus Papier, die jedes Kind für sich erstellt hat.
Anhand derer können sich die Schüler die Positionen der gegenüberliegenden Flächen verdeutlichen.
Die Tipp-Karte 2 regt die Kinder zu einem geschickten Vorgehen an, indem sie die Aufmerksamkeit auf die Struktur der Würfelnetze lenkt. Die systematische Anordnung der Würfelnetze auf dem Plakat kann dabei eine Hilfe darstellen, wenn beispielsweise die 4er-Struktur der Netze beachtet wird.

Schlussphase / Reflexion
Den Abschluss der Unterrichtseinheit bildet eine Reflexion der gesammelten Erfahrungen zu Würfelnetzen. In Mathe-Konferenzen sollen die wesentlichen Entdeckungen der Unterrichtsreihe gesammelt und allgemeine Kriterien für Würfelnetze formuliert werden. Diese sollen in einem Mathe-Konferenz-Protokoll festgehalten werden.
In einer Zwischenreflexion werden die zentralen Aspekte der Klasse gesammelt und an der Tafel von der Lehrperson festgehalten.
Im Anschluss daran wird in jeder Mathe-Konferenz das Arbeitsblatt „Netze zu anderen Körpern“ bearbeitet, so dass in jeder Gruppe zu einem neuen Körper (Quader, quadratische Pyramide, Tetraeder) ein oder mehrere Körpernetze entworfen werden. Dieser Vorgang soll möglichst ohne Zuhilfenahme von Material geschehen, wobei die Körperformen bei Bedarf mit Geo-Clix konstruiert werden können. In der Gruppensituation werden die Schüler angeregt, über verschiedene Vorstellungen zu diskutieren und diese zu überprüfen.
Anschließend werden die Netzformen der Lerngruppe präsentiert und hinsichtlich ihrer Gemeinsamkeiten und Unterschiede untersucht und in Verbindung zu den bisher gesammelten Erfahrungen zu Würfelnetzen gesetzt.
Die abschließende Reflexion soll den Schülern die Relevanz ihres Lernprozesses verdeutlichen, indem ihre Erfahrungen aufgegriffen werden und in einen größeren geometrischen Zusammenhang gebracht werden.
So erhalten die Schüler den Ausblick, ihr Erlerntes auch auf andere Körper und Situationen anwenden zu können.



Tipp-Karte 1



Tipp-Karte 2

Tipp 1

Tipp-Karte 1

So kannst du weitere Würfelnetze finden:

Lege zuerst eine Viererstange.

Lege dann zwei weitere Quadrate so an die Viererstange an, dass ein Würfelnetz entsteht.

Lass ein einzelnes Quadrat entlang der Viererstange „wandern".

Überprüfe, ob ein neues Würfelnetz entstanden ist.

Tipp 2

Tipp-Karte 2

So kannst du weitere Würfelnetze finden:

Lege zuerst diesen Drilling.

Lege dann drei weitere Quadrate so an den Drilling an, dass ein Würfelnetz entsteht.

Lass einzelne Quadrate entlang des Drillings „wandern" und überprüfe, ob du ein neues Würfelnetz gefunden hast.

Tipp 1

Tipp-Karte 1

So kannst du weitere Würfelnetze finden:

PIKO hat dieses Würfelnetz gefunden.

Er lässt ein einzelnes Quadrat
an der Viererstange entlang wandern.

Dann überprüft er, ob er ein neues Würfelnetz gefunden hat.

Tipp 2

Tipp-Karte 2

So kannst du weitere Würfelnetze finden:

PIKO hat dieses Würfelnetz gefunden.

Er lässt ein einzelnes Quadrat
an dem Drilling entlang wandern.

Dann überprüft er, ob er ein neues Würfelnetz gefunden hat.



Tipps für die Mathe-Konferenz

1. Stellt euch nacheinander eure gefundenen Würfelnetze vor.
2. Legt eure gefundenen Würfelnetze in die Tischmitte und stapelt gleiche Würfelnetze aufeinander.
   Es sollen keine Stapel doppelt vorkommen.
   Überlegt, *warum* die Würfelnetze gleich sind und *wie* ihr das zeigen könnt?
3. Überlegt gemeinsam, ob ihr alle Würfelnetze gefunden habt und malt eure gefundenen Würfelnetze auf euer Protokollblatt auf.



Tipps für die Mathe-Konferenz

1. Stellt euch nacheinander eure gefundenen Würfelnetze vor.
2. Legt eure gefundenen Würfelnetze in die Tischmitte und stapelt gleiche Würfelnetze aufeinander.
   Es sollen keine Stapel doppelt vorkommen.
   Überlegt, *warum* die Würfelnetze gleich sind und *wie* ihr das zeigen könnt?
3. Überlegt gemeinsam, ob ihr alle Würfelnetze gefunden habt und malt eure gefundenen Würfelnetze auf euer Protokollblatt auf.

Protokoll der Mathe-Konferenz

☺

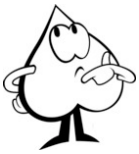
☺ ☺

Namen der Konferenz-TeilnehmerInnen: _____ Datum:_____

_____

_____

Unser Thema: *Wir entdecken Würfelnetze*



Welche verschiedenen Würfelnetze habt ihr gefunden?
Könnt ihr erklären, *warum* die Würfelnetze verschieden sind?

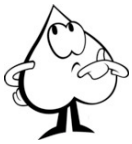
Mein Tipp: Ihr könnt auch zeichnen!



Unsere Ergebnisse:

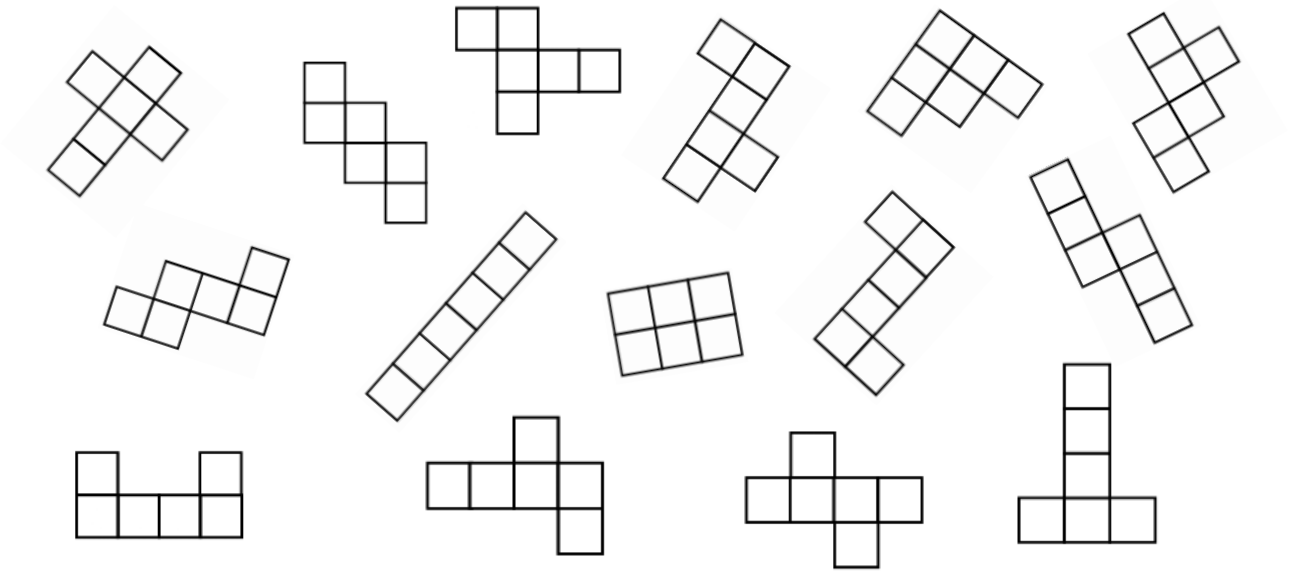
Name: _____

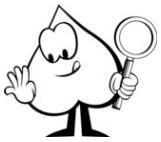
Anna hat diese Würfelnetze gefunden.



Sind alle Würfelnetze, die sie gefunden hat, richtig?
Streiche falsche Würfelnetze durch.

Markiere bei jeder Netzform, ob du die Netzform mit Material (M) oder ohne Material im Kopf (K) überprüft hast.



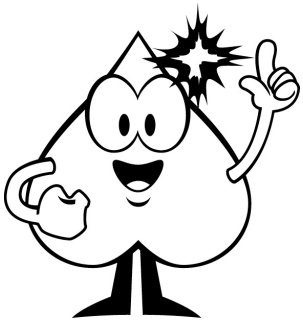


Erkläre Anna, warum einige Netze keine echten Würfelnetze sind.

Mein Tipp: Du kannst für deine Erklärung auch Forschermittel benutzen.



Deine Erklärung an Anna:

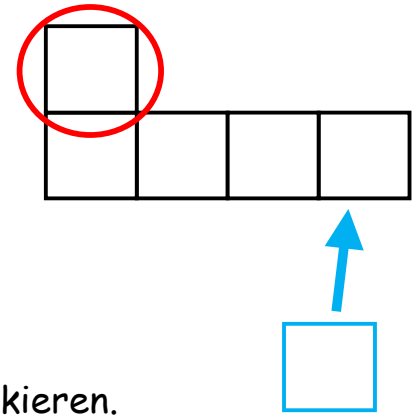


Diese **Forschermittel** können dir dabei helfen,

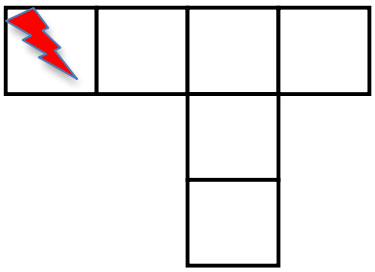
- die Würfelnetze zu überprüfen
- und deine Erklärung an Anna zu formulieren!

Durch **Pfeile** oder durch **Einkreisen** kannst du zum Beispiel anzeigen

- von welcher Netzfläche du gerade sprichst
- oder wo etwas fehlt.



Ein **Blitz** kann beispielsweise eine Störfläche markieren.



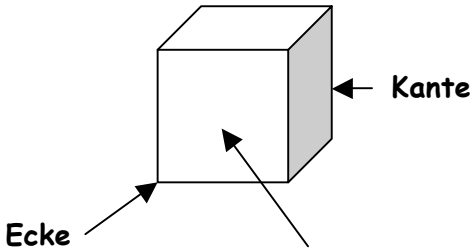
Fallen dir weitere Forschermittel ein, die dir und Anna helfen?



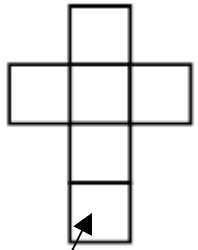
Im **Wortspeicher** können wir wichtige Wörter sammeln.

Wortspeicher

Würfel



Würfelnetz



zusammenfalten

hoch klappen

drehen

umdrehen

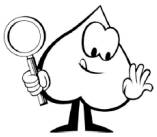
spiegeln

gleich

verschieden

ähnlich

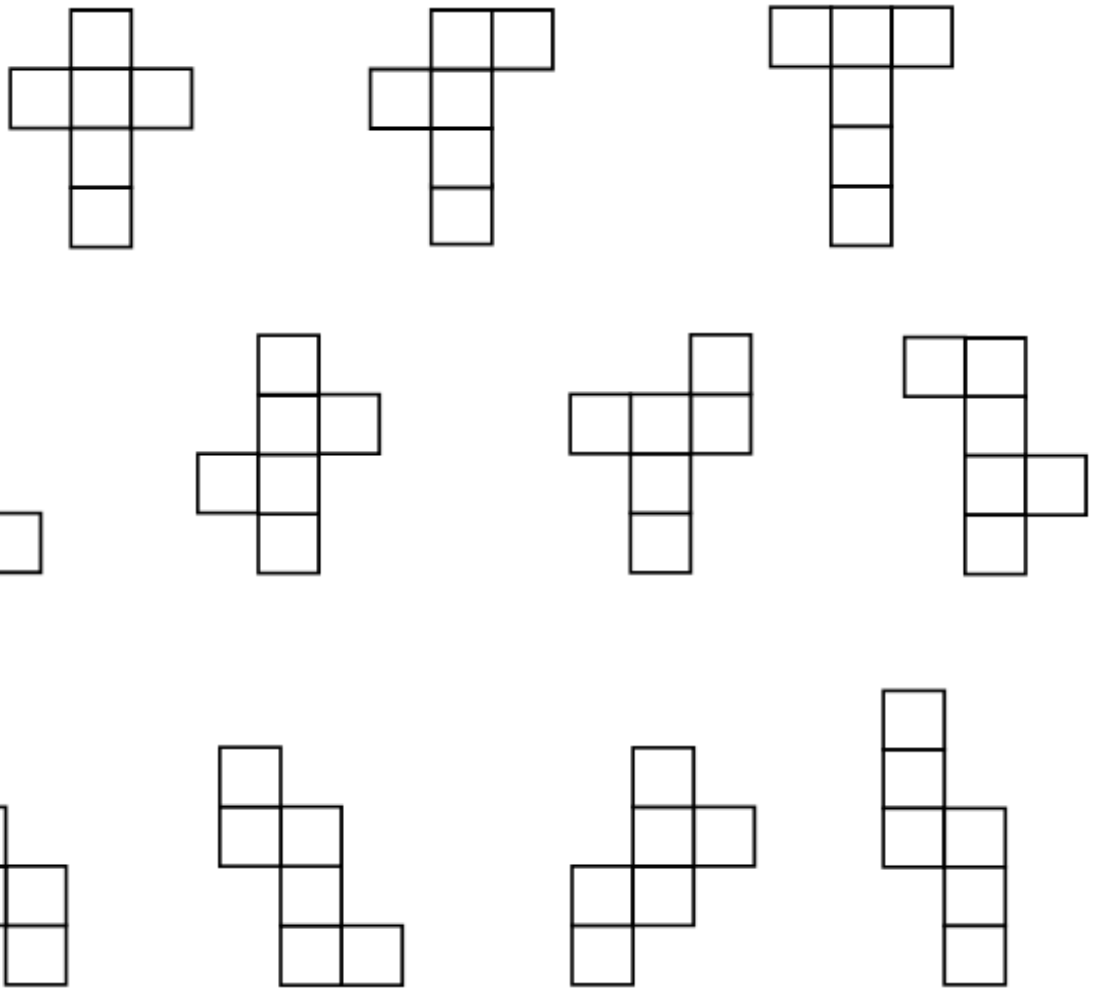
Name:_____



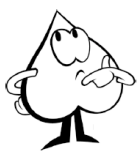
Was fällt dir auf, wenn du dir die 11 verschiedenen Würfelnetze anschaust?
Entdeckst du Ähnlichkeiten?
Gibt es „verwandte" Würfelnetzformen?

Mein Tipp: Du kannst Forschermittel benutzen, um Entdeckungen zu machen und Ähnlichkeiten zu zeigen.



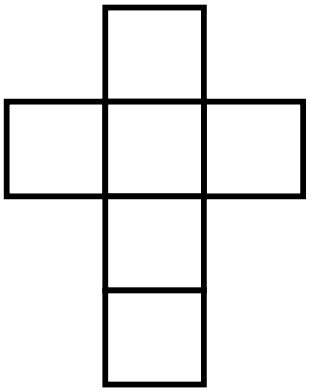


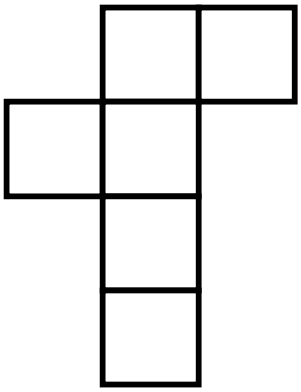
Erstelle ein Würfelnetzplakat auf dem deine Entdeckungen anschaulich dargestellt sind.

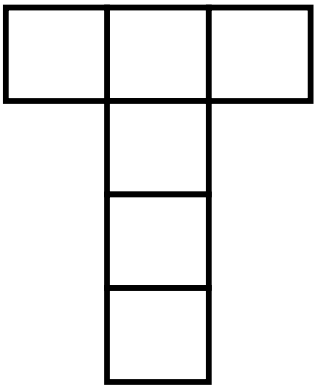


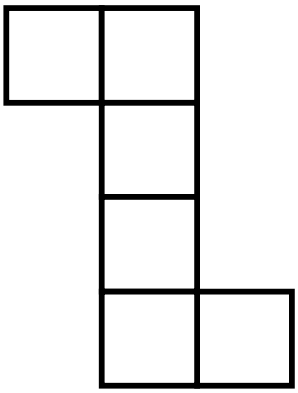
Finde für die einzelnen Würfelnetzformen passende Namen.

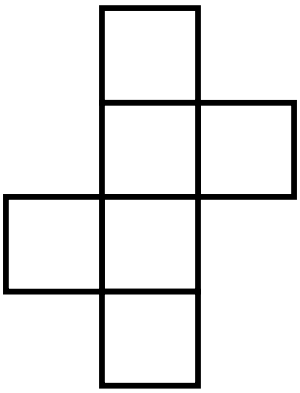


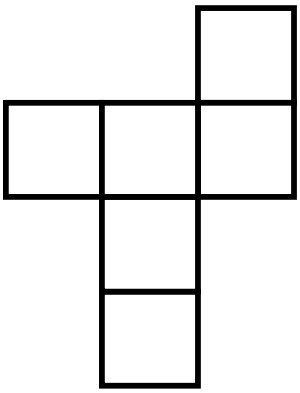


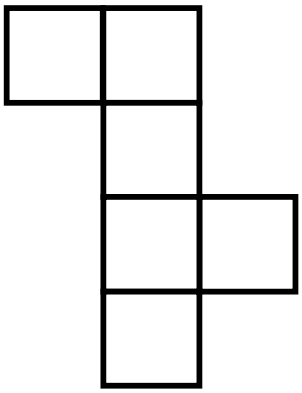


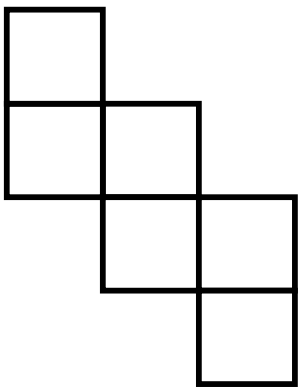


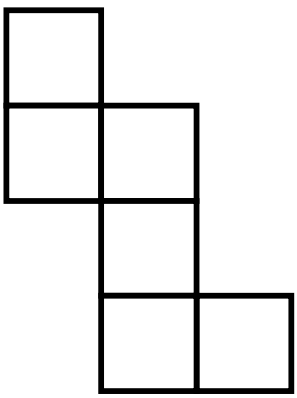


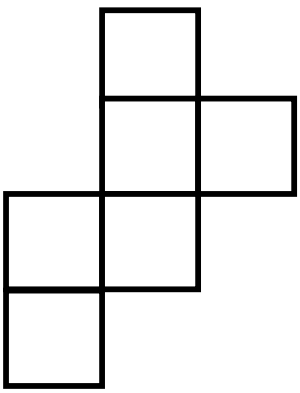


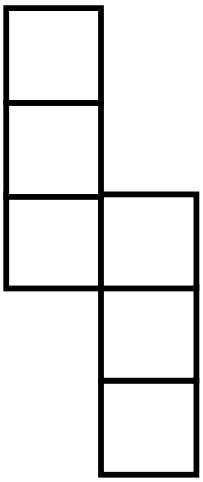




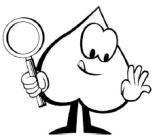








Name:_____



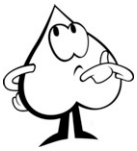
* Zusatz-Aufgabe:

Woher weißt du, dass das alle möglichen Würfelnetze sind?

Mein Tipp: Du kannst auch zeichnen.



Deine Begründung:

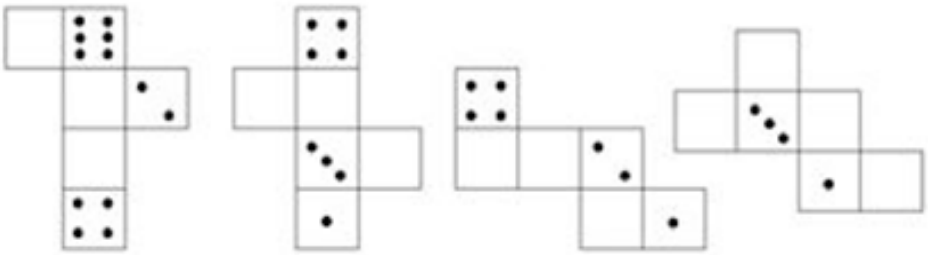


Name:_____

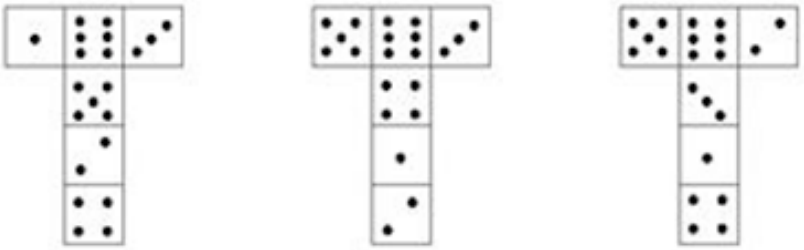
1. Zeichne die fehlenden Augenzahlen in die Flächen der Würfelnetze ein.

Mein Tipp:
Bei Spielwürfeln gibt es einen *7er-Trick*. Die Punkte auf zwei gegenüberliegenden Seiten ergeben zusammengezählt immer 7





2. Welches Würfelnetz passt zu diesem Würfel?



3. Erkläre, warum die anderen zwei Würfelnetze nicht passen können.

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Tipp 1

Tipp-Karte 1

Überlege dir, welche Flächen sich beim zusammengeklappten Würfel gegenüberliegen.

Nimm deine Würfelnetze aus Papier und färbe die gegenüberliegenden Flächen jeweils in derselben Farbe ein.

Tipp 2

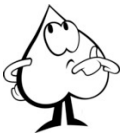
Tipp-Karte 2

Du musst nicht bei jedem Würfelnetz neu beginnen.
Überlege, wie du möglichst schlau vorgehen kannst.

Schaue dir dafür noch einmal dein Würfelnetz-Plakat an.
Dort kannst du wichtige Entdeckungen machen.

Hier siehst du ein Beispiel:

Name:_____



Erfinde eigene Würfelnetze mit Muster und zeige sie deinem Partner.
Dein Partner soll dir möglichst genau beschreiben, wie der Würfel zu deinem Würfelnetz aussieht.

Name: _____



Wie sehen Netze zu anderen geometrischen Körpern aus ?

„Das ist keine so gute Anlocke!“ –

Eine vergleichende Bewertung von Preisangeboten

Bereits in der Grundschule sollen Kinder den verantwortungsvollen Umgang mit Geld erlernen. Sie sollen Planungskompetenz aufbauen und kritisches Konsumverhalten so früh wie möglich entwickeln. Die Dringlichkeit dieses pädagogischen Anliegens wird durch eine aktuelle Bildungsmaßnahme für den Nachmittagsbereich an Ganztagsschulen[1] unterstrichen, die 2007 durch die Landesregierung von NRW mit der Absicht ins Leben gerufen wurde: Durch frühzeitige Schaffung eines Problembewusstseins soll der steigenden Zahl überschuldeter Haushalte entgegengewirkt werden. Zu den konzeptionellen Zielvorstellungen gehört u. a. auch die kritische Auseinandersetzung mit Werbung bzw. eine vergleichende Bewertung von Preisangeboten mit dem Ziel fiskalisch richtiger Entscheidungen.

Ein ausgefallenes Preisangebot eines Friseursalons

Derartige Aktivitäten sollten im Unterricht in für Kinder bedeutsame Handlungsfelder eingebunden werden. „Friseurbesuch“ ist ein solches Erfahrungsfeld, auf das fast alle Schülerinnen und Schüler eines vierten Schuljahres zurückgreifen können (und das durchaus auch für Jungen von Interesse ist). Die Kinder kennen sich oft schon gut mit den Preisen und mit den besonderen Angeboten „ihres“ Friseurs aus. Es ist erstaunlich, mit welch unterschiedlichen und zum Teil ausgefallenen Angeboten Friseursalons um ihre (zukünftigen) Kunden werben. Ein Preisvergleich lohnt sich: Ein genaues Analysieren des spezifischen Preis-Leistungsverhältnisses offenbart, dass nicht alle „Lockangebote“ auch wirklich günstig sind.

Ein authentisches Preisangebot in Form einer Wurfsendung[2] - für Unterrichtszwecke in einem vierten Schuljahr ein wenig umgestaltet - gab Anlass für eine intensive Auseinandersetzung mit dem Thema „Preisvergleich“. Die folgende Schilderung soll einen Eindruck über die verschiedenen Aktivitäten zum Unterrichtsinhalt vermitteln.

Preisangebote kritisch vergleichen und bewerten

Zunächst wurde nur die obere Hälfte des Werbeflyers auf Folie präsentiert, sodass das Preisangebot zwar angekündigt, aber noch nicht sichtbar war. Allein die Ankündigung eines Angebots, „das man nicht ablehnen kann“, regte ein lebhaftes Unterrichtsgespräch an. Die Schülerinnen und Schüler tauschten Erfahrungen mit

[1] Projekt MoKi – Money & Kids; siehe: www.moki.nrw.de

[2] Siehe Abbildung 1

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

dem eigenen Friseurbesuch aus, berichteten bekannte Preise und äußerten Vermutungen bezüglich des besonderen Angebots – teilweise mit recht unrealistischen Vorstellungen wie „Vielleicht kostet Haareschneiden nur 1 Cent“. Auch nicht-mathematische Vorschläge wurden entwickelt, z. B. „Ihr dürft euch als ein Star verkleiden, und dann machen wir im Anschluss an den Haarschnitt ein Foto von euch, das ihr selbstverständlich mitnehmen dürft“.

Die anschließende Präsentation des tatsächlichen Preisangebotes auf der unteren Hälfte des Flyers löste bei einigen Kindern Verwunderung aus: „Das geht doch gar nicht, man bezahlt doch nicht nach der Größe“. Andere Schülerinnen und Schüler wiederum fühlten sich sofort herausgefordert, den Preis in Bezug auf ihre eigene Körpergröße zu berechnen, wobei diese bei einigen Kindern erst noch durch Messen aktuell ermittelt werden musste.

Als Hausaufgabe holten die Kinder Informationen über die Preise von verschiedenen Friseursalons ein, zumeist durch Elternbefragung oder durch Internetrecherche. Manche Kinder ließen sich die Preislisten auch direkt von ihrem Friseur aushändigen. Beim gemeinsamen Abgleich zeigte sich, dass ein Preisvergleich durch die Spezifizierung mancher Angebote nicht einfachen vorzunehmen war.[3] So orientierten sich die Kinder in der Regel an einem Preis von 10,00 Euro für einen Trockenhaarschnitt.

Die Bewertung, ob das Angebot auf dem Flyer günstig sei, fiel recht unterschiedlich aus. Als erstes schätzten die Schülerinnen und Schüler das Angebot direkt in Bezug auf ihre eigene Körpergröße ein und kamen von daher zu unterschiedlichen Ergebnissen (z. B. „Das ist keine so gute Anlocke“ vs. „Ich würde zu dem Friseur gehen“). Erst in einem nächsten Schritt bemühten sie sich um eine verallgemeinernde Bewertung . So kam eine Jungengruppe zunächst zu dem Schluss, dass „das Angebot nicht so gut ist, wie es sich anhört“[4], um im zweiten Schritt zu festzustellen: „Für kleinere Kinder ist es günstiger als für etwas größere“. In einem dritten Schritt berechneten sie dann genau, bis zu welcher Körpergröße sich das Angebot noch lohnen würde: „Wir haben ausgerechnet, dass ab 1,25 m der Normalpreis ist.“ Ihr Resümee: „Das Ergebnis ist also, dass es sich nur so prickelnd anhört“.

Im Anschluss wurden noch weitere Angebote kritisch unter die Lupe genommen. So stellten z. B. einige Schülerinnen und Schüler Überlegungen zur Bonuskarte mit 15 Punkten an und lehnten dieses Angebot mit der Begründung ab: „Das dauert ja ungefähr 1 Jahr, bis man das voll hat“. Auch das nach Alter gestaffelte Preisangebot wurde heftig diskutiert: „Das ist ja ungerecht, Die Lea ist jetzt 11 Jahre und ich bin ja erst 10. Die Lea hat ja sogar viel kürzere Haare als ich und muss trotzdem mehr bezahlen.“

Preisangebote selbst erstellen

Mit Begeisterung wurde der Impuls angenommen, selbst so genannte „Lockangebote“ zu entwickeln, auf Plakaten zu gestalten und dem Friseursalon

[3] Siehe die Sammlung einiger Angebote in Abbildung 2, von einer Schülergruppe zusammengestellt
[4] Siehe Schülerdokument in Abbildung 3

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

„Schnie-Schna-Schnipp“[5] zu überreichen. Das Vorhaben erwies sich allerdings als schwieriger als erwartet: Vorschläge wie „Waschen, Schneiden, Föhnen, Gel, alles für 1 Euro“ führten zu Gesprächen darüber, welche Unkosten ein Friseurmeister überhaupt hat (Miete, Stromkosten, Personal, Materialien, Reinigungskosten, …). Auch fiel den Schülerinnen und Schülern zunächst keine grundsätzliche Alternative zum vorgeschlagenen Preismodell auf dem Flyer ein. Ein Tipp („Überlegt euch doch einmal etwas mit der Anzahl der Buchstaben im Namen“) führte in einer Gruppe zu ausgiebigen und differenzierten Überlegungen und Berechnungen[6].

Viel Mühe gaben sich die Kinder mit der Übertragung ihrer Preisangebote auf Plakate. Eine Schülerarbeit[7] wurde bei der Präsentation durch die entsprechende Gruppe wie folgt kommentiert: „Wir haben extra 9,99 Euro genommen. Das machen die ja bei den Preisen auch immer so. Das hört sich dann weniger an. In Wirklichkeit sind das ja eigentlich 10 Euro. Und hier unten: Waschen und Föhnen 2 Euro mehr – das Kleingedruckte steht ja immer am Schluss!“.

Typisch war, dass die meisten Schülerinnen und Schüler sich ein Belohnungssystem ausdachten. Allerdings ist dies auch durchaus verständlich, wenn man bedenkt, dass Kinder ja für ihren Friseurbesuch in der Regel nicht selber aufkommen müssen, von zusätzlichen kleinen Geschenkartikeln allerdings direkt „profitieren“ können.

Dieser Sachverhalt schien auch den Inhaber des Haarmoden-Salons zu überzeugen. Es war ein schöner Abschluss der kleinen Unterrichtsreihe zum Thema Preisvergleich, dass alle Plakate bei „Schnie-Schna-Schnipp“ mit einem erläuternden Begleittext ausgehängt wurden.

Preisangebote als Unterrichsgegenstand

Bei Schülerinnen und Schülern der vierten Klassen sind Werbung und „Lockangebote“ Teil ihrer Erfahrungswelt. Sie verfügen über adäquate Vorstellungen von angemessenen Preisen (z. B. für Friseurbesuche, Eintrittspreise für das Schwimmbad oder den Zoo, Fahrpreise für Bus und Bahn, Preise einiger Lebensmittel) und sind dafür sensibilisiert, dass man durch Werbung manchmal übervorteilt werden soll. Daher lassen sich vor allem ausgefallene Preisangebote gut zum Unterrichtsgegenstand machen. Die Schülerinnen und Schüler können die Angebote bewerten und (zumindest fiktiv) fiskalisch richtige Entscheidungen treffen.

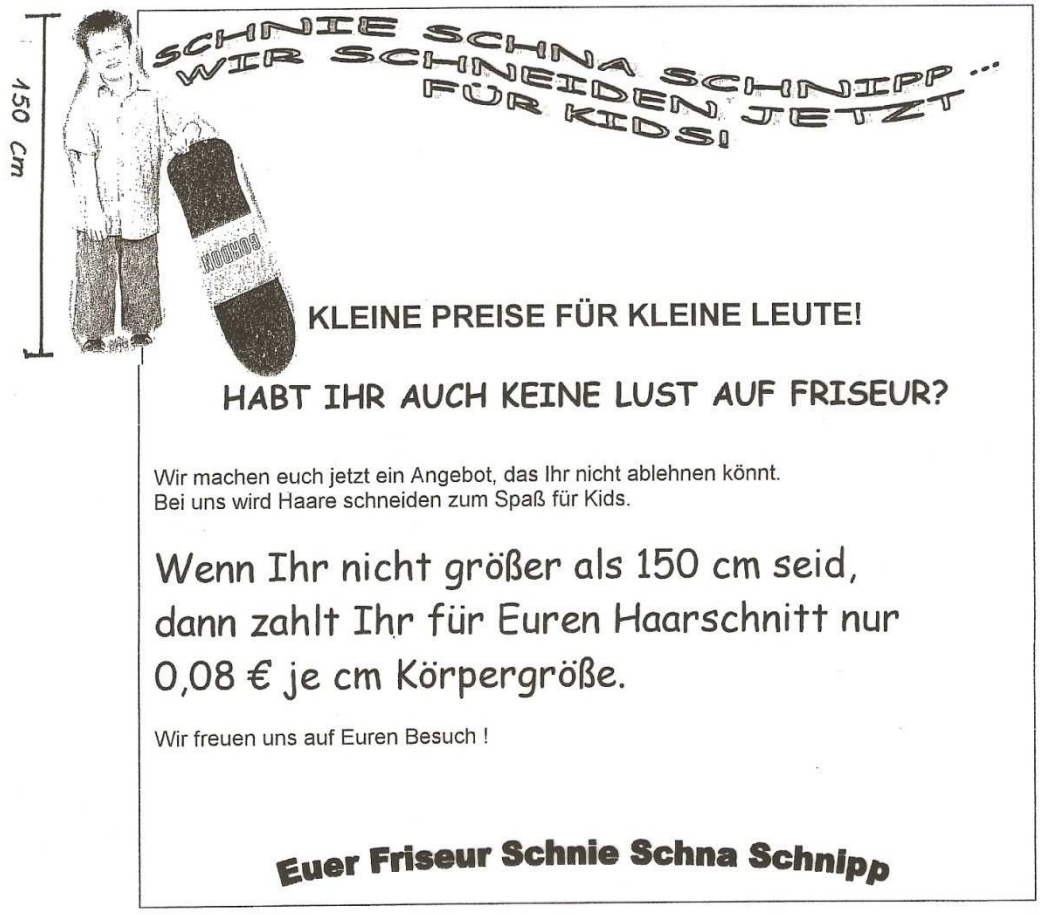
Im konkreten Beispiel „Schnie-Schna-Schnapp“ untersuchten sie einen funktionalen Zusammenhang (zwischen „Körpergröße“ und „Preis“) und wendeten dabei inhaltsbezogene Kompetenzen aus dem Bereich der Größen und des Sachrechnens sowie prozessbezogene Kompetenzen aus den Bereichen Modellieren (das Preisangebot in Rechnungen umsetzen), Problemlösen (bei konkurrierenden Preisangebote das „beste“ herausfinden) sowie Darstellen und Kommunizieren (Gestaltung der Plakate) und Argumentieren (Begründung der eigenen Bewertung) an. Bei der Gestaltung eigener Angebote konnten sie kreativ werden und haben sich bemüht, ein angemessenes normatives Modell (Preisangebot) aufzustellen und attraktive darzustellen.

[5] Der Name des Friseursalons wurde anonymisiert.
[6] Siehe Schülerdokument in Abbildung 4
[7] Siehe Plakat in Abbildung 5

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Die Thematisierung und Untersuchung von Preisangeboten und Tarifen kann und sollte in diesem Sinne in den Sekundarstufen I und II fortgesetzt werden. Dabei können die Angebote und Tarife komplexer und das eingesetzte mathematische Handwerkszeug umfangreicher werden, z. B. wenn bei komplexen Handytarifen Funktionen mehrerer veränderlicher ???(in der Sekundarstufe I mit einer Tabellenkalkulation) untersucht werden oder „optimale Preise“ mit Mitteln der Analysis gefunden werden.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/



Was meint ihr: Ist das ein günstiges Angebot?

Was müsst ihr alles tun und erfragen, um diese Frage beantworten zu können.

Abb. 1: Ein ausgefallenes Preisangebot!

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Friseur-Preise Kids-Teens

Bambinos

Trockenhaarschnitt bis 3 Jahre		€ 10,80

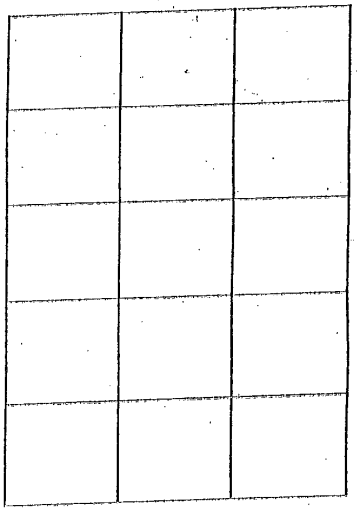
Girls (Mädels)

Trockenhaarschnitt 4 - 14 Jahre	€ 13,60 bis	€ 15,50
Schneiden, Fönen		€ 19,00
Tolles Spass-Verwöhnpaket incl. Waschen, Schneiden Föhnen		€ 20,50

Boys (Jungs)

Trockenhaarschnitt 4 - 14 Jahre	€ 13,60
Tolles Spass-Verwöhnpaket incl. Waschen, Schneiden Föhnen	€ 16,50

Bonuskarte
Bei 15 Punkten gibt es einen Haarschnitt GRATIS!



Preise für Kinder:

Trockenhaarschnitt:	10 €
waschen, schneiden, föhnen:	
bis 6 Jahre:	12 €
ab 7 Jahre:	15,50 €

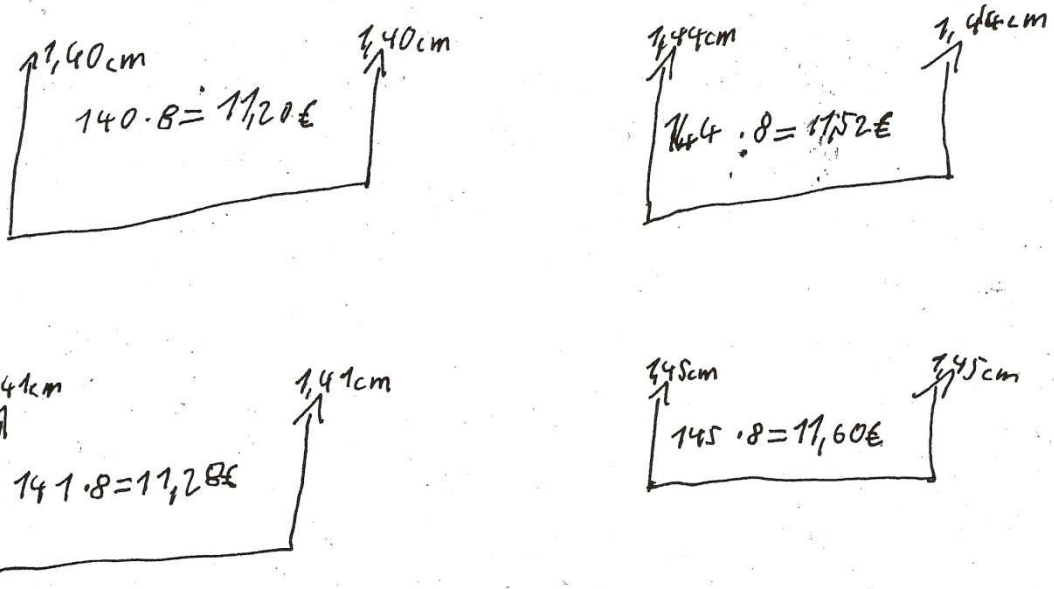
waschen, schneiden, selber föhnen

KIDS LEVEL	10 J.	11 J.	12 J.	13 J.	14 J.
	10 €	11 €	12 €	13 €	14 €

Abb. 2: Die Kinder haben einige Preisangebote von Friseursalons recherchiert und zusammengetragen.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Wir müssen von einer größe ausgehen können.



Bei einem trockenem Haarschnitt kostet es normalerweise um die 10,00€.
Also ist das Angebot nicht so gut wie es sich anhört.

Für kleine Kinder ist es günstiger, als für etwas größere Welche die Jung aber groß sind, ist es kein gutes Angebot.

Das Ergebnis ist also dass es sich nur so prickelnd anhört. ~~Nur~~ Wir haben ausgerechnet dass ab 1,25m der Normalpreis ist.

Mit Waschen, Gel usw. wird es etwas teurer.

Nikolas Jonas

Abb. 3: Angebote sollte man sich genau ansehen; sie lohnen sich nicht immer

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

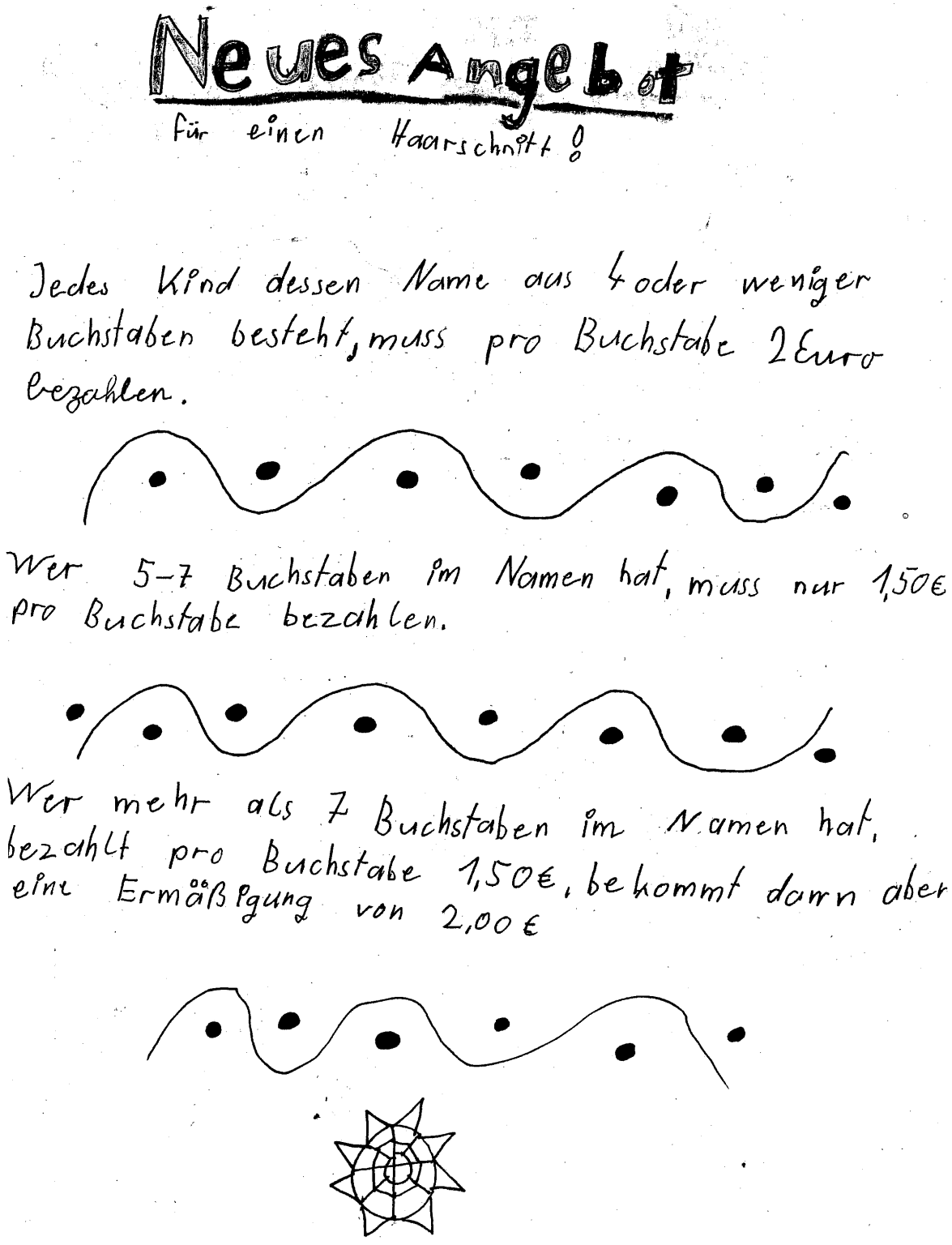


Abb. 4: Auch ein ausgefallenes Angebot – von Schülerinnen und Schülern ausgedacht.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

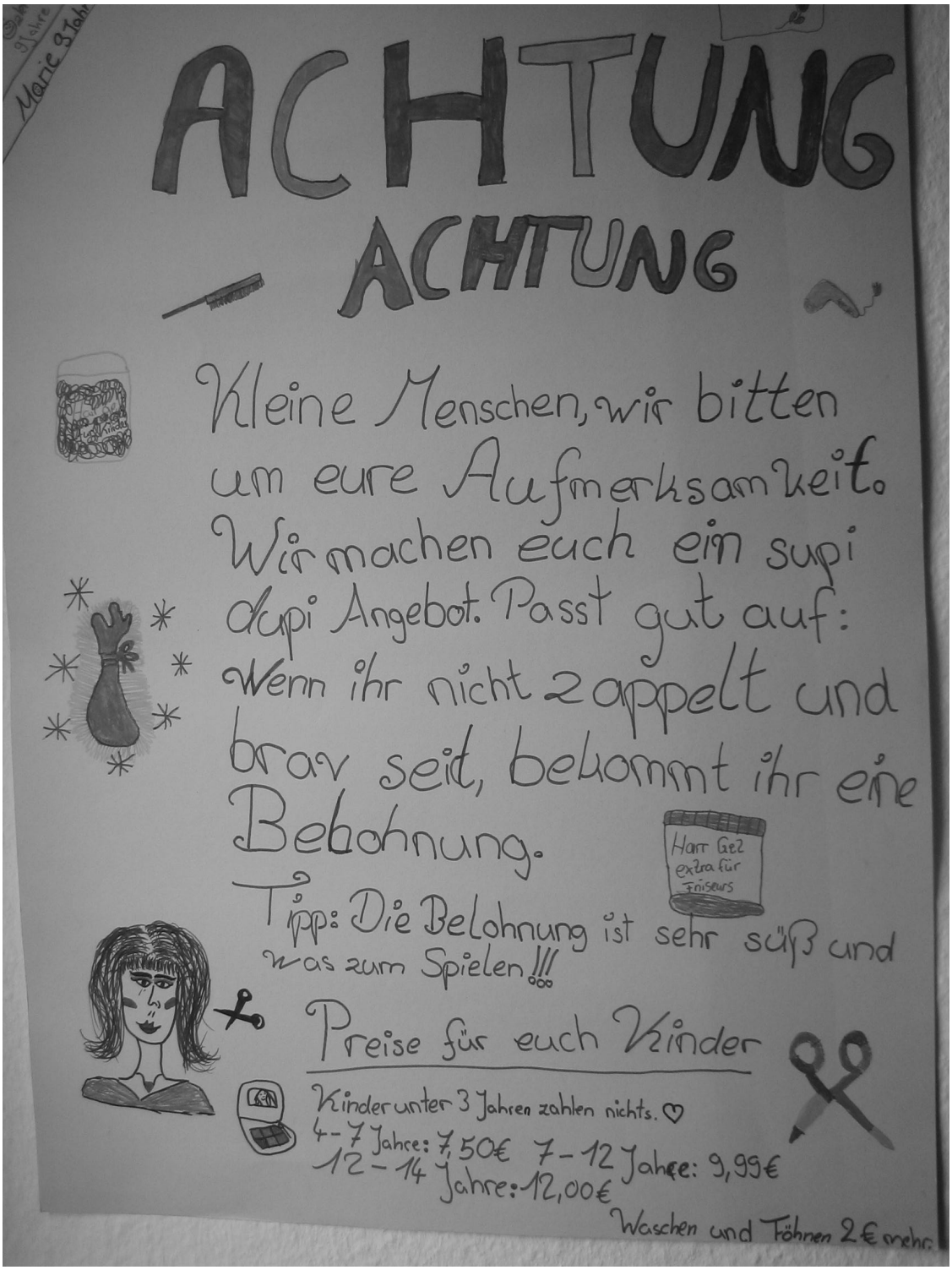


Abb. 5: Ein weiteres Preisangebot von Schülerinnen und Schülern – „Das Kleingedruckte steht ja immer unten!“

Anmerkung: Eine Vorversion dieses Artikels ist erschienen unter:

Verboom, Lilo: „Das ist keine gute Anlocke!“, in: mathemmatik lehren 153 /2009, S.16ff

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



Preisangebote „Beim Friseur“

Prozessbezogene Kompetenzerwartungen

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- entnehmen Sachsituationen und Sachaufgaben Informationen und unterscheiden dabei zwischen relevanten und nicht relevanten Informationen (erfassen)
- z. B.
  - *markieren wichtige Informationen in den Preisangeboten.*
  - *entnehmen und sortieren Informationen unter bestimmten Fragestellungen (Was ist im Preis inbegriffen?).*
  - *entnehmen für einzelne Preisangebote spezifische Informationen (Bonuskarte).*
- übersetzen Problemstellungen aus Sachsituationen in ein mathematisches Modell und lösen es mithilfe des Modells (lösen)
- z. B:
  - *erstellen eine Tabelle zur Ermittlung des Preise für einen Haarschnitt in Abhängigkeit zur Größe der Person.*
  - *erstellen Übersichten zum Vergleichen der Preise, Aussagen in den Angeboten, etc.*
  - *setzen die Preisangebote in eine Rechnung um.*

Darstellen / Kommunizieren

- bearbeiten komplexere Aufgabenstellungen gemeinsam, treffen dabei Verabredungen und setzen eigene und fremde Standpunkte in Beziehung (kooperieren und kommunizieren)
- z.B.:
  - *überlegen in Gruppen, welche Preisangebote günstig sind.*
  - *setzen sich kritisch mit Werbeangeboten auseinander.*
  - *entwickeln eigene Preisangebote.*

- entwickeln und nutzen für die Präsentation ihrer Lösungswege, Ideen und Ergebnisse geeignete Darstellungsformen und stellen sie nachvollziehbar dar (präsentieren und austauschen)
- z.B.:
  - *halten ihre Überlegungen schriftlich fest und diskutieren sie mit anderen*
  - *erstellen Plakate zu eigenen Preisangeboten*

Juli 2010 © by PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de/)

Inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen

Größen und Messen – Größenvorstellung und Umgang mit Größen

Die Schülerinnen und Schüler

- messen Größen (...) mit geeigneten Messgeräten.
  - *messen die eigene Körpergröße*
- vergleichen und ordnen Größen.
  - *vergleichen und ordnen die ermittelten Werte (Körpergröße, Alter, Preise)*
- verwenden die Einheiten für Längen (...) und stellen Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen dar (Kommaschreibweise).
  - *verwenden die Einheiten für Körpergröße und Preise.*
  - *stellen die Angaben in m und cm bzw Euro und Cent dar.*
- rechnen mit Größen (auch mit Dezimalzahlen).
  - *Berechnen die unterschiedliche Preise bei den Friseuren.*

Größen und Messen – Sachsituationen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen ggf. selbstständig Bearbeitungshilfen wie Tabellen, … zur Lösung von Sachaufgaben (z.B. zur Darstellung funktionaler Bezeihungen)
  - *erstellen eine Tabelle zur Abhängigkeit von Körpergröße und Preis*

Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten – Daten und Häufigkeiten

Die Schülerinnen und Schüler

- entnehmen Kalendern, Diagrammen und Tabellen Daten und ziehen sie zur Beantwortung mathematikhaltiger Fragen heran.
  - *Entnehmen relevante Daten aus den Diagrammen, Tabellen und Übersichten auf den unterschiedlichen Preisangeboten*



Preisangebote „Beim Friseur“

Sachinformationen

Die Bearbeitung von Sachproblemen aus der Lebenswirklichkeit vermag Sachwissen zu mehren und Planungskompetenz auszubauen. Die Sachsituationen sollten der Erfahrungswelt der Kinder entsprechen.

„Friseurbesuch“ ist ein Erfahrungsfeld, auf das fast alle Kinder eines 4. Schuljahres zurückgreifen können und das für sie durchaus bedeutsam ist, auch für die Jungen. Oft kennen sich die Kinder auch schon recht gut mit diesbezüglichen Preisen und mit besonderen Angeboten „ihres“ Friseurs aus.
Es ist erstaunlich, mit welch unterschiedlichen und zum Teil einfallsreichen Preis-Leistungsangeboten Friseurläden um ihre jungen (und zukünftigen) Kunden werben. Ein Preisvergleich lohnt sich, ein genaues Analysieren der spezifischen Leistungen offenbart, dass manche „Lockangebote“ gar nicht unbedingt so günstig sind. Genaues Überprüfen macht Sinn.
Die Auseinandersetzung mit dem Sachkontext des Aufgabenbeispiels vermag – exemplarisch – zu einer kritischeren Konsumhaltung beizutragen.

Die im Aufgabenbeispiel aufgeführten vier Angebote verschiedener Friseursalons sind authentisch und spiegeln die Vielschichtigkeit von Mathematisierungen bei den einzelnen Preisübersichten wider. Die Lösung der einzelnen Aufgabenstellungen verlangt neben Kenntnissen und Fertigkeiten beim Umgang mit Größen (Längen und Geldbeträge) vor allem auch die Fähigkeit, mehreren Darstellungen von Sachkontexten (Textform, Tabelle, Liste) die relevanten Informationen zu entnehmen und diese miteinander zu vergleichen. Den verschiedenen Preisangeboten liegen unterschiedliche mathematische Strukturen zugrunde. Insbesondere müssen die Beziehungen zwischen verschiedenen Größen (Körpergröße und Preis bzw. Alter und Preis) aber auch unterschiedliche inhaltliche Aspekte (Trockenhaarschnitt / waschen, schneiden, föhnen / waschen, schneiden, selber föhnen) berücksichtigt werden. Durch diese vernetzten Vorgehensweisen beim Modellieren ist das Aufgabenbeispiel trotz seiner teilweise geringeren Anforderungen bezüglich des Umgangs mit Größen eher für ein 4. Schuljahr geeignet.

(Text aus: Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen: Kompetenzorientierung – Eine veränderte Sichtweise auf das Lehren und Lernen in der Grundschule. Schule in NRW Nr. 9043, S. 24)



Preisangebote „Beim Friseur“

Hinweise zum Unterricht:

Als Hinführung zum Aufgabenbeispiel kann das Material **„Einstieg“** als Folie oder vergrößertes Material präsentiert und zunächst ein allgemeines Unterrichtsgespräch über die Erfahrungen der Kinder bezüglich eines Friseurbesuchs angeregt werden. Dabei werden sicherlich auch Vermutungen genannt, wie ein attraktives Angebot für Kinder bei einem Friseur aussehen kann.

Nach dieser Phase kann das **„Angebot 1“** gezeigt und in Bezug zu den gemachten Vermutungen gesetzt werden. Sicherlich werden sich die Kinder auch noch weiter zu dem Angebot äußern wollen . Es ist wichtig die Kinder darauf hinzuweisen, dass dieses in der Tat ein reales Angebot eines bestimmten Friseumeisters ist.

In einer sich anschließenden Gruppenarbeitsphase können die Kinder – je nach Leistungsvermögen und Interesse – an Pikos Forscherfragen arbeiten und/oder eigene Fragestellungen entwickeln. Vor oder während dieses Prozesses entwickeln sich Handlungsschritte wie z.B.: die eigene Körpergröße messen, das Angebot für die eigene Körpergröße berechnen und mit den Werten der Mitschülerinnen und Mitschüler vergleichen.

Als Hausaufgabe können Preisangebote von verschiedenen Friseuren am Wohnort oder im Netz eingeholt und in der Folgestunde im Untericht genutzt werden.

In einem authentischen Sachrechenunterricht sind die von den Kindern recherchierten Angebote Ausgangspunkt für die Weiterarbeit.
Dazu können die Arbeitshinweise aus dem Material **„Beim Friseur_weitere Angebote“** übernommen werden und die dort abgebildeten Preisübersichten aus vier Friseursalons ggf. den authentischen Materialien der Kinder angepasst werden.

Wird mit den vier abgebildeten Preislisten weitergearbeitet, ist auf jeden Fall darauf zu achten, dass diese ausgeschnitten werden, damit die Kinder durch die Fülle an Informationen auf einer Seite nicht überfordert werden. Es besteht die Möglichkeit, dass die Kinder das Einstiegsangebot zunächst mit einem ausgewählten Friseurangebot vergleichen und –falls noch Zeit ist – ein weiteres Angebot aussuchen. Ihre Überlegungen, Rechnungen etc. halten die Kinder in ihren Heften oder auf freien Blättern fest.
Die Anregungen und Aufgaben aus diesem Material sind sehr offen und fordern zu vielfältigen Überlegungen und Aktivitäten heraus. Sie sollten weitgehend zusammen mit einem Partner oder in einer Gruppe erarbeitet und diskutiert werden.
Um ein strukturiertes Vorgehen zu unterstützen, kann alternativ die **„Tabelle_Vergleich“** eingesetzt werden. Es empfiehlt sich, zunächst eine Zeile der Tabelle (ein Friseurangebot) mit allen Kindern gemeinsam zu bearbeiten. Dann suchen sich die Kinder ein weiteres Angebot aus und tragen die Daten in die Tabelle ein. Der Aufbau der Tabelle bietet sich als Strukturierungshilfe für ein sich anschließendes Unterrrichtsgespräch ebenfalls an.

Juli 2010 © by PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de/)

Zu dem Sachkontext „Preisangebote beim Friseur“ können die Kinder noch zwei weitere Aufgabenkomplexe bearbeiten. Sie sind geschlossener und eindeutig zu lösen und dienen der Vertiefung sachrechnerischer Teilfähigkeiten:

- Die Aufgabenstellungen aus dem Material **„Bei welchem Friseur waren diese Kinder?“** fordern die Kinder noch einmal zu einer intensiveren Auseinandersetzung mit den Texten auf, um die relevanten Informationen zu entnehmen.

- Die Aufgabenstellungen aus dem Material **„Schnipp-Schnapp“** fordern schwerpunktmäßig das Übersetzen von Problemstellungen aus Sachsituationen in ein mathematisches Modell. Als Lösungshilfe können den Kindern die formulierten Tipps angeboten werden .
Aufgabe 1a verlangt ggf. als Lösungsweg die Multiplikation zweier verschiedener Größen. Da dies mathematisch nicht möglich ist, sollte bei der Notation der Rechenaufgabe auf Größenbezeichnungen ganz verzichtet oder lediglich die für Geld verwendet werden.

Bei mehreren Aufgabestellungen können die Kinder auf unterschiedlichen Wegen zu einer Lösung gelangen. So kann die Lösung von **Aufgabe 1b** z.B. durch Division, über eine Schließtabelle oder aber auch durch den Vergleich mit dem in Aufgabe 1 errechneten Preis für Murat ermittelt werden: Murat muss 11,84 € bezahlen. Paula muss 16 ct mehr bezahlen als Murat. Also muss sie 2 cm größer sein als Murat.
Die Kinder sollten Gelegenheit bekommen, ihre Lösungswege und Überlegungen vorzustellen.

Aufgabe 2 stellt einen höheren Schwierigkeitsgrad dar. Die Kinder müssen Informationen aus zwei unterschiedlichen Preisangeboten entnehmen, den funktionalen Zusammenhang zwischen Größe und Preis herstellen und wieder in Bezug zum Preisangebot bei Friseur Ratz Fatz setzen.

Zur Vertiefung und Anwendung sollten die Kinder zum Abschluss der Unterrichtseinheit die Möglichkeit haben, ein eigenes „Lockangebot“ zu entwickeln (siehe Material: **„Eigenes Angebot“**) und zu präsentieren. Dabei können die vorhandenen oder von den Kindern recherchierten authentischen Angebote als Grundlage dienen. Auch können Pikos Tipps bei der Ideenfindung weiterhelfen. Grundsätzlich aber können und sollen die Kinder aufgrund der Lernerfahrungen aus der Unterrichtsreihe ihrer Kreativität freien Lauf lassen.

Materialübersicht:

- Einstieg (als Folie oder auf DIN A 3 vergrößert)
- Angebot 1 (pro Partnergruppierung oder pro Gruppentisch ein Exemplar)
- Bandmaß o.ä. zum Messen der Körpergröße
- Weitere Angebote (zerschnitten, evtl auf DIN A 4 vergrößert; Anzahl nach gewählter Sozialform)
- Tabelle (als Folie oder vergrößert; Anzahl nach Sozialform)
- Aufgaben im Klassensatz
- Plakate oder DIN A 3-Bögen für das eigene Angebot

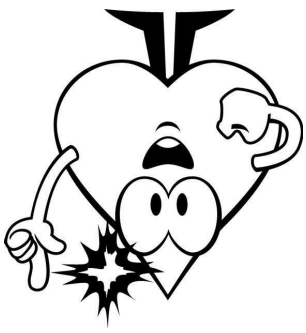
Juli 2010 © by PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de/)

Du kannst die Angaben zur Größe und zum Preis umwandeln!

Murat ist _____ **cm** groß.

Je cm bezahlt man ____ **ct**.

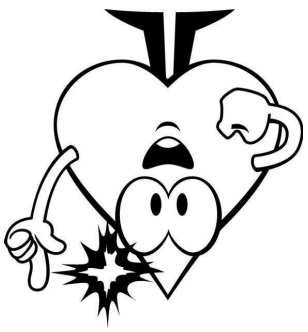
Tipp Aufgabe 1a



Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.

- Muss Paula mehr oder weniger als Murat bezahlen ?
- Wie groß ist der Unterschied zwischen den Preisen für Murats und für Paulas Trockenhaarschnitt?

Tipp
Aufgabe 1b

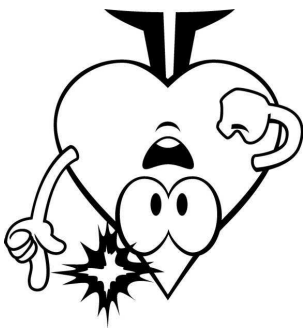


Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.

Diese Tabelle kann dir helfen:

Größe	Preis
1 cm	0,08 €
10 cm	0,80 €
100 cm	8,00 €
110 cm	8,80 €

Tipp
Aufgabe 2



Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.

Schülerdokumente zu:



Ich glaube es ist ein Angebot für Kinder. Es könnte sein das Kinder freien Eintritt haben oder ein-jährige 1€, zweijährige 2€ und so weiter bezahlen müssen.

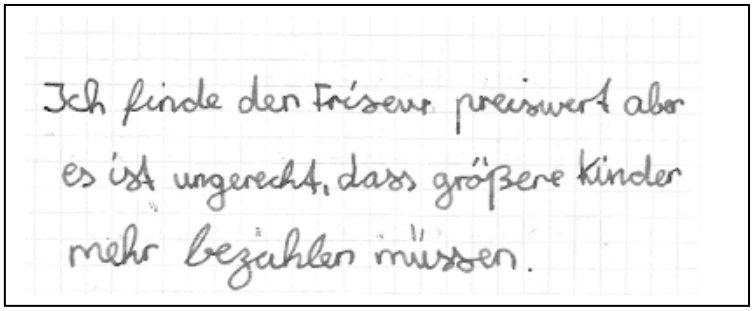
- Ein billiges.
- Wenn man fünfmal kommt das man dann einen Haarschnitt umsonst bekommt
- Das Kinder unter 4 Jahren nichts zahlen müssen.

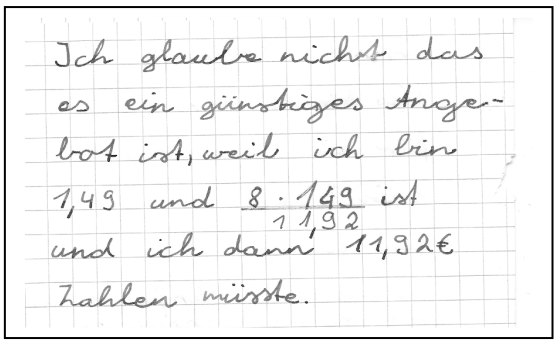
S.1 Es könnte sein das ein Kind unter 6 Jahren nicht bezahlen muss. Oder wen man 4 mahl beim Frisör war muss man beim nächstem mahl nichts bezahlen. Fileicht auch wen die ganze Familie zu dem Frisör geht das dann vom gesamten Preis 5€ abgezogen werden. CARLOTTA
Das sind meine ideen als Superangebot.

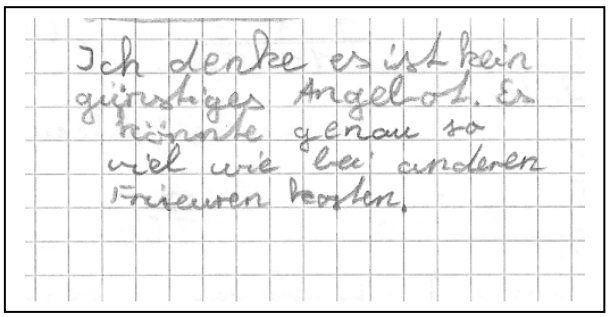
Das könnte ein günstiges Angebot sein, weil kleine Leute kleine Preise bezahlen müssen.

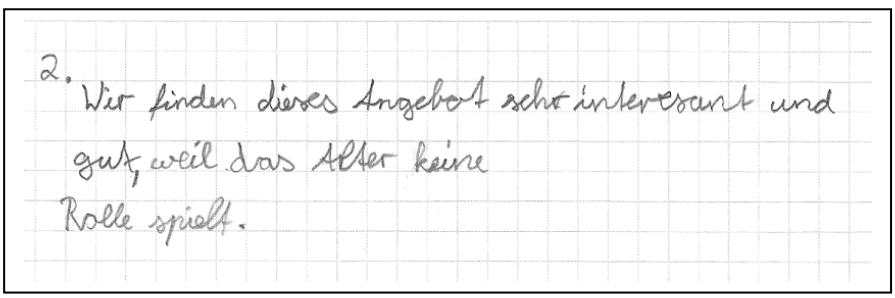
Schülerdokumente zu:

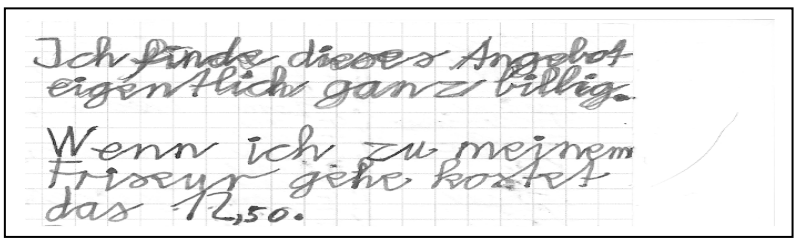



Ich finde den Friseur preiswert aber es ist ungerecht, dass größere Kinder mehr bezahlen müssen.


Ich glaube nicht das es ein günstiges Angebot ist, weil ich bin 1,49 und $8 \cdot 149$ ist 1192 und ich dann 11,92€ Zahlen müsste.

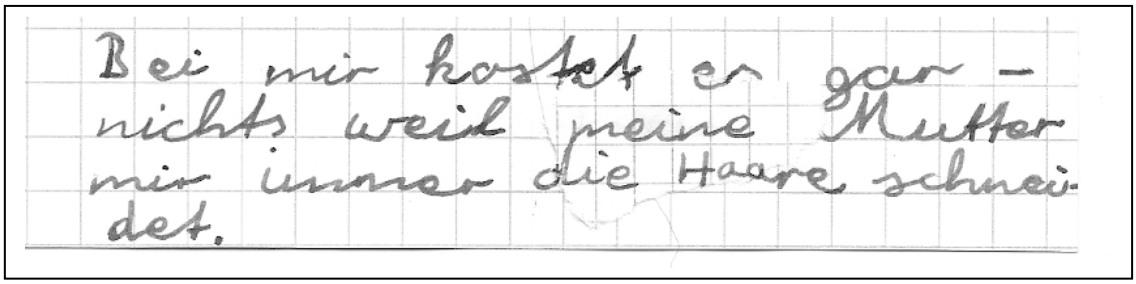

Ich denke es ist kein günstiges Angebot. Es könnte genau so viel wie bei anderen Friseuren kosten.

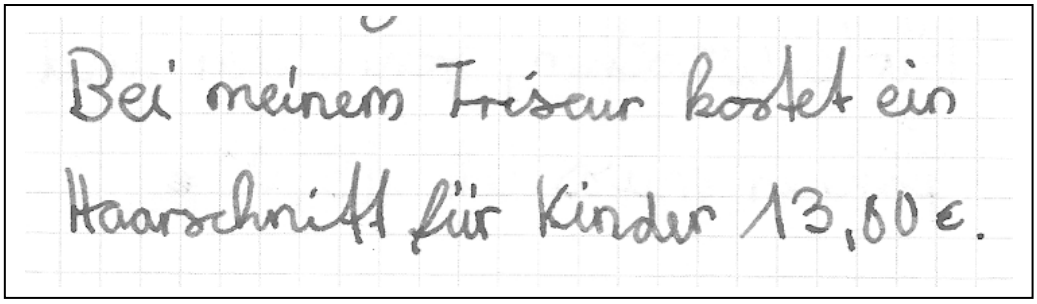

2. Wir finden dieses Angebot echt interessant und gut, weil das Alter keine Rolle spielt.

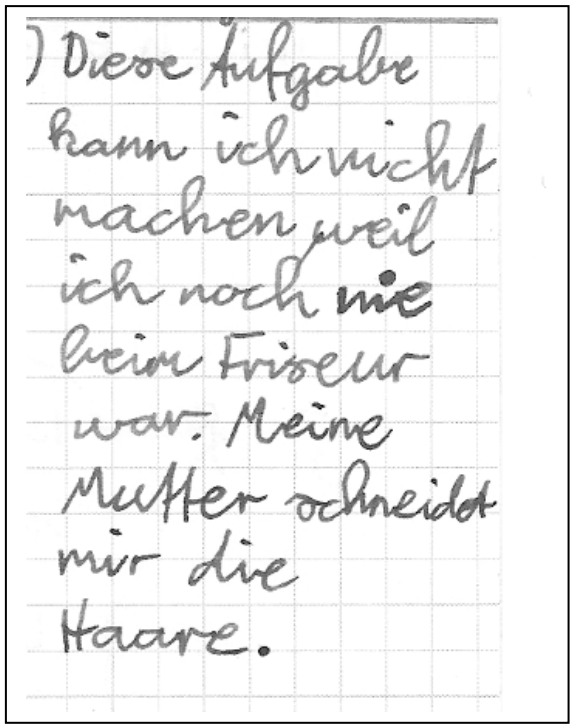

Ich ~~finde~~ dieses Angebot eigentlich ganz billig.
Wenn ich zu meinem Friseur gehe kostet das 12,50.

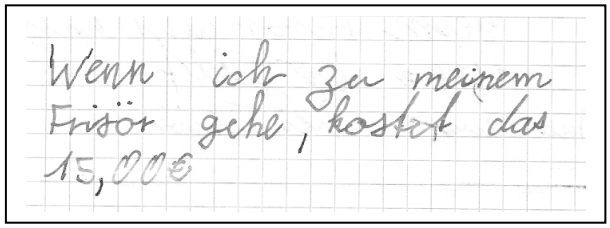
Schülerdokumente zu:

<u>Was kostet ein Friseurbesuch bei eurem Friseur?</u>


Bei mir kostet er gar – nichts weil meine Mutter mir immer die Haare schneidet.

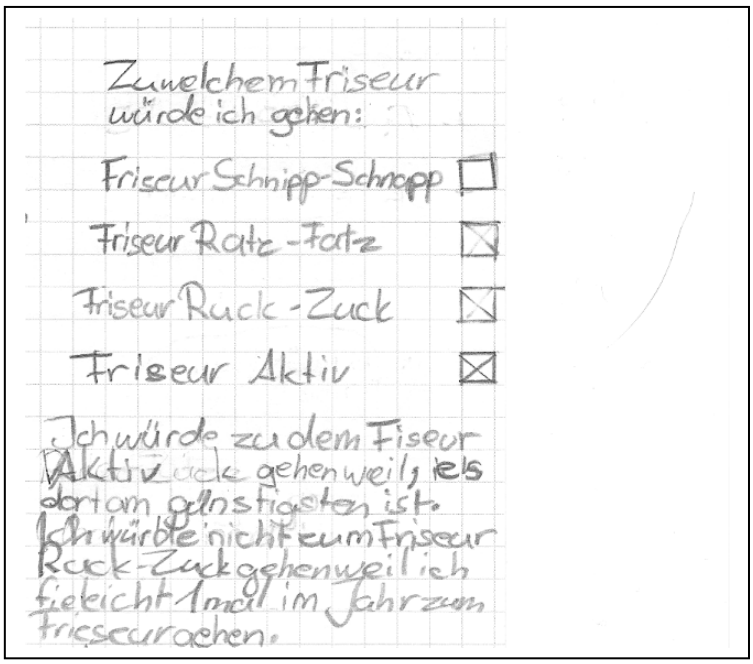

Bei meinem Friseur kostet ein Haarschnitt für Kinder 13,00 €.


) Diese Aufgabe kann ich nicht machen weil ich noch nie beim Friseur war. Meine Mutter schneidet mir die Haare.


Wenn ich zu meinem Frisör gehe, kostet das 15,00 €

Schülerdokumente zu:

<u>Zu welchem Friseur würdet ihr gehen?</u>
<u>Warum habt ihr euch so entschieden?</u>


Zu welchem Friseur würde ich gehen:

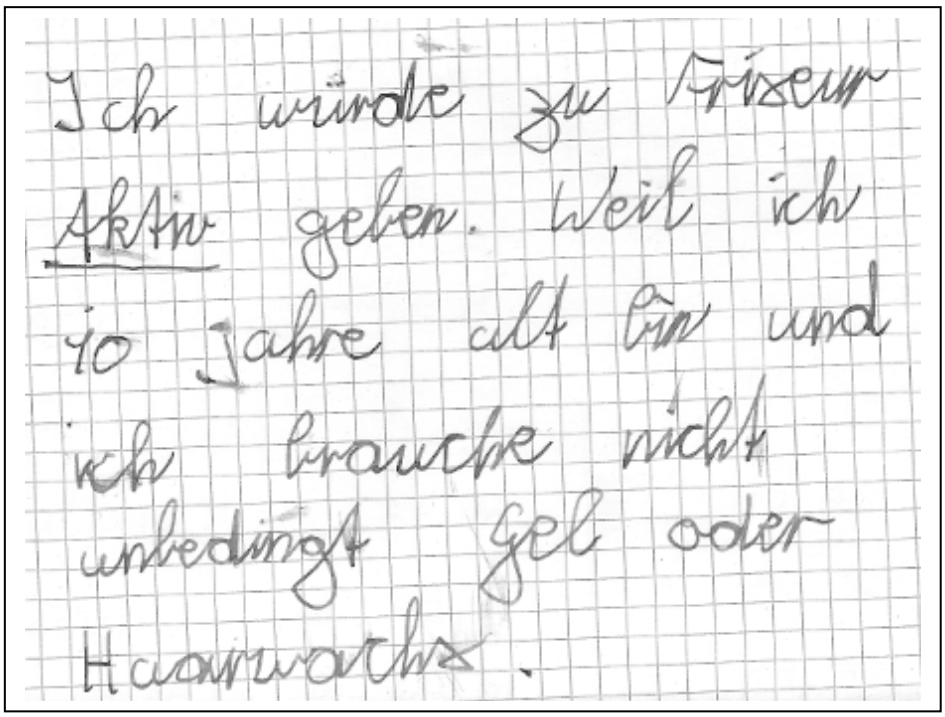
Friseur Schnipp-Schnapp ☐

Friseur Ratz-Fatz ☒

Friseur Ruck-Zuck ☒

Friseur Aktiv ☒

Ich würde zu dem Fiseur Aktiv auch gehen weil, es dort am günstigsten ist. Ich würde nicht zum Friseur Ruck-Zuck gehen weil ich vielleicht 1 mal im Jahr zum friseur gehen.


Ich würde zu Friseur Aktiv gehen. Weil ich 40 Jahre alt bin und ich brauche nicht unbedingt Gel oder Haarwachs.

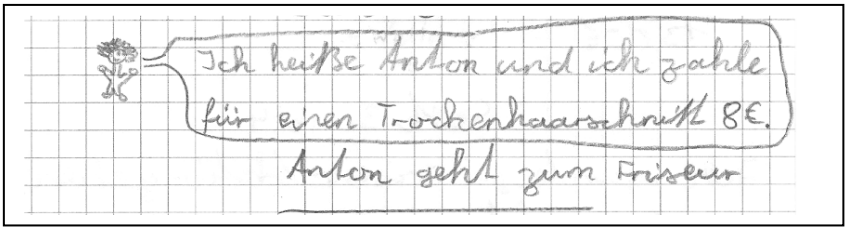
Ich würde zu Friseur Aktiv gehen, weil er nicht so teuerer ist und weil man bei diesem Friseur sich nicht nur kämmen lässt sondern auch mitmachen kann.

Ich würde zu Friseur Aktiv gehen weil: Er ist billig, wäscht einem die Haare vor dem schneiden dies ist angenehmer und sich die Haare zu föhnen dauert nicht lange.

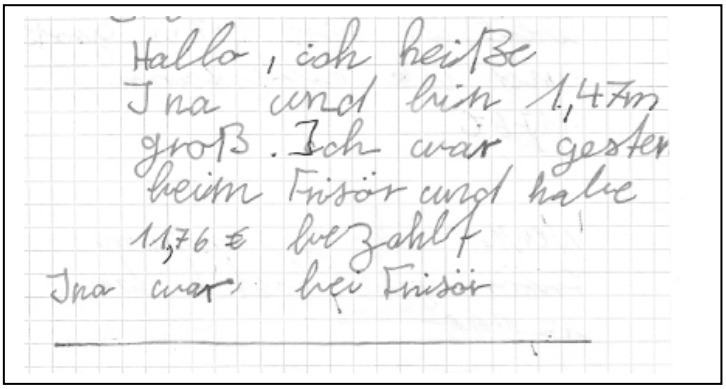
S.3 Ich würde zu Frisör Ratz-Fatz gehen, weil ein Trockenhaarschnitt ab 6 Jahren nur 10€ kostet. (Ich bin 10) Wenn ich 11 bin, muss ich immer noch 10€ zahlen. Bei Frisör Aktiv müsste ich dann 11€ bezahlen. Wenn ich 4 mal oder 5mal im Jahr zum Frisör gehen würde, müsste ich bei Frisör Ruck-Zuck ungefähr 2 Jahre warten, bis ich die Bonuskarte voll habe.

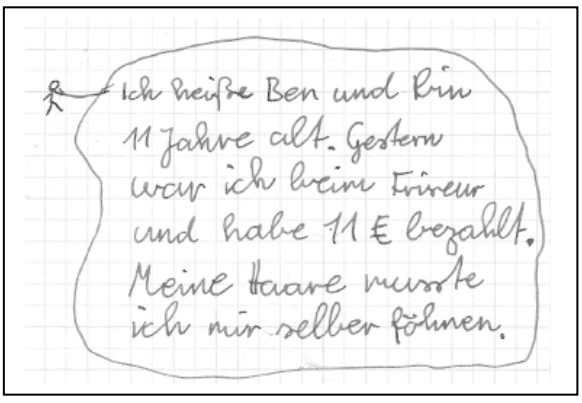
Schülerdokumente zu:

Bei welchem Friseur waren die Kinder?



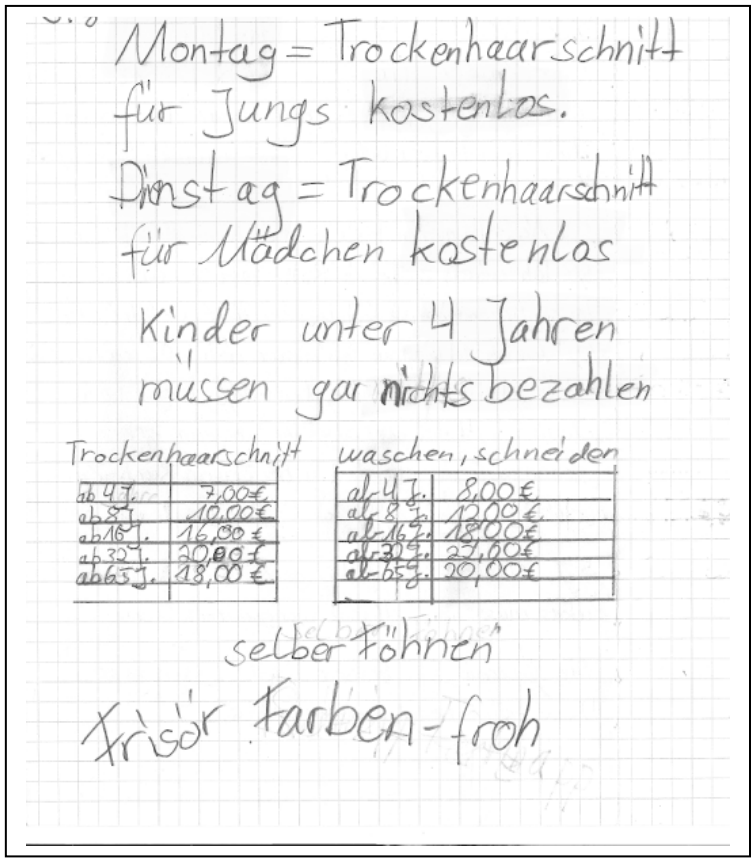






Schülerdokumente zu:

Denkt euch ein **<u>eigenes Angebot</u>** für einen Friseurbesuch aus.



Montag = Trockenhaarschnitt für Jungs kostenlos.
Dienstag = Trockenhaarschnitt für Mädchen kostenlos
Kinder unter 4 Jahren müssen gar nichts bezahlen

Trockenhaarschnitt	
ab 4 J.	7,00 €
ab 8 J.	10,00 €
ab 16 J.	16,00 €
ab 30 J.	20,00 €
ab 65 J.	18,00 €

waschen, schneiden	
ab 4 J.	8,00 €
ab 8 J.	12,00 €
ab 16 J.	18,00 €
ab 30 J.	25,60 €
ab 65 J.	20,00 €

selber föhnen

Friseur Farben-froh



Friseur Ritsch-Ratsch

Der KNÜLLER

Kinderhaarschnitt
waschen, schneiden, föhnen
nur
12,00 €
+
Überraschung
Geburtstagskinder zahlen die Hälfte

Leon

Friseur

Wirchi - Warchi

Guter Preis für Groß und Klein

Sonderangebot

Für die Familie:
Wenn man als Familie kommt, müssen der größte und der kleinste nichts bezahlen.

Normaler Preis:
Pro 50cm Körpergröße 4€

Man bekommt:
- Trockenhaarschnitt
- Haare Waschen
- Föhnen

Wenn man zehn mal hier war, bekommt man einmal alles umsonst.



Friseur schnelle
≈ Welle ≈



Preise:

Trockenhaarschnitt nur für Kinder

lang: 9€

kurz: 7€

waschen - schneiden - föhnen

lang: 11€

kurz: 9€

Geschwister zahlen nur die Hälfte!!!

Wir freuen uns auf ihren Besuch





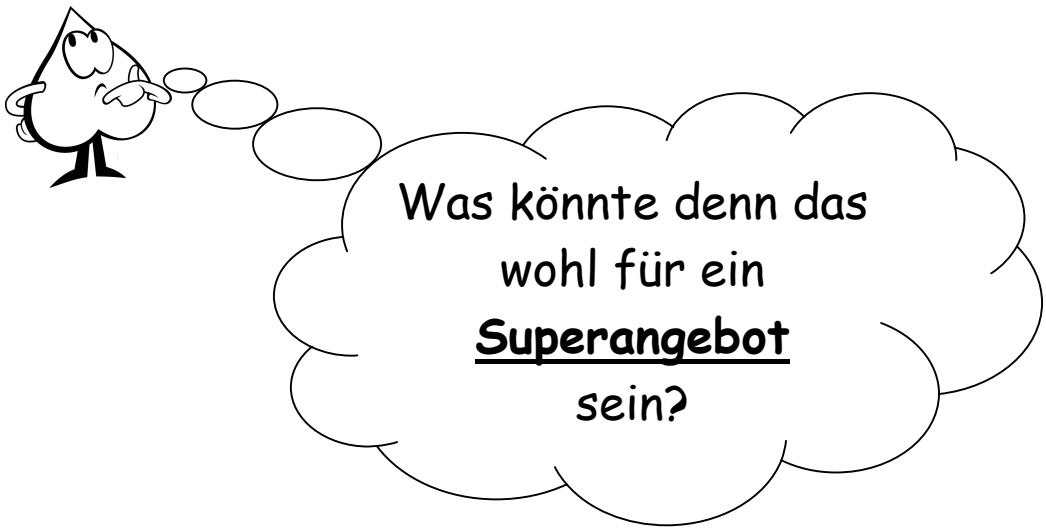
Friseur schnelle
≈ Welle ≈

KLEINE PREISE FÜR
KLEINE LEUTE!

Wir machen euch jetzt ein
Angebot,
das ihr nicht ablehnen könnt.

Friseur Schnipp-Schnapp

☺☺☺



KLEINE PREISE FÜR
KLEINE LEUTE!

Wir machen euch jetzt ein Angebot,
das ihr nicht ablehnen könnt.

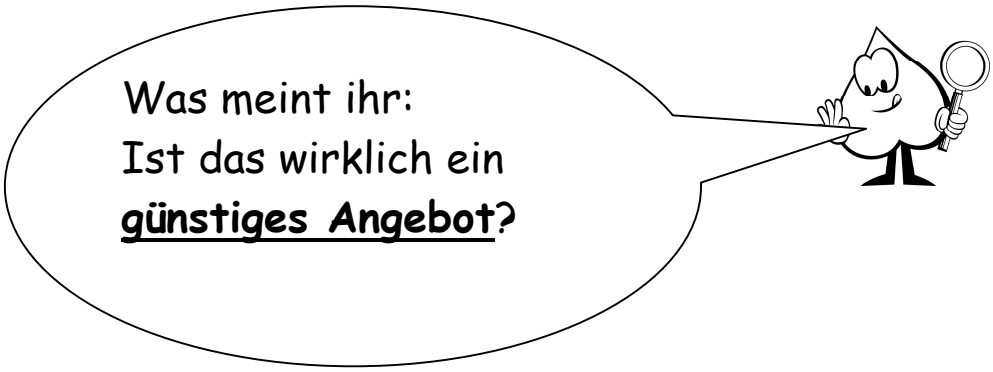
Wenn ihr nicht größer als
1,50 m seid, dann zahlt ihr
für euren Trockenhaarschnitt
nur **0,08 €** je cm Körpergröße.



Wir freuen uns auf euren Besuch!

Euer

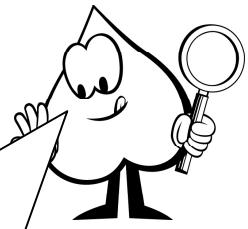
Friseur Schnipp-Schnapp



Pikos Forscherfragen:

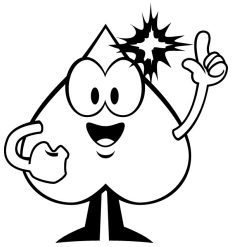
1. Wie viel muss **jeder von euch** bei Friseur Schnipp-Schnapp bezahlen? Vergleicht eure Preise untereinander und schreibt eure Ergebnisse ins Heft.
2. Überlegt gemeinsam: Wie findet ihr das Angebot von Friseur Schnipp-Schnapp?
3. Was kostet ein Friseurbesuch bei eurem Friseur? (Ihr könnt eure Eltern oder den Friseur fragen, im Schaufenster des Friseurs auf der Preisliste nachschauen, ...)!

Beim Friseur



Hier findet ihr das Preis-Angebot von Friseur Schnipp-Schnapp und von **drei weiteren Friseursalons**.
Schaut sie euch genau an und vergleicht:

Zu welchem Friseur würdet ihr gehen?
Warum habt ihr euch so entschieden?



Tipps zum Vergleichen:

- Wonach richtet sich der Preis: Größe, Alter, ...?
- Was wird angeboten: Trockenhaarschnitt? Waschen und schneiden? Föhnen?
- Fällt etwas Besonderes bei den Preisangeboten auf?
- Wie viel bezahlt ihr für einen Friseurbesuch bei den unterschiedlichen Preisangeboten?

Preis-Angebote beim Friseur (nur für Kinder!)

KLEINE PREISE FÜR KLEINE LEUTE!

Wir machen euch jetzt ein Angebot, das ihr nicht ablehnen könnt.

Wenn ihr nicht größer als **1,50 m** seid, dann zahlt ihr für euren Trockenhaarschnitt nur **0,08 €** je cm Körpergröße.

Wir freuen uns auf euren Besuch!

Friseur Schnipp-Schnapp

Kinderhaarschnitt:

Trockenhaarschnitt:

bis 5 Jahre:	8 €
ab 6 Jahre:	10 €

waschen, schneiden und föhnen:	13 €
Gel oder Haarwachs:	1 €

Friseur Ratz-Fatz

Unser Super-Angebot
für Super-Kids:

waschen, schneiden und föhnen:
14,00 €

Bonuskarte:
Bei jedem Besuch bekommt ihr ein Sternchen.
Bei 9 Sternchen gibt es einen Haarschnitt UMSONST!

*	*	*
*	*	*
*	*	*

Friseur Ruck-Zuck

Macht mit !

waschen
schneiden
selber föhnen

Alter	Preis
10 Jahre	10 €
11 Jahre	11 €
12 Jahre	12 €
13 Jahre	13 €
14 Jahre	14 €

Friseur Aktiv

Namen: _____

Preisangebote beim Friseur (nur für Kinder!)

	Danach richtet sich der Preis	Das wird angeboten	Das fällt sonst noch auf	Preis für den Friseurbesuch
Friseur Schnipp-Schnapp				
Friseur Ratz-Fatz				
Friseur Ruck-Zuck				
Friseur Aktiv				

Zu welchem Friseur würdet ihr gehen? Warum habt ihr euch so entschieden?

Bei welchem Friseur waren diese Kinder?

Markiere oder unterstreiche in den Preisangeboten, wo die wichtige Information zur Beantwortung der Frage steht.



Ich heiße Lisa und bin 10 Jahre alt.
Für waschen, schneiden, föhnen habe ich 13 Euro bezahlt.

Lisa war bei Friseur _____.



Ich war gestern beim Friseur.
Für Haare waschen und schneiden habe ich 11 Euro bezahlt.
Ich musste mir die Haare selber föhnen.
Mein Name ist Timo und ich bin 11 Jahre alt.

Timo war bei Friseur _____.



Ich heiße Martin und gehe jeden Monat einmal zum Friseur.
Beim nächsten Mal muss ich nichts bezahlen.

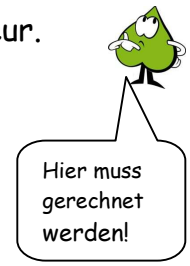
Martin war bei Friseur _____.

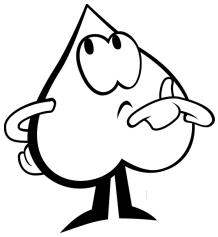


Meine Freundin Jana und ich waren bei demselben Friseur.
Ich habe 40 Cent weniger bezahlt als meine Freundin.
Ich heiße Irina.

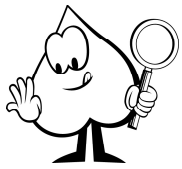
Irina (10 J.) und Jana (11 J.) waren bei Friseur

_____.





Erfindet selbst eine Aufgabe zu der Frage:
Bei welchem Friseur war dieses Kind?



Beim Friseur

Aufgabe 1

a) Murat ist 1,48 m groß.
Wie viel muss er bei **Schnipp-Schnapp** für einen Trockenhaarschnitt bezahlen?

Antwort: Murat muss _____ bezahlen.

b) Paula hat bei **Schnipp-Schnapp** genau 12 Euro bezahlt.

Wie viel cm ist sie größer als Murat?

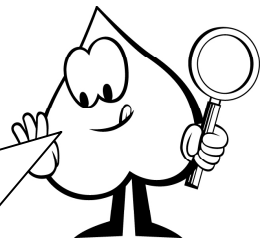
Antwort: Paula ist _____ größer als Murat.

Aufgabe 2

Wie groß darf ein 9 Jahre altes Kind höchstens sein, so dass ein Trockenhaarschnitt bei **Schnipp-Schnapp** günstiger ist als bei **RatzFatz**?

Antwort: Das Kind darf höchstens _____ groß sein.





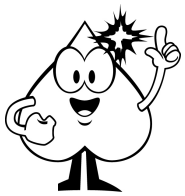
Denkt euch ein

<u>eigenes Angebot</u>

für einen Friseurbesuch aus.

Erstellt dazu ein **<u>Plakat!</u>**

<u>Pikos Tipps</u>



- **Wonach soll sich der Preis richten ?**
  (z.B. nach: Alter-Größe-Gewicht-
  Junge/Mädchen - ...)
- **Was soll im Preis enthalten sein ?**
  (z.B. schneiden – waschen und föhnen –
  nur Trockenhaarschnitt-...?)
- Gibt es eine **Bonus-Karte**
  (z.B. der 10. Friseurbesuch ist umsonst)
  oder **andere Vergünstigungen**
  (z.B. bei einer Familie ist der Haarschnitt
  für das jüngste Kind umsonst)?
- Ihr könnt auch eins von den Preisangeboten
  auswählen und verändern!

Modul 7.3 : Gute Aufgaben

Sachsituationen – Merkmale und Aufgabentypen

Worum geht es?

Zeitgemäßes Sachrechnen

Die Erschließung von Sachsituationen aus dem Alltag und damit die Nutzung authentischer Sachrechenanlässe sind untrennbar mit der Forderung nach zeitgemäßen Sachrechnen verbunden. Die reale Umgebung, in der uns Probleme nicht isoliert und didaktisch aufbereitet begegnen, soll mit „mathematischen Augen“ betrachtet und Sachprobleme sollen mit mathematischen Mitteln gelöst werden. Somit gewinnen realitätsbezogene Aufgaben mehr und mehr an Bedeutung: die Sachsituation und das Wissen um die Sache rücken in den Vordergrund und können durch eine Mathematisierung stärker durchdrungen werden. Diese umfassende Sichtweise steht im direkten Bezug zu den Funktionen des Sachrechnens nach Heinrich Winter. Der Fokus liegt auf dem „Sachrechnen als Beitrag zur Umwelterschließung“: „Die Schüler sollen befähigt werden, umweltliche Situationen durch mathematisches Modellieren klarer, bewusster und auch kritischer zu sehen.“ (Winter, 1992, S. 31). In diese Funktion sind die Erkenntnisse über Größen (Sachrechnen als Lernstoff) sowie das Üben mathematischer Begriffe und Verfahren (Sachrechnen als Lernprinzip) aufgehoben. Die Auseinandersetzung mit authentischen Sachrechenanlässen fördert die Entwicklung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen aus den Bereichen „Modellieren“ und „Größen und Messen“.

Merkmale guter Aufgaben: Sachrechnen

In Ergänzung zu den Ausführungen in Modul 7.1 (Sachinfo „Gute Aufgaben“) werden im Folgenden weitere Merkmale, die speziell für das Sachrechnen von Bedeutung sind, aufgeführt.

Heinrich Winter nennt folgende Kriterien (Winter 2003, S.182, 183):

1. “Gute Sachaufgaben“ erwachsen aus einer Thematik, die Neugier und Interesse wecken kann, die Schülerinnen und Schülern etwas bedeutet.

2. “Gute Sachaufgaben“ animieren zum sachorientierten Handeln, insbesondere zum Experimentieren und Explorieren.

3. “Gute Sachaufgaben“ sind mit grundlegenden (fundamentalen) mathematischen Ideen verbunden / verbindbar.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

4. “Gute Sachaufgaben“ stimulieren Modellbildung, das Deuten und Verstehen von Sachsituationen im Lichte mathematischer Begriffe.

5.“Gute Sachaufgaben“ vertiefen und vermehren das Wissen über Phänomene unserer Welt (Aufklärung) und formen unsere alltäglichen Denk- und Sprechweisen.

6. Von “guten Sachaufgaben“ gehen Anstöße zur Variation und Übertragung auf andere Sachsituationen aus.

7. “Gute Sachaufgaben“ sind problemhaltig oder können zu problemhaltigen Aufgaben weiter entwickelt werden, die Gelegenheit verschaffen, heuristische Vorgehensweisen gezielt zu kultivieren.

In der aktuellen Fachdidaktik werden diese Merkmalsbeschreibungen durch synonyme oder ergänzende Aussagen untermauert. So wird gefordert, dass neben den für die Kinder bedeutsamen Kontexten eine längere Verweildauer innerhalb eines Themas gewährleistet sein soll (Franke 2003, S. 119). Gute Sachaufgaben sollen Kommunikation und Kooperation ermöglichen und herausfordern, um sozial-konstruktiv wirksam werden zu können (Erichson 2003, S. 198); sie sollen unterbestimmt oder überbestimmt oder beides sein, damit die für die Mathematisierung relevanten Aufgaben selbstständig eingeholt bzw. herausgefiltert werden (ebenda). Außermathematische Bewertungen (z.B. die Erkenntnis, dass der billigste Preis nicht immer ausschlaggebend sein muss) können als Korrektiv dienen (Schütte 2008, S. 141).

Geeignete Aufgaben

Zur Erreichung der oben angegebenen Zielvorstellungen bedarf es entsprechender Aufgaben. Dabei handelt es sich um Aufgabentypen, die über die traditionellen Textaufgaben hinausgehen. In Anlehnung an die aufgeführten Merkmalsbeschreibungen kann eine Kategorisierung geeigneter Aufgaben vorgenommen werden. Eine trennscharfe Abgrenzung ist innerhalb der Nennungen nicht möglich, so dass es bei einzelnen Aufgabentypen zu Überschneidungen kommt.

Aufgabentypen mit dem Schwerpunkt „Umwelterziehung“:

- Reale Sachsituationen / Projektorientierte Vorhaben

„Ein Projekt ist ein echtes Problem, das Lehrer und Schüler *gemeinsam* und in Auseinandersetzung mit der Wirklichkeit *handelnd* lösen.“ (Franke 2003, S. 65). So kann eine Klassenfahrt, ein Klassenfest, ein gemeinsames Frühstück etc. geplant und realisiert werden. Da in der eigentlichen Projektidee der Mitbestimmungsgedanke noch weiter gefasst ist und Schülerinnen und Schülern schon bei der Festlegung des Rahmenthemas mitentscheiden sollen, wird es sich im Mathematikunterricht in den meisten Fällen um projektorientierte Vorhaben handeln, bei denen Lehrerin und Schülerinnen und Schüler für die Planung,

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Material- und Informationsbeschaffung, Durchführung und Realisation gemeinsam verantwortlich sind. Teilbereiche können komplett an die Schülerinnen und Schüler delegiert werden, so dass ein selbst verantwortliches Handeln ermöglicht wird.

- Realitätsnahe Sachaufgaben
  - Mathematisierungen in der Alltagswelt

    Bei der unterrichtlichen Auseinandersetzung mit projektorientierten Vorhaben ist es oft notwendig, Mathematisierungen aus der Alltagswelt zur Durchdringung der Sachsituation zu nutzen. Fahrpläne, Preislisten, Tabellen etc. sind gebräuchliche Darstellungen, in denen Daten übersichtlich festgehalten werden. Innerhalb eines sinnstiftenden Kontextes (z.B. Kinder planen einen Ausflugs mit öffentlichen Verkehrsmitteln) müssen relevante Daten (Zeitpunkte, Zeitspannen, Preise) entnommen und interpretiert werden (Schütte, 2008, S. 144/145).

  - Sachtexte

    Sachtexte beschreiben einen Ausschnitt aus der Realität und sind ein Teil der verschrifteten Umwelt (Verboom 2007, S. 12). Insbesondere in Verbindung zum Sachunterricht kann Sachwissen erworben und mithilfe mathematischer Mittel bewusster und kritischer durchdrungen werden. Die Texte können weitere Fragen aufwerfen und Anlass zum Recherchieren und Forschen sein (Franke 2003, S. 64). „Darüber hinaus bieten sie einen sinnvollen Anlass, mathematische Fertigkeiten zu üben und zu vertiefen und Vorerfahrungen zu komplexeren Lerninhalten anzubahnen.“ (Erichson, 2010, S. 41).

  - Rechengeschichten

    Rechengeschichten verbinden Aspekte der beiden Fächer Mathematik und Deutsch. In kindgerechter Sprache erzählen sie Ereignisse mit mathematischem Gehalt, die aus der Lebenswelt der Kinder stammen und für Kinder von Bedeutung sind. „Die Bedeutsamkeit erzeugt Identifikation mit dem Erzählrahmen, aber auch mit der mathematischen Frage- oder Problemstellung. Dadurch leisten Rechengeschichten einen Beitrag zur Erschließung der Lebenswirklichkeit mit mathematischen Mitteln.“ (Verboom, 2008, S.5).

  - Authentische Schnappschüsse

    „Als „authentische Schnappschüsse“ bezeichne ich die Wahrnehmung von Informationen mit mathematischem Gehalt aus allen Interessenbereichen der Kinder.“ (Erichson, 2003, S. 189). Kinder sollen darauf aufmerksam gemacht werden, dass wir in unserem Alltag in kurzen Zeitungsnotizen, Werbeanzeigen, Witzen und Cartoons u.v.m. von Mathematik umgeben sind und dass diese „Schnappschüsse“ Anlässe bieten, Fragen zu entwickeln, Angaben kritisch zu hinterfragen, Aufgaben für sich oder andere zu formulieren oder sich ausgiebig mit der angesprochenen Thematik zu befassen.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

- Offene Aufgabenstellungen

Offene Aufgabenstellungen geben den Lernenden die Möglichkeit, Anforderungen, die über die Aufgaben transportiert werden, von ihrem individuellen Leistungsniveau aus zu bearbeiten. „Die Aufgaben zeichnen sich durch ihre Ergiebigkeit hinsichtlich der Bearbeitungsmöglichkeiten aus und können jeweils in unterschiedlichem Umfang und mit unterschiedlicher Tiefe (...) durchdrungen werden." (R.Rasch 2007, S. 9). Sie erlauben unterschiedliche Vorgehensweisen und Lösungswege. Sie bieten Raum für eigene Fragestellungen und führen zu einem produktiven Umgang mit Mathematik.

- Fermi-Aufgaben

„Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?" – Der italienische Atomphysiker Enrico Fermi (1901-1954) konfrontierte seine Studenten mit Fragestellungen, die nicht durch Nachschlagen in Formelsammlungen und Fachbüchern, sondern durch vernünftige Annahmen und Allgemeinwissen zu lösen waren. Die sog. „Fermi-Aufgaben" enthalten keine oder für die rechnerische Lösung der Aufgaben nur unzureichende numerische Informationen. Benötigte Daten müssen demzufoge selbst erfragt, erhoben oder geschätzt werden. Häufig gibt es keine eindeutige Lösung und unterschiedliche Lösungen können -abhängig von den gemachten Annahmen und durchgeführten Recherchen- richtig sein. Im Mittelpunkt stehen individuelle Lösungswege und Vorgehensweisen.

Aufgabentypen mit dem Schwerpunkt „Problemlösen":

Das Anliegen, heuristische Vorgehensweisen zu kultivieren und die Entwicklung der Problemlösefähigkeit zu fördern, kann mit problemhaltigen Sach- und Denkaufgaben unterstützt werden. Auch bei den im Folgenden aufgeführten Aufgabentypen kann eine trennscharfe Abgrenzung nicht vorgenommen werden.

- Sachrechenprobleme

Als Sachrechenproblem werden Aufgabenstellungen innerhalb einer Sachsituation oder sinnstiftenden Kontextes bezeichnet, bei denen nicht alle Daten vollständig angegeben werden. Dabei kann es sich um Daten handeln, die nicht bekannt sind oder die bewusst weggelassen werden, um den Rätsel- und Knobelcharakter zu erfüllen. Es muss gewährleistet sein, dass das Problem mithilfe der angegebenen Daten oder Zahlen zu lösen ist. Dabei kommen Strategien des Problemlösens wie z.B. Versuch und Irrtum zum Tragen (Schütte, 2008, S. 157).

- Denksportaufgaben

„Bei problemhaltigen Denk- und Sachaufgaben handelt es sich um eine Aufgabengruppe, der in der Regel anspruchsvolle mathematische Strukturen zugrunde liegen, die häufig so in Sachsituationen eingebettet sind, dass die den Kindern vertrauten Grundmodelle der Rechenoperationen nicht ohne

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

weiteres sichtbar bzw. nicht ohne Transferleistung anzuwenden sind.“ (Renate Rasch, 2003, S. 5). Die mathematische Struktur kann in anspruchsvolle sprachliche Formulierungen eingebettet sein und es müssen mglw. mehrere voneinander abhängige Bedingungen im Lösungsprozess berücksichtigt werden (Rasch 2003, S. 6).

Das Instrument der Aufgabenvariation

Durch geeignete Variationen kann das Potenzial von Sachaufgaben, die in den oben genannten Aufgabentypen zu verorten bzw. in den gängigen Mathematiklehrwerken vorhanden sind, effektiver genutzt werden. Dabei werden unterschiedliche Zielsetzungen –abhängig von der jeweiligen Variation- verfolgt. Durch eine Veränderung der Zahlen und Maßzahlen kann die Aufgabenstruktur intensiver durchdrungen werden. Die Veränderung von Bedingungen (Was wäre, wenn ..) und Kontexten (Aktualisierung, Standortbezug) kann den Modellierungsprozess vertiefen und die Anwendung von Techniken und Arbeitsweisen einüben. Die Konstruktion von Rechenproblemen und Rätseln innerhalb eines Kontextes sowie die Umwandlung von geschlossenen in offene Aufgaben fördern die Problemlösefähigkeit und gewähren Freiräume für Eigenproduktionen, Darstellungen und Lösungen.

Es ist auffallend, dass in den meisten Schulbüchern klassische Textaufgaben kaum noch zu finden sind. Im Kontext eines authentischen Sachrechnens haben sie an Bedeutung verloren. Wenn es um die Sicherung des Operationsverständnisses (vorwiegend im 1. und 2. Schuljahr) geht, haben sie jedoch durchaus ihre Berechtigung.

Literatur:

Bongartz/Verboom (Hrsg): Fundgrube Sachrechnen, Berlin 2007

Erichson, Christa: Simulation und Authentizität: Wie viel Realität braucht das Sachrechnen?. In: Baum/Wielpütz (Hrsg): Mathematik in der Grundschule, Seelze 2003, S. 185ff.

Erichson, Christa: Sachrechnen an Sachtexten. In: Grundschule Mathematik, 24/2010, S.41-43

Franke, Marianne: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, Heidelberg/Berlin 2003

Maaß, Katja: Mathematikunterricht weiterentwickeln, Berlin 2009

Rasch, Renate: 42 Denk- und Sachaufgaben, Seelze-Velber 2003

Rasch, Renate: Offene Aufgaben für individuelles Lernen im MU der GS, Seelze 2007

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Schütte, Sybille: Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern, München 2008

Verboom, Lilo: Eine spannende Geschichte?. In: Grundschule Mathematik, 16/2008, S. 4-7

Winter, Heinrich: Sachrechnen in der Grundschule, Berlin 1992

Winter, Heinrich: „Gute Aufgaben“ für das Sachrechen. In: Baum/Wielpütz (Hrsg): Mathematik in der Grundschule, Seelze 2003, S. 177ff.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Dies kann euch bei der Lösung von Sachaufgaben helfen:



Zuerst liest jeder von euch die Aufgabe leise für sich durch. Ihr könnt euch die Aufgabe auch vorlesen lassen.



Erzählt euch dann gegenseitig, was ihr verstanden habt.



Schaut die Wörter, die ihr nicht verstanden habt, im Lexikon oder auf der Wörterliste nach. Fragt eure Mitschüler oder eure Lehrerin



Markiert wichtige Informationen im Text.

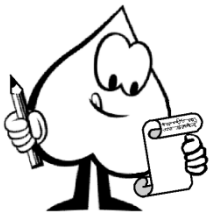


Malt ein Bild zu der Aufgabe und schreibt auf, wie ihr gerechnet habt.

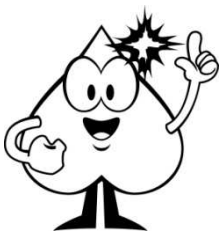


Stellt euch eure Lösungswege und Lösungen gegenseitig vor und überlegt, ob eure Ergebnisse stimmen können.

Ihr könnt **PIKOS HILFEN** benutzen:



Hier findet ihr Hilfen, um die Aufgabe besser zu verstehen und um wichtige Informationen für eure Lösung herauszufinden.



Hier findet ihr Hilfen, um eine Zeichnung, eine Tabelle oder ein Bild zu machen.

Aufgabentyp:	**Sachrechenproblem**
Bewegungs-/Vergleichsaufgaben:	**Die Schnecke Sabina** **Der Lindwurm** **Die Ameise krabbelt im Quadrat**
Jahrgangsstufe: 3/4	

Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (Schwerpunkte: Modellieren / Sachsituationen)

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Sachsituationen und Sachaufgaben Informationen und unterscheiden zwischen relevanten und nicht relevanten Informationen (erfassen)	
markieren relevante Informationen im Text **beantworten Fragen mithilfe des Textes** **nutzen weitere Strategien zur Texterschließung (Wörterliste; Lückentexte)**	
übersetzen Problemstellungen aus Sachsituationen in ein mathematisches Modell und lösen sie mithilfe des Modells (z.B. Gleichung, Tabelle, Zeichnung) (lösen)	nutzen selbstständig Bearbeitungshilfen wie Tabellen, Skizzen, Diagramme etc. zur Lösung von Sachaufgaben (z.B. zur Darstellung funktionaler Beziehungen)
entwickeln eigene oder vervollständigen angefangene Skizzen und zeichnerische Darstellungen zu den Bewegungsabläufen aus der Aufgabenstellung **zeigen ihren Lösungsweg an den Skizzen oder anderen Darstellungshilfen auf**	
beziehen ihr Ergebnis wieder auf die Sachsituation und prüfen es auf Plausibilität (validieren)	
setzen ihre Lösungen in Bezug zu den herausgearbeiteten Informationen und den erstellten Dokumenten und überprüfen sie	

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Hinweise zu den Aufgaben und Lösungshilfen

Bei den drei ausgewählten Problemaufgaben des Typs „Bewegungs-/ Vergleichsaufgabe“ liegt eine **ähnlich gelagerte Problemstellung** vor.
In jeder Aufgabe sind **regelmäßige Vorwärts- und Rückwärtsbewegungen** entlang einer Strecke bzw. entlang der Seiten eines Quadrats beschrieben.
In den Aufgaben 1 (Die Schnecke Sabina) und 3 (Die Ameise im Quadrat) soll jeweils die Dauer der entsprechenden Bewegungsabläufe ermittelt werden, in Aufgabe 2 (Der Lindwurm) die Länge der zurückgelegten Strecke. Bei allen drei Aufgaben ist zu beachten, dass als letzter Schritt eine Vorwärtsbewegung zur Lösung führt.
In Aufgabe 4 sollen die Schülerinnen und Schüler eine eigene Aufgabe analog zur Problemstellung erfinden.
Lösung Aufgabe 1: 7 Tage und 6 Nächte
Lösung Aufgabe 2: 52 Ellen
Lösung Aufgabe 3: 7 Tage und 6 Nächte

Hilfen zur Texterschließung
Zur Bearbeitung der **Aufgaben 1 und 2** werden den Schülerinnen und Schülern Hilfen zur Texterschließung und zur Entnahme relevanter Informationen aus der Aufgabe angeboten.
Aufgabe 1: Relevante Informationen entnehmen
- Fragen mithilfe des Textes beantworten
- Antworten im Text markieren und aufschreiben

Aufgabe 2: Wortwahl und Satzstruktur dem heutigen Sprachgebrauch anpassen
Text vereinfachen
Relevante Informationen entnehmen
- Wörterliste zum Verständnis unbekannter Ausdrücke nutzen
- Zuordnung der in zeitgemäßen Sprachgebrauch „übersetzten“ Sätze und Ausfüllen der Lücken
- Textstellen markieren

Bearbeitungshilfe
Zur Unterstützung des Modellierungsprozesses kann jeweils eine Skizze, in die erste Vor- und Rückwärtsbewegungen mit Pfeilen eingetragen sind, genutzt und vervollständigt werden. Damit wird den Kindern ein möglicher Ansatz zur Nutzung und Entwicklung von Bearbeitungshilfen und damit zur Unterstützung des Modellierungsprozesses angeboten.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Weitere Hinweise

Neben der Förderung der o.g. prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen sind bei der unterrichtlichen Auseinandersetzung mit den Aufgaben noch weitere Aspekte von Bedeutung:

- Durch die ähnlich gelagerte Problemstellung sollen die Kinder angeregt werden, die in der ersten Aufgabe entwickelte Vorgehensweise auf die weiteren Aufgaben zu übertragen und dem veränderten Kontext anzupassen sowie eigene Aufgaben zur Problemstellung zu entwickeln.
- Die Hilfen zur Texterschließung und Bearbeitung bei den Aufgaben 1 und 2 sind als Angebot zu verstehen: Jedes Kind soll zunächst selbst oder mit einem Partner überlegen, wie die Lösung des Problem angegangen werden kann.
- Themen für Unterrichtsgespräche im Klassenverband und in Kleingruppen können sein:
  - Erste Lösungsansätze und Vermutungen
  - Austausch über Vorgehensweisen und Lösungen
  - Präsentation von Zeichnungen, Plakaten oder anderen Schülerdokumenten
  - Reflexion des Lernwegs (Übertragbarkeit der Lösungswege; Nutzung der bereitgestellten Hilfen; Zusammenarbeit mit anderen Schülerinnen und Schülern; ...)

Die Kinder können die Aufgaben ausschneiden und ins Heft kleben. Alle notwendigen Rechnungen, Zeichnungen etc. können dazu ins Heft geschrieben werden.
Falls die Aufgaben und Hilfen in einer Mappe abgelegt werden sollen, werden freie Blätter zum Festhalten der Zeichnungen und Rechnungen benötigt.

Anmerkung: Die Texterschließungshilfen können auch gezielt zur Übung eingesetzt werden, um die selbstständige Anwendung von Lesestrategien zu fördern.

Literatur:

Dahl/Lepp: Wollen wir Mathe spielen?, Hamburg 2000

Düll, Karin: Sachrechnen in der Grundschule, München 2009

Rasch, Renate: 42 Denk- und Sachaufgaben, Seelze 2003

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Aufgabentyp:	**Sachrechenproblem**
Kontext:	**Klassenausflug**
Verteilungsaufgaben:	**Auf dem Bauernhof** **Im Tierpark** **Picknickpause**
Jahrgangsstufe: 3	

Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (Schwerpunkte: Modellieren / Sachsituationen)

Die Schülerinnen und Schüler	**Die Schülerinnen und Schüler**
entnehmen Sachsituationen und Sachaufgaben Informationen und unterscheiden zwischen relevanten und nicht relevanten Informationen (erfassen**)**	formulieren zu realen und simulierten Situationen (auch in projektorientierten Problemkontexten) und zu Sachaufgaben mathematischen Fragen und Aufgabenstellungen und lösen sie
markieren relevante Informationen im Text und nutzen dabei weitere Strategien zur Texterschließung: o **überprüfen, ob vorgegebene Aussagen aus dem Text wichtig oder nicht wichtig zur Lösungsfindung sind.** o **ordnen umformulierte Sätze den Textstellen zu und füllen Lücken aus.** o **bewerten Fragen zum Text. (Kann die Frage mit Hilfe des Textes beantwortet werden? Muss für die Antwort gerechnet werden?)** o **entwickeln eigene Fragestellungen zum Text.**	
übersetzen Problemstellungen aus Sachsituationen in ein mathematisches Modell und lösen sie mithilfe des Modells (z.B. Gleichung, Tabelle, Zeichnung) (lösen)	nutzen selbstständig Bearbeitungshilfen wie Tabellen, Skizzen, Diagramme, etc. zur Lösung von Sachaufgaben (z.B. zur Darstellung funktionaler Beziehungen)
entwickeln und nutzen eine eigene Bearbeitungshilfe. **nutzen das Rechendreieck als mathematisches Modell zur Bearbeitung der Verteilungsaufgaben.** **übertragen ihre gewonnenen Erkenntnisse auf Vierfeldertafeln.**	
beziehen ihr Ergebnis wieder auf die Sachsituation und prüfen es auf Plausibilität (validieren)	
setzen ihre Lösungen in Bezug zu den herausgearbeiteten Informationen und den berechneten Feldern im Rechendreieck / in der Vierfeldertafel.	
finden zu gegebenen mathematischen Modellen passende Problemstellungen und entwickeln im Rahmen von Sachsituationen eigene Fragestellungen (z.B. in Form von Gleichungen, Tabellen oder Zeichnungen (zuordnen)	formulieren Sachaufgaben (mündlich und schriftlich) zu vorgegebenen mathematischen Modellen (Gleichungen, Tabellen, etc.)
formulieren eigene Aufgaben zum Rechendreieck.	

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Hinweise zu den Aufgaben und Lösungshilfen

Bei den drei ausgewählten Problemaufgaben des Typs „Vergleichsaufgabe“ liegt eine **ähnlich gelagerte Problemstellung im Kontext: „Klassenausflug“** vor. Das jeder Aufgabe zugrunde liegende Problem kann durch die Verteilung auf drei Felder (Picknickpause 2 auf vier Felder) mithilfe des Rechendreiecks (der Vierfeldertafel) modelliert werden.
In **Aufgabe 1** gelangt man durch systematisches Probieren zur Lösung, da in der Bearbeitungshilfe „Rechendreieck“ die Außenzahlen durch die Angaben in der Aufgabe belegt sind. (Lösung: 4 Hunde, 11 Kühe, 16 Schweine – 31 Tiere)
Für **Aufgabe 2** ist ein Innenfeld vorgegeben, so dass unter Berücksichtigung der weiteren Angaben in der Aufgabe die fehlenden Innenfelder berechnet werden können. (Lösung: 11 Schafe, 8 Ziegen)
In **Aufgabe 3** ist ein Innenfeld vorgegeben; die beiden weiteren Innenfelder müssen durch systematisches Zerlegen der dazu gehörenden Außenzahl berechnet werden. (Lösung: 4 Milchschnitten, 7 Schokoriegel, 14 Nusshappen)
Bei **Aufgabe 4** müssen die Erkenntnisse auf eine Situation, die durch 4 Felder zu modellieren ist, übertragen werden. (Lösung: 23 Kinder) Sie ist als **Angebot für leistungsstärkere Kinder alternativ zu Aufgabe 3 gedacht.**

.

Hilfen zur Texterschließung
Zur Bearbeitung der **Aufgaben 1 und 2** werden den Schülerinnen und Schülern Hilfen zur Texterschließung und zur Entnahme relevanter Informationen aus der Aufgabe angeboten.
Aufgabe 1: Relevante Informationen entnehmen und von nicht relevanten Informationen unterscheiden

- Aussagen mit Hilfe des Textes auf ihre Relevanz für die Lösung hin überprüfen.
- Wichtige Aussagen im Text markieren; ggf. unwichtige Aussagen streichen.
- Umformulierte Sätze den Originalsätzen zuordnen und Zahlenangaben einsetzen.

Aufgabe 2: Relevante Informationen entnehmen

- Fragen mit Hilfe des Textes bewerten.
- Mit Hilfe der Antworten Informationen, die zum Rechnen benötigt werden, markieren.

Bearbeitungshilfe
Zur Unterstützung des Modellierungsprozesses kann das Rechendreieck (in Aufgabe 4 die Vierfeldertafel) genutzt werden. Die Belegung der Felder kann je nach Leistungsstand eines Kindes auch individuell durch weitere Angaben (z.B. Belegung eines Innenfeldes) erweitert werden.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Weitere Hinweise

Neben der Förderung der o.g. prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen sind bei der unterrichtlichen Auseinandersetzung mit den Aufgaben noch weitere Aspekte von Bedeutung:

- Durch die ähnlich gelagerte Problemstellung sollen die Kinder angeregt werden, die in der ersten Aufgabe entwickelte Vorgehensweise auf die weiteren Aufgaben zu übertragen und dem veränderten Kontext anzupassen.
- Die Hilfen zur Texterschließung und Bearbeitung sind als Angebot zu verstehen: Jedes Kind soll zunächst selbst oder mit einem Partner überlegen, wie die Lösung des Problem angegangen werden kann. Ggf. kann die Reihenfolge der Aufgaben getauscht werden, da Aufgabe 1 (Belegung der Außenfelder) den höchsten Schwierigkeitsgrad hat.
- Beobachtet werden sollte, ob den Kindern, die die Hilfen nutzen, die selbstständige Bearbeitung der Aufgabe 3 gelingt.
- Themen für Unterrichtsgespräche im Klassenverbund und in Kleingruppen können sein:
    - Erste Lösungsansätze und Vermutungen
    - Austausch über Vorgehensweisen und Lösungen
    - Präsentation von eigenen Aufgaben zum Rechendreieck
    - Reflexion des Lernwegs (Übertragbarkeit der Lösungswege; Nutzung der bereitgestellten Hilfen; Zusammenarbeit mit anderen Schülerinnen und Schülern; ...)

Die Kinder können die Aufgaben ausschneiden und ins Heft kleben. Alle notwendigen Rechnungen, Zeichnungen etc. können dazu ins Heft geschrieben werden.
Falls die Aufgaben und Hilfen in einer Mappe abgelegt werden sollen, werden freie Blätter zum Festhalten der Zeichnungen und Rechnungen benötigt.

Anmerkung: Die Texterschließungshilfen können auch gezielt zur Übung eingesetzt werden, um die selbstständige Anwendung von Lesestrategien zu fördern.

Literatur:

Düll, Karin: Sachrechnen in der Grundschule, München 2009

Müller/Wittmann: Lehrerhandbuch zum Zahlenbuch 4, Leipzig 2005

Aufgabentyp:	**Sachrechenproblem**
Bewegungsaufgaben:	**Eine Radtour in den Ferien** **Zwei Freunde auf Radtour** **Mit dem Zug in die Ferien**
Jahrgangsstufe: 3/4	

Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (Schwerpunkte: Modellieren / Sachsituationen)

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Sachsituationen und Sachaufgaben Informationen und unterscheiden zwischen relevanten und nicht relevanten Informationen (erfassen)	
markieren relevante Informationen im Text **tragen relevante Informationen in einen Lückentext ein** **vervollständigen unvollständige Sätze mit relevanten Informationen**	
übersetzen Problemstellungen aus Sachsituationen in ein mathematisches Modell und lösen sie mithilfe des Modells (z.B. Gleichung, Tabelle, Zeichnung) (lösen)	nutzen selbstständig Bearbeitungshilfen wie Tabellen, Skizzen, Diagramme, etc. zur Lösung von Sachaufgaben (z.B. zur Darstellung funktionaler Beziehungen)
entwickeln eigene zeichnerische Darstellungen oder vervollständigen angefangene Pfeilbilder zu den zurückgelegten Wegstrecken aus der Aufgabenstellung **zeigen ihren Lösungsweg an eigenen oder angebotenen Darstellungshilfen auf**	
beziehen ihr Ergebnis wieder auf die Sachsituation und prüfen es auf Plausibilität (validieren)	
setzen ihre Lösungen in Bezug zu den herausgearbeiteten Informationen und den erstellten Dokumenten und überprüfen sie.	

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Hinweise zu den Aufgaben und Lösungshilfen

Bei den drei ausgewählten Problemaufgaben des Typs „Bewegungsaufgabe“ liegt eine **ähnlich gelagerte Problemstellung im Kontext „Unternehmungen in den Sommerferien“** vor.
In jeder Aufgabe steht der funktionale Zusammenhang zwischen zurückgelegten Wegstrecken und Fahrtdauer im Vordergrund.
Aufgabe 1 (Eine Radtour in den Ferien): Vorgegeben sind die Gesamtstrecke sowie die Startzeit von zwei unterschiedlichen Startpunkten und zwei Teilstrecken (Zustand nach einer Stunde Fahrtzeit: zurückgelegte Strecke von Startpunkt A sowie Entfernung zwischen den zurückgelegten Strecken von beiden Startpunkten). Die dritte fehlende Teilstrecke (Startpunkt B) muss ermittelt werden.
Aufgabe 2 (Zwei Freunde auf Radtour) Vorgegeben sind die Startzeit von zwei unterschiedlichen Startpunkten und die Gesamtlänge der Strecke. Über die Angabe der unterschiedlichen Geschwindigkeiten sollen Treffpunkt und jeweils zurückgelegte Strecke berechnet werden.
In der Aufgabe 3 (Mit dem Zug in die Ferien) muss zu einem gemeinsamen Startpunkt bei vorgegebener Geschwindigkeit und Fahrtzeit die Entfernung zwei in entgegengesetzter Richtung fahrender Züge berechnet werden.
Lösung zu 1: Alinas Familie ist in dieser Zeit 11km gefahren.
Lösung zu 2: Die beiden Freunde treffen sich nach 1 Stunde Fahrtzeit. Matthias ist 7 km gefahren, Dirk 6 km.
Lösung zu 3: Nach anderthalb Stunden sind die Züge 360 km voneinander entfernt.

Hilfen zur Texterschließung
Zur Bearbeitung der **Aufgaben 1 und 2** werden den Schülerinnen und Schülern Hilfen zur Entnahme relevanter Informationen aus der Aufgabe angeboten.
Aufgabe 1: Relevante Informationen entnehmen
- Alle Angaben mit Zahlen im Text markieren.
- Die markierten Angaben in einen Lückentext eintragen.

Aufgabe 2: Relevante Informationen entnehmen
- Alle Angaben mit Zahlen im Text markieren.
- Unvollständige Sätze mit Hilfe der markierten Angaben vervollständigen.

Bearbeitungshilfe
Als grafische Bearbeitungshilfe werden den Kindern Pfeilbilder angeboten, in denen bereits einzelne Teilstrecken, Startorte oder Startzeiten und Entfernungen eingetragen sind.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Weitere Hinweise

Neben der Förderung der o.g. prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen sind bei der unterrichtlichen Auseinandersetzung mit den Aufgaben noch weitere Aspekte von Bedeutung:

- Durch die ähnlich gelagerte Problemstellung sollen die Kinder angeregt werden, die in der ersten Aufgabe entwickelte Vorgehensweise auf die weiteren Aufgaben zu übertragen und dem veränderten Kontext anzupassen sowie eigene Aufgaben zur Problemstellung zu entwickeln.
- Die Hilfen zur Texterschließung bei den Aufgaben 1 und 2 und die Bearbeitungshilfen bei allen drei Aufgaben sind als Angebot zu verstehen: Jedes Kind soll zunächst selbst oder mit einem Partner überlegen, wie die Lösung des Problem angegangen werden.
- Der Schwierigkeitsgrad kann variiert werden durch:
  - Veränderung der Zahlen und Maßzahlen
  - Einzeichnen weiterer Informationen in die Pfeilbilder
  - Ermitteln weiterer Werte (z.B. Treffpunkt und Uhrzeit in Aufgabe 1)
- Themen für Unterrichtsgespräche im Klassenverbund und in Kleingruppen können sein:
  - Erste Lösungsansätze und Vermutungen
  - Austausch über Vorgehensweisen und Lösungen
  - Präsentation von Zeichnungen, Plakaten oder anderen Schülerdokumenten
  - Reflexion des Lernwegs (Übertragbarkeit der Lösungswege; Nutzung der bereitgestellten Hilfen; Zusammenarbeit mit anderen Schülerinnen und Schülern; ...)

Die Kinder können die Aufgaben ausschneiden und ins Heft kleben. Alle notwendigen Rechnungen, Zeichnungen etc. können dazu ins Heft geschrieben werden.
Falls die Aufgaben und Hilfen in einer Mappe abgelegt werden sollen, werden freie Blätter zum Festhalten der Zeichnungen und Rechnungen benötigt.

Anmerkung: Die Texterschließungshilfen können auch gezielt zur Übung eingesetzt werden, um die selbstständige Anwendung von Lesestrategien zu fördern.

Literatur:

Die Matheprofis 3, München 2002

Bongartz/Verboom: Fundgrube Sachrechnen, Berlin 2007

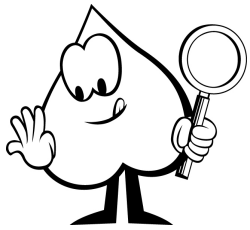
Rasch, Renate: 42 Denk- und Sachaufgaben, Seelze 2003



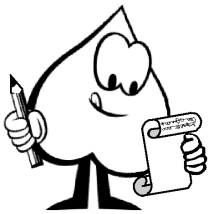
Die Schnecke Sabina

An einem Morgen, an dem es die Schnecke Sabina sehr eilig hatte und nicht aufpasste, purzelte sie in einen Brunnen. Schnell zog sie sich in ihr sicheres Schneckenhaus zurück. Ohne Verletzungen landete sie auf dem weichen Boden des 9 Meter tiefen Brunnnens.
Sabina wollte natürlich schnell wieder heraus und nach oben.
Also ruhte sie sich am Tag aus und kletterte in der ersten Nacht 3 Meter hoch. Am Tag aber, als sie wie immer schlief, rutschte sie wieder 2 Meter hinunter.
So ging es in den nächsten Nächten und Tagen weiter: In jeder Nacht kletterte Sabina 3 Meter hoch und an jedem Tag rutschte sie wieder 2 Meter hinunter.

Könnt ihr herausbekommen, wie lange es dauerte, bis Sabina wieder oben am Brunnenrand angekommen war?



Pikos Hilfe



Diese Fragen können euch helfen, die wichtigen Informationen im Text zu finden.

Sucht die Antworten im Text und 

markiert sie.
Tragt die Antworten ein.

Fragen:	**Diese Antwort habe ich gefunden:**
Wie tief ist der Brunnen?	
Wie viele Meter klettert Sabina in der ersten Nacht hoch?	
Wie viele Meter rutscht sie am Tag wieder hinunter?	
Was passiert in den nächsten Nächten und Tagen?	

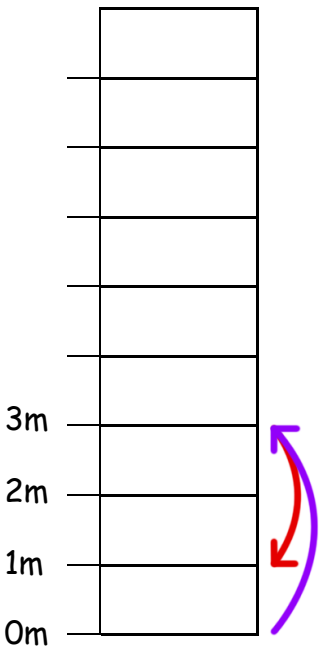
Pikos Hilfe



Zeichne ein, wie Sabina in den einzelnen Nächten hochklettert und wie sie tagsüber wieder hinunterrutscht.

Tag (rot) Nacht (blau)





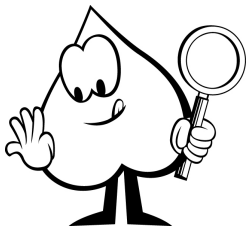


Der Lindwurm – Eine Aufgabe von Adam Ries

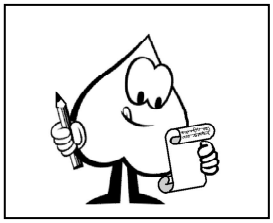
Der Rechenmeister Adam Ries lebte von 1492 – 1559.
Er gilt als „Vater des modernen Rechnens" und hat viele knifflige Aufgaben erfunden. So auch die Geschichte vom Lindwurm:

Unten an einer schönen Linden, war ein kleiner Wurm zu finden.
Der kroch hinauf mit aller Macht, acht Ellen richtig bei der Nacht,
und alle Tage kroch er wieder vier Ellen dran hernieder.
Zwölf Nächte trieb er dieses Spiel, bis dass er von der Spitze fiel.

Könnt ihr herausbekommen, wie viele Ellen hoch die Linde war, an der der Lindwurm krabbelte?

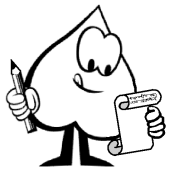


Pikos Hilfe: Wörterliste



Linde	ein Laubbaum
Elle	
acht Ellen richtig	genau acht Ellen
bei der Nacht	in jeder Nacht
alle Tag	an jedem Tag
dran hernieder	am Baum hinunter

Pikos Hilfe

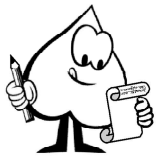


Adam Ries lebte vor über 500 Jahren. Damals sprachen die Menschen anders als wir heute.

Suche und markiere die Sätze in der Aufgabe.
Verbinde dann die passenden Sätze.
Trage zum Schluss die fehlenden Zahlen ein.

Der kroch hinauf mit aller Macht, acht Ellen richtig bei der Nacht.	Nach _____ Nächten fiel der Lindwurm von der Spitze des Baumes hinunter.
Alle Tage kroch er wieder vier Ellen dran hernieder.	Jede Nacht kroch der Lindwurm _____ Ellen hoch.
Zwölf Nächte trieb er dieses Spiel, bis dass er von der Spitze fiel.	Am Tag kroch der Lindwurm _____ Ellen am Baum hinunter.

Pikos Hilfe



Adam Ries lebte vor über 500 Jahren. Damals sprachen die Menschen anders als wir heute.
Hier findest du die Aufgabe in unserer heutigen Sprache.

Der Lindwurm – Eine Aufgabe von Adam Ries

Unten am Stamm einer Linde saß ein kleiner Wurm.
In jeder Nacht krabbelte der Wurm acht Ellen am Baum hoch.
An jedem Tag krabbelte er wieder 4 Ellen am Baum hinunter.
So krabbelte er 12 Nächte lang.
Dann fiel der Wurm von der Spitze des Baumes hinunter.

Kannst du herausbekommen, wie viele Ellen hoch die Linde war, an der der Lindwurm krabbelte?



Pikos Hilfe

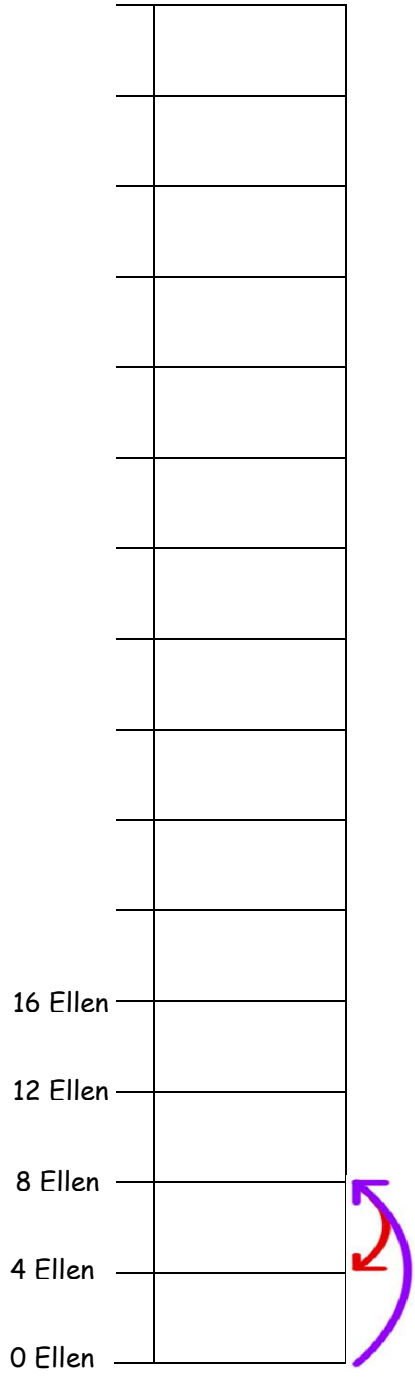
Zeichne ein, wie der Lindwurm in den einzelnen Nächten hochklettert und wie er an den einzelnen Tagen hinunter klettert.



am Tag

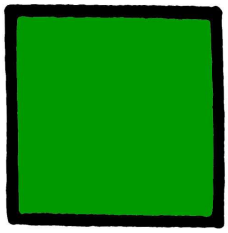


in der Nacht



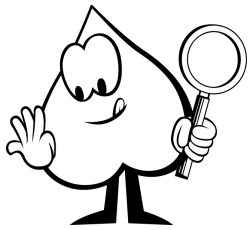


Die Ameise krabbelt im Quadrat

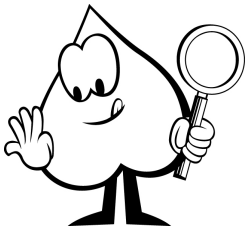


Eine Ameise ging auf dem Rand einer quadratischen Wiese spazieren. Jede Seite dieser Wiese war 200 Meter lang. Tagsüber krabbelte die Ameise immer 200 Meter vorwärts. Doch nachts blies ein starker Wind sie genau die Hälfte der Strecke, die sie am Tag gekrabbelt war, wieder zurück,
Sie startete am Montagmorgen am Eckpunkt A und lief von dort aus über B, C und D wieder nach A.

Könnt ihr herausbekommen, wann die Ameise wieder in ihrem Haus an Punkt A angekommen ist?

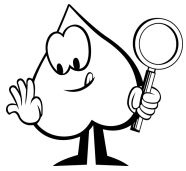


Könnt ihr eine eigene Aufgabe erfinden?



Erfindet eine eigene Aufgabe, bei der es um ein ähnliches Problem geht wie bei der Schnecke Sabina, dem Lindwurm oder der Ameise.

Ausflug zum Bauernhof



Bauer Wortberg bekommt oft Besuch von Schulklassen aus den Grundschulen in seiner Nähe.
Heute sind die Kinder der Klasse 4a mit ihrer Lehrerin gekommen.
Bauer Wortberg zeigt den Kindern, wie die Tiere auf dem Hof leben, erklärt ihnen, was die Tiere fressen und beantwortet viele Fragen.
Manchmal gibt er aber auch knifflige Antworten, bei denen die Kinder richtig überlegen oder knobeln müssen.

Auf die Frage der Kinder, wie viele T'iere auf dem Hof leben, sagt Herr Wortberg:

„Ich habe Kühe, Schweine und Hunde auf meinem Hof. Ohne die Hunde sind es 27 Tiere. Ohne die Schweine sind es 15 Tiere. Ohne die Kühe sind es 20 Tiere.

Könnt ihr herausbekommen, wie viele Tiere auf dem Hof leben?

Pikos Hilfe



Überlegt, welche von den Sätzen in der Tabelle wichtig sind, um das Problem zu lösen.



Markiert die wichtigen Sätze im Text!

	wichtig	**nicht wichtig**
Bauer Wortberg bekommt jede Woche Besuch von Kindern.		
Bauer Wortberg besitzt Schweine, Kühe und Hunde.		
Die Kinder sind mit ihrer Lehrerin gekommen.		
Bauer Wortberg beantwortet die Fragen der Kinder.		
Ohne die Hunde sind es 27 Tiere.		
Ohne die Schweine sind es 15 Tiere.		
Auf der Wiese grasen noch Pferde.		
Ohne die Kühe sind es 20 Tiere.		

Pikos Hilfe



Manche Sätze in der Aufgabe sind schwierig zu verstehen.

Sucht und 

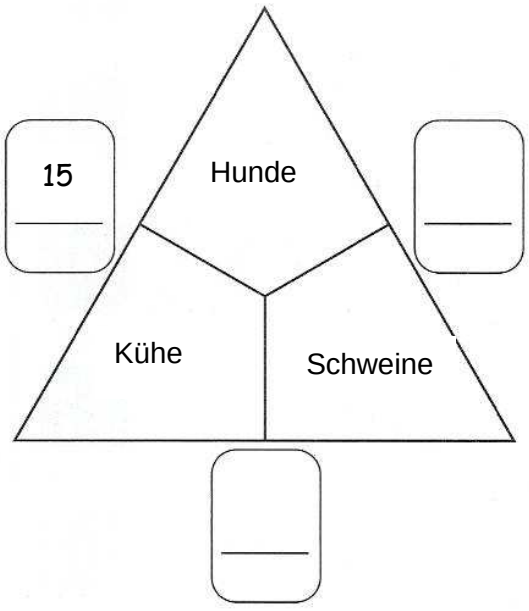
die Sätze aus der linken Spalte in der Aufgabe.
Tragt die fehlenden Zahlen ein.
Verbindet die Sätze aus der linken und rechten Spalte,
die zusammen gehören.

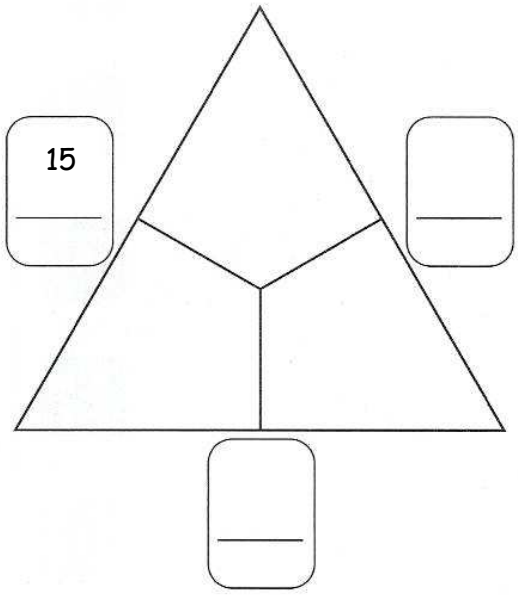
Ohne die Schweine sind es **15** Tiere.	*Kühe und Schweine* *sind zusammen __ Tiere.*
Ohne die Hunde sind es __Tiere.	*Hunde und Schweine* *sind zusammen __ Tiere.*
Ohne die Kühe sind es __Tiere.	*Hunde und Kühe* *sind zusammen **15** Tiere.*

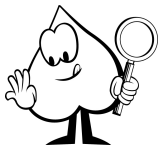


Pikos Hilfe

Zur Lösung kann euch das Rechendreieck helfen.
Tragt die äußeren Zahlen ein und versucht die Innenfelder zu berechnen.
Ihr könnt dazu Plättchen zum Probieren und Schieben benutzen.







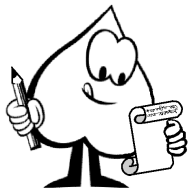
Im Tierpark



Kurz vor den Osterferien machen die Kinder der Klasse 4b einen Ausflug in den Tierpark. Dort gibt es auch einen großen Streichelzoo, in dem viele kleinere Tiere herumtollen. Auf einem Schild an der Umzäunung steht, dass sich Ziegen, Schafe und Hängebauchschweine im Gehege befinden und dass es zusammen genau 24 Tiere sind. Die Kinder wollen wissen, wie viele Tiere von jeder Sorte im Streichelzoo herumtollen. Der Tierpfleger antwortet:

Es sind 5 Hängebauchschweine im Streichelgehege. Ohne die Ziegen sind es 16 Tiere. Ohne die Schafe sind es 13 Tiere.

Pikos Hilfe



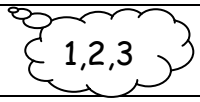
Dies kann euch helfen, den Text besser zu verstehen:

☺ Die Antwort finde ich im Text.

☹ Diese Frage kann ich nicht beantworten.

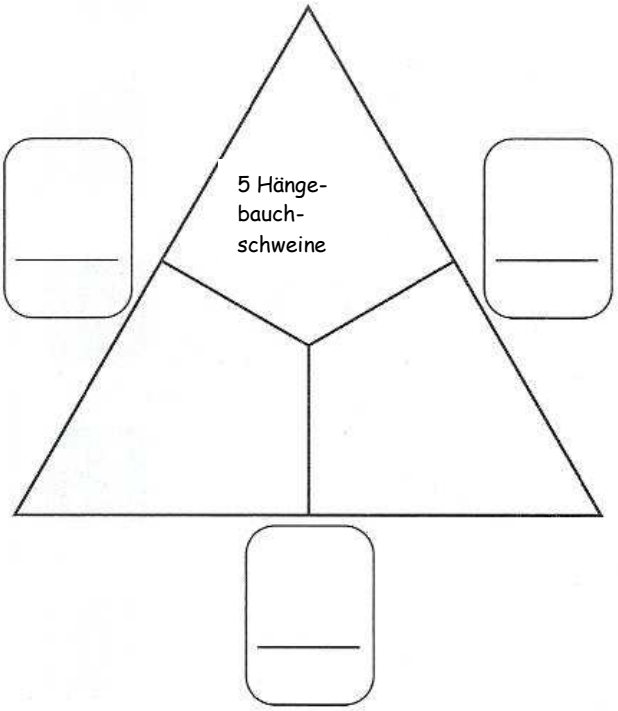


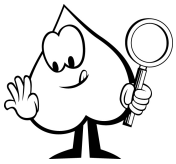
Für die Antwort muss ich rechnen

	☺	☹	
Wohin fahren die Kinder der Klasse 4b?			
Wie viele Kinder sind in der Klassse 4b?			
Was steht auf dem Schild am Streichelzoo?			
Wie heißt der Tierpfleger?			
Wie viele Tiere sind im Streichelzoo?			
Wie viele Ziegen sind im Steichelzoo?			
Wie viele Schafe sind im Streichelzoo?			
Wie viele Hängebauchschweine sind im Streichelzoo?			
Meine Frage:			

Pikos Hilfe



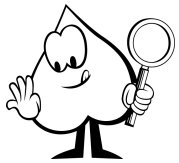




Picknickpause im Tierpark

Im Tierpark machen die Kinder eine Picknickpause. Ihre Lehrerin verteilt für jedes Kind eine kleine Süßigkeit.
Es gibt Schokoriegel, Nusshappen und Milchschnitten.
4 Kinder bekommen eine Milchschnitte.
Die Nusshappen und die Schokoriegel werden an die restlichen 21 Kinder verteilt.
Es gibt doppelt so viele Nusshappen wie Schokoriegel.





Picknickpause im Tierpark

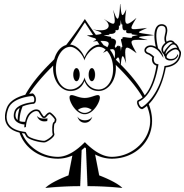


Im Tierpark machen die Kinder eine Picknickpause. Ihre Lehrerin verteilt für jedes Kind eine kleine Süßigkeit.
Es gibt Schokoriegel, Nusshappen, Hanuta und Milchschnitten.
7 Kinder bekommen eine Milchschnitte.
Die 6 Schokoriegel und die Nusshappen werden an 15 Kinder verteilt.
Es gibt zusammen 10 Hanuta und Nusshappen.

Wie viele Kinder sind in der Klasse?

Ein kniffliges Problem für schlaue Köpfe!

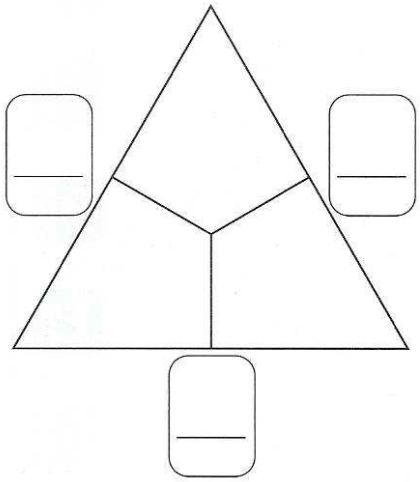
- Zur Lösung des Problems könnt ihr die **Vierfeldertafel** benutzen.
-  wieder die wichtigen Informationen im Text.
- Tragt dann die Zahlen in die Vierfeldertafel ein und berechnet die fehlenden Zahlen.
- Berechnet die Anzahl der Kinder. Dazu könnt ihr Plättchen zum Verschieben benutzen.

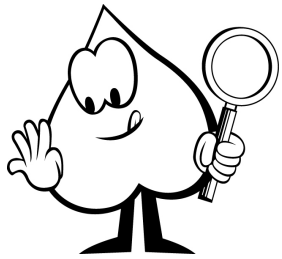


Pikos Hilfe

Schokoriegel	Nusshappen
Milchschnitten	Hanuta

Kannst du eine eigene Aufgabe zum Rechendreieck erfinden?

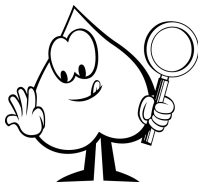




Meine Aufgabe zum Rechendreieck



Eine Radtour in den Ferien



Annika und ihre Feundin Karina wohnen 36 km voneinander entfernt.
Die Familien der Kinder beschließen, in den Sommerferien ein gemeinsames Picknick zu machen.
Sie wollen mit den Fahrrädern fahren und sich am Treffpunkt einen gemütlichen Picknickplatz zu suchen.
Beide Familien starten um 10.00 Uhr. Nach einer Stunde sind sie noch 11 km voneinander entfernt. Annikas Familie ist in dieser Zeit 14 km geradelt.

Wie viele km ist Karinas Familie in dieser Zeit gefahren?

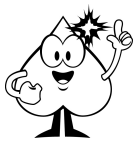
Pikos Hilfe



Alle Angaben, in denen Zahlen vorkommen.
Setze sie dann richtig in die Lücken ein.

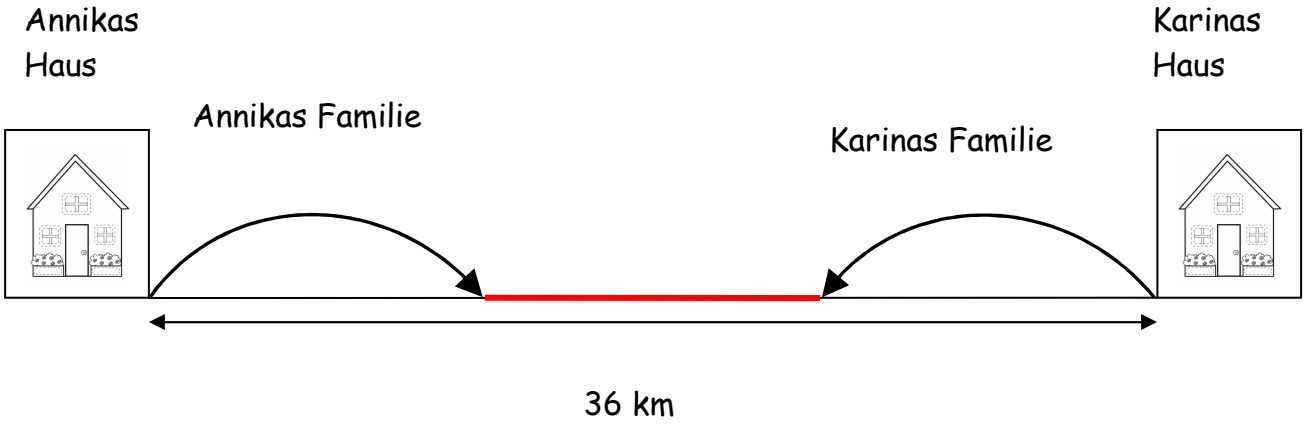


Die beiden Familein wohnen _____ voneinander entfernt.
Sie fahren um _____ von zu Hause los.
Nach einer Stunde ist Annikas Familie _____ gefahren.
Die Entfernung zwischen den beiden Familien beträgt nach einer Stunde noch _____.



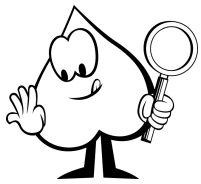
Pikos Hilfe

Trage ein, wie weit die Familien gefahren sind und
wie weit sie noch voneinander entfernt sind.





Zwei Freunde auf Radtour



Matthias und Dirk gehen in dieselbe Klasse und sind Freunde. Matthias kann zu Fuß zur Schule gehen und wartet jeden Morgen an der Schulbushaltestelle auf seinen Freund. Dirk muss mit dem Bus kommen; er wohnt 13 km von Matthias entfernt.

In den Ferien wollen sie gemeinsam mit den Fahrrädern etwas unternehmen. Sie starten um 14.00 Uhr von zu Hause.

Matthias fährt in einer halben Stunde 3,5 km. Dirk hat Gegenwind und schafft nur 3 km in der gleichen Zeit.

Um wie viel Uhr treffen sich die Beiden? Wie viel km ist dann jeder von ihnen gefahren?

Pikos Hilfe





alle Angaben, in denen Zahlen vorkommen.

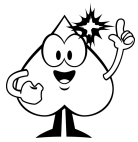
Schreibe die Sätze dazu auf.

Matthias und Dirk wohnen _____.

Sie starten _____.

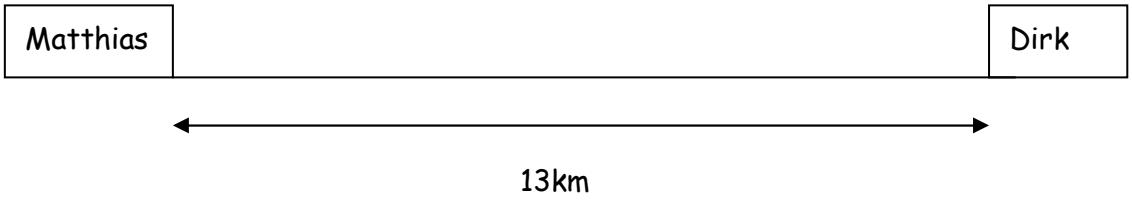
Matthias _____.

Dirk _____.



Pikos Hilfe

Auf der Zeichnung kannst du eintragen, wie weit die Beiden gefahren sind.





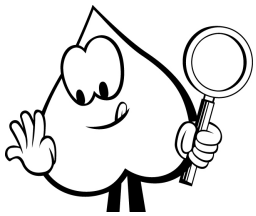
Pikos Hilfe

Zur Lösung kannst du die Tabelle nutzen:

	Matthias	**Dirk**	**zusammen**
nach einer halben Stunde	3,5 km	3 km	
nach einer Stunde			



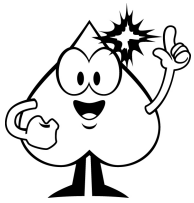
Mit dem Zug in die Ferien



Dileks und Hannahs Familien wollen in den Sommerferien verreisen.
Dileks Eltern fahren an die Nordsee, Hannahs Eltern wollen in den Schwarzwald fahren.
Beide Familien fahren mit dem Zug und starten zur gleichen Zeit vom Dortmunder Hauptbahnhof. Die Züge fahren mit unterschiedlicher Geschwindigkeit.
Hannahs Zug fährt 130 km pro Stunde; Dileks Zug fährt 110 km pro Stunde. Nach 1 ½ Stunden schickt Hannah die erste SMS an Dilek.

Hannah überlegt, wie viele Kilometer sie jetzt schon ungefähr von Dilek entfernt ist.

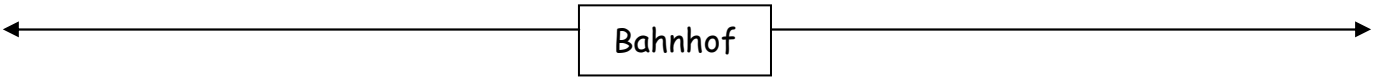
Pikos Hilfe



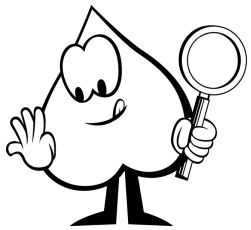
Zeichne ein, wie weit die Züge nach 1 ½ Stunden gefahren sind.

Dileks Zug

Hannahs Zug



Könnt ihr eine eigene Aufgabe erfinden?



Erfindet eine eigene Aufgabe, bei der es um ein ähnliches Problem geht wie bei Annika und Karina, wie bei Matthias und Dirk oder wie bei Dilek und Hannah.

Aufgabentyp:	**Authentische Schnappschüsse**
Material:	**Kurzmeldungen aus Zeitungen** **Anzeigen aus Zeitungen und Prospekten** **Kurzmeldungen: Kann das stimmen?**
Jahrgangsstufe:	**3 oder 4**

Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen (Schwerpunkte: Modellieren / Sachsituationen)

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Sachsituationen und Sachaufgaben Informationen und unterscheiden zwischen relevanten und nicht relevanten Informationen (erfassen)	
entwickeln Fragen zur Kurzmeldung oder Kleinanzeige. **unterscheiden zwischen Fragen, die mit Hilfe des Textes direkt oder durch mathematische Modellbildung beantwortet werden können.** **markieren mathematisch relevante Informationen im Text.**	
übersetzen Problemstellungen aus Sachsituationen in ein mathematisches Modell und lösen sie mithilfe des Modells (z.B. Gleichung, Tabelle, Zeichnung) (lösen)	nutzen selbstständig Bearbeitungshilfen wie Tabellen, Skizzen, Diagramme, etc. zur Lösung von Sachaufgaben (z.B. zur Darstellung funktionaler Beziehungen)
übersetzen ggf. die mathematische Problemstellung in ein mathematisches Modell und zeigen ihren Lösungsweg ggf. an ihren Skizzen, Tabellen etc. auf	
beziehen ihr Ergebnis wieder auf die Sachsituation und prüfen es auf Plausibilität (validieren)	
setzen ihre Lösungen in Bezug zu den herausgearbeiteten Informationen und den erstellten Dokumenten und überprüfen sie **überprüfen Aussagen in Kurzmeldungen über die Fragestellung „Kann das stimmen?“ auf ihre Richtigkeit und begründen ihre Entscheidung**	

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Hinweise zu den Aufgaben und zur Unterrichtsdurchführung

Die auf dem AB 1 zusammen gestellten Kurzmeldungen aus Tageszeitungen und Anzeigen aus Zeitungen und Prospekten stellen ein Angebot an authentischen Schnappschüssen dar, aus denen die Schülerinnen und Schüler auswählen können.
Die Sammlung ist erweiterbar bzw. kann durch Schnappschüsse, die die Schülerinnen und Schüler selbst sammeln, ersetzt werden. Langfristig kann unter der Überschrift „Schnappschuss der Woche" eine kontinuierliche Auseinandersetzung mit Kurzmeldungen angelegt werden.
An der folgenden Kurzmeldung werden mögliche Fragestellungen exemplarisch aufgezeigt:

<u>Gemischtwaren</u>

Vorliebe für Süßes

Die Bürger in Deutschland haben eine ausgeprägte Vorliebe für Süßes. 18900 Tonnen Schokoladenpralinen wurden in den ersten zehn Monaten 2009 nach Deutschland eingeführt. Die Leckereien hatten einen Wert von 108,3 Millionen Euro.

Anmerkung: Die Originalkurzmeldung befindet sich im Schülermaterial 2 zu den authentischen Schnappschüssen.

- **Fragen, die über mathematische Modellbildung beantwortet werden können, z.B.:**
  - **Wie viele Tonnen Schokoladenpralinen sind das in einem Monat, in einer Woche, an einem Tag…?**
  - **Wie viele Tafeln Schokolade sind das?**
- **Fragen, für deren Beantwortung weitere Recherchen notwendig sind:**
  - **Wie viel hat jeder einzelne Bundesbürger im Durchschnitt gegessen?**
  - **Wie viele Schachteln Pralinen sind das?**
  - **Wie viele Schokoladenpralinen wurden im Jahr 2009, 2008 … eingeführt?**
- **Fragen, die Anlass für eine ausführliche, mglw. projektorientierte Auseinandersetzung sind:**
  - **Wie viele und welche Süßigkeiten essen die Kinder in unserer Klasse?**
    ➔Gesunde Ernährung / Essgewohnheiten

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Zur Unterstützung der Arbeit erhalten die Kinder Pikos Arbeitshinweise zum Umgang mit Schnappschüssen:

Pikos Tipps zum Umgang mit „Schnappschüssen"



- ✍ den Text und ✎ die Stellen, an denen Zahlen vorkommen oder bei denen es etwas zu rechnen gibt.
- ? Überlege dir eine oder mehrere Fragen zum Text. Schreibe sie in dein Heft. Findest du auch eine Frage, die man durch Rechnen beantworten kann?
- Schreibe deine Antworten ins Heft und erkläre, wie du gerechnet hast.
- Klebe den Schnappschuss in dein Heft.

Die auf dem 2. Arbeitsblatt „Kann das stimmen?" aufgeführten Kurzmeldungen sollen auf Plausibilitätsaspekte hin untersucht werden. Dabei wird besonderer Wert auf die Begründungen der Kinder gelegt, warum eine Aussage stimmt oder nicht stimmen kann. Zur Bearbeitung werden Pikos Arbeitshinweise genutzt:

Kann das stimmen?

Manche „Schnappschüsse" enthalten Fehler.

Kannst du den Fehler finden?



- ✍ und ✎ wieder die wichtigen Stellen im Text.
- Erkläre, warum die Aussage im Schnappschuss stimmt oder nicht stimmen kann. Dazu musst du meistens eine Rechenaufgabe finden und ausrechnen.
- Klebe den Schnappschuss in dein Heft und schreibe die Erklärung dazu.
- Kannst du einen eigenen Schnappschuss erfinden? Schreibe ihn in dein Heft.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Für die Unterrichtsdurchführung sollten 4-5 Unterrichtsstunden eingeplant werden.

Die Kinder erhalten Transparenz über das geplante Unterrichtsvorhaben. Im U-Gespräch können Fragenstellungen wie: Lesen Kinder schon die Zeitung? Zu welchen Themen? Spezielle Kinderzeitschriften? Wird zu Hause eine Zeitung gehalten? zum Anlass genommen werden, Interesse zu wecken und die Kinder an die Thematik heranzuführen. Ggf. kann das Thema eingebunden werden in eine fächerübergreifende Unterrichtsreihe (z.B. in ein Zeitungsprojekt).
Nach dieser Phase kann ein ausgewählter authentischer Schnappschuss vergrößert präsentiert werden. Die Kinder erhalten Gelegenheit, sich spontan zu äußern und erste Fragen oder Vermutungen zu formulieren. Mit Hinweis auf „Pikos Tipps zum Umgang mit Schnappschüssen“ können sie in die Partner- oder Gruppenarbeit entlassen werden. Eine Austausch über die Arbeitsergebnisse kann in Rechenkonferenzen (Hinweise zur Durchführung befinden sich im Lehrermaterial) oder im abschließenden Unterrichtsgespräch erfolgen.
Im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe arbeiten die Schülerinnen und Schüler weitgehend selbstständig und mit einem Partner oder in der Gruppe. Sie wählen aus dem Angebot einen authentischen Schnappschuss aus oder bringen selbst einen aktuellen Schnappschuss mit. Die Überlegungen und Ergebnisse können für eine spätere Präsentation oder einen Austausch in Kleingruppen auf großen freien Blättern festgehalten werden. Denkbar ist es auch, die Schülerergebnisse auf Plakaten zu dokumentieren.
Die auf dem Arbeitsblatt „Kann das stimmen?“ zusammengefassten Kurzmeldungen sollen den kritischen Blick der Kinder schulen und zur Überprüfung der angegebenen Zahlen auffordern. Besondere Anforderungen werden durch die geforderte Begründung und das Erfinden eigener Schnappschüsse gestellt.
Die Unterrichtsreihe kann mit einem längeren Zeitungsartikel (z.B. Ein halber Schüler) fortgesetzt werden. Bei diesem Vorgehen wird ein besonderer Fokus auf die „Texterschließung“ gelegt. Bezogen auf die inhaltsbezogenen Kompetenzerwartungen werden in dem genannten Artikel die Berechnung des Mittelwertes und der Bereich „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ angesprochen. Ggf. kann der Zeitungsartikel Ausganspunkt für weitere Recherchen oder für ein projektorientiert angelegtes Unterrichtsvorhaben sein. Hinweise hierzu sind im Lehrermaterial zu „Unsere Schule in Zahlen“ zu finden.

Literatur:

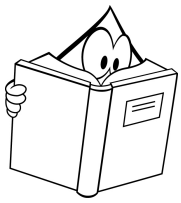
Erichson, Christa: Authentische Schnappschüsse zum Sachrechnen, in Grundschulunterricht 2/2006, S.4-7

Götze, Daniela & Hunke, Sabrina: Mit Zeitungstexten den Zahlenblick schulen, in: Grundschule Mathematik I 24/2010, S. 24-27

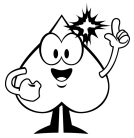
© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Schnappschüsse aus der Zeitung

In der Zeitung findet man häufig interessante Artikel, in denen auch Zahlen vorkommen. Manchmal kann man durch Rechnen noch mehr über die Sache erfahren und den Zeitungsartikel besser verstehen.
Piko nennt solche kurzen Zeitungsartikel „Schnappschüsse".



Pikos Tipps zum Umgang mit „Schnappschüssen"



- ✍ Lies den Text und ✎ markiere (unterstreiche) die Stellen, an denen Zahlen vorkommen oder bei denen es etwas zu rechnen gibt.
- ? Überlege dir eine oder mehrere Fragen zum Text. Schreibe sie in dein Heft. Findest du auch eine Frage, die man durch Rechnen beantworten kann?
- Schreibe deine Antworten ins Heft und erkläre, wie du gerechnet hast.
- Klebe den Schnappschuss in dein Heft.

Kann das stimmen?

Manche „Schnappschüsse" enthalten Fehler.

Kannst du den Fehler finden?



- ✍ und ✎ wieder die wichtigen Stellen.
- Erkläre, warum die Aussage im Schnappschuss stimmt oder nicht stimmen kann. Dazu musst du meistens eine Rechenaufgabe finden und ausrechnen.
- Klebe den Schnappschuss in dein Heft und schreibe die Begründung dazu.
- Kannst du einen eigenen Schnappschuss erfinden? Schreibe ihn in dein Heft.

GEMISCHTWAREN

Vorliebe für Süßes

Die Bürger in Deutschland haben eine ausgeprägte Vorliebe für Süßes: 18 900 Tonnen Schokoladenpralinen wurden in den ersten zehn Monaten 2009 nach Deutschland eingeführt. Die Leckereien hatten einen Wert von 108,3 Millionen Euro.



Das Foto des Tages



Tiefer Schnee ist für die Vögel nicht schön, weil sie draußen kaum Futter finden. Gerade im Winter brauchen sie eine Menge, um die Körpertemperatur auf 40 Grad Celsius zu halten. Forscher haben gemessen, dass eine Meise in einer kalten Nacht ein Zehntel ihres Gewichts verbrennt, um warm zu bleiben. Wer Vögel füttert, sollte Futtersilos verwenden, sagt der Naturschutzbund Deutschland (Nabu). Dann laufen die Vögel nicht auf den Körnern herum und verschmutzen sie mit Kot. Das Futter muss trocken sein – und geschützt vor der Katze. Foto: Kleinrensing

DIE ZAHL DES TAGES

122

Liter Wasser verbraucht der Durschschnittsdeutsche pro Tag – direkt. Zählt man hinzu, was für die Herstellung seiner Konsumgüter verbraucht wird, kommt man auf 4000 Liter.

Schule

Jedes zweite Kind hat Stress

München. Manchmal sind Menschen unter Druck. Sie haben zu viel um die Ohren. Jeder weiß: Auch Schülern geht es manchmal so. Forscher haben herausgefunden, dass sich jedes zweite Kind in Deutschland von der Schule gestresst fühlt.

Die Forscher haben 1000 Eltern befragt, wie es ihren Kindern geht. Sie sagen: Schuld an allem ist, dass Kinder in der Schule immer mehr Leistung zeigen müssen. Viele haben Angst vor schlechten Noten. Andere fühlen sich von Lehrern ungerecht behandelt. Außerdem gibt es Kinder, denen der Schultag zu lang ist oder die Probleme mit ihren Klassenkameraden haben.

Kinder gehen mit dem Stress unterschiedlich um. Einige haben Kopfschmerzen und Bauchschmerzen, andere schlafen schlecht oder haben keinen Appetit mehr. ddp

Lotto

22, 32 und 43 sind Zahlen des Jahres

Stuttgart. Wer im Lotto viel Geld gewinnt, ist ein echter Glückspilz. Die meisten Menschen schaffen das in ihrem Leben nie. Besonders oft – jeweils 19 Mal – sind im vergangenen Jahr die Zahlen 22, 32 und 43 gezogen worden. Sie sind die Lottozahlen des Jahres 2009. Im Lotto die richtigen Zahlen zu tippen, ist sehr schwierig. Die Wahrscheinlichkeit ist gering, dass jemand genau die sechs von 49 Zahlen auf seinem Lottoschein hat, die später gezogen werden. Wer den Jackpot gewinnen will, braucht außerdem die richtige Superzahl. Jeweils 17 Mal wurden die Zahlen 2, 10, 42 und 44 gezogen. Am seltensten zählte die 27 zu den sechs Richtigen. ddp

USA

400 Meter tiefer Blick für Chicago

Amerikas höchster Wolkenkratzer, der Willis Tower in Chicago, ist um eine neue Attraktion reicher: Die Aussichtsplattform Skydeck, die sich in 412 Meter Höhe befindet, verfügt nun über gläserne Ausbuchtungen, in denen vier bis fünf Besucher durch den Glasboden auch senkrecht in die Tiefe blicken können. Die Kabinen lassen sich auf Schienen ein- und ausgefahren. Der insgesamt 442 Meter hohe Bau, der mit Antenne sogar 527 Meter misst, war bis Mitte 2009 als Sears Tower bekannt. Er bietet bei gutem Wetter eine beeindruckende, 80 Kilometer reichende Fernsicht. tdt

NICHT VON DIESER WELT

Dinos in Panik

Archäologen haben in China mehr als 3000 Fußabdrücke von Dinosauriern entdeckt. Wie die Nachrichtenagentur Xinhua am Sonntag meldete, wurden die vermutlich mehr als 100 Millionen Jahre alten Abdrücke in Zhucheng in der östlichen Provinz Shandong gefunden. Sie seien zwischen zehn und 80 Zentimetern lang und stammten von mindestens sechs verschiedenen Arten, darunter auch vom Tyrannosaurus.

Da die Spuren alle in eine Richtung führten, handele es sich entweder um eine Auswanderungswelle oder um eine Panikreaktion, sagte der Wissenschaftler Wang Haijun der Nachrichtenagentur Xinhua. Möglicherweise seien Pflanzenfresser von ihren fleischfressenden Verwandten angegriffen worden. Zhucheng ist als „Dinosaurier-Stadt" bekannt. afp

Elefantenzwillinge

21 Monate lang zu zweit im Bauch

Bangkok. Manchmal bekommen Frauen nicht nur ein Baby, sondern gleich zwei. Bei Menschen kommen Zwillingsgeburten häufiger vor. Bei Elefanten ist sowas sehr selten. Nun hat eine Elefantendame in Thailand aber gleich zwei Babys auf einmal bekommen. Das schreibt die Zeitung „The Nation" im Internet.

Thailand liegt in Asien. Die beiden kleinen Elefanten kamen im Osten des Landes auf die Welt. Ihre Mama heißt Phang Thong Khun und ist 35 Jahre alt. Beide Babys sind Jungs. Geboren wurden sie am Samstag. Die Zeitung schreibt, dass in Thailand erst einmal vor 15 Jahren Elefanten-Zwillinge auf die Welt gekommen sind. 21 Monate sind die neuen Babys im Mutterbauch gewachsen. Bei der Geburt wog jedes 70 bis 80 Kilogramm – so viel wie erwachsene Menschen. ddp

Glückstreffer

Steinerne Spuren aus alter Zeit

Sternberg. Wenn Menschen oder Tiere im Sand Fußspuren hinterlassen, bleiben die meist nicht lange da. Manche Spuren aber bleiben. Jetzt haben Wissenschaftler in Bayern Fußabdrücke von einem Dinosaurier gefunden. Die Spuren sind rund 215 Millionen Jahre alt, sagen die Forscher. Der Saurier hatte fünf Zehen mit feinen Streifen. Die Streifen können von den Schuppen des Urtieres stammen. Die Forscher schätzen, dass der Saurier ungefähr vier Meter groß war, also doppelt so hoch wie eine Zimmertür. Er war so schwer, dass er zehn Zentimeter tiefe Abdrücke hinterließ. Das war wohl im Schlamm. Später füllte feiner Sand die Spuren, der über die Jahrmillionen versteinerte. Denn entdeckt wurden jetzt nicht die Löcher im Boden, sondern der versteinerte Sand. ddp

Freizeit

Deutsche sehen wieder mehr fern

Baden-Baden. Wie lange darfst Du am Tag fernsehen? Eine halbe Stunde? Viele Deutsche schauen viel länger. Forscher haben herausgefunden, dass die Menschen in Deutschland im Schnitt 212 Minuten täglich vor der Glotze sitzen. 212 Minuten: das sind mehr als dreieinhalb Stunden. Die 212 Minuten sind eine errechnete Zahl. Das heißt, es gibt Menschen, die mehr fernsehen, und Menschen, die weniger schauen. 212 Minuten ist ein Mittelwert für alle Deutschen.

Die Forscher sagen außerdem: Im Jahr 2009 haben die Menschen in Deutschland länger vor dem Fernseher gesessen als 2008. Im Schnitt täglich fünf Minuten länger. ddp

38 Kilometer am Tag

In Deutschland gibt es rund 41 Millionen Autos. Sie legen im Schnitt 14 000 Kilometer im Jahr zurück – etwa 38 Kilometer am Tag. Das ergibt eine Fahrleistung von 580 Milliarden Kilometern im Jahr.

DIE ZAHL DES TAGES

350

Euro soll die Instandsetzung einer Treppenstufe der Türme des Magdeburger Doms kosten. Für die 430 Stufen, die baupolizeilich gesperrt sind, werden nun Paten gesucht.

WAZ 26.01.2010

Schüler für den Umweltschutz

An fünf Projekttagen haben 10 Dortmunder Grundschüler 3500 kg Abfall gesammelt. Am stärksten verschmutzt mit Dosen, Flaschen und Kartons waren die Wege zu beliebten Aussichtsplätzen.

Aus: Zahlenbuch 4, 2007, S. 27

Einkaufen

Immer mehr Mogelpackungen

Essen. Früher musste eine Tafel Schokolade immer 100 Gramm wiegen, Milch gab es nur als Liter- oder Halbliterpack oder -flasche. Da war es einfach zu vergleichen, welche Schokolade etwa teurer ist. Mittlerweile hat die europäische Regierung die Verpackungsgrößen für die meisten Sachen freigegeben. Und prompt mogeln manche Hersteller. Sie ändern nichts am Preis, stecken aber weniger in die Verpackung. Zum Beispiel bei Schokoriegeln wie Milky Way. Der hat immer 29 Gramm gewogen, jetzt sind es fürs gleiche Geld nur noch 21,9 Gramm. Zwar steht das Gewicht auf der Packung; aber sehr klein. Die Verbraucherberatung, das ist ein Verein, der normalen Bürgern Tipps zum Umgang mit Geschäften gibt, sagt, man soll immer auf den Preis je 100 Gramm achten. waz

Gesundes Essen

Jeden Tag Obst auf die Schulbank

Düsseldorf. Bio-Möhren und Kohlrabis sind gesund und lecker. So wie Äpfel, Pflaumen oder Orangen liefern sie lebenswichtige Vitamine. Diese und andere Köstlichkeiten haben ab März 75 000 Mädchen und Jungen im Land jeden Tag auf dem Tisch – in der Schule und geschenkt. 100 Gramm Obst oder Gemüse pro Kind liefert das „Schulobstprogramm" bis Mitte 2011 an 355 Grund- und Förderschulen. Das kostet insgesamt rund vier Millionen Euro. Das Geld spendiert zur Hälfte die Europäische Union, den Rest bezahlt die Landesregierung in Düsseldorf. 760 Schulen hatten sich für die fruchtige Aktion beworben, ein Computer wählte die Gewinner aus. Experten wollen nun genau beobachten, ob Lehrer „gesundes Essen" auch im Unterricht behandeln. (www.schulobst.nrw.de) epd

Verkehrschaos auf der Autobahn

Eine riesige Stauwelle schob sich gestern auf München zu. 150 km lang drängten sich Wagen dicht an dicht, im Schnitt alle acht Meter ein neues Fahrzeug.

Aus: Zahlenbuch 4, 2007, S. 27

Alter Gutshof im neuen Kleid

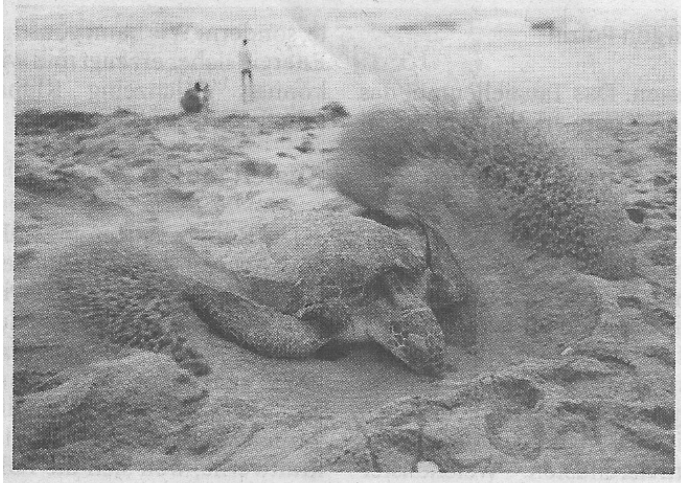
Rund 240 000 Euro soll die Restaurierung des alten Fachwerkanwesens in der Ruhnstraße kosten. Das Land, das Denkmalamt und der Besitzer übernehmen je ein Drittel der Kosten.

Aus: Zahlenbuch 4, 2007, S. 27



Noch nicht mal eine Woche alt ist der Elefantenjunge aus dem Berliner Tierpark. Am Montagmorgen ist er zur Welt gekommen. Gestern hat das Elefantenkind sich zum ersten Mal den Zoobesuchern gezeigt. Neben seiner Mama sah es ganz klein aus. Bei der Geburt war das Elefantenkind einen Meter hoch und wog 134 Kilogramm. Das ist so schwer wie zwei Erwachsene. Die Mama des kleinen Elefanten heißt Cynthia. Für sie ist es das zweite Kalb. Vor fünf Jahren brachte sie das Elefantenmädchen Cinta zur Welt. Der Papa heißt Ankhor. Er wurde schon zum neunten Mal Vater. Foto: ddp

Das Foto des Tages



Eine Meeresschildkröte legt an einem Strand in Indien ihre Eier ab. Meeresschildkröten leben im Wasser und ernähren sich unter anderem von Quallen und Krebsen. Sie können 150 Meter tief tauchen. Doch ihre Kinder bekommen sie an Land: Dafür schwimmen die Weibchen zu dem Strand, an dem sie selbst geschlüpft sind, kriechen an Land und graben mit ihren Flossen eine Grube. Dort legen sie ihre Eier ab, dann kriechen sie zurück ins Meer. Das Tier auf dem Foto ist eine Oliv-Bastardschildkröte. Sie wird etwa 70 Zentimeter lang. Für Meeresschildkröten ist das eher klein. Foto: ddp

Das Foto des Tages



Er hatte die längsten Haare der Welt, jetzt ist Tran Van Hay aus Vietnam gestorben. Er wurde 79 Jahre alt, sein Haar wurde 6,80 Meter lang. Das ist etwa so lang wie vier Erwachsene, die hintereinander auf dem Boden liegen! Tran hatte vor über 50 Jahren begonnen, sich das Haar wachsen zu lassen. Der Grund war, dass er nach Friseurbesuchen oft krank wurde. Als das Haar immer länger wurde, wickelte Tran es wie eine riesige Schlange um seinen Kopf und Oberkörper. Tran hat sich aber nie für das Guinness-Buch der Rekorde angemeldet: Da steht eine Chinesin mit 5,60 Metern Haar drin.afp

BUNDESLIGA — 21. Spieltag

								Heim		Ausw.	
1. Bay.Leverkusen	**21**	12	9	0	**46:17**	29	**45**	26:7	26	20:10	19
2. Bayern München	**21**	13	6	2	**45:18**	27	**45**	22:8	25	23:10	20
3. FC Schalke 04	**21**	12	6	3	**31:15**	16	**42**	19:8	23	12:7	19
4. Hamburger SV	**21**	9	9	3	**40:24**	16	**36**	18:9	21	22:15	15
5. Bor.Dortmund	**21**	10	6	5	**30:26**	4	**36**	15:10	20	15:16	16
6. Werder Bremen	**21**	8	7	6	**39:25**	14	**31**	17:12	15	22:13	16
7. Etr.Frankfurt	**21**	8	7	6	**28:29**	-1	**31**	14:14	16	14:15	15
8. FSV Mainz 05	**21**	8	6	7	**25:29**	-4	**30**	16:7	24	9:22	6
9. TSG Hoffenheim	**21**	8	4	9	**29:25**	4	**28**	17:11	15	12:14	13
10. VfB Stuttgart	**21**	7	7	7	**26:26**	0	**28**	17:13	16	9:13	12
11. 1.FC Köln	**21**	6	7	8	**20:24**	-4	**25**	11:17	9	9:7	16
12. VfL Wolfsburg	**21**	6	7	8	**37:42**	-5	**25**	23:27	11	14:15	14
13. Bor.M'gladbach	**21**	7	4	10	**29:35**	-6	**25**	17:14	17	12:21	8
14. VfL Bochum	**21**	5	7	9	**23:37**	-14	**22**	13:21	8	10:16	14
15. SC Freiburg	**21**	5	4	12	**20:39**	-19	**19**	5:18	6	15:21	13
16. Hannover 96	**21**	4	5	12	**23:36**	-13	**17**	13:19	10	10:17	7
17. 1.FC Nürnberg	**21**	4	4	13	**17:37**	-20	**16**	9:15	8	8:22	8
18. Hertha BSC Berlin	**21**	2	5	14	**17:41**	-24	**11**	7:16	7	10:25	4

Anmerkung: Die Zeitungsartikel und Kurzmeldungen sind unterschiedlichen Ausgaben der WAZ des Jahres 2010 entnommen. Die Quellenangaben für die übrigen Texte sind extra aufgeführt.

Kann das stimmen?

Kindersendungen
1000. Sendung

Heute wird zum 1000. Mal
die Kindersendung
„Hallo Kids" ausgestrahlt.
Sie läuft seit knapp 10 Jahren
1x pro Woche, jeweils am Freitagnachmittag.

Superjackpot für drei Spieler

Über einen Lottogewinn in Höhe von
593 000 Euro freuen sich drei Mitspieler aus Dortmund.
Jeder von ihnen erhält
fast 200 000 Euro ausbezahlt.

Schulstart nach den Sommerferien

Die Sommerferien sind vorbei.
In Altenberg freuen sich 86 Kinder
auf ihre Einschulung.
Es werden 4 Klassen gebildet.

4000 Schüler in 48 Schulklassen

Gevelsberg – Die Sommerferien neigen sich dem Ende zu. Die vielen Kinder, die zu Fuß zur Schule unterwegs sind, sind ein Zeichen, dass die 9 Schulen in Gevelsberg wieder geöffnet sind.
Dieses Schuljahr sind es fast 4000 Schüler, die zusammen 48 Schulklassen besuchen. Für manche Schüler waren die Ferien viel zu kurz, aber die meisten freuen sich darauf, ein neues Schuljahr zu beginnen.



Weltrekord verpasst

Die dickste Kartoffel des Jahres 2009 wurde in Unna geerntet.
Sie wog 1,567 kg.
Damit verpasste sie den Weltrekord um 243 g.
Die dickste Kartoffel wurde im Jahre 2004 in Frankreich geerntet.
Sie wog 1,820 kg.

Frauen sind die schlechteren Autofahrerinnen

Vier von zehn Frauen fielen im letzten Jahr in Großbritannien durch die Führerscheinprüfung.
Sechs von zehn Männern bestanden.

Mehr als 1000 Besucher beim Kinder-Circus

Der Kinder Circus Remmi-Demmi hatte am vergangenen Wochenende bei vier Auftritten insgesamt mehr als 1000 Besucher.
Am Samstag kamen 210 und 249 Besucher zu den Vorstellungen um 11.00 Uhr und um 16.00 Uhr.
Am Sonntag waren vormittags 199 Personen und nachmittags 291 Perswonen zu Gast.

Aufgabentyp:	**Sachtexte zum Kontext „Dinosaurier“**
Material:	**4 ausgewählte Sachtexte mit Hilfen zur Text-erschließung und Forscherideen** **Vorschläge für Forscherberichte, Steckbriefe, tabellarische Übersicht**
Jahrgangsstufe:	**4**

Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzerwartungen
Schwerpunkte: Modellieren / Sachsituationen

Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Sachsituationen und Sachaufgaben Informationen und unterscheiden zwischen relevanten und nicht relevanten Informationen (erfassen)	
bewerten vorgegebene Aussagen zum Sachtext (Stimmt das?) **beantworten Fragen zum Sachtext und unterscheiden zwischen Fragen, die mit Hilfe des Textes direkt oder durch mathematische Modellbildung beantwortet werden können.** **markieren mathematisch relevante Informationen im Text.**	
übersetzen Problemstellungen aus Sachsituationen in ein mathematisches Modell und lösen sie mithilfe des Modells (z.B. Gleichung, Tabelle, Zeichnung) (lösen)	nutzen selbstständig Bearbeitungshilfen wie Tabellen, Skizzen, Diagramme, etc. zur Lösung von Sachaufgaben (z.B. zur Darstellung funktionaler Beziehungen)
beantworten Fragen und bewerten vorgegebene Aussagen zum Sachtext, indem sie die mathematische Problemstellung in ein mathematisches Modell übersetzen und ihren Lösungsweg ggf. an ihren Skizzen, Tabellen etc. aufzeigen.	
beziehen ihr Ergebnis wieder auf die Sachsituation und prüfen es auf Plausibilität (validieren)	
setzen ihre Lösungen in Bezug zu den herausgearbeiteten Informationen und den erstellten Dokumenten und überprüfen sie.	

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Schwerpunkte: Darstellen / Größenvorstellungen und Umgang mit Größen

Die Schülerinnen und Schüler	**Die Schülerinnen und Schüler**
entwickeln und nutzen für die Präsentation ihrer Lösungswege, Ideen und Ergebnisse geeignete Darstellungsformen und Präsentationsmedien wie *Folie* oder *Plakat* und stellen sie nachvollziehbar dar (z. B. *im Rahmen von Rechenkonferenzen*) (präsentieren und austauschen)	messen Größen (Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte) vergleichen und ordnen Größen geben Größen von vertrauten Objekten an und nutzen diese als Bezugsgrößen beim Schätzen verwenden die Einheiten für Längen (...), Zeitspannen (....), Gewichte (...) (...) und stellen Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen dar (umwandeln) rechen mit Größen (auch mit Dezimalzahlen)
sammeln Informationen über Gewicht, Größe etc. der unterschiedlichen Dinosaurier und halten sie in einer tabellarischen Übersicht fest. **fertigen Steckbriefe zu ausgewählten Dinosauriern an.** **schreiben Forscherberichte zu vorgegebenen oder eigenen Forscherideen.** **erstellen Lernplakate als zusammenfassende Dokumentation (ggf. als fächerübergreifend angelegte Dokumentation).**	**Aufgezeigt am Sachtext: Tyrannosaurus rex** **berechnen Zeitspannen (Jahre)** **berechnen die in einer Stunde zurückgelegte Wegstrecke** **berechnen, wie viele Tonnen Fleisch in einem Jahr benötigt werden und setzen das Ergebnis in Bezug zu den Angaben über andere Tiere** **messen ihre Fuß- und Schrittlänge und nutzen die Messungen als Bezugsgröße**

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/

Hinweise zu den Aufgaben und zur Unterrichtsdurchführung

Es wird empfohlen, das vorliegende Unterrichtsmaterial zum Sachkontext „Dinosaurier“ in ein fächerübergreifendes Unterrichtsvorhaben (Sachunterricht / Mathematik / evtl. Deutsch) einzubinden. Beim Aufgreifen der Thematik unter mathematischen Aspekten kann die Information über die Sache durch die Auseinandersetzung mit Zahlen und Größen anschaulicher und verständlicher werden. Demzufolge stehen – bezogen auf die inhaltsbezogenen Kompetenzerwartungen - die Entwicklung von Größenvorstellungen und der Umgang mit Größen im Vordergrund.
Zu jedem Sachtext gibt es eine Texterschließungshilfe, die gleichzeitig Ausgangspunkt für eine weitere Auseinandersetzung mit den gewonnenen relevanten Informationen sein kann. Exemplarisch wird dies aufgezeigt am
Sachtext: Tyrannosaurus rex
Texterschließung: Fragen beantworten
Die Schülerinnen markieren die Textstellen, die sie zur Beantwortung der Fragen benötigen, farbig. Sie unterscheiden zwischen Antworten, die direkt aus dem Text zu übernehmen sind (Frage 2,3,5,6,7), und solchen, bei denen zunächst gerechnet werden muss (Frage 1: Berechnung der Zeitspanne von 1902 bis heute; Frage 4: Berechnung der in einer Stunde zurückgelegten Strecke).

Ideen zur weiteren Auseinandersetzung:
Forscheridee Fressen:
Wie viele Tiere musste ein Tyrannosaurus rex im Jahr fangen, um satt zu werden? Wie viele Tonnen Fleisch waren das ungefähr? Vergleich zum jährlichen Fleischkonsum anderer Tiere
Forscheridee Laufspuren:
Vergleich der eigenen Schrittlänge und Fußspuren mit den Angaben zu Tyrannosaurus rex aus dem Text
Zur Unterstützung der Arbeit an den Forscherideen werden jeweils Tippkarten zur Verfügung gestellt.
Die **drei weiteren Sachtexte** sind in ähnlicher Weise aufgearbeitet:
Sachtext: Stegosaurus
Texterschließungshilfe: Fragen beantworten
Forscheridee:
Größenvergleich: Gewicht
Sachtext: Pterandon
Texterschließungshilfe: Aussagen zum Text auf Richtigkeit überprüfen
Forscheridee:
Größenvergleich: Länge – Flügelspannbreite
Sachtext: Ankylosaurus
Texterschließungshilfe: Aussagen zum Text auf Richtigkeit überprüfen
Forscheridee:
Größenvergleich: Länge – Höhe
Unter Zuhilfenahme der entnommenen relevanten Informationen und bearbeiteten „Forscherideen“ können Lernplakate oder Steckbriefe erstellt werden, die aufzeigen, dass die weitere mathematische Durchdringung zur Klärung und zum besseren Verständnis der Sache einen wichtigen Beitrag leisten kann.

Als **weitere Materialien** stehen zur Verfügung:

AB Arbeitsauftrag zum Umgang mit den Texten
AB Eigene Forscheridee: Die Schülerinnen können aus den Sachtexten eigene Forscherideen entwickeln und erforschen bzw. als Forscherauftrag für die Mitschülerinnen formulieren.
AB Forscherbericht: Vorlage für die Dokumentation der Forschungen: An dieser Forscheridee haben wir gearbeitet / Das haben wir herausgefunden
AB Pikos Tipps zum Steckbrief: Neben den Vorgaben (Länge, Höhe, Gewicht, Ernährung, Besonderheiten) können eigene Punkte von den Schülerinnen aufgenommen werden.
AB Tabelle: Übersicht über die entnommenen Größenangaben zu den vier Sachtexten: Die Tabelle ist erweiterbar (z.B. um Größenvergleiche) und kann genutzt werden, um Daten abzulesen, die Dinosaurier zu vergleichen und mit Größenangaben zu rechnen (z.B. schwerster Dinosaurier?, um wie viel schwerer/länger...?, ...)

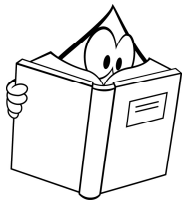
Insgesamt soll durch das vorliegende Unterrichtsmaterial die mögliche Bandbreite zum Umgang mit Sachtexten im Mathematikunterricht aufgezeigt werden. Für die jeweiligen individuellen Bedingungen kann eine Auswahl getroffen werden bzw. können eigene Schwerpunkte gesetzt werden.

Anmerkungen:
Die Abbildungen auf der Tippkarte: „Tipp Tyrannosaurus Laufspuren“ sind entnommen aus: Mathematik 2 Fredo & Co, Schülerbuch, München 2010, S. 133
Die Abbildungen zu den Sachtexten sind entnommen aus:
Dino-Kiste, Sauros-Verlag, Köln
Die entsprechenden Texte dienten als Grundlage und wurden verändert.

© by PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/



Tyrannosaurus rex



Der größte und gefährlichste Fleischfresser aller Zeiten war der Tyrannosaurus rex. Das Erste, das man im Jahre 1902 entdeckte, waren seine 46 cm großen Fußspuren. Er lief auf zwei mächtigen Hinterbeinen. Wenn er schnell lief, betrug der Abstand zweier Spuren bis zu 5,50 m – pro Sekunde legte er 11,00 m zurück.
Der Tyrannosaurus rex war bis zu 15,00 m lang. Er war mit 5,30 m Höhe so hoch wie eine Giraffe, aber mit seinen 8 Tonnen Gewicht war er zehnmal so schwer wie sie.
Er besaß ein mächtiges Maul: sein Unterkiefer konnte 1,50 m lang werden und seine Zähne waren ungefähr 13 cm lang.
Sein Lieblingsfressen war der Triceratops. Mit einer Beute von 4 Tonnen Fleisch kam der Tyrannosaurus rex bis zu 50 Tage aus. Ein Löwe benötigt ungefähr 7 kg Fleisch pro Tag.
Zum Ausruhen und Schlafen legte er sich auf seinen Bauch.

Kannst du diese Fragen beantworten?

Markiere blau die Stellen im Text, die du sofort beantworten kannst.
Markiere rot die Stellen im Text, bei denen du rechnen musst.

	kann ich aus dem Text beantworten:	**hier muss ich rechnen:**
Vor wie vielen Jahren wurden die Fußspuren des Tyrannosaurus rex gefunden?		
Wie groß sind seine Fußspuren?		
Wie groß war der Abstand zweier Fußspuren, wenn Tyrannosaurus rex schnell lief?		
Wie viele Meter konnte Tyrannosaurus rex in einer Minute zurücklegen?		
Wie lang und wie hoch war Tyrannosaurus rex?		
Wie schwer konnte Tyrannosaurus rex werden?		
Wie viel kg Fleisch fraß Tyrannosaurus rex in 50 Tagen?		

Schreibe die Antworten und deine Rechnungen in dein Heft.
Vergleicht dann eure Ergebnisse in der Gruppe und überlegt, ob eure Antworten stimmen können.

Pikos Forscheridee zu Tyrannosaurus Laufspuren



Wenn Tyrannnosaurus normal durch die Gegend trottete, betrug der Abstand zwischen seinen beiden Fußspuren ungefähr 2,00 m. Lief er schnell, betrug dieser Abstand ungefähr 5,00 m.

Wie groß ist der Abstand zwischen euren Fußspuren, wenn ihr normal geht?

Wie oft passt euer Fuß in die Schrittlänge des Tyrannosaurus?

Für diesen Forscherauftrag benötigt ihr ein Maßband oder einen Zollstock und einen großen Bogen Papier. Weitere Tipps findet ihr auf der Tippkarte zu Tyrannosaurus Laufspuren.





Pikos Forscherideen zu Tyrannosaurus Lieblingsmahlzeit

Tyrannosaurus Lieblingsessen war der Triceratops. Mit den 4 Tonnen Fleisch konnte er 50 Tage lang satt werden.

Wie viele Triceratops musste ein Tyrannosaurus in einem Jahr ungefähr fangen, um satt zu werden?

Wie viele Tonnen Fleisch waren das ungefähr?

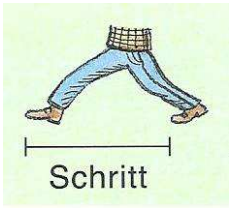
Ein Löwe benötigt ungefähr 7 kg Fleisch am Tag. Tyrannosaurus fraß in einem Jahr also ungefähr 10 mal soviel Fleisch wie ein Löwe. Stimmt das?

Zu diesen Forscherfragen kannst du eine Tippkarte benutzen. 

So könnt ihr die Länge eurer Füße messen:



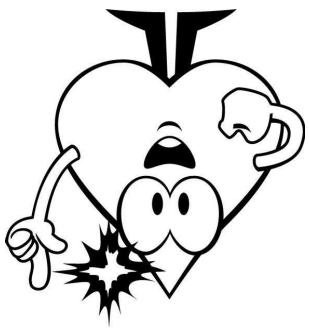
So könnt ihr eure Schrittlänge messen:



Tipp

Tyrannosaurus

Laufspuren

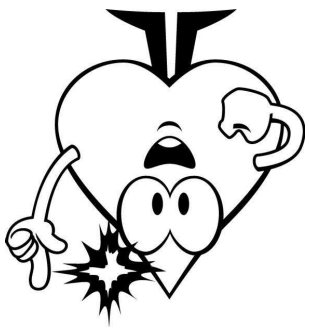


Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.

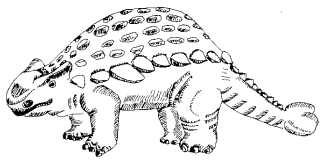
So kannst du ausrechnen, wie viele Triceratops ein Tyrannosaurus im Jahr fangen musste:

50 Tage – 1 Triceratops
100 Tage - 2 _____
200 Tage -
300 Tage -
350 Tage -

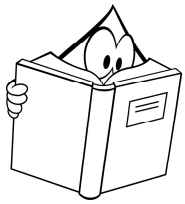
Tipp
Tyrannosaurus
Lieblingsmahlzeit



Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.



Ankylosaurus



Der Ankylosaurus – die „steife Echse" – gehört zu den Pflanzenfressern. Sein Körper war ungefähr 10,00 m lang, 3,50 m hoch und 4,5 t schwer. Vom Kopf bis zur Schwanzspitze war sein Körpe mit harten, 5 cm dicken Knochenplatten gepanzert. An den Rändern seines Rückenpanzers saßen kurze, dicke Stacheln. An der breitesten Stelle maß sein Körperumfang 5,00 m; sein Kopf wurde bis zu 75 cm lang und 55 cm breit.
Gegen Angriffe seiner fleischfressenden Feinde wehrte er sich mit einem dicken, keulenförmigen Schwanzende. Damit konnte er seinen Angreifern sogar Knochen zerschmettern.
Auf kurzen Beinen bewegte sich sein Körper immer direkt über dem Boden. Wie eine Schildkröte war er so gegen feindliche Angriffe geschützt.
Der Ankylosaurus lebte vor 130 Millionen Jahren in der Kreidezeit.

Stimmt das ?

Sucht die passenden Sätze im Text und markiert sie!

	stimmt	**stimmt nicht, weil ...**
Der Ankylosaurus lebte vor 130 Millionen Jahren und war ein Fleischfresser.		
Er wog über 4 Tonnen, war 3,50 m hoch und 10,00 m lang.		
Sein Körperumfang war doppelt so groß wie seine Körperlänge.		
Der Körper des Ankylosaurus war durch 5 cm dicke Platten geschützt.		

Pikos Forscherideen zu Ankylosaurus



Ankylosaurus konnte bis zu 3,50 m hoch werden. Um sich seine Höhe besser vorstellen zu können, kann man sie mit der Höhe andere Dinge vergleichen.

Sucht Vergleiche zu Akylosaurus Höhe. Ihr könnt z.B. herausfinden, wie viele Kinder eurer Klasse übereinander stehen müssten, damit sie Akylosaurus an seiner höchsten Stelle streicheln können.

Messt die Höhe von Dingen in eurer Klasse und vergleicht sie mit Ankylosaurus Höhe!

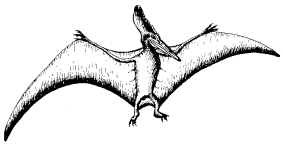
Diese Wörter können beim Vergleich helfen:

... höher als ...

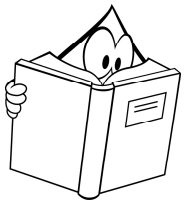
... niedriger als ...

... genauso hoch wie ...

... mal höher als ...



Pteranodon



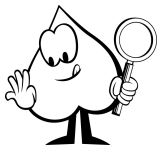
Der Pteranodon lebte im Erdmittelalter, wie auch viele andere Dinosaurier. Das ist schon mehr als 60 Millionen Jahre her.
Eigentlich ist er kein Dinosaurier, denn er konnte fliegen und gehörte deshalb zu den Flugsauriern.
Bei einer Körperlänge von 3,00 m – das ist 60 cm mehr als der längste lebende Mensch - wog er ungefähr 17 kg. Er war die größte Flugechse, die es je gab.
Seine ausgebreiteten Flügel hatten eine Spannbreite von 7,50 m, das ist ungefähr so breit wie ein Fußballtor.
Mit ausgebreiteten Flügeln konnte er vom Wind getragen über das Meer gleiten und die Wasseroberfläche nach Beutefischen absuchen. Wie ein Pelikan transportierte er seine Beute im Schnabelbeutel und brachte sie so zu seinen Jungen.

Stimmt das ?

Sucht die passenden Sätze im Text und markiert sie mit unterschiedlichen Farben!

	stimmt	**stimmt nicht, weil ...**
Der Pteranodon lebte vor 60 Millionen Jahren und ist ein Flugsaurier.		
Der größte lebende Mensch ist 60 cm kleiner als der Pteranodon.		
Die Spannweite seiner Flügel war doppelt so groß wie seine Körpergröße.		
Der Pteranodon ernährte sich von Wasserpflanzen.		

Pikos Forscherideen zu Pteranodon



Pteranodon war der größte Flugsaurier, den es je gab.
Seine Flügel hatten eine Spannbreite von 7,50 m;
das ist ungefähr so breit wie ein Fußballtor.

Hätte Pteranodon seine Flügel in eurem Klassenzimmer ausbreiten können?

Wie groß ist eigentlich die Spannbreite der Flügel eines Düsenjets?
Wie viele Pteranodons hätten mit ausgebreiteten Flügeln nebeneinander dort hinein gepasst?

Für diesen Forscherauftrag benötigt ihr ein Maßband oder einen Zollstock. Weitere Tipps findet ihr auf der Tippkarte „Pteranodon".

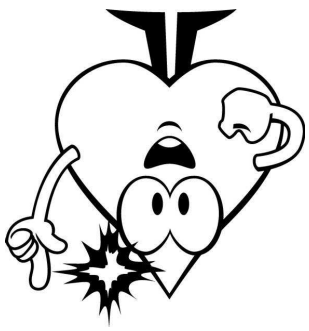


Spannbreiten

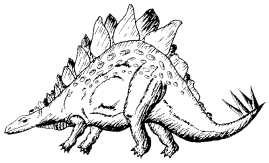
Mit diesen Spannbreiten könnt ihr Pteranodons Flügelspannbreite vergleichen:

Stechmücke	1 cm
größter Schmetterling	28 cm
Amsel	40 cm
Steinadler	1,90 m
größtes Düsenflugzeug	97,50 m

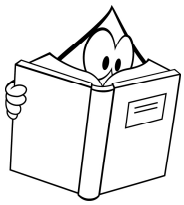
Tipp
Pteranodon



Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.



Stegosaurus



Übersetzt man den Namen „Stegosaurus" ins Deutsche, so bedeutet das: „gepanzerter Saurier". Tatsächlich war sein durch Knochenplatten und ledrige Haut geschützter Körper bis zu 9 m lang und etwa 2,50 m hoch. Das ist ungefähr so hoch wie ein Elefant. Er konnte bis zu 6 t schwer werden. Das ist ungefähr so viel wie 6 kleine Autos wiegen.
Mit einer doppelten Reihe großer, aufgestellter Knochenplatten, die 1 m hoch aus seinem Rücken herausragten, sah er aus wie eine wandelnde Festung.
Seine gefährlichsten Waffen waren seine 2 Paar Stacheln am Schwanzende. Sie konnten bis zu 1 m lang werden. Er verteidigte sich mit ihnen, indem er mit dem Schwanz um sich schlug.
Trotz seines gefährlichen Aussehens war er ein harmloser Pflanzenfresser.
Sein Kopf war sehr klein und sein Gehirn war nicht größer als das einer Walnuss.
Er lebte vor ungefähr 135 Millionen Jahren.

Markiert die Antorten im Text und tragt die Antworten ein.	
Fragen:	Antworten:
Wie lang und wie hoch war Stegosaurus Körper?	
Wie schwer war Stegosaurus?	
Welche Waffen benutzte er zur Verteidigung?	
Wovon ernährte sich Stegosaurus?	
Wann lebte Stegosaurus?	
Könnt ihr noch weitere Fragen und Antworten finden?	

Pikos Forscherideen zu Stegosaurus



Der Stegosaurus konnte bis zu 6 Tonnen schwer werden. Um sich sein Gewicht besser vorstellen zu können, kann man es mit dem Gewicht andere Dinge vergleichen. Im Text steht schon, dass der Stegosaurus ungefähr so viel wiegt, wie 6 kleine Autos wiegen.

Sucht weitere Vergleiche zum Gewicht des Stegosaurus. Ihr könnt z.B. herausfinden, wie viele Kinder eurer Klasse zusammen genauso viel wiegen wie er.

Diese Wörter können beim Vergleich helfen:

... mehr als ...

... weniger als ...

genauso viel wie ...

... mal mehr als ...

Tipps zu diesem Forscherauftrag findet ihr auf der Tippkarte „Stegosaurus".

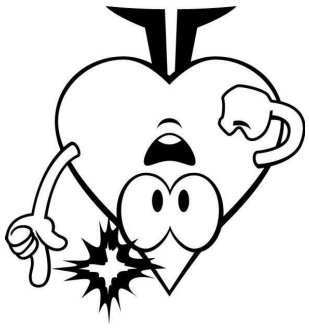


Mit dem Gewicht dieser Tiere könnt ihr Stegosaurus Gewicht vergleichen:

Ein Schäferhund	25 kg
Eine Katze	5 kg
Ein Schwein	350 kg
Eine Kuh	600 kg
Ein Nashorn	3500 kg
Ein Elefant	6000 kg
Ein Flusspferd	3000 kg

Tipp

Stegosaurus



Tippkarte am äußeren Rand ausschneiden, an der mittleren Linie falten und kleben.

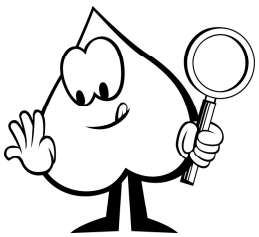


Pikos Tipps zur Arbeit mit den Dinosaurier-Texten

- Lest den Text leise durch und erzählt euch, was ihr verstanden habt.
- Der Arbeitsauftrag unter dem Text hilft euch, den Text beser zu verstehen.
- Lest Pikos Forscheridee und überlegt, wie Ihr die Aufgabe gemeinsam lösen könnt. Ihr könnt auch eine eigene Forscheridee erfinden.
- Schreibt einen Forscherbericht zu euren Forschungen.
- Stellt den anderen Gruppen eure Forscherergebnisse vor.

✸ Ihr könnt einen Steckbrief oder ein Plakat zu „eurem" Dinosaurier schreiben.

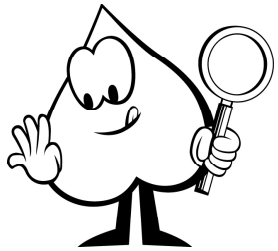
Unser Forscherbericht zu Dinosauriern



Namen der Forscher:

An dieser Forscheridee haben wir gearbeitet:

Das haben wir herausgefunden:

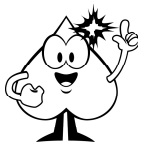


Unsere Forscheridee

zu _____

Name(n):

_____



Pikos Tipp zum Dinosaurier-Steckbrief

So kann ein Steckbfrief aussehen:

Dinosaurier-Steckbrief

Name des Dinosauriers: _____

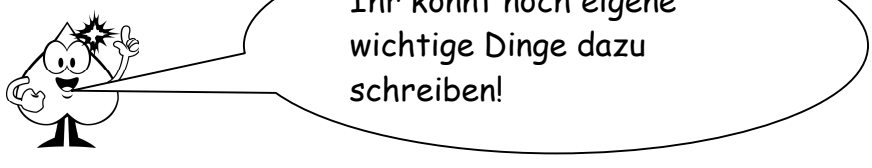
Länge:

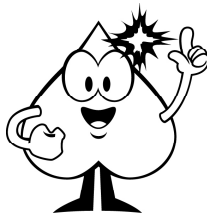
Höhe:

Gewicht:

Ernährung:

Besonderheiten:





Unsere Dinosaurier auf einen Blick

	Tyrannosaurus	Pteranodon	Ankylosaurus	Stegosaurus
Länge				
Höhe				
Gewicht				



Haus 7: Gute Aufgaben

Prozessbezogene Kompetenzen Argumentieren und Problemlösen

Grundlegende Informationen zur Lernumgebung

Innerhalb der auf dieser Seite vorgestellten Lernumgebung zum Aufgabenformat „Streichquadrate“ kann die Basis für einen argumentativen und problemlösenden Mathematikunterricht geschaffen werden. Mit Hilfe des Forscherheftes werden den Kindern Anlässe mit mathematischen Problemstellungen zum Erforschen und Entdecken gegeben. Diese sollen gezielt die prozessbezogenen Kompetenzen (vgl. Haus 1 - IM) des Argumentierens und Problemlösens schulen. Durch verschiedene Argumentationsanlässe wie beispielsweise „Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest“ oder „Begründe, warum das so ist“ kann das Beschreiben und Begründen initiiert werden. Dadurch lässt sich schließlich überprüfen, inwiefern die Kinder einen bestimmten Sachverhalt verstanden haben. Verschiedene Aufgabenstellungen wie „Finde alle Möglichkeiten“, „Fülle die Lücken“ oder „Erfinde eigene Streichquadrate“ sollen zudem die Problemlösekompetenz der Schülerinnen und Schüler fokussieren.

Kompetenzmodell zur Einordnung der SchülerInnenlösungen

Inwiefern die angesprochenen (prozessbezogenen) Kompetenzen von den Kindern auch gezeigt wurden, lässt sich mit Hilfe eines Kompetenzmodells herausfinden. Dieses sollte Anforderungserwartungen auf unterschiedlichen Niveaustufen beinhalten, um eine möglichst objektive Beurteilung der Argumentations- und Problemlösekompetenzen der Schülerdokumente und -äußerungen hinsichtlich der zu erwartenden Anforderungen zu ermöglichen.

Im Folgenden werden Anforderungserwartungen zu den prozessbezogenen Kompetenzen Argumentieren und Problemlösen formuliert, die durch die auf dieser Seite vorgestellten Lernumgebung zum Thema „Streichquadrate“ angesprochen werden können. Diese Anforderungen orientieren sich an den Überlegungen von Bezold (2009, S.153f.), die zwischen Grundanforderungen, zusätzlichen Anforderungen und fortgeschrittenen Anforderungen unterscheidet.

Die Grundanforderung bzgl. des Argumentierens zeichnet sich dadurch aus, dass die Kinder mathematische Auffälligkeiten wahrnehmen und diese versuchen verständlich zu beschreiben; dies geschieht meist durch einen Vergleich. Die Benutzung der Strategie des Ausprobierens stellt die Grundanforderung bzgl. des Problemlösens dar.

Die Kinder erreichen das Niveau der zusätzlichen Anforderungen, wenn sie Problemlöseaufgaben durch geordnete Strategien lösen, was bedeutet, dass sie die Strategie des systematischen Variierens und gezielten Schließens zum Finden weiterer Lösungen verwenden. Im Bereich des Argumentierens sollten sie Begründungen zu den beschriebenen Auffälligkeiten formulieren, für die sie auch auf bereits begründete Eigenschaften zurückgreifen, diese auf die jeweilige Problemsituation übertragen und als Ausgangspunkt für eine neue Begründung verwenden können.

Oktober 2011 © Sabrina Transchel für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

Fortgeschrittene Anforderungen treten bei Beschreibungen und Begründungen anspruchsvoller Sachverhalte auf, die oftmals nur durch leistungsstarke Kinder gelöst werden können, da sie die generellen Ansprüche der Lernumgebung übersteigen und eine besondere Leistung darstellen. Sie können deshalb eher in Klassen eingesetzt werden, die im Bereich des Argumentierens und Problemlösens geschult sind und für die diese Kompetenzen zum Alltag des Mathematikunterrichts gehören, weshalb sie in der entwickelten Lernumgebung selten eingesetzt werden.

Konkretisiertes Kompetenzraster zu „Streichquadraten“

Die Beschreibungen der Anforderungen auf den einzelnen Niveaustufen sind sehr allgemein gehalten und müssen zur konkreten Anwendung im Unterricht auf den jeweiligen Inhalt bezogen werden. Aus diesem Grund werden in der folgenden Tabelle die Anforderungen der unterschiedlichen Niveaustufen – beispielhaft für die auf dieser Seite vorgestellten Lernumgebung zum Thema „Streichquadrate“ – konkretisiert.

Einheit	Grundanforderung	Zusätzliche Anforderung	Fortgeschrittene Anforderung
1	- SuS berechnen mit Hilfe der Streichregel mehrere Streichsummen - SuS vergleichen die berechneten Streichsummen miteinander und beschreiben die geforderten Auffälligkeiten	- SuS versuchen durch Strategien (z.B. systematisches Variieren) die kleinste und größte Streichsumme eines Zahlen- und eines Streichquadrats zu finden - SuS formulieren den Unterschied zwischen einem Zahlen- und Streichquadrat (Bedingung der Konstanz der Streichsumme)	- Keine
2	- SuS versuchen durch die Strategie des Ausprobierens alle Möglichkeiten der Streichsummenberechnung zu finden	- SuS versuchen durch Strategien (z.B. systematisches Variieren) alle Möglichkeiten dr Streichsummenberechnung zu finden - SuS begründen das (Nicht)Vorhandensein eines Streichquadrats mit Hilfe der Konstanz der Streichsumme und aller möglichen Streichsummen	- SuS begründen, warum sie alle Möglichkeiten gefunden haben
3	- SuS berechnen fehlende Randzahlen innerhalb einer Additionstabelle die verschiedenen Möglichkeiten der Streichsumme und die Randzahlensumme - SuS beschreiben die Auffälligkeiten des Vergleichs von Streichsumme und Randzahlsumme	- SuS begründen, warum die Streichsumme und die Randzahlsumme gleich sind und warum die Streichsumme immer gleich ist - SuS veranschaulichen ihre Begründungen durch Zahlzerlegungen	- SuS finden alle möglichen Additionstabellen mit den passenden randzahlen und begründen, warum es keine weiteren Möglichkeiten gibt

Einheit	Grundanforderung	Zusätzliche Anforderung	Fortgeschrittene Anforderung
4	- SuS vervollständigen die Streichquadrate mit Lücken durch Ergänzen von passenden Zahlen	- SuS beschreiben und erklären, wie sie die passenden Zahlen berechnet haben	- Keine
5	- SuS erfinden Streichquadrate zu vorgegebenen Streichsummen mit Hilfe der Additionstabelle oder der Konstanz der Streichsumme - SuS erfinden zu leichten Streichsummen (Zahlenraum bis 100, glatte Zehner oder Hunderter) eigene Streichquadrate - SuS entwerfen für ihren Partner ein Streichquadrat mit Lücken	- SuS erfinden mit Hilfe von Additionstabellen zu schweren Streichsummen (Zahlenraum über 100) eigene Streichquadrate - SuS lösen das Streichquadrat mit Lücken des Partners	- Keine

Sachinformationen zum Aufgabenformat „Streichquadrate“

Was sind „Streichquadrate“?

Streichquadrate sind Zahlenquadrate mit n Spalten und n Zeilen, die einen reichhaltigen Kontext für die Übung grundlegender Rechenfähigkeiten darstellen (vgl. Wittmann & Müller 2002, S. 31). So dienen sie zur Übung der Addition und Subtraktion. Des Weiteren eignen sie sich zur Differenzierung und ermöglichen ein kooperatives und soziales Lernen an einem gemeinsamen Thema auf verschiedenen Leistungsniveaustufen. Durch unterschiedliche Aufgabenstellungen regen Streichquadrate aber auch zum mathematischen Argumentieren, Problemlösen, Reflektieren, Forschen und Weiterdenken an und fördern so prozessbezogene Kompetenzen.

Die mathematische Struktur dieses Aufgabenformats wird im Folgenden anhand von 3x3 Streichquadraten, die in der Lernumgebung dieser Seite thematisiert werden, erklärt.

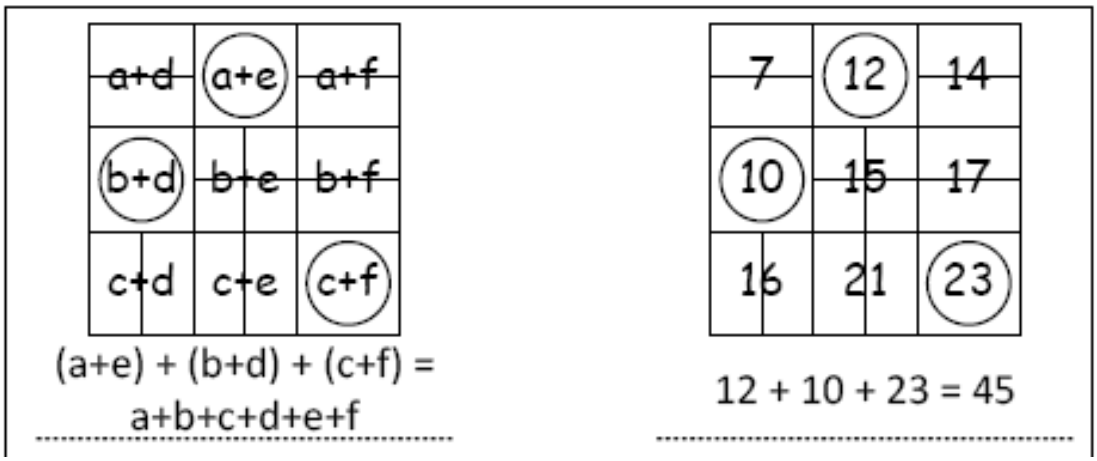


Abb. 1: Berechnung der Streichsumme allgemein (links) und anhand eines konkreten Beispiels (rechts)

Bei einem Streichquadrat wird ein bestimmtes Streichverfahren angewandt, so dass in jeder Spalte und in jeder Zeile genau eine eingekreiste Zahl übrig bleibt. In einem 3x3 Streichquadrat werden also drei Zahlen ausgewählt und die übrigen Zahlen durchgestrichen. Der konkrete Streichalgorithmus wird nach folgenden Regeln ausgeführt (vgl. Wittmann & Müller 2005, S. 114, 212):

1. Kreise eine beliebige Zahl in der ersten Zeile ein. Streiche dann alle restlichen Zahlen der gleichen Zeile und Spalte durch.
2. Kreise eine nicht durchgestrichene Zahl in der zweiten Zeile ein und streiche wieder alle restlichen Zahlen der gleichen Zeile und Spalte durch.
3. Kreise dann die übrig gebliebene Zahl in der dritten Zeile ein.
4. Addiere zum Schluss die eingekreisten Zahlen. Das Ergebnis ist die Streichsumme.

Somit hat man bei einem 3x3-Streichquadrat 3 x 2 x 1 = 6 Möglichkeiten, Zahlen nach dieser Regel auszuwählen und zur sogenannten Streichsumme (in Abb. 1: links: „a+b+c+d+e+f“ bzw. rechts: „45“) zu addieren (a.a.O.). Das Besondere eines Streichquadrats ist, dass diese Streichsumme – egal welche Zahlen man auswählt - immer gleich ist. Dadurch unterscheidet es sich auch von einem gewöhnlichen Zahlenquadrat.

Wie lassen sich „Streichquadrate“ erzeugen?

Streichquadrate entstehen aus den Ergebnissen einer quadratischen Additionstabelle (a.a.O., S. 213).

+	d	e	f
a	a+d	a+e	a+f
b	b+d	b+e	b+f
c	c+d	c+e	c+f

+	5	10	12
2	7	12	14
5	10	15	17
11	16	21	23

Abb. 2: Erzeugung eines Streichquadrats allgemein (links) und anhand eines konkreten Beispiels (rechts)

Dabei gelten folgende Grundlagen:

1. Die Zahlen in der 1. Zeile bzw. Spalte der Additionstabelle (siehe Abb. 2) werden als Randzahlen bezeichnet. Sie können zur Erzeugung eines Streichquadrats beliebig ausgewählt werden.
2. Anschließend werden sie innerhalb der Additionstabelle addiert, die Ergebnisse bilden die Zahlen des Streichquadrats.

Die Konstanz der Streichsumme kann, unabhängig von der Auswahl der eingekreisten Zahl, durch diese Randzahlen begründet werden, denn jede ausgewählte Zahl ist die Summe zweier Randzahlen. Somit sind in den drei ausgewählten Zahlen stets alle sechs Randzahlen vertreten (a+b+c+d+e+f).

Wie viele unterschiedliche Additionstabellen gibt es zu einem Zahlenquadrat?

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

Abb. 3 Zahlenquadrat mit gesuchten Randzahlen

Um die Anzahl aller möglichen Additionstabellen zu einem vorgegebenen Beispielzahlenquadrat bestimmen zu können, muss die kleinste Zahl innerhalb eines Streichquadrats betrachtet werden. Ausschlaggebend hierbei sind die Zerlegungsmöglichkeiten dieser kleinsten Zahl.

Im abgebildeten Zahlenquadrat (vgl. Abb. 3) gibt es also sieben verschiedene Lösungen, da die kleinste Zahl „6“ des Streichquadrats auf sieben unterschiedliche Arten zerlegt werden kann (nämlich 6+0, 5+1, 4+2, 3+3, 2+4, 1+5 und 0+6). Allgemein kann die Anzahl der Möglichkeiten unterschiedlicher Additionstabellen durch min(xi;j)+1 bestimmt werden, wobei i den Zeilenindex und j den Spaltenindex des zugehörigen Streichquadrats bezeichnet.

Lernumgebung Streichquadrate - Allgemeine Anmerkungen:
Im Folgenden wird ein Überblick der Lernumgebung gegeben, die aus insgesamt 5 Einheiten besteht.
In den einzelnen Einheiten steht jeweils ein Aspekt zum Thema „Streichquadrate“ im Fokus. Durch den Einsatz einer Themenleine kann den Schülerinnen und Schülern dabei Transparenz über die jeweilige Einheit und über die gesamte Unterrichtsreihe gegeben werden.
Innerhalb der Arbeitsphasen arbeiten die Kinder an verschiedenen Aufgabenstellungen im Rahmen eines Übungsheftes. Es empfiehlt sich, dieses nicht direkt als komplettes Heft an die Kinder zu verteilen. Vielmehr sollte es im Laufe der Unterrichtsreihe durch Anheftung von Arbeitsblättern der jeweiligen Stunde entstehen. Zur Durchsicht kann es von der Lehrperson bspw. am Ende jeder Stunde eingesammelt werden.
Da in allen Einstiegs- und Reflexionsphasen der einzelnen Einheiten Leerformate der Zahlenquadrate zur Veranschaulichung und Diskussion der Ergebnisse benötigt werden, bietet es sich an, diese als Demo-Vorlagen einzulaminieren und mit Flipchart Markern zu beschreiben.

Allgemeine Ziele:
Ziel ist es, dass die Kinder in einer Gruppe gemeinsam an einem gleichen Gegenstand arbeiten und gleichzeitig individuelle Aufgaben bewältigen, die sie durch eine selbst verantwortete Wahl des Schwierigkeitsgrades oder durch die Bearbeitung von „Sternchenaufgaben“ bestimmen, um ihr Leistungsniveau zu steigern. Tippkarten und Probierblätter sollen den Kindern dabei eine Hilfe zur Selbsthilfe geben.

Lernvoraussetzungen:
Die dargestellte Lernumgebung für das 3. Schuljahr kann durchgeführt werden, wenn die Kinder das Rechnen im Zahlenraum bis 100 beherrschen. Besondere Kenntnisse bzgl. des Problemlösens und Argumentierens sind nicht erforderlich, da diese auf einem Einsteiger-Niveau erlernt und geschult werden.
Das Material kann auch im 2. Schuljahr für die Einübung des halbschriftlichen Rechnens im 100er-Raum, zum Lösen problemhaltiger Aufgaben und Beschreiben erster Entdeckungen und Auffälligkeiten eingesetzt werden.

Differenzierung:
Basisinhalte werden innerhalb der Reflexionsrunden zum Ende jeder Unterrichtsstunde thematisiert und besprochen, so dass jedes Kind die Möglichkeit hat, die Erkenntnisse für die Folgestunden zu nutzen und in das neue Stundenthema einsteigen kann. Die Kompetenzen der leistungsstarken Kinder werden durch anspruchsvollere Aufgaben weiter vertieft und ausgebaut. Somit wird ein gemeinsames Lernen innerhalb einer substanziellen Lernumgebung ermöglicht.

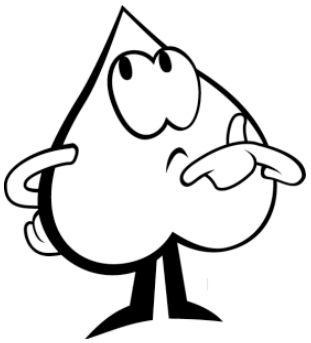
Schuljahr: 3

(durch zeitliche Ausweitung der Einheiten auch im 2. Schuljahr möglich)

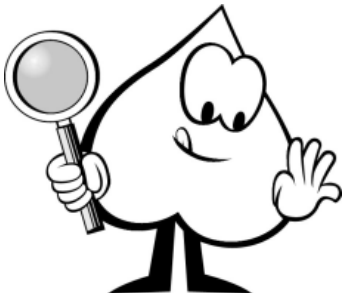
Lehrplan-Bezug:

Inhaltsbezogene Kompetenzen
Zahlen & Operationen – Schwerpunkt: Zahlenrechnen

Prozessbezogene Kompetenzen
Problemlösen/ kreativ sein, argumentieren, darstellen/ kommunizieren

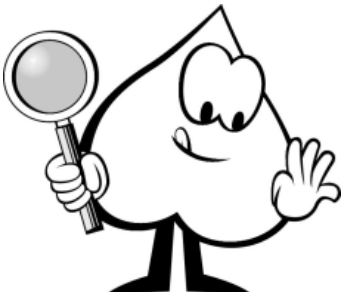


Wir lernen Streichquadrate kennen!

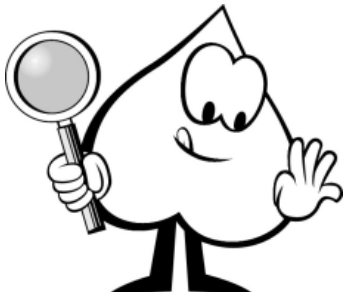


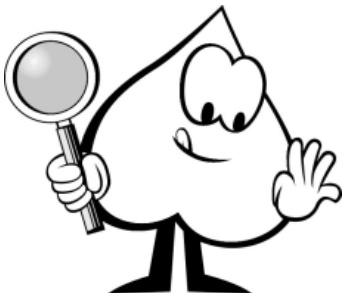
Wir finden alle Streichsummen!

Wir erforschen, wie Streichquadrate entstehen!

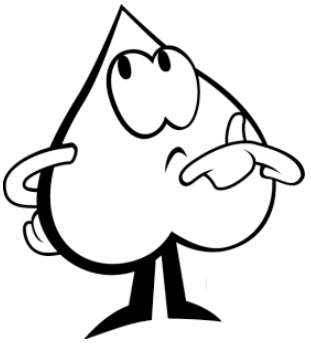


Wir erklären, warum die Streichsumme immer gleich ist!





Wir lösen Streichquadrate mit Lücken!



Wir erfinden eigene Streichquadrate!

1. Einheit: „Wir lernen Streichquadrate kennen“

Ziele
Die Schülerinnen und Schüler
- werden mit dem Aufgabenformat „Streichquadrate“ vertraut,
- berechnen Streichquadrate unter Berücksichtigung der Streichregel,
- erkennen den Unterschied zwischen einem Zahlenquadrat und einem Streichquadrat (ein besonderes Zahlenquadrat mit konstanter Streichsumme),
- beschreiben Auffälligkeiten.

Zeit
Ca. 60 Minuten

DARUM GEHT ES

Die Kinder lernen das Aufgabenformat sowie die Streichregel kennen und werden angeregt, selbst Streichquadrate zu lösen und Auffälligkeiten zu beschreiben. Dabei werden zentrale Begriffe, die zur Beschreibung von Auffälligkeiten und Mustern an Streichquadraten benötigt werden, eingeführt. Ggf. kann auch PIKO mit seinen unterschiedlichen Funktionen eingeführt werden.

Material

Lehrer-Material
- Themenleine
- 2 einlaminierte mit Zahlen beschriftete Zahlenquadrate in Demo-Version
- 4 unterschiedlich farbige Flipchart Marker (schwarz, blau, gelb, rot)
- Einlaminierte Pfeile und Wortkarten mit wichtigen Begriffen
- Vorgefertigte Satzstreifen zu den einzelnen Schritten der Streichregel
- Streichregelplakat
- Übungsheft (Seite 1-3)
- 3 einlaminierte PIKOs und 2 Symbole (Stift, Sternchen) des Übungsheftes
- Einlaminierte mit Zahlen beschriftete Zahlenquadrate

Schüler-Material
- 2 ABs „Zahlenquadrate“,
- „Zahlenquadrate – Probierblatt“

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase (ca. 25 min.)

Zu Beginn der Stunde sollte den Kindern zunächst Prozesstransparenz gegeben werden: Dazu bietet es sich an, mit Hilfe einer Themenleine (vgl. Abb. 1) das neue Thema vorzustellen und einen kurzen Überblick über die Stunde zu geben.

Im Theaterkreis lernen die Kinder dann die Streichregel zur Berechnung der Streichsumme an einem vorgegebenen 3x3-Zahlenquadrat an der Tafel kennen. Um ein besseres Verständnis der Streichregel bei den Kindern zu sichern, sollen sie sich die Regel möglichst eigenständig erschließen. Deshalb sollte die Lehrkraft den Kindern die einzelnen Schritte der Streichregel zur Berechnung der Streichsumme durch einen stummen Impuls (z.B. farbiges Einkreisen und Durchstreichen der Zahlen mit unterstützender Gestik und Mimik) am Zahlenquadrat veranschaulichen. So können die Kinder die Regel nachvollziehen und wiedergeben. Eine komplett eigenständige Erarbeitung der Regel ohne Impulse der Lehrerin erscheint zu komplex und zu zeitaufwändig.

Nachfolgend sollen die Kinder das Vorgehen rekonstruieren und versuchen die einzelnen Schritte der Streichregel zu beschreiben. Währenddessen sollte die Lehrkraft wichtige Begriffe (Zeile, Spalte, Streichsumme) einführen und diese an die entsprechende Stelle eines großen Zahlenquadrats (vgl. Abb. 2) anbringen. Mit Hilfe vorgefertigter Satzstreifen (diese können) wird zudem die Streichregel auf einem Regelplakat (vgl. Abb. 3), das den Kindern während der gesamten Unterrichtsreihe zur Orientierung dienen kann, an der Tafel festgehalten. Diese Satzstreifen können durch eine vergrößerte Kopie der Streichregelbeschreibung, die auf der dritten Seite des Übungsheftes, zu finden ist, herzustellen.

Um die Streichregel zu festigen, sollten die Kinder ein zweites Zahlenquadrat gemeinsam an der Tafel berechnen. Die Lehrkraft sollte dabei ggf. den Hinweis geben, dass es mehrere Möglichkeiten für die Berechnung der Streichsumme gibt und nicht immer die 1. Zahl in der 1. Zeile eingekreist werden muss.

Vor der Arbeitsphase sollte die Lehrkraft das Übungsheft und - wenn noch nicht bekannt - die darin enthaltenen unterschiedlichen Funktionen von PIKO und den eingesetzten Symbolen vorstellen und erklären. Des Weiteren sollten die einzelnen Arbeitsaufträge des ersten Arbeitsblattes zum Thema „Zahlenquadrate“ erläutert und dieses ausgeteilt werden. Als Zusatz bzw. Option für schnell arbeitende Kinder sollte kurz der Hinweis auf die Zusatzarbeitsblätter „Zahlenquadrate“ (Sternchenaufgabe) und „Zahlenquadrate – Probierblätter“ gegeben werden.



Abb. 1: Themenleine

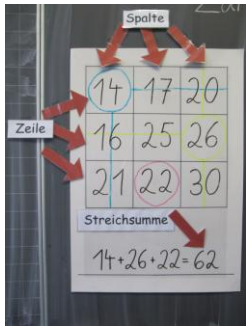


Abb. 2: Zahlenquadrat mit wichtigen Begriffen

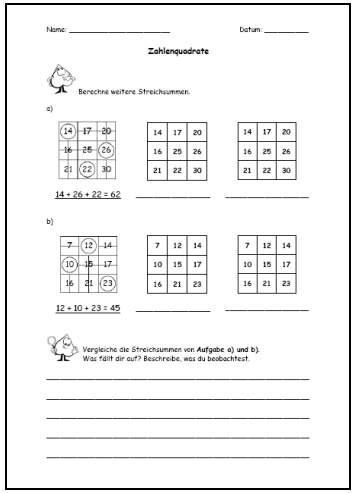


Abb. 3: Regelplakat

Arbeitsphase (ca. 25 min.)
Die Kinder bearbeiten das Arbeitsblatt „Zahlenquadrate“ in Einzelarbeit. Darauf berechnen sie zu den zwei besprochenen Zahlenquadraten an der Tafel jeweils zwei weitere Streichsummen (Aufgaben a) und b). Bei Schwierigkeiten können sie sich am Streichregelplakat orientieren und die entsprechenden Schritte der Streichregel ebenfalls in drei unterschiedlichen Farben auf ihrem Blatt einzeichnen oder auf individuelle Hilfestellungen der Lehrkraft zurückgreifen. Danach sollen sie die berechneten Streichsummen miteinander vergleichen und deren Auffälligkeiten beschreiben.

Differenzierung
Die offene Aufgabenstellung, Auffälligkeiten zu beschreiben, ermöglicht Beschreibungen auf unterschiedlichen Niveaus.
Die leistungsstärkeren Kinder können auf einem Zusatzarbeitsblatt „Zahlenquadrate“ (zweites Arbeitsblatt) zudem einen Forscherauftrag bearbeiten. Dabei sollen sie probieren weitere Streichsummen zu berechnen und mit Hilfe verschiedener Strategien versuchen die kleinste und größte Streichsumme der beiden Zahlenquadrate zu finden. Zum Ausprobieren erhalten sie dazu ein Probierblatt.

Abschlussreflexion (ca. 10 min.)
Am Ende der Stunde treffen sich die Schülerinnen und Schüler erneut im Theaterkreis vor der Tafel. Dort stellen sie sich gegenseitig ihre Ergebnisse zu den Aufgaben des ersten Arbeitsblattes vor. Es bietet sich an, die Kinder zunächst zu jedem Streichquadrat der Teilaufgaben a) und b) jeweils zwei Streichsummen berechnen zu lassen, indem sie die Streichregel anwenden. Danach sollten die beobachteten Auffälligkeiten der Kinder zusammengetragen und miteinander verglichen werden. Ihnen sollten innerhalb der Reflexion die unterschiedlichen Ergebnisse der Streichsumme bei Teilaufgabe a) und die Konstanz der Streichsumme bei Teilaufgabe b) bewusst werden. Unter Nutzung der Zahlenquadrate an der Tafel sollte die Lehrkraft den Kindern den Unterschied zwischen einem Zahlen- und einem Streichquadrat verdeutlichen und sie auf die Wichtigkeit dieser Besonderheit für die Folgestunden aufmerksam machen.
Zum Abschluss der 1. Einheit sollte die Lehrkraft einen Ausblick auf die Folgestunde geben und die Wichtigkeit der Streichsumme erneut betonen. Des Weiteren erhalten die Kinder die ersten drei Seiten des Übungsheftes (Deckblatt, PIKOs Funktionen und Streichregel) und heften sie mit ihren bearbeiteten Arbeitsblättern auf einem Heftstreifen zusammen. Das Übungsheft kann am Ende der Stunde zur Durchsicht von der Lehrkraft eingesammelt werden.


Name: _____ Datum: _____

Zahlenquadrate

Berechne weitere Streichsummen.

a)

14	17	20
16	25	26
21	22	30

14 + 26 + 22 = 62

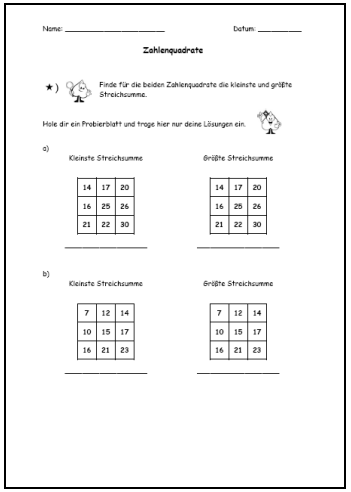
b)

7	12	14
10	15	17
16	21	23

12 + 10 + 23 = 45

Vergleiche die Streichsummen von Aufgabe a) und b).
Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest.

AB „Zahlenquadrate“


Name: _____ Datum: _____

Zahlenquadrate

★) Finde für die beiden Zahlenquadrate die kleinste und größte Streichsumme.

Hole dir ein Probierblatt und trage hier nur deine Lösungen ein.

a)

Kleinste Streichsumme

14	17	20
16	25	26
21	22	30

Größte Streichsumme

14	17	20
16	25	26
21	22	30

b)

Kleinste Streichsumme

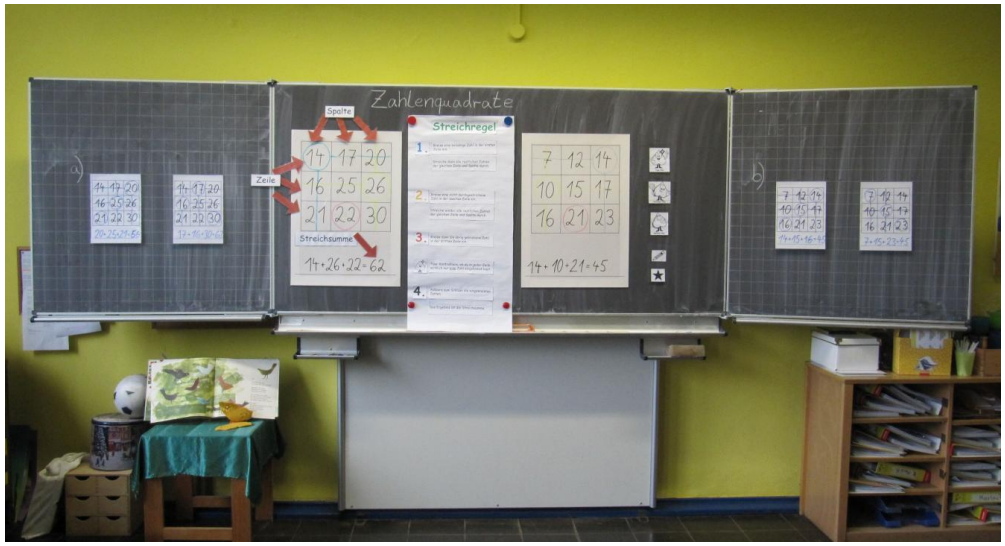
7	12	14
10	15	17
16	21	23

Größte Streichsumme

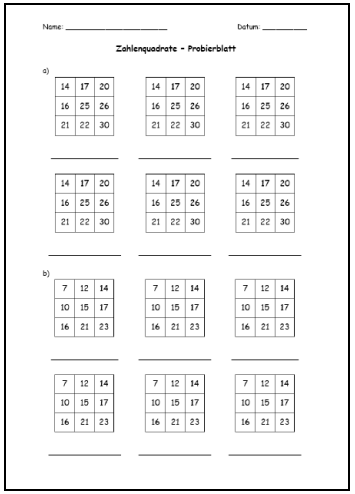
7	12	14
10	15	17
16	21	23

Zusatzarbeitsblatt

Oktober 2011 © Sabrina Transchel für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)



Mögliches Tafelbild während der Abschlussreflexion


Name: _____ Datum: _____

Zahlenquadrate - Probierblatt

a)

14	17	20
16	25	26
21	22	30

b)

7	12	14
10	15	17
16	21	23

Probierblatt

2. Einheit: „Wir finden alle Streichsummen“

Ziele
Die Schülerinnen und Schüler
- bestimmen alle Möglichkeiten der Streichsummenberechnung eines Streichquadrats,
- begründen das Vorhandensein bzw. Nichtvorhandensein eines Streichquadrats (indem sie die Möglichkeiten der Streichsummenberechnung und die Konstanz der Streichsumme nutzen),
- können ihre Vorgehensweisen anderen verständlich und präzise vorstellen und erklären.

Zeit
Ca. 45 Minuten

DARUM GEHT ES

Die Kinder wiederholen die Streichregel und vertiefen ihr Wissen über Streichquadrate, indem sie alle Möglichkeiten der Streichsummenberechnung eines Streichquadrats herausfinden und feststellen, ob es sich bei vorgegebenen Zahlenquadraten um Streichquadrate handelt oder nicht.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase (ca. 10 min.)
Den Kindern sollte wiederum zunächst Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. visuell über die Themenleine sowie inhaltlich durch Anknüpfung an die Vorstunde: Um den Kindern das Fortfahren in der noch neuen Thematik zu erleichtern, ist es sinnvoll, anhand eines Beispiel-Streichquadrats kurz das Rechnen mit einem Streichquadrat zu wiederholen. Die Kinder sollen erneut die einzelnen Schritte der Streichregel verbalisieren und die Streichsumme berechnen. Parallel dazu sollte die Lehrkraft die einzelnen Handlungsschritte mit unterschiedlichen Farben im Streichquadrat einzeichnen. Dadurch wird sichergestellt, dass allen Kindern die Streichregel erneut bewusst wird. Dies ist wichtig, da die Regel in allen Stunden benötigt wird und die Basis für Problemlöse- und Argumentationsaufgaben darstellt.
Vor der Arbeitsphase sollte die Lehrkraft den Schülerinnen und Schülern die Arbeitsaufträge auf den drei Arbeitsblättern näher erklären.

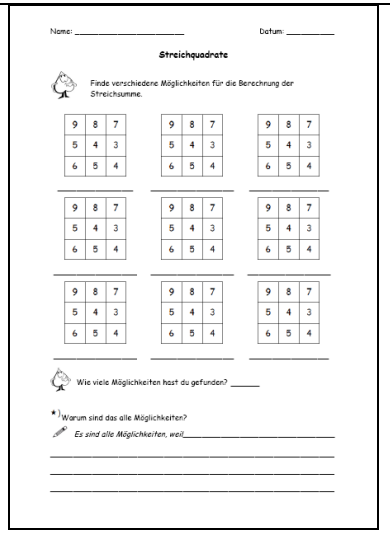
Material:

Lehrer-Material
- Themenleine
- 1 einlaminiertes mit Zahlen beschriftetes Zahlenquadrat in Demo-Version
- 4 unterschiedlich farbige Flipchart Marker (schwarz, blau, gelb, rot)
- Evtl. einlaminierte Pfeile und Wortkarten mit wichtigen Begriffen
- Streichregelplakat
- 5 einlaminierte mit Zahlen beschriftete Streichquadrate
- 1 einlaminiertes beschriftetes Streichquadrat (Aufgabe 2a))
- 2 einlaminierte beschriftete Zahlenquadrate (Aufgabe 2b))

Schüler-Material
- AB „Streichquadrate“
- AB „Streichquadrate oder nicht?“
- AB „Streichquadrate oder nicht? – Probierblatt“

Arbeitsphase (ca. 25 min.)
Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten die Arbeitsblätter „Streichquadrate“ und „Streichquadrate oder nicht?“ in Einzelarbeit. Auf dem erst genannten berechnen sie zu dem vorgegebenen Streichquadrat an der Tafel weitere Streichsummen und versuchen möglichst alle zu finden. So können die Kinder bei einem 3x3 Streichquadrat insgesamt sechs verschiedene Möglichkeiten der Streichsummenberechnung bilden. Erste Lösungsmöglichkeiten können sie durch Ausprobieren erhalten. In einem weiteren Schritt können sie eine Problemlösestrategie entwickeln, um die ihnen noch fehlenden Möglichkeiten systematisch zu erarbeiten. Ihre gefundene Anzahl an Möglichkeiten sollen sie schließlich notieren. In einer Sternchenaufgabe können leistungsstarke Kinder zusätzlich begründen, warum sie alle Möglichkeiten der Streichsummenberechnung gefunden haben.
Auf dem Arbeitsblatt „Streichquadrate oder nicht?“ sollen die Kinder zwei Streichquadrate prüfen, indem sie zunächst alle möglichen Streichsummen berechnen. Dabei reicht das Aufschreiben und Ausrechnen der sechs Additionsaufgaben der Streichsumme aus. Als zweite Voraussetzung sollten sie die Konstanz der Streichsumme untersuchen. Mit Hilfe dieser beiden Eigenschaften sollen sie schließlich das Vorhandensein eines Streichquadrats begründen.

Differenzierung
Die Kinder haben auf dem Arbeitsblatt „Streichquadrate“ die Möglichkeit eine Sternchenaufgabe zu bearbeiten. Darin sollen sie versuchen zu begründen, warum sie alle Möglichkeiten der Streichsummenberechnung gefunden haben.
Des Weiteren steht den leistungsschwächeren Kindern bei dem Arbeitsblatt „Streichquadrate oder nicht?“ ein Probierblatt zur Verfügung, auf dem sie die drei Zahlen, die sie zur Berechnung einer Streichsumme benötigen, einkreisen können.


Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate

Finde verschiedene Möglichkeiten für die Berechnung der Streichsumme.

9	8	7
5	4	3
6	5	4

Wie viele Möglichkeiten hast du gefunden? ____

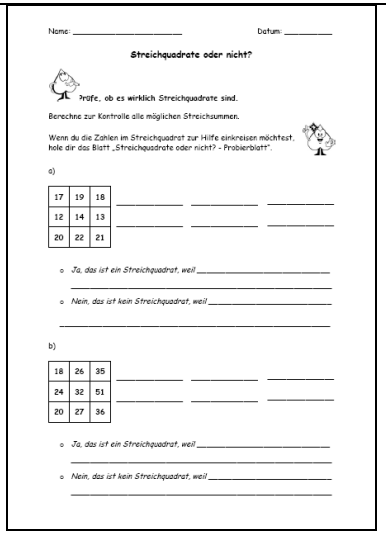
*) Warum sind das alle Möglichkeiten?

*Es sind alle Möglichkeiten, weil*_____

AB „Streichquadrate“

Abschlussreflexion (ca. 10 min.)
Am Ende der Stunde treffen sich die Schülerinnen und Schüler im Theaterkreis vor der Tafel. Dort stellen sie sich gegenseitig ihre Ergebnisse zu den Aufgaben vor.
Bei den Aufgaben a) und b) sollten leistungsschwächere Kinder nacheinander jeweils eine ihrer gefundenen Möglichkeiten vorstellen. Aus zeitlichen Aspekten sollte die Lehrkraft die jeweiligen drei Zahlen auf den einzelnen Streichquadraten einkreisen. Eine Berechnung der Streichsumme braucht nicht zwingend an jedem einzelnen Streichquadrat erfolgen, da das Ergebnis konstant ist. Um Missverständnisse zu vermeiden, sollte die Lehrkraft ihre Schülerinnen und Schüler jedoch nach der Nichterfordernis der Notation des Ergebnisses fragen und diese mit ihnen klären. Es bietet sich deshalb an, ein Streichquadrat einzulaminieren und das Ergebnis dort einzutragen. Leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler können ihre verwendeten Strategien in der Klasse vorstellen und eine Begründung abgeben (Sternchenaufgabe), warum sie alle Möglichkeiten gefunden haben. Diese beiden Aufgaben bieten somit reichlich Gesprächsbedarf, um über die individuellen Lösungswege der Kinder zu sprechen und zu diskutieren. So erfahren die Kinder, wie ihre Mitschülerinnen und Mitschüler die Aufgabe lösen und haben die Möglichkeit geeignetere Strategien von ihnen zu übernehmen. Des Weiteren lernen die Kinder ihre Vorgehensweisen präzise vorzustellen und den anderen zu erklären.
Bei der Besprechung des Arbeitsblattes „Streichquadrate oder nicht?“ sollten die Kinder die Bedingungen für das Vorhandensein eines Streichquadrats benennen und daraus die Konsequenzen für die beiden zu prüfenden Streichquadrate ableiten. Anhand verschiedener Beispiele der Streich- bzw. Zahlenquadrate sollte gezeigt werden, dass die Streichsumme bei Teilaufgabe a) konstant (→ Streichquadrat) bzw. bei Teilaufgabe b) nicht konstant (→ Zahlenquadrat) ist.

Zum Abschluss der 2. Einheit sollte mit Hilfe der Themenleine ein Ausblick auf die folgende Doppelstunde erfolgen. Des Weiteren sollten die Übungshefte der Kinder eingesammelt werden, um die verwendeten Strategien der Kinder zu sichten und die Argumentationen der Kinder zu überprüfen.



Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate oder nicht?

Prüfe, ob es wirklich Streichquadrate sind.

Berechne zur Kontrolle alle möglichen Streichsummen.

Wenn du die Zahlen im Streichquadrat zur Hilfe einkreisen möchtest, hole dir das Blatt „Streichquadrate oder nicht? - Probierblatt“.

a)

17	19	18	_____	_____	_____
12	14	13	_____	_____	_____
20	22	21			

- Ja, das ist ein Streichquadrat, weil _____
- Nein, das ist kein Streichquadrat, weil _____

b)

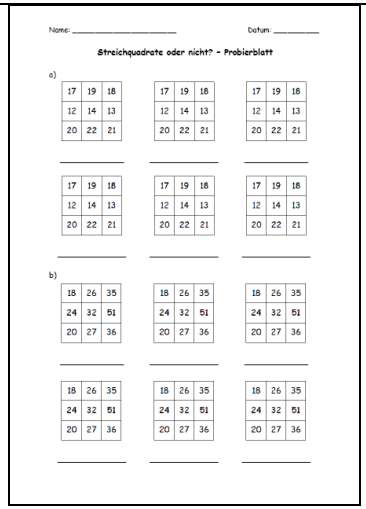
18	26	35	_____	_____	_____
24	32	51	_____	_____	_____
20	27	36			

- Ja, das ist ein Streichquadrat, weil _____
- Nein, das ist kein Streichquadrat, weil _____

AB „Streichquadrate oder nicht?“



Mögliches Tafelbild während der Abschlussreflexion


Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate oder nicht? - Probierblatt

a)

17	19	18
12	14	13
20	22	21

b)

18	26	35
24	32	51
20	27	36

AB „Streichquadrate oder nicht?“- Probierblatt

3. Einheit: „Wie entstehen Streichquadrate? und „Warum ist die Streichsumme immer gleich?"

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- lernen die Entstehung von Streichquadraten durch Additionstabellen mit sogenannten Randzahlen kennen,
- entdecken die Beziehung zwischen den Randzahlen und der Streichsumme,
- begründen die Konstanz der Streichsumme über diese Beziehung.

Zeit

Ca. 90 Minuten

DARUM GEHT ES

Die Kinder sollen erkennen, wie Streichquadrate entstehen und warum die Streichsumme immer konstant bleibt. Sie sollen begründen können, dass die Streichsumme aufgrund der Addition der sechs Randzahlen konstant bleibt.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase (ca. 15 min.)

Den Kindern sollte wiederum zunächst Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. über die Themenleine. Nach einem kurzen Überblick über die Doppelstunde lernen die Schüler die Entstehung eines Streichquadrats im Theaterkreis kennen. Die Lehrkraft sollte die Schüler darüber aufklären, dass Streichquadrate aus Additionstabellen entstehen und den Begriff der Randzahlen einführen. Dazu bietet es sich an, diesen an die entsprechende Stelle in einem Beispiel-Streichquadrat an der Tafel zu befestigen. Um das Prinzip einer Additionstabelle näher zu verdeutlichen, kann eine Additionstabelle zu

Material:

Lehrer-Material

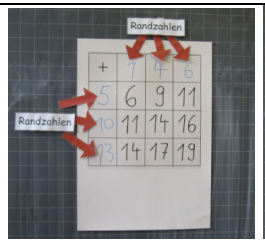
- Themenleine
- 2 einlaminierte, leere Streichquadrate mit Additionstabelle in Demo-Version
- 2 unterschiedlich farbige Flipchart Marker (schwarz, blau)
- 4 einlaminierte Tippkarten an der Tafel
- 6 Gruppenkarten
- Einlaminiertes Streichquadrat mit farbiger Additionstabelle in Demo-Version
- Jeweils 6 Zahlenkarten von jeder Randzahl (36 Stück)
- 2 einlaminierte beschriftete Zahlenquadrate

Schüler-Material

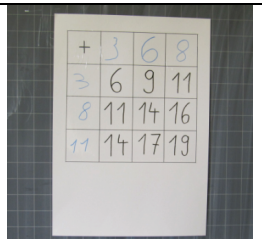
- ABs „Additionstabellen und Streichquadrate“ (Aufgabe 1+2+3)
- AB „Additionstabellen und Streichquadrate – Probierblatt“
- Probierblatt (Aufgabe 3)
- Tippkarte
- Mathe-Konferenz (Protokollbogen)

dem Beispiel-Streichquadrat gemeinsam mit den Schülern ausgefüllt werden (z.B. an der linken Tafelhälfte). Das gleiche Beispiel-Zahlenquadrat sollte ein zweites Mal an der Tafel hängen (z.B. an der rechten Tafelhälfte), um die Kinder darauf aufmerksam zu machen, dass es zu einem Streichquadrat mehrere Additionstabellen gibt. Nach der Vorgabe einer Randzahl sollen die Schüler anschließend die zweite Additionstabelle ausfüllen.
Vor der Arbeitsphase sollte die Lehrkraft den Schülern die Arbeitsaufträge (Aufgabe 1 und 2) und den geplanten methodischen Ablauf näher erklären. Da der Argumentationsprozess innerhalb der Aufgabe 2 sehr komplex ist, sollten die Schüler ihre Einzelarbeitsergebnisse im Anschluss gemeinsam in Mathe-Konferenzen (vgl. H8 – UM – Mathe-Konferenzen) besprechen und vergleichen. Falls diese Methode der Klasse nicht bekannt sein sollte und der Austausch in leistungsheterogenen Gruppen erfolgen soll, kann die Lehrkraft die Gruppen vorab auf Gruppenkarten festlegen. Zur Unterstützung sollen die Kinder einen Mathe-Konferenz- Protokollbogen verwenden, auf dem wichtige Fragen zum Vergleich der Ergebnisse formuliert sind und auf dem sie ihre Ergebnisse in der Gruppe für die Reflexionsphase sammeln und festhalten können.

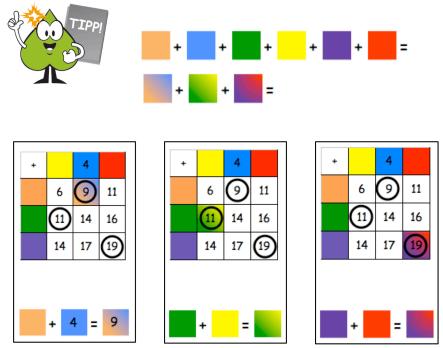
Arbeitsphase (ca. 50 min.)
Innerhalb der Arbeitsphase sollen die Schüler die Aufgaben 1 und 2 zunächst in Einzelarbeit bearbeiten. In Aufgabe 1 geht es darum, dass sie die fehlenden Randzahlen in der Additionstabelle, sechs verschiedene Möglichkeiten der Streichsumme und die Summe der Randzahlen berechnen. Ziel ist es, dass die Schüler in der Aufgabe 2 die Beziehung zwischen den Randzahlen und der Streichsumme erkennen und diese für die Begründung der Konstanz der Streichsumme nutzen. Dazu sollen sie die verschiedenen Berechnungen der Streichsumme mit der Randzahlsumme vergleichen und als Auffälligkeit entdecken, dass die beiden Summen gleich groß sind. Diese Entdeckung sollen sie in einem weiteren Schritt begründen und auch Schlüsse für die konstante Streichsumme ziehen.
Der Zusammenhang dieser Gleichheit besteht darin, dass sich die sechs möglichen Berechnungen der Streichsumme immer aus der Addition der sechs Randzahlen ergeben. Da dieser Argumentationsprozess sehr komplex ist, wird den Schülern eine Tippkarte als Hilfestellung zur Verfügung gestellt.
Nach der Einzelarbeitsphase erfolgt der oben bereits beschriebene Austausch innerhalb der Mathe-Konferenzen. Beabsichtigt ist, dass die Kinder eine Begründung für die Konstanz der Streichsumme am Beispiel konkreter Zahlenwerte liefern.



Begriff Randzahl an Beispiel-Streichquadrat visualisiert



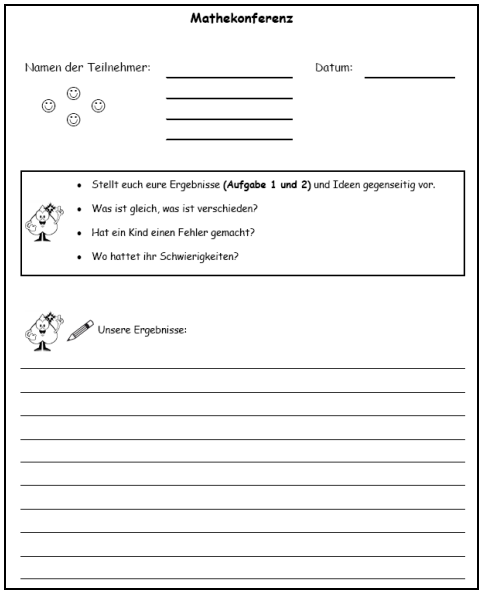
Additionstabelle zu Beispiel-Streichquadrat



Tippkarte

Differenzierung
Wie bereits beschrieben, steht den Kindern für die Bearbeitung der Aufgabe 2 eine Tippkarte zur Verfügung. Diese gibt konkrete Hinweise bzw. schrittweise Orientierungen, um die Begründung rechnerisch zu finden. Bei der Aufgabe 1b) können leistungsschwache Kinder für die Berechnung der sechs Additionsaufgaben der Streichsumme ein Probierblatt zur Hilfe heranziehen.
Für schnell arbeitende Schüler steht eine Sternchenaufgabe (Aufgabe 3) zur Verfügung, die sie während der Arbeitsphasen vor und nach dem Gruppenaustausch bearbeiten können. Darin sollen sie zum vorgegebenen Beispiel-Zahlenquadrat der Tafel, ohne eine Vorgabe einer Randzahl, alle möglichen Additionstabellen mit passenden Randzahlen finden und eine Begründung abgeben, warum es tatsächlich alle sind und keine weiteren mehr gefunden werden können. Dafür steht ihnen ein Probierblatt zur Verfügung.

Abschlussreflexion (ca. 25 min.)
Nach dem Abschluss aller Mathe-Konferenzen stellen die Schüler ihre Gruppenergebnisse im Theaterkreis vor und reflektieren die Arbeit innerhalb der Gruppe. Sie sollen den anderen Gruppen ihre Begründung für die Gleichheit der Randzahlsumme und der Streichsumme erklären und sich gegenseitig bei ihren Erklärungen ergänzen. Zur Hilfe können ihnen ihre Notizen auf dem Mathe-Konferenz-Protokollbogen dienen. Die Lehrkraft sollte die Begründung veranschaulichen und die Beziehung zwischen den Randzahlen und der Streichsumme mit Hilfe farbiger Karten an der Tafel darstellen. Gemeinsam sollte daran besprochen werden, dass die Summanden der sechs Additionsaufgaben der Streichsumme in entsprechende Randzahlen zerlegt werden können. So ergeben sich bei allen sechs Aufgaben stets die sechs Randzahlen, also die sechs verschiedenen farbigen Zahlenkarten. Zur besseren Übersicht sollten nur drei der sechs Zerlegungen der Additionsaufgaben den Schülern an der Tafel visualisiert werden.

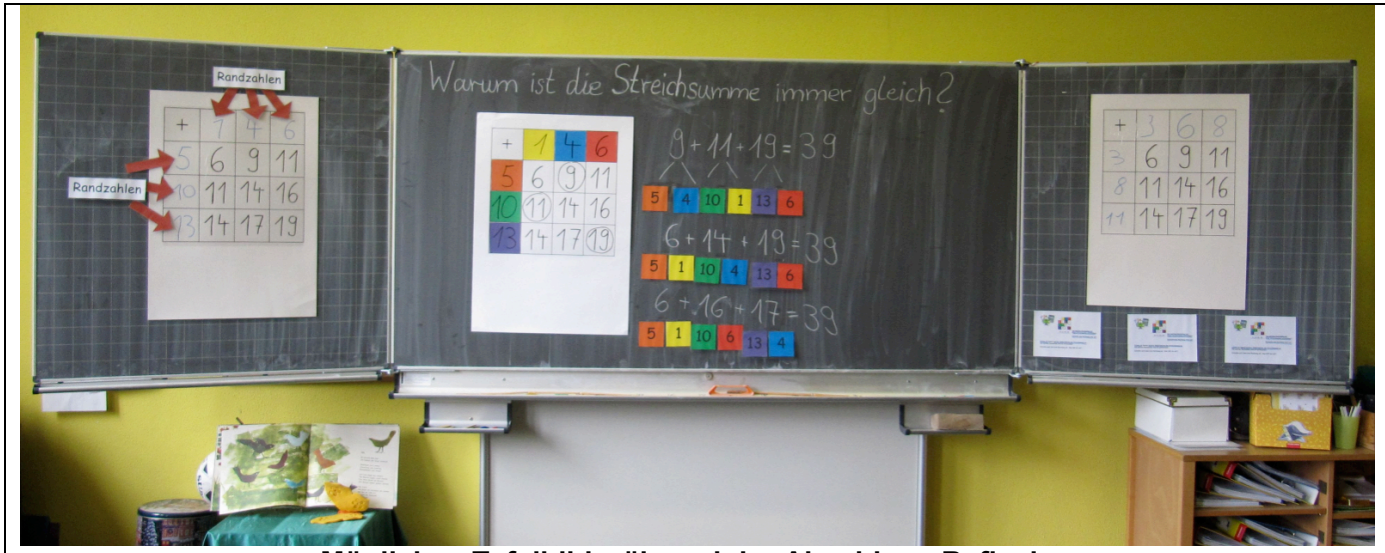

Mathekonferenz

Namen der Teilnehmer: _____ Datum: _____

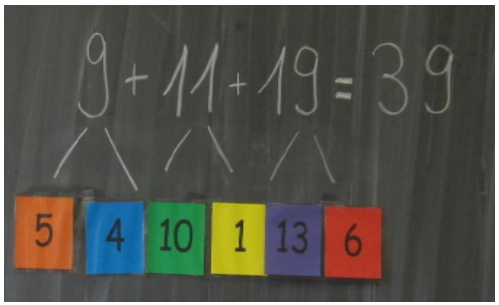
- Stellt euch eure Ergebnisse **(Aufgabe 1 und 2)** und Ideen gegenseitig vor.
- Was ist gleich, was ist verschieden?
- Hat ein Kind einen Fehler gemacht?
- Wo hattet ihr Schwierigkeiten?

Unsere Ergebnisse:

Mathe-Konferenz-Protokollbogen



Mögliches Tafelbild während der Abschluss-Reflexion



Veranschaulichung der Beziehung zwischen Randzahlen und Streichsumme

4. Einheit: „Wir vervollständigen Streichquadrate“

Ziele
Die Schülerinnen und Schüler
- vervollständigen Streichquadrate mit Lücken,
- überlegen sich dazu eigenständig ein geeignetes Verfahren,
- stellen das eigene Verfahren durch Rechnungen und Beschreibungen der einzelnen Schritte dar,
- lernen Lösungsansätze anderer Kinder kennen und vollziehen sie nach.

Zeit
Ca. 45 Minuten

DARUM GEHT ES

Auf Grundlage ihrer bisherigen Kenntnisse (z.B. unter Rückgriff auf die Konstanz der Streichsumme) sollen die Kinder Streichquadrate mit unterschiedlich vielen Lücken vervollständigen. Am Ende der Stunde sollen ausgewählte Schülerinnen und Schüler ihren Lösungsweg an der Tafel vorstellen, ihren Mitschülerinnen und Mitschülern erklären und durch das Beschreiben ihres Vorgehens schließlich eine Argumentation für die Zahlenwerte der unbekannten Zahlen, die durch Dreieck, Viereck und Raute an der Tafel und durch leere Felder auf dem Arbeitsblatt symbolisiert werden, liefern.
Um das soziale Von- und Miteinanderlernen in der Klasse verstärkt zu fördern, sollten die leistungsschwächeren Kinder jeweils mit einem leistungsstärkeren Kind zusammenarbeiten.

Material

Lehrer-Material
- Themenleine
- 4 einlaminierte Streichquadrate (mit Zahlen und verschiedene Symbole zur Darstellung der unbekannten Zahlen)
- 1 Flipchart Marker
- 4 einlaminierte Tippkarten an der Tafel
- 4 einlaminierte Streichquadrate mit Lücken (ohne Symbole)

Schüler-Material
- AB „Streichquadrate mit Lücken“
- AB „Streichquadrate mit Lücken – Probierblatt“
- Tippkarte

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase (ca. 5 min.)
Den Kindern sollte wiederum zunächst Prozesstransparenz gegeben werden, z.B. über die Themenleine.
Nach einem kurzen Überblick über die Stunde und die Betrachtung vierer Lückenstreichquadrate an der Tafel sollen die Kinder direkt mit der Bearbeitung des Arbeitsblattes „Streichquadrate mit Lücken“ beginnen. Es sollte zunächst keine gemeinsame Besprechung einer Beispielaufgabe für das Lösen von Lücken erfolgen, da die Kinder in ihren Ideen beeinflusst werden könnten und das erklärte Verfahren ggf. übernehmen, anstatt auf ihre eigenen Kenntnisse zurückzugreifen.

Arbeitsphase (ca. 30 min.)
Die Kinder bearbeiten das Arbeitsblatt „Streichquadrate mit Lücken“ in Einzelarbeit. Dabei sollen sie in der Teilaufgabe a) jeweils eine Lücke in zwei gegebenen Streichquadraten mit der passenden unbekannten Zahl ausfüllen. Wichtig ist, dass sie ihr Vorgehen durch Notation ihrer einzelnen Rechenschritte darstellen. Bei der Teilaufgabe b) sollen sie ihr rechnerisches Vorgehen durch eine beschreibende Erklärung ergänzen.

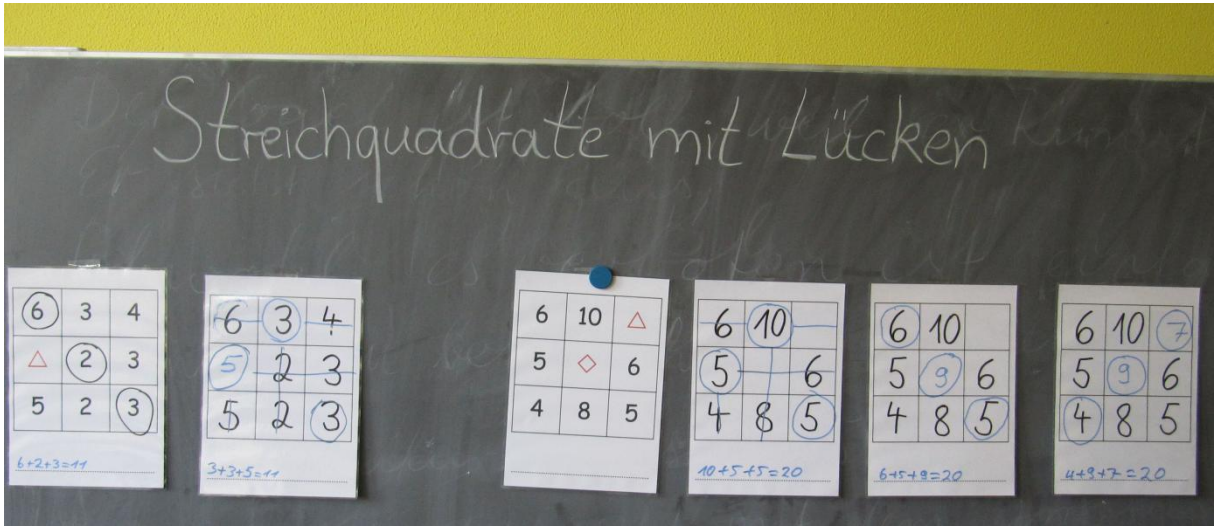
Differenzierung
Eine Differenzierung wird in dieser Stunde durch die Zunahme der Lücken innerhalb der Streichquadrate geschaffen. Während die Kinder innerhalb der Teilaufgabe a) jeweils nur eine Lücke bestimmen, sollen sie in Teilaufgabe b) zwei und drei Lücken vervollständigen.
Des Weiteren wird besonders den leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern die Nutzung eines Probierblattes empfohlen, auf denen sie die einzelnen Rechenschritte innerhalb des Streichquadrats, das mehrmals nebeneinander abgedruckt ist, einzeichnen können.
Leistungsschwächere Kinder können zudem zur Bearbeitung des Arbeitsblattes eine Tippkarte nutzen, die ihnen einen Hinweis für ein mögliches Verfahren gibt. So können die Lücken mit Hilfe der Streichsumme und passenden Ergänzungsaufgaben bestimmt werden.

6	3	4
△	2	3
5	2	3

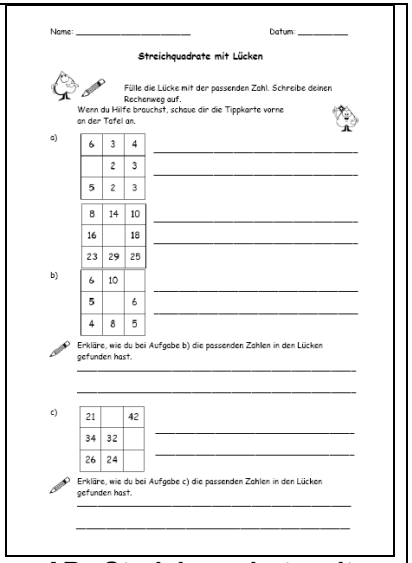
21	△	42
34	32	◇
26	24	□

Beispiele für Streichquadrate mit unterschiedlich vielen Lücken

Abschlussreflexion (ca. 10 min.)
Zum Ende der Stunde treffen sich die Kinder im Theaterkreis. Dort sollen einzelne Kinder ihren Lösungsweg an der Tafel vorstellen. Neben der Darstellung der einzelnen Rechenschritte durch entsprechendes Einkreisen der benutzten Zahlen und Ausfüllen der Lücken, z.B. auf einlaminierten Lückenstreichquadraten, sollen die Kinder ihr Vorgehen genauer beschreiben und ihren Mitschülerinnen und Mitschülern erklären.
Sollten nach der Abschlussreflexion bei einzelnen Kindern immer noch Verständnisschwierigkeiten bzgl. der vorgestellten Lösungswege bestehen, kann versucht werden, diese durch das Lösen weiterer Streichquadrate mit Lücken auf Zusatzarbeitsblättern (z.B. „Streichquadrate mit Lücken“, „Streichquadrate mit Lücken – Probierblatt“) zu beheben.



Mögliches Tafelbild während der Abschlussreflexion


Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate mit Lücken

Fülle die Lücke mit der passenden Zahl. Schreibe deinen Rechenweg auf.
Wenn du Hilfe brauchst, schaue dir die Tippkarte vorne an der Tafel an.

a)

6	3	4
	2	3
5	2	3

8	14	10
16		18
23	29	25

b)

6	10	
5		6
4	8	5

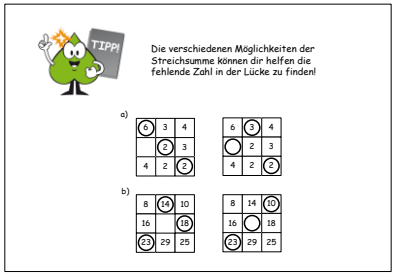
Erkläre, wie du bei Aufgabe b) die passenden Zahlen in den Lücken gefunden hast.

c)

21		42
34	32	
26	24	

Erkläre, wie du bei Aufgabe c) die passenden Zahlen in den Lücken gefunden hast.

AB „Streichquadrate mit Lücken“



Tippkarte

5. Einheit: „Wir erfinden Streichquadrate“

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler

- erstellen eigene Streichquadrate durch festgelegte und bestimmbare Kriterien,
- nutzen zur Erstellung von Streichquadraten die Konstanz der Streichsumme und/oder der Randzahlen,
- erfinden Lückenquadrate für ihren Partner/ihre Partnerin,
- versuchen, die Lückenquadrate ihres Partners ihrer Partnerin zu lösen.

Zeit

Ca. 45 Minuten

DARUM GEHT ES

Die Schülerinnen und Schüler sollen, ausgehend von den in den vorherigen Einheiten gewonnenen Erkenntnissen, eigene Streichquadrate erfinden. Während dabei die Streichsummen zunächst noch vorgegeben sind, können sie diese anschließend selbst bestimmen, bevor sie schließlich eigene Streichquadrate mit Lücken für ihren Partner/ihre Partnerin erstellen bzw. die erfundenen Streichquadrate des Partners/der Partnerin lösen.

SO KANN ES GEHEN

Einstiegsphase (ca. 5 min.)

Um Prozesstransparenz zu geben, bietet es sich zu Beginn der Stunde an, die Kinder mit Hilfe der Themenleine die bisherigen Stunden der Unterrichtsreihe zusammenfassen und reflektieren zu lassen. Die Lehrkraft sollte im Anschluss einen kurzen Überblick über die abschließende Stunde geben und den Kindern die zu bearbeitenden Arbeitsaufträge des AB „Streichquadrate erfinden“ erklären.

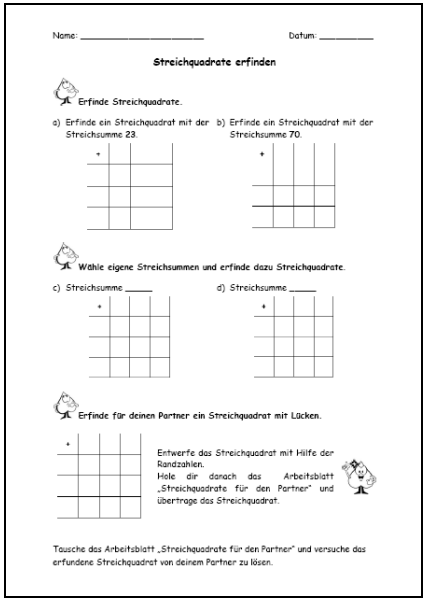
Material

Lehrer-Material

- Themenleine
- Lernbericht
- 1 Flipchart Marker
- einlaminierte leere Streichquadrate

Schüler-Material

- AB „Streichquadrate erfinden“
- AB „Streichquadrate für den Partner“
- Probierblatt



Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate erfinden

Erfinde Streichquadrate.

a) Erfinde ein Streichquadrat mit der Streichsumme 23.

b) Erfinde ein Streichquadrat mit der Streichsumme 70.

Wähle eigene Streichsummen und erfinde dazu Streichquadrate.

c) Streichsumme _____

d) Streichsumme _____

Erfinde für deinen Partner ein Streichquadrat mit Lücken.

Entwerfe das Streichquadrat mit Hilfe der Randzahlen.
Hole dir danach das Arbeitsblatt „Streichquadrate für den Partner“ und übertrage das Streichquadrat.

Tausche das Arbeitsblatt „Streichquadrate für den Partner“ und versuche das erfundene Streichquadrat von deinem Partner zu lösen.

AB „Streichquadrate erfinden“

Arbeitsphase (ca. 30 min.)

Die Kinder arbeiten in Einzelarbeit. Zunächst sollen sie innerhalb der Teilaufgabe a) zu vorgegebenen Streichsummen jeweils ein passendes Streichquadrat finden. Für diese Konstruktion können sie verschiedene Strategien verwenden. Beispielsweise zerlegen sie die vorgegebene Streichsumme in die sechs Randzahlen und rechnen damit die Zahlen im Streichquadrat aus. Sie können auch drei Zahlen, die zusammengerechnet die Streichsumme ergeben, in das Streichquadrat eintragen, so dass in jeder Zeile und Spalte genau eine Zahl steht. In einem zweiten Schritt ergänzen sie die sechs dazu passenden Randzahlen und berechnen damit die noch fehlenden Zahlen im Streichquadrat.
In Teilaufgabe b) können die Kinder mit dem gleichen Verfahren zu eigenen Streichsummen passende Streichquadrate konstruieren. Innerhalb der Teilaufgabe c) sollen sie für ihren Partner/ihre Partnerin eigene Streichquadrate mit Lücken durch die Nutzung einer Additionstabelle bzw. mit Hilfe der Randzahlen erfinden und dessen Lückenstreichquadrat danach lösen. Der Austausch der Lückenstreichquadrate kann durch ein zusätzliches Arbeitsblatt „Streichquadrate für den Partner“ erfolgen.

Differenzierung

Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler haben die Möglichkeit mehrere Lückenstreichquadrate zu erstellen und mit ihrem Partner auszutauschen. Dazu steht ihnen ein Probierblatt zur Verfügung. Ihre erfundenen Streichquadrate mit Lücken können sie ebenfalls auf das Arbeitsblatt „Streichquadrate für den Partner“ übertragen. Aus diesem Grund sollte das Partnerarbeitsblatt für die Kinder in ausreichender Anzahl vorhanden sein.
Die offenen Arbeitsaufträge der Aufgabenteile b) und c) ermöglichen zahlreiche kreative Variationen sowie unterschiedliche Schwierigkeitsgrade, die die Kinder individuell bestimmen können. Dadurch wird allen Kindern eine adäquate Bearbeitung ermöglicht und keines der Kinder wird über- bzw. unterfordert.

Abschlussreflexion (ca. 10 min.)

Innerhalb der Abschlussreflexion sollte den Kindern die Möglichkeit gegeben werden, ihre Eigenproduktionen an der Tafel den anderen Kindern vorzustellen. So können sie ihre eigenen erfundenen Streichquadrate zu einer selbst gewählten Streichsumme und ihre Lückenstreichquadrate präsentieren. Wichtig dabei ist, dass die Konstruktion von Streichquadraten zu einer bestimmten Streichsumme zusammenfassend mit den Schülerinnen und Schülern an der Tafel besprochen wird. Nach der Stunde sollte für das Ausfüllen des abschließenden Lernberichts, durch den die Kinder ihren Lernprozess und die Lernumgebung reflektieren, noch ausreichend Zeit eingeplant werden.

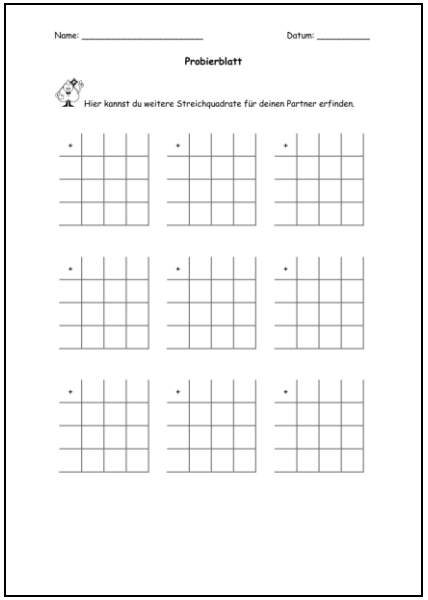

Namen: _____ Datum: _____

Streichquadrate für den Partner

Übertrage die Zahlen von deinem erfundenen Streichquadrat. Achte darauf, dass du für deinen Partner **Lücken** lässt, aber **nicht mehr als 5!**

Überprüfe, ob die Aufgabe funktioniert und dein Partner die Lücken durch Rechnungen wirklich füllen kann.

AB „Streichquadrate für den Partner“


Name: _____ Datum: _____

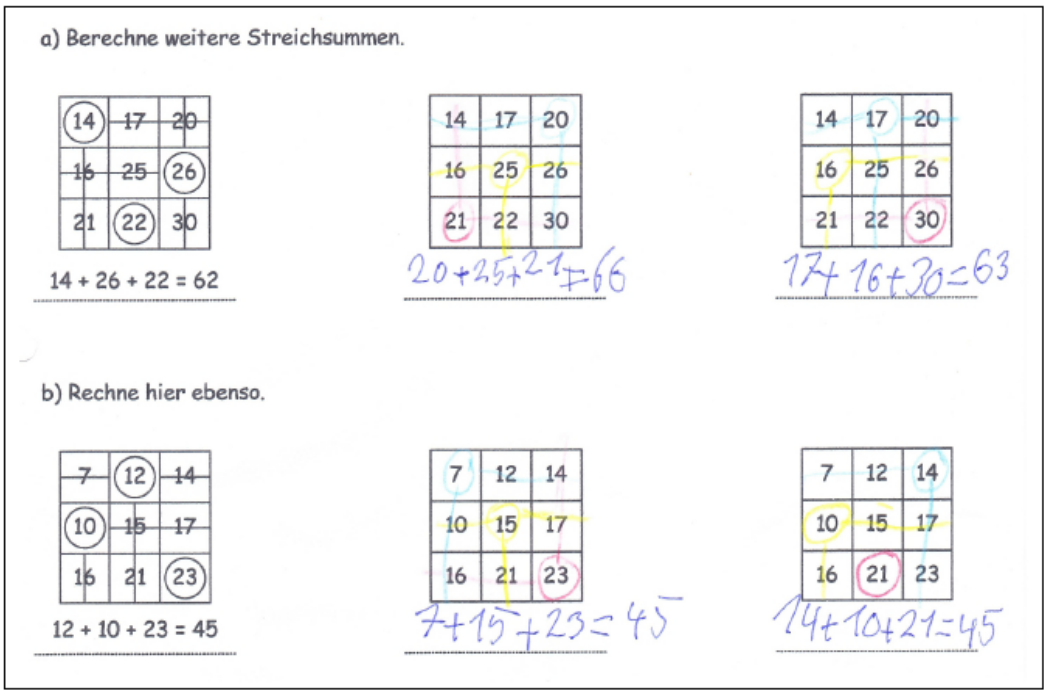
Probierblatt

Hier kannst du weitere Streichquadrate für deinen Partner erfinden.

Probierblatt

1. Streichsummen berechnen:

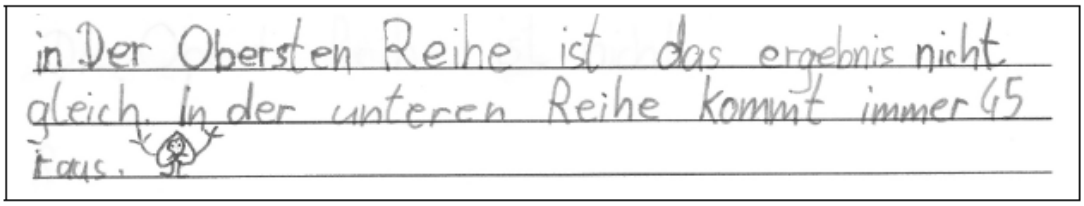
Miriam:



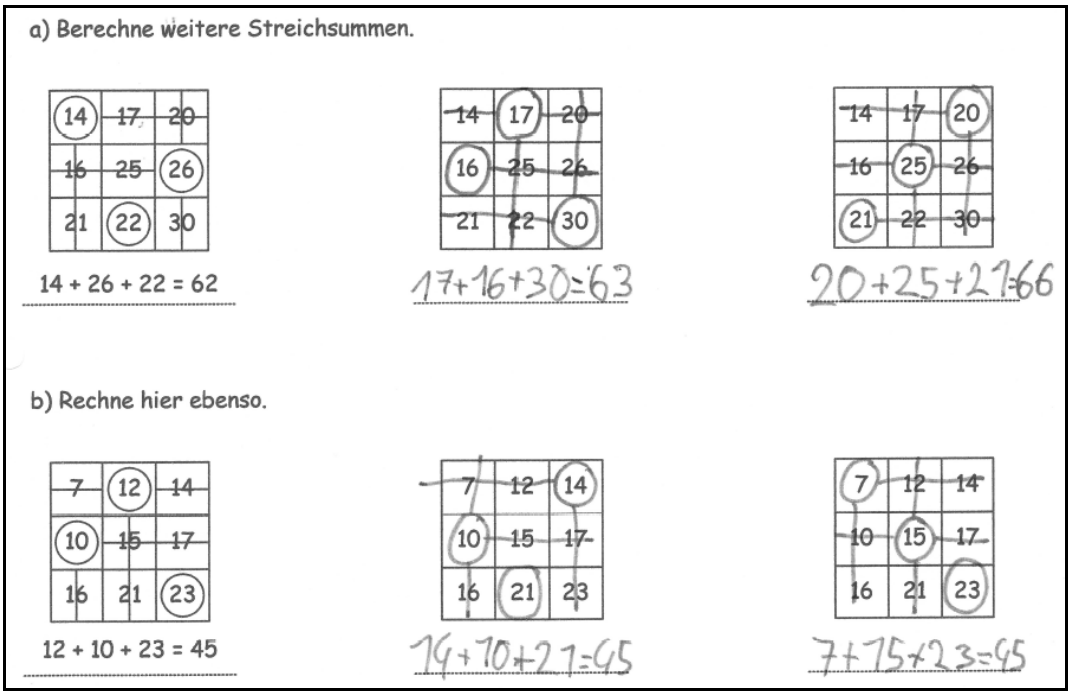
Miriam markiert die eingekreisten und weggestrichenen Zahlen farbig, um weitere Streichsummen zu finden. Da diese Markierungen mit denen auf dem Streichregelplakat übereinstimmen und Miriam immer zu korrekten Lösungen kommt, wird deutlich, dass das Streichplakat und solche farbigen Markierungen als zusätzliche Hilfestellung dienen und eine Orientierung geben können.

2. Ergebnisse beschreiben:

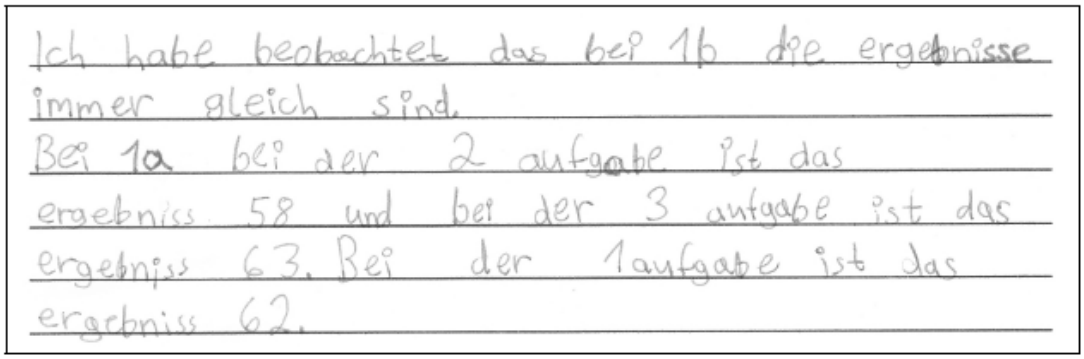
David:



David gibt eine kurze, aber präzise und korrekte Lösung auf die Frage, was ihm zwischen den berechneten Streichquadraten (siehe unten) auffällt, an.



Larissa:



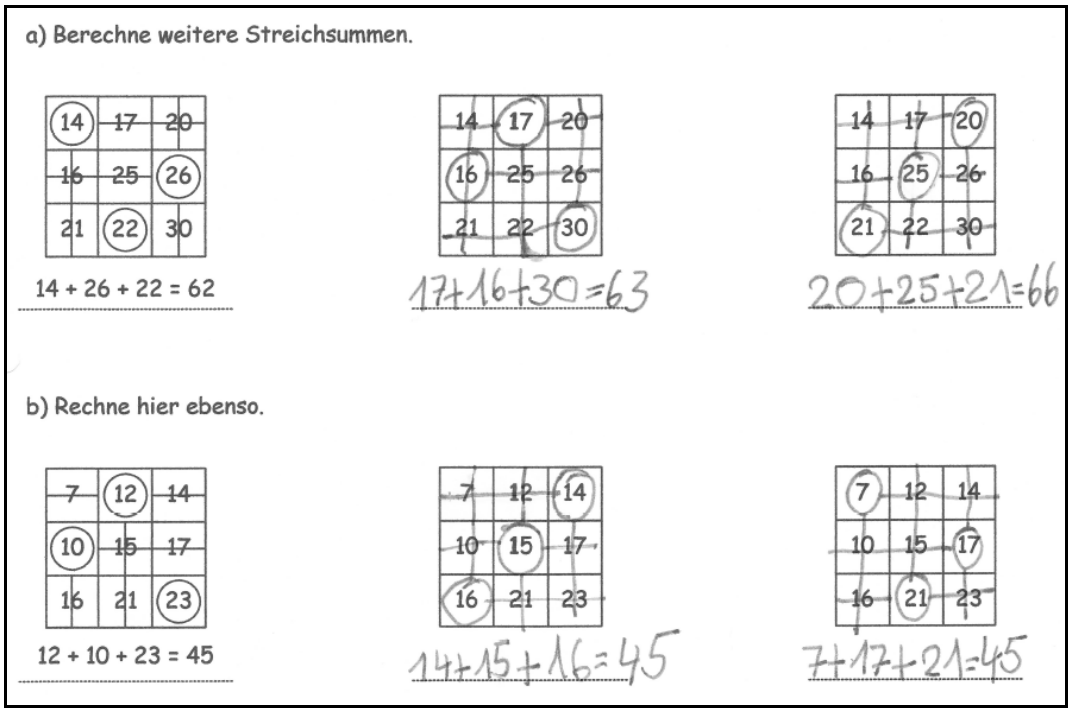
Auch Larissas Lösung ist korrekt, allerdings nicht so allgemeingültig wie Davids Lösung. Im Gegenteil zu ihm zieht sie zur Beschreibung der unterschiedlichen Ergebnisse in Aufgabenteil a) nämlich ihre konkret berechneten Summen heran.

Oktober 2011 © Sabrina Transchel für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

Gamze:

Bei der Aufgabe 1a sind die Zehner ~~immer~~ immer gleich. Bei der Aufgabe b sind immer die ergebnise gleich.

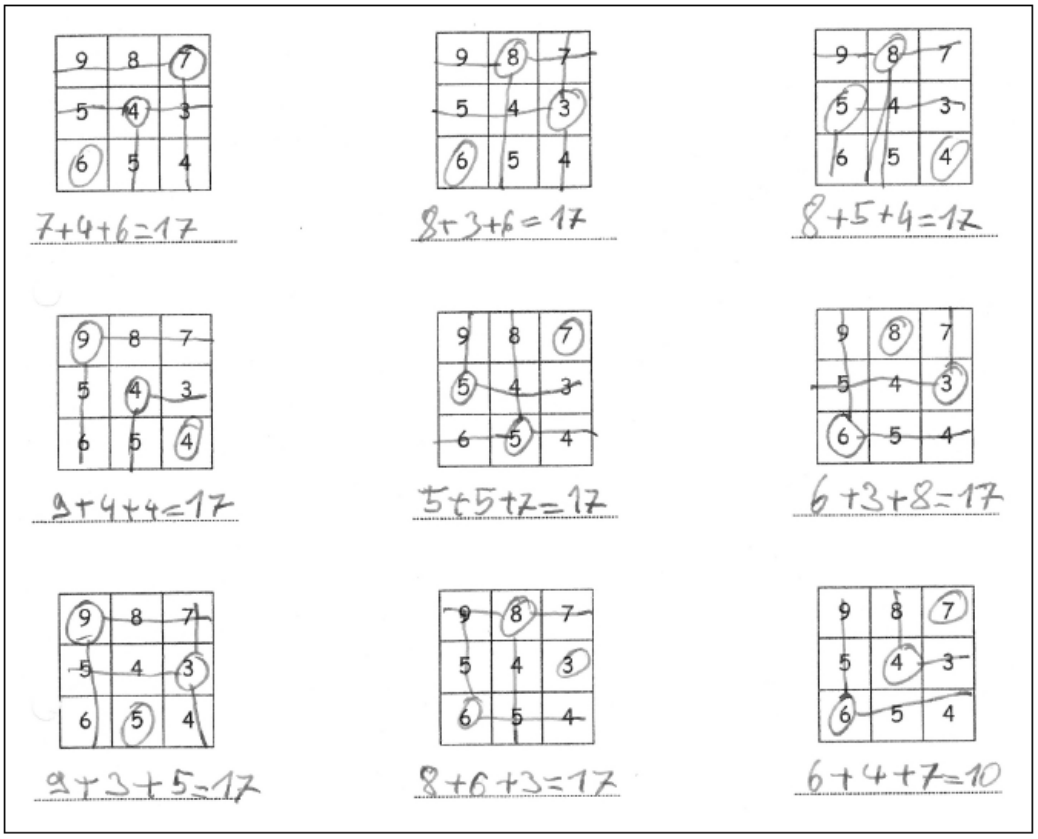
Auch Gamze erkennt die Gleichheit der Streichsummen in Teilaufgabe b). Trotz der unterschiedlichen Streichsummen, die sie in Aufgabenteil a) berechnet hat, versucht sie jedoch auch hier eine Gemeinsamkeit herauszustellen. Deshalb notiert sie, dass die Zehner immer gleich sind. Zwar ist diese Feststellung in Bezug auf ihre konkreten Ergebnisse richtig, jedoch ist sie nicht allgemeingültig.



3. Alle Möglichkeiten zur Streichsummenberechnung:

Um alle Möglichkeiten zur Berechnung der Streichsumme zu finden, können unterschiedliche Strategien herangezogen werden.

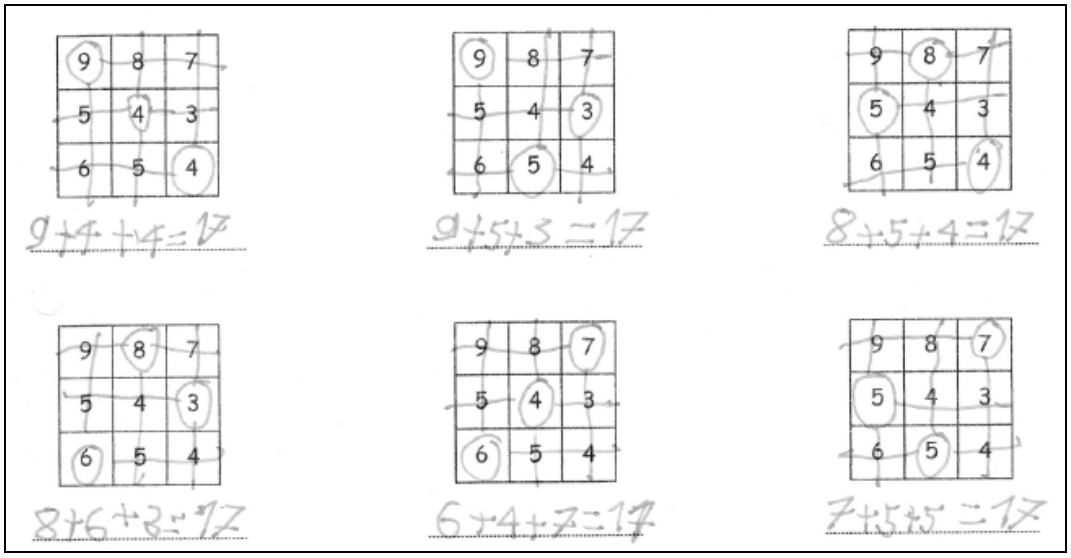
Natascha:



b) Wie viele Möglichkeiten hast du gefunden? 9

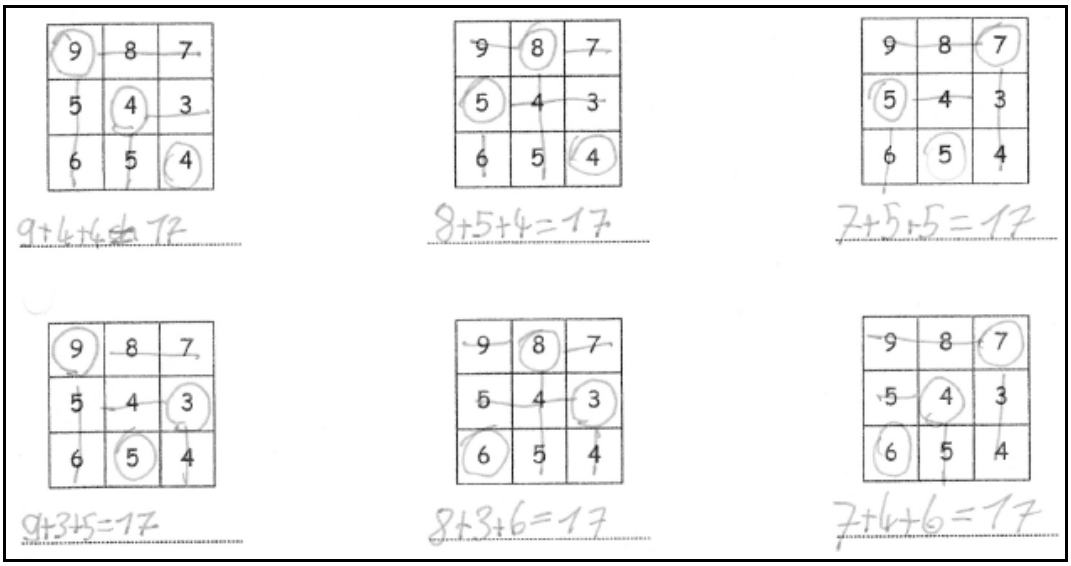
Natascha löst die Aufgabe durch eine zufällige Auswahl der einzukreisenden Zahlen (siehe unten). Dabei bemerkt sie nicht, dass sie die Lösung 7+4+6=17 doppelt (erstes Quadrat in der ersten und drittes Quadrat in der dritten Zeile) und 8+3+6=17 dreifach notiert (jeweils zweites Quadrat in der ersten und der dritten Zeile und drittes Quadrat in der zweiten Zeile) und gibt somit eine höhere Anzahl der Gesamtmöglichkeiten an.

Timo:



Timo geht strategisch vor, indem er die Einkreisungen der ersten Zeile systematisch von links nach rechts abarbeitet (siehe oben). So trägt er zuerst die beiden Möglichkeiten ein, in denen die linke Ziffer der ersten Zeile eingekreist ist. Es folgen die beiden Möglichkeiten, in denen die mittlere Ziffer der ersten Zeile eingetragen ist, bevor schließlich die beiden Möglichkeiten, in denen die rechte Ziffer der ersten Zeile eingetragen ist, notiert werden.

Kai:

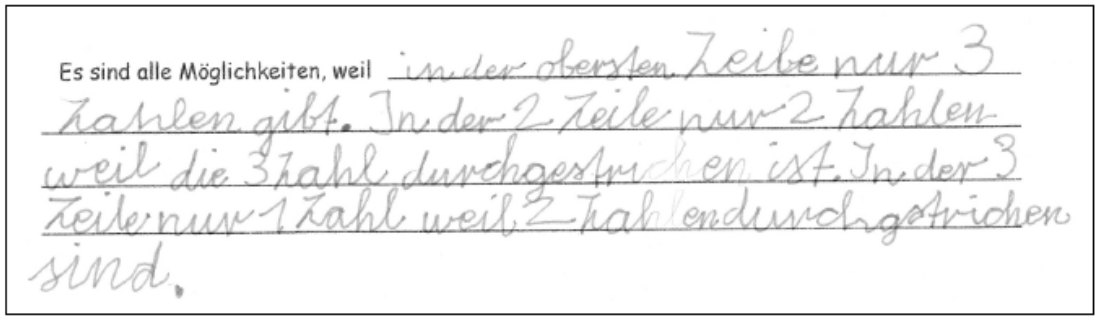


Kai geht ebenfalls strategisch vor und arbeitet von links nach rechts. Auch beginnt er, indem er die linke Ziffer der ersten Zeile einkreist. Anders als Timo gibt er hierzu jedoch zunächst nur eine Möglichkeit an und fährt fort, indem er die mittlere Zahl in der ersten Spalte einkreist. Auch hier gibt er zunächst nur eine Möglichkeit an. Im dritten Quadrat kreist er dann die rechte Ziffer der ersten Zeile ein. Die weiteren drei Lösungen findet er, indem er in der ersten Zeile wieder von rechts nach links arbeitet, die eingekreisten Zahlen in der zweiten und dritten Zeile allerdings entsprechend ändert.

Oktober 2011 © Sabrina Transchel für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de)

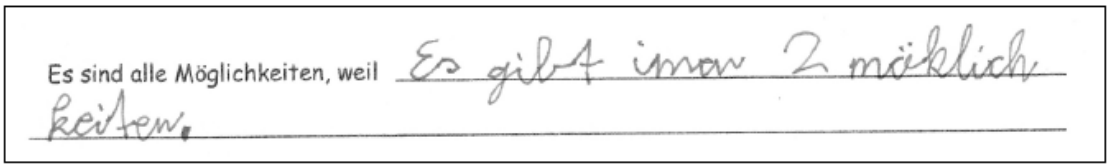
4. Begründung, alle Möglichkeiten gefunden zu haben

Corinna:



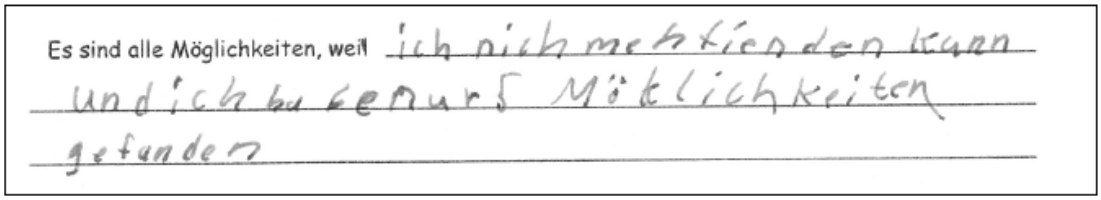
Corinna begründet die Anzahl der Streichsummen, indem sie die Auswahlmöglichkeiten jeder Zeile angibt und die Anzahl der bereits durchgestrichenen Zahlen zur Begründung heranzieht. Somit ist ihr bewusst, zwischen wie vielen einzukreisenden Zahlen sie sich bei einem 3x3 Streichquadrat von Zeile zu Zeile entscheiden kann, um die Streichsumme zu berechnen.

Robert:



Roberts Begründung dafür, dass es sechs Möglichkeiten gibt, ist uneindeutig. Vermutlich ist Robert während der Streichsummenberechnung aufgefallen, dass es für jede eingekreiste Zahl in der ersten Zeile zwei Streichsummen gibt und er sich in der zweiten Zeile nur noch zwischen zwei Zahlen entscheiden kann.

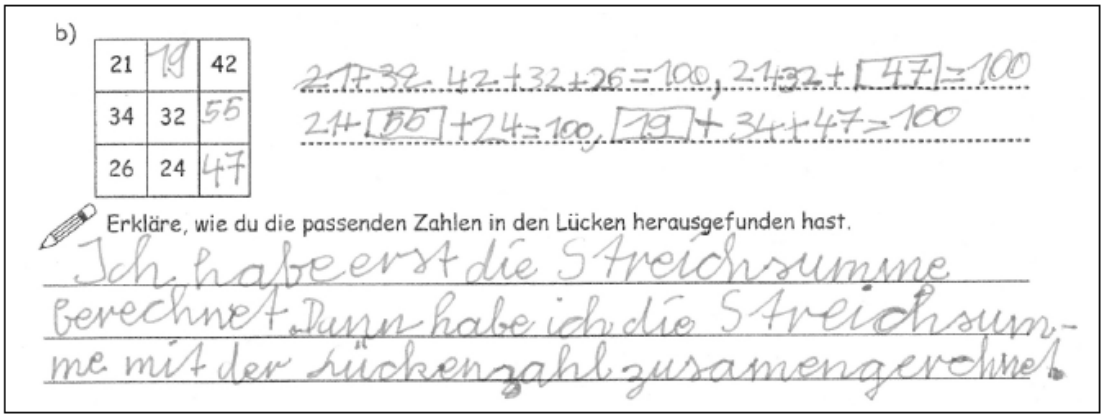
Vehbi:



Vehbi begründet die Annahme, alle Möglichkeiten zur Streichsummenberechnung gefunden zu haben, nicht mathematisch. Stattdessen argumentiert er über seine eigenen Problemlösefähigkeiten, indem er angibt, dass er nicht mehr Möglichkeiten finden könne und nur fünf Möglichkeiten gefunden habe.

5. Streichquadrate mit Lücken berechnen

Corinna:


b)

21	19	42
34	32	55
26	24	47

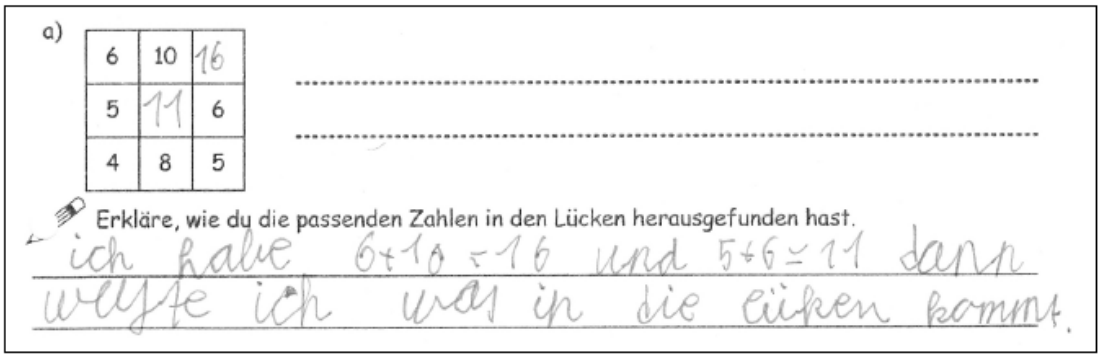
21+39+42+32+26=100, 21+32+[47]=100
21+[55]+24=100, [19]+34+47=100

Erkläre, wie du die passenden Zahlen in den Lücken herausgefunden hast.

Ich habe erst die Streichsumme berechnet. Dann habe ich die Streichsumme mit der Lückenzahl zusammengerechnet.

Corinna beschreibt ihre Vorgehensweise sehr allgemein, sodass diese Beschreibung auf jedes Streichquadrat mit Lücken unabhängig von den jeweiligen Zahlen angewendet werden kann. Zunächst berechnet sie die Streichsumme. Mit deren Hilfe und mit der Verwendung der Streichregel bildet sie dann drei Ergänzungsaufgaben mit jeweils einer Unbekannten. Diese verdeutlicht sie anhand eines Kästchens. Durch das Lösen der Ergänzungsaufgaben gelangt sie schließlich zu den drei fehlenden Zahlenwerten.

Miriam:


a)

6	10	16
5	11	6
4	8	5

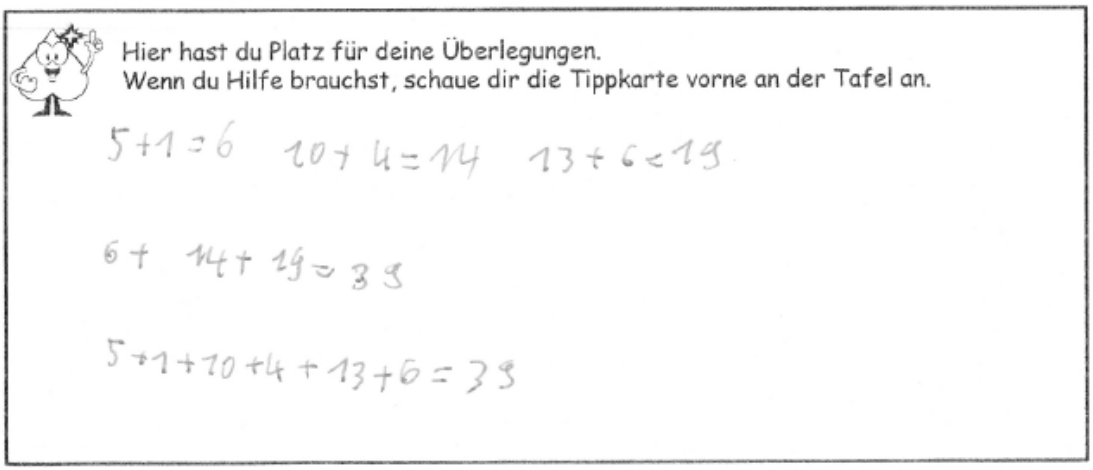
Erkläre, wie du die passenden Zahlen in den Lücken herausgefunden hast.

ich habe 6+10=16 und 5+6=11 dann wußte ich was in die Lücken kommt.

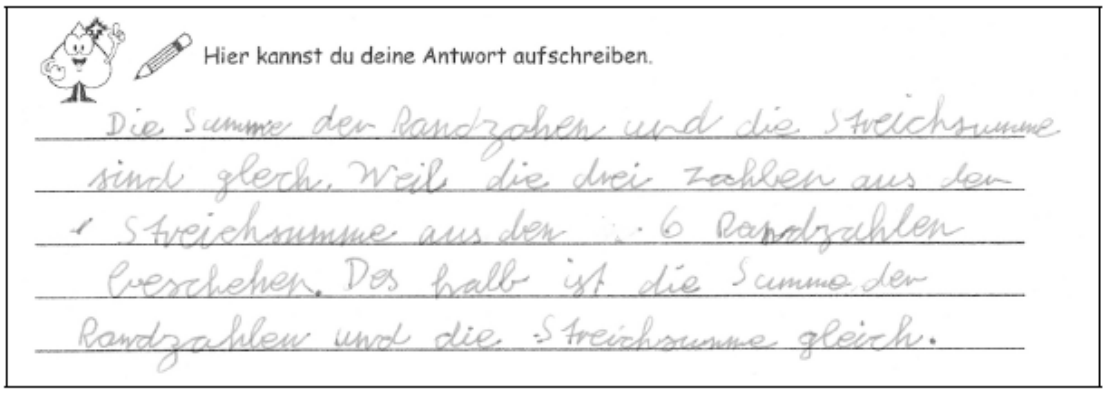
Miriams Lösung verdeutlicht eine Fehlvorstellung. Sie berücksichtigt die Streichsumme nicht und geht zeilenweise vor. Dazu trägt sie in die Lücken jeweils die Summe der beiden angegebenen Zahlen der entsprechenden Zeile ein.

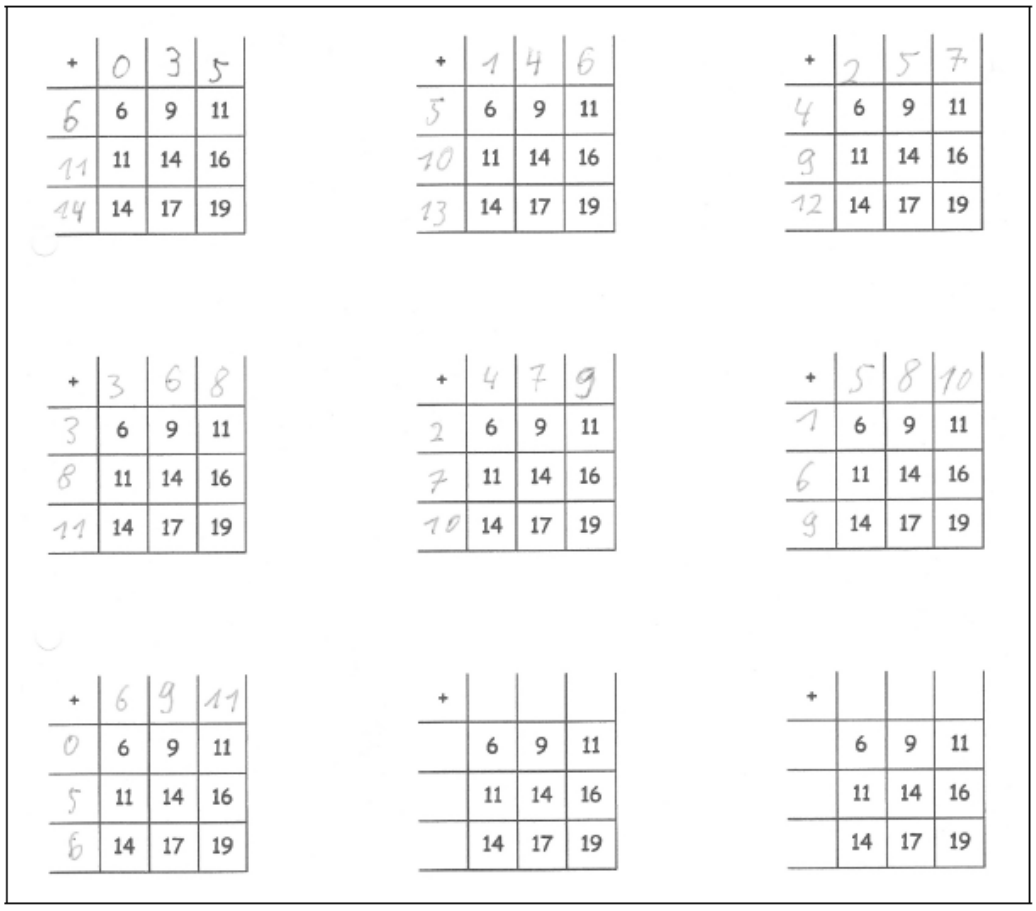
6. Randzahlen- und Streichsumme:

Marvin:



Marvin begründet die Gleichheit zwischen Randzahlen- und Streichsumme anhand eines Zahlenbeispiels. So zerlegt er die drei eingekreisten Zahlen der Streichsumme in die entsprechenden Randzahlen.
Ergänzend dazu gibt er folgende allgemein gültige Begründung an:





+	0	3	5
6	6	9	11
11	11	14	16
14	14	17	19

+	1	4	6
5	6	9	11
10	11	14	16
13	14	17	19

+	2	5	7
4	6	9	11
9	11	14	16
12	14	17	19

+	3	6	8
3	6	9	11
8	11	14	16
11	14	17	19

+	4	7	9
2	6	9	11
7	11	14	16
10	14	17	19

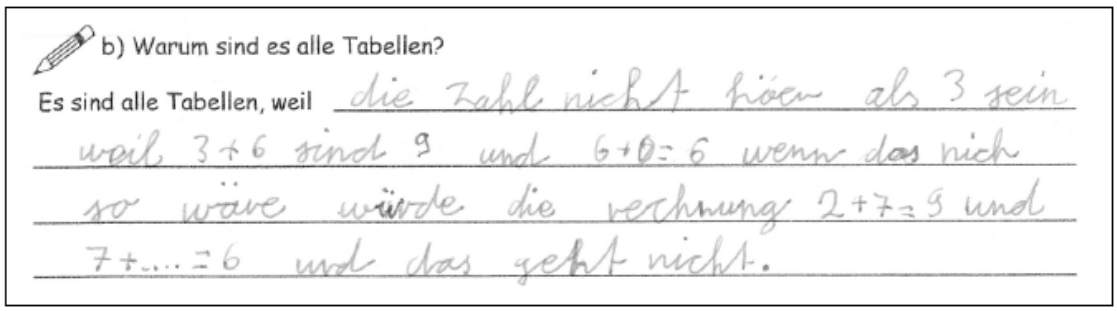
+	5	8	10
1	6	9	11
6	11	14	16
9	14	17	19

+	6	9	11
0	6	9	11
5	11	14	16
6	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

Marvin findet auch alle möglichen Additionstabellen mit passenden Randzahlen. Auf Nachfragen erklärt er sein Vorgehen. So versuchte er zunächst, eine Zerlegungsaufgabe zur Zahl 9 des Streichquadrats zu finden. Seine zuerst ausgewählten 8 und 1 änderte er in 6 und 3, da er bemerkte, dass der Summand 8 für die Summe 6 innerhalb der ersten Zeile des Streichquadrats zu groß ist. Die weiteren sechs Aufgaben fand er durch gegenseitige Veränderung. Er verminderte die Randzahlen der Zeilen jeweils um 1 und erhöhte gleichzeitig die Randzahlen der Spalten um den gleichen Wert.



b) Warum sind es alle Tabellen?

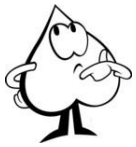
Es sind alle Tabellen, weil die Zahl nicht höher als 3 sein weil 3+6 sind 9 und 6+0=6 wenn das nicht so wäre würde die rechnung 2+7=9 und 7+...=6 und das geht nicht.

Marvin nutzt ein Zahlenbeispiel, um zu begründen, dass es maximal sieben mögliche Tabellen gibt. Innerhalb seiner Begründung ist jedoch eine kleine Korrektur des Wortes „höher“ in „niedriger“ erforderlich. Ihm ist bewusst, dass er die Randzahlen nach dem letzten gefundenen Streichquadrat nicht weiter verändern kann, weil die Addition der Randzahlen dann nicht mehr die im Streichquadrat geforderten Zahlen ergeben würde.

Insgesamt wird anhand der ausgewählten Kinderdokumente deutlich, dass die einzelnen Aufgaben Bearbeitungen auf unterschiedlichen Niveaus ermöglichen und somit der Heterogenität innerhalb einer Klasse gerecht werden können.

Name: _____ Datum: _____

Zahlenquadrate



Berechne weitere Streichsummen.

a)

14	~~17~~	~~20~~
~~16~~	~~25~~	26
21	22	30

14	17	20
16	25	26
21	22	30

14	17	20
16	25	26
21	22	30

14 + 26 + 22 = 62 _____ _____

b)

~~7~~	12	~~14~~
10	~~15~~	~~17~~
16	21	23

7	12	14
10	15	17
16	21	23

7	12	14
10	15	17
16	21	23

12 + 10 + 23 = 45 _____ _____



Vergleiche die Streichsummen von **Aufgabe a) und b)**.
Was fällt dir auf? Beschreibe, was du beobachtest.

_____

_____

_____

_____

_____

Name: _____ Datum: _____

Zahlenquadrate

★)  Finde für die beiden Zahlenquadrate die kleinste und größte Streichsumme.

Hole dir ein Probierblatt und trage hier nur deine Lösungen ein. 

a)

Kleinste Streichsumme

14	17	20
16	25	26
21	22	30

_____

Größte Streichsumme

14	17	20
16	25	26
21	22	30

_____

b)

Kleinste Streichsumme

7	12	14
10	15	17
16	21	23

_____

Größte Streichsumme

7	12	14
10	15	17
16	21	23

_____

Name: _____ Datum: _____

Zahlenquadrate – Probierblatt

a)

14	17	20
16	25	26
21	22	30

14	17	20
16	25	26
21	22	30

14	17	20
16	25	26
21	22	30

_____ _____ _____

14	17	20
16	25	26
21	22	30

14	17	20
16	25	26
21	22	30

14	17	20
16	25	26
21	22	30

_____ _____ _____

b)

7	12	14
10	15	17
16	21	23

7	12	14
10	15	17
16	21	23

7	12	14
10	15	17
16	21	23

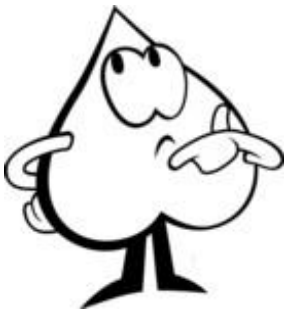
_____ _____ _____

7	12	14
10	15	17
16	21	23

7	12	14
10	15	17
16	21	23

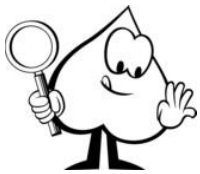
7	12	14
10	15	17
16	21	23

_____ _____ _____



Streichquadrate-Übungsheft

von: _____



6	10	
5		6
4	8	5

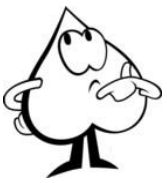


~~7~~	(12)	~~14~~
(10)	~~15~~	~~17~~
16	21	(23)

Hallo Kinder!

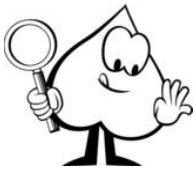
Schaut bei den Aufgaben immer genau, was ich euch sagen will.

Manchmal sehe ich nämlich so aus …



PIKO stellt dir **kniffelige Aufgaben!**

oder so …



PIKO hat sich etwas überlegt, das du **erforschen** sollst.
(Dazu brauchst du Geduld und Zeit.)

oder so …



PIKO hat einen **Tipp** für dich!

Auf den Arbeitsblättern findest du auch diese Zeichen …

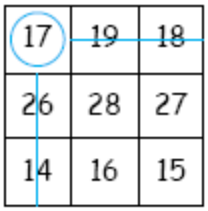


Schreibe auf!

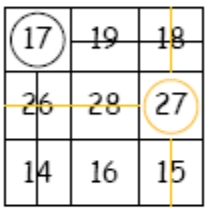


Zusatzaufgabe, Weiterarbeit für Profis!

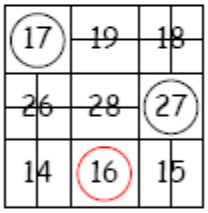
Streichregel



1. Kreise eine beliebige Zahl in der ersten Zeile ein. Streiche dann alle restlichen Zahlen der gleichen Zeile und Spalte durch.



2. Kreise eine nicht durchgestrichene Zahl in der zweiten Zeile ein und streiche wieder alle restlichen Zahlen der gleichen Zeile und Spalte durch.



3. Kreise dann die übrig gebliebene Zahl in der dritten Zeile ein.



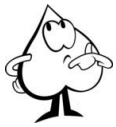
Tipp: Kontrolliere ob du in jeder Zeile und in jeder Spalte wirklich nur <u>eine</u> Zahl eingekreist hast.

17 + 27 + 16 = 60

Addiere zum Schluss die eingekreisten Zahlen. Das Ergebnis ist die Streichsumme.

Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate



Finde verschiedene Möglichkeiten für die Berechnung der Streichsumme.

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____

9	8	7
5	4	3
6	5	4

_____



Wie viele Möglichkeiten hast du gefunden? _____

★) Warum sind das alle Möglichkeiten?

*Es sind alle Möglichkeiten, weil*_____

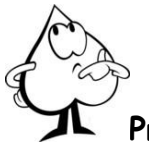
_____

_____

_____

Name: _____ Datum: _____

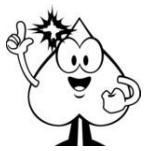
Streichquadrate oder nicht?



Prüfe, ob es wirklich Streichquadrate sind.

Berechne zur Kontrolle alle möglichen Streichsummen.

Wenn du die Zahlen im Streichquadrat zur Hilfe einkreisen möchtest, hole dir das Blatt „Streichquadrate oder nicht? - Probierblatt".



a)

17	19	18
12	14	13
20	22	21

_____ _____ _____

_____ _____ _____

- *Ja, das ist ein Streichquadrat, weil* _____

  _____

- *Nein, das ist kein Streichquadrat, weil* _____

  _____

b)

18	26	35
24	32	51
20	27	36

_____ _____ _____

_____ _____ _____

- *Ja, das ist ein Streichquadrat, weil* _____

  _____

- *Nein, das ist kein Streichquadrat, weil* _____

  _____

Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate oder nicht? – Probierblatt

a)

17	19	18
12	14	13
20	22	21

17	19	18
12	14	13
20	22	21

17	19	18
12	14	13
20	22	21

_____ _____ _____

17	19	18
12	14	13
20	22	21

17	19	18
12	14	13
20	22	21

17	19	18
12	14	13
20	22	21

_____ _____ _____

b)

18	26	35
24	32	51
20	27	36

18	26	35
24	32	51
20	27	36

18	26	35
24	32	51
20	27	36

_____ _____ _____

18	26	35
24	32	51
20	27	36

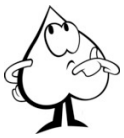
18	26	35
24	32	51
20	27	36

18	26	35
24	32	51
20	27	36

_____ _____ _____

Name: _____ Datum: _____

Additionstabellen und Streichquadrate



a) Finde die restlichen Randzahlen in der Tabelle.

+		4	
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

b) Finde die verschiedenen Möglichkeiten zur Berechnung der Streichsumme.

_____ _____ _____

_____ _____ _____

c) Berechne die Summe der sechs Randzahlen.

_____



Vergleiche die **Ergebnisse der Aufgaben b) und c).**
Was fällt dir auf?
Beschreibe, was du beobachtest und begründe, warum das so ist.

Hier hast du Platz für deine Überlegungen.
Wenn du Hilfe brauchst, schaue dir die Tippkarte vorne an der Tafel an.



Name: _____ Datum: _____

Additionstabellen und Streichquadrate

★) Finde zu diesem Streichquadrat alle Tabellen mit den passenden Randzahlen.

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

Hole dir dafür ein Probierblatt.
Tipp: Fange bei der kleinsten Zahl an, die Randzahlen zu bestimmen.



Wie viele verschiedene Tabellen hast du gefunden? _____



Warum sind es alle Tabellen?

Es sind alle Tabellen, weil _____

_____

_____

_____

_____

_____

Name: _____ Datum: _____

Additionstabellen und Streichquadrate - Probierblatt



Hier kannst du die verschiedenen Möglichkeiten der Streichsumme zur Aufgabe b) berechnen und dir die Zahlen zur Hilfe einkreisen.

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

6	9	11
11	14	16
14	17	19

_____

Name: _____ Datum: _____

Probierblatt



Hier kannst du ausprobieren. Kreise die richtigen Tabellen mit den passenden Randzahlen ein.

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

+			
	6	9	11
	11	14	16
	14	17	19

Name: _____ Datum: _____

Protokoll der Mathe-Konferenz

Namen der Teilnehmer: _____ Datum: _____



_____

_____

_____



- Stellt euch eure Ergebnisse und Ideen vor.
- Was ist gleich, was ist verschieden?
- Habt ihr Fehler gemacht?
- Wo hattet ihr Schwierigkeiten?

Unsere Ergebnisse:

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate mit Lücken



Fülle die Lücke mit der passenden Zahl. Schreibe deinen Rechenweg auf.

Wenn du Hilfe brauchst, schaue dir die Tippkarte vorne an der Tafel an.



a)

6	3	4
	2	3
5	2	3

_____

_____

8	14	10
16		18
23	29	25

_____

_____

b)

6	10	
5		6
4	8	5

_____

_____

Erkläre, wie du bei Aufgabe b) die passenden Zahlen in den Lücken gefunden hast.

_____

_____

c)

21		42
34	32	
26	24	

_____

_____

Erkläre, wie du bei Aufgabe c) die passenden Zahlen in den Lücken gefunden hast.

_____

_____

Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate mit Lücken – Probierblatt

a)

6	3	4
	2	3
5	2	3

6	3	4
	2	3
5	2	3

8	14	10
16		18
23	29	25

8	14	10
16		18
23	29	25

b)

6	10	
5		6
4	8	5

6	10	
5		6
4	8	5

6	10	
5		6
4	8	5

c)

21		42
34	32	
26	24	

21		42
34	32	
26	24	

21		42
34	32	
26	24	

Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate mit Lücken



a) Fülle die Lücke mit der passenden Zahl. Schreibe deinen Rechenweg auf.

17	19	18
	28	27
14	16	15

b) Vergleiche das Ergebnis mit deinem Partner und erkläre ihm, wie du die passende Zahl in der Lücke herausgefunden hast.



Finde auch hier die passenden Zahlen und schreibe deine Rechnung auf.

Löse die Aufgabe mit deinem Partner zusammen. 

a)

		82
	65	
75	73	96

b)

	23	24
32		34
42		

Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate mit Lücken - Probierblatt

a)

17	19	18
	28	27
14	16	15

17	19	18
	28	27
14	16	15

17	19	18
	28	27
14	16	15

17	19	18
	28	27
14	16	15

17	19	18
	28	27
14	16	15

b)

		82
	65	
75	73	96

		82
	65	
75	73	96

		82
	65	
75	73	96

		82
	65	
75	73	96

		82
	65	
75	73	96

c)

	23	24
32		34
42		

	23	24
32		34
42		

	23	24
32		34
42		

	23	24
32		34
42		

	23	24
32		34
42		

Name: _____ Datum: _____

Streichquadrate erfinden



Erfinde Streichquadrate.

a) Erfinde ein Streichquadrat mit der Streichsumme **23**.

+			

b) Erfinde ein Streichquadrat mit der Streichsumme **70**.

+			



Wähle eigene Streichsummen und erfinde dazu Streichquadrate.

c) Streichsumme _____

+			

d) Streichsumme _____

+			



Erfinde für deinen Partner ein Streichquadrat mit Lücken.

+			

Entwerfe das Streichquadrat mit Hilfe der Randzahlen.
Hole dir danach das Arbeitsblatt „Streichquadrate für den Partner" und übertrage das Streichquadrat.



Tausche das Arbeitsblatt „Streichquadrate für den Partner" und versuche das erfundene Streichquadrat von deinem Partner zu lösen.

Name: _____ Datum: _____

Probierblatt



Hier kannst du weitere Streichquadrate für deinen Partner erfinden.

+			

+			

+			

+			

+			

+			

+			

+			

+			

Name: _____ Datum: _____

Lernbericht

	Meine Einschätzung		
Ich kann …	☺	😐	☹
… Streichsummen berechnen.			
… alle Möglichkeiten der Streichsumme zu einem Streichquadrat finden.			
… ein Streichquadrat von einem Zahlenquadrat unterscheiden und prüfen, ob es wirklich ein Streichquadrat ist.			
… Streichquadrate mit Lücken vervollständigen.			
… eigene Streichquadrate zu einer bestimmten Streichsumme erfinden.			
… eigene Streichquadrate mit Lücken erfinden.			
… erklären wie Streichquadrate entstehen.			
★ … begründen, warum die Streichsumme immer gleich ist.			



Hat dir der Austausch mit den anderen Kindern geholfen?

- o *Ja, weil* _____

  _____

- o *Nein, weil* _____

  _____



Haben dir PIKOs Tipps geholfen?

- o *Ja, weil* _____

  _____

- o *Nein, weil* _____

  _____

Name: _____ Datum: _____

Lernbericht



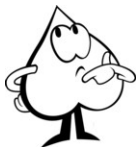
Dabei hatte ich Schwierigkeiten:



Das möchte ich sonst noch sagen (Fragen, Ideen, Wünsche, …):

Namen: _____ Datum: _____

Streichquadrate für den Partner



Übertrage die Zahlen von deinem erfundenen Streichquadrat. Achte darauf, dass du für deinen Partner **Lücken** lässt, aber **nicht mehr als 5!**

Überprüfe, ob die Aufgabe funktioniert und dein Partner die Lücken durch Rechnungen wirklich füllen kann.



_____ _____

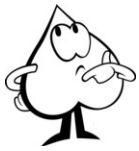
_____ _____

_____ _____

_____ _____

Namen: _____ Datum: _____

Streichquadrate für den Partner



Übertrage die Zahlen von deinem erfundenen Streichquadrat. Achte darauf, dass du für deinen Partner **Lücken** lässt, aber **nicht mehr als 5!**

Überprüfe, ob die Aufgabe funktioniert und dein Partner die Lücken durch Rechnungen wirklich füllen kann.

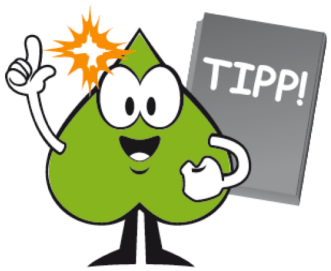


_____ _____

_____ _____

_____ _____

_____ _____



Die verschiedenen Möglichkeiten der Streichsummen können dir helfen die fehlende Zahl in der Lücke zu finden!

a)

(6)	3	4
	(2)	3
5	2	(2)

6	(3)	4
◯	2	3
5	2	(2)

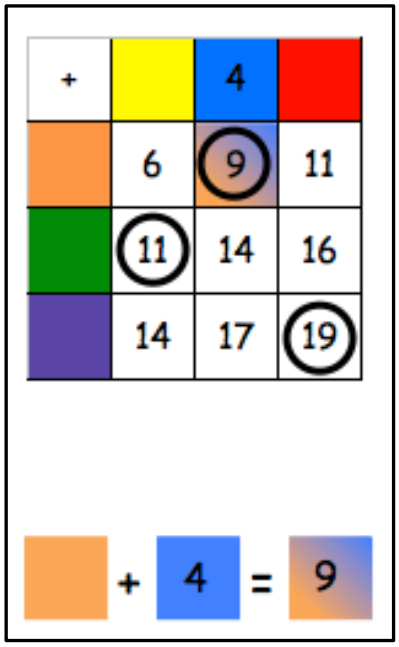
b)

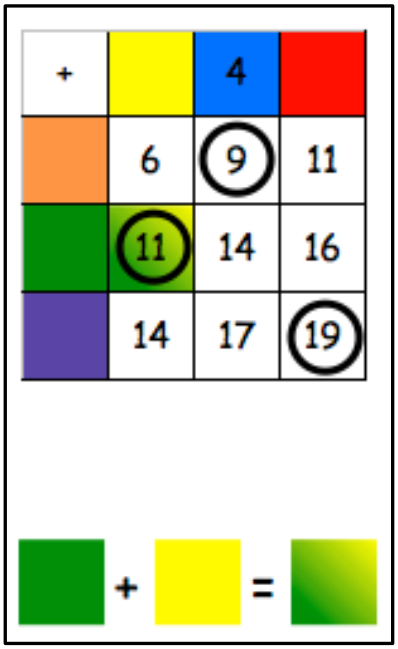
8	(14)	10
16		(18)
(23)	29	25

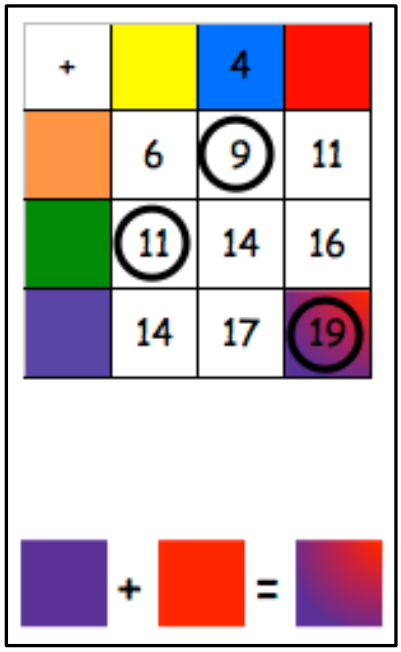
8	14	(10)
16	◯	18
(23)	29	25











Inter-Netzzo

„Im Kopf unterwegs zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln“ – Eine Lernumgebung (nicht nur) zur Förderung der (Raum-) Vorstellung

Zusammenfassung: Dieses Kapitel gliedert sich in einen theorieorientierten und einen praxisorientierten Teil.

In dem ersten Teil wird die Lernumgebung und ihre Entwicklung theoretisch eingebettet: Zunächst sollen Eigenerfahrungen mit ebenengeometrisch gestalteten Abbildungen von (Würfel-) Netzen in Abgrenzung zu raumgeometrisch gestalteten Abbildungen dazu dienen, dem Leser die eigenen mentalen Vorgehensweisen bewusst zu machen und sie im Hinblick darauf zu hinterfragen, was diese mit Raum-*Vorstellung* zu tun haben. Daran anknüpfend folgt eine grundsätzliche Begriffsklärung zu dem Phänomen Raumvorstellung, um daraus ein handhabbares Begriffsverständnis zu entwickeln, welches die Beschreibung mentaler Anforderungen an die Lernenden in den Mittelpunkt stellt.
Diese inhaltsübergreifende Perspektive wird an dem Lerngegenstand (Würfel-) Netze konkretisiert: Die grundlegende Fragestellung lautet: *Warum sind (Würfel-) Netze ein zentraler Lerngegenstand zur Förderung der Raumvorstellung in der Grundschule?* In einem ersten Schritt werden die Ziele anhand der charakteristischen Zugangsweisen zu Würfelnetzen auf der *Handlungs*ebene hervorgehoben. Auf der *Vorstellungs*ebene werden die für die *Handlungs*ebene formulierten Forderungen weit weniger konsequent verfolgt und noch weniger im Rahmen geeigneter Lernumgebungen umgesetzt. Dieses zeigt sich anhand der individuellen mentalen Vorgehensweisen, die Kinder bei der Arbeit mit solchen "klassischen" Lernumgebungen zu Würfelnetzen entwickeln.
Diese Beobachtung wirft die Frage auf, welche mentalen Vorgehensweisen Lernende im Zusammenhang mit (Würfel-) Netzen entwickeln sollen, wenn die Raum-*Vorstellung* gefördert werden soll.
Die offenkundige Diskrepanz zwischen intendierten und tatsächlich gebildeten mentalen Vorgehensweisen verdeutlicht, dass durch die "klassischen" Lernumgebungen zu Würfelnetzen Raum-*Vorstellung* weder *langfristig* noch *umfassend* zufriedenstellend gefördert wird.
In diesem Sinne werden abschließend Anforderungen an das Design einer Lernumgebung formuliert.

Der zweite, praxisorientierte Teil greift zunächst die inhaltliche und methodische Hinführung zu der entwickelten Lernumgebung auf. Im Anschluss daran wird die Konzeption der Lernumgebung vorgestellt und Aufgabentypen sowie Spielideen präsentiert. Im Rahmen von Erprobungen in unterschiedlichen Schuljahren der Klassenstufen 3-6 entstanden Schülerdokumente, welche mentale Vorgehensweisen bei der Arbeit mit der Lernumgebung skizzieren und somit einen Einblick in die kognitiven Anforderungen ermöglichen, welche an den Lernenden gestellt werden.

DARUM GEHT ES - BASISINFOS

Teil I: Theoretische Einbettung der Lernumgebung und ihrer Entwicklung

Eigenerfahrungen: Wie gehen Sie vor?

Zu Beginn ein kleines Warm-Up: *Wie* bearbeiten Sie die folgenden Auf-

gabenstellungen zu der Frage "Ist das Netz ein Würfelnetz oder kein Würfelnetz?"

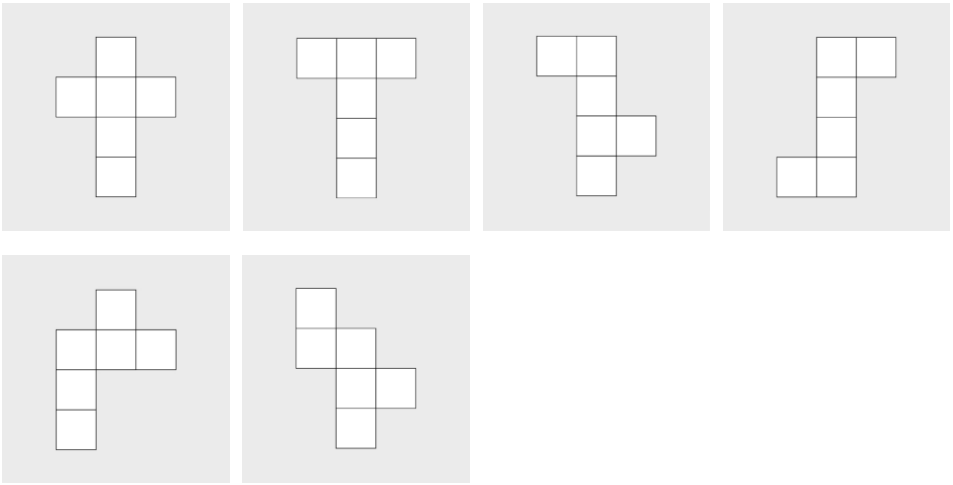


Abb. 1: Ebenengeometrische Abbildungen von Netzen

Falten Sie die Netze im Kopf? Zusammen? Nutzen Sie dabei Begleitbewegungen mit Ihren Händen zur Unterstützung Ihrer gedanklichen Prozesse? Falten Sie überhaupt? Wissen Sie es beim T und beim Kreuz oder gar bei allen auswendig? Oder gehen Sie ganz anders vor?

Und *wie* machen Sie es bei diesen Abbildungen?

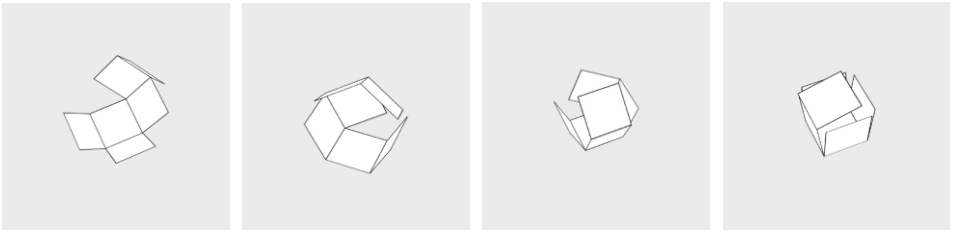


Abb. 2: Raumgeometrische Abbildungen von Netzen

Bevor wir nun auf Ihre Erfahrungen und mentalen Vorgehensweisen auch in Verbindung mit den von Lernenden entwickelten Vorgehensweisen zurückkommen, sollten wir zunächst klären, was wir unter dem Begriff "Raumvorstellung" verstehen wollen.

Was ist Raumvorstellung?

Was ist Raumvorstellung?

In der Literatur findet man ein wahres Begriffswirrwarr hinsichtlich eines einheitlichen Begriffsverständnisses zu dem psychologischen Begriff "Raumvorstellung". Ein handhabbares Begriffsverständnis liefert bereits Besuden: Er versteht unter Raumvorstellung ein räumliches Vorstellungsvermögen, welches *Raumwahrnehmung*, *Raumvorstellung* und *Räumliches Denken* umfasst (ebd. 1980; 1984). Für die an die Lernenden gestellten kognitiven Anforderungen folgt daraus:

Raumwahrnehmung:
Hierbei geht es um die *Wahrnehmung konkret vorhandener* Objekte, Handlungen, Situationen, Merkmale, ...
Die mentale Anstrengung richtet sich auf die Wahrnehmung sowie die Analyse und Interpretation des Wahrgenommenen.

Raumvorstellung:
Hierbei geht es um das *mentale Reproduzieren nicht (mehr) vorhandener* Objekte, Handlungen, Situationen, Merkmale, ...

Die mentale Anstrengung richtet sich auf die mentale Reproduktion sowie die Analyse und Interpretation des mental Reproduzierten.

Räumliches Denken:
Hierbei geht es um das *mentale Operieren mit nicht (mehr) vorhandenen* Objekten, Handlungen, Situationen, Merkmalen, ...
Die mentale Anstrengung richtet sich auf das mentale Handeln sowie die Analyse und Interpretation der mentalen Handlung.

Von diesem Begriffsverständnis gehen wir im Folgenden aus.
Zu dem letzten Punkt *"Räumliches Denken"* bemerkt Besuden: „Operatives Denken ist in der Geometrie von räumlichem Denken kaum noch zu unterscheiden“ (ebd. 1980, S. 107). Damit stellt er den operativen Charakter räumlichen Denkens heraus.

Maier (1999) hat sich im Rahmen seiner Dissertation ausgiebig mit der ideengeschichtlichen Aufarbeitung des Raumvorstellungsbegriffs auseinandergesetzt. Auf Basis unterschiedlicher Strömungen in der allgemeinen Psychologie, in der Entwicklungspsychologie und in der Mathematikdidaktik schlägt er in deutlicher Anlehnung an Wölpert (1983, S. 9) folgende umgangssprachliche begriffliche Fassung vor:

„Anschaulich kann Raumvorstellung umschrieben werden als die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Sie geht über die sinnliche Wahrnehmung hinaus, indem die Sinneseindrücke nicht nur registriert, sondern auch gedanklich verarbeitet werden. So entstehen Vorstellungsbilder, die auch ohne das Vorhandensein der realen Objekte verfügbar sind. Dabei ist zu betonen, daß Raumvorstellung sich jedoch nicht darauf beschränkt, diese Bilder im Gedächtnis zu speichern und – in Form von Erinnerungsbildern – bei Bedarf abzurufen. Vielmehr kommt die Fähigkeit, mit diesen Bildern aktiv umzugehen, sie mental umzuordnen und neue Bilder aus vorhandenen vorstellungsmäßig zu entwickeln, als wichtige Komponente mit hinzu“ (Maier 1999, S. 14).

Wird dieses Zitat durch unterschiedliche Formatierungen zu den Erklärungen Besudens in Beziehung gesetzt, so wird dadurch der sukzessive Aufbau und das hierarchische Verständnis dieser begrifflichen Unterscheidung deutlich. Demnach entwickelt sich "Räumliches Denken" auf der Basis von "Raumwahrnehmung" und "Raumvorstellung".

Raumwahrnehmung – ***Raumvorstellung*** – **Räumliches Denken**
„Anschaulich kann Raumvorstellung umschrieben werden als die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Sie geht über die *sinnliche Wahrnehmung hinaus, indem die Sinneseindrücke nicht nur registriert, sondern auch gedanklich verarbeitet werden*. So entstehen ***Vorstellungsbilder, die auch ohne das Vorhandensein der realen Objekte*** verfügbar sind. Dabei ist zu betonen, daß Raumvorstellung sich jedoch ***nicht darauf beschränkt, diese Bilder im Gedächtnis zu speichern*** und – ***in Form von Erinnerungsbildern*** – bei Bedarf abzurufen. Vielmehr kommt die **Fähigkeit, mit diesen Bildern aktiv umzugehen, sie mental umzuordnen und neue Bilder aus vorhandenen vorstellungsmäßig zu entwickeln**, als wichtige Komponente mit hinzu“ (ebd., S. 14).

Bevor wir nun dieses Begriffsverständnis auf den Lerngegenstand (Würfel-) Netze beziehen, soll zunächst der Frage nachgegangen werden,

warum (Würfel-) Netze *überhaupt* ein zentraler Lerngegenstand zur Förderung der Raumvorstellung in der Grundschule sein sollen.

Warum das Thema (Würfel-) Netze in der Grundschule?

Warum (Würfel-) Netze in der Grundschule?

Zu dieser grundlegenden Fragestellung kristallisieren sich drei in Wechselwirkung miteinander stehende Argumentationslinien heraus.
Es geht darum ...

1. Verbindungen zu schaffen *"von der Geometrie in der Ebene in die Geometrie des Raumes"* sowie umgekehrt *"von der Geometrie des Raumes in die Geometrie der Ebene",*
2. Raumvorstellungs-*Entwicklungen* durch Wahrnehmungen und Handlungen zu induzieren, wodurch Lernende Entwicklungen vom *Zusehen* über das *konkrete Beobachten und Handeln* zum *mentalen Beobachten und Handeln* vollziehen können,
3. Vorgehensweisen und Strategien durch Handlungserfahrungen und Handlungsanalysen zu immer zielgerichteter werdendem Handeln zu entwickeln.

Anforderungen für die Handlungsebene

Franke (2000) manifestiert für die *Handlungs*ebene die folgenden charakteristischen Zugangsweisen zu Würfelnetzen:
„Würfelnetze können gefunden werden

- durch Aufschneiden und Auseinanderklappen,
- durch Abrollen und Umfahren eines Würfels,
- durch Zusammensetzen und Falten von kongruenten Quadraten. […].

Entsprechend dem operativen Prinzip ist es für das Begriffsverständnis besonders günstig, wenn die Handlungen in beide Richtungen ausgeführt werden:

- vom Würfel zum Netz (Abrollen oder Aufschneiden)
- vom Netz zum Würfel (Zusammensetzen von 6 Quadraten in unterschiedlichen Anordnungen)“ (ebd., S. 137f).

Zudem findet man bzgl. der *Handlungs*ebene in der Literatur vielfältige Unterrichtsvorschläge, die beschreiben, wie ausgehend von den Quadrat-Drillingen alle Quadrat-Vierlinge, darüber alle Quadrat-Fünflinge und daraus schließlich alle Quadrat-Sechslinge erarbeitet werden, bevor die Frage aufkommt, welche Quadrat-Sechslinge sich zu Würfeln zusammenfalten lassen.
Durch ein derartiges Vorgehen verbleibt der Unterricht insgesamt über einen sehr langen, vielleicht zu langen Zeitraum (?), in der "Geometrie der Ebene", bis dann zum Schluss die "Geometrie des Raumes" *in den Blick genommen* wird.

Auch der Blick in die Schulbuchlandschaft wirkt ernüchternd: Wenn überhaupt die *Handlungs*ebene vorkommt, dann zumeist nur in Form eines (Alibi-) Zuganges. Und selbst wenn beide Richtungen grundsätzlich angedeutet werden, so bleibt die reine *Vorstellungsarbeit* nicht selten auf der Strecke: Es wird zwar gehandelt, wie oft bleibt es dabei aber beim „blinden Handeln“ (Hole 1973, S. 41) – ohne Handlungsanalysen und Vorstellungsentwicklung. Es werden zum Beispiel vorbereitete Flächenmodelle einmal zerschnitten, bzw. Bierdeckel zusammengesetzt, aber passiert dies zielgerichtet mit dem Fokus der Vorstellungsentwicklung durch vorzunehmende Analysen des (eigenen) Handelns?

Trotz dieser kritischen Anmerkungen lässt sich resümieren: Geht es um die Entwicklung und Förderung der Raumvorstellung, so wird für die *Handlungsebene* der wechselseitig herzustellende Bezug zwischen Raum und Ebene *betont*. Durch geeignete Aufgabenstellungen sollen Verbindungen geschaffen werden – zwischen der *Geometrie in der Ebene* und der *Geometrie des Raumes*. Dabei sind Übersetzungsprozesse sowohl von ebenen Situationen in räumliche Situationen zu leisten wie auch umgekehrt.

Anforderungen für die Vorstellungsebene

Für die *Vorstellungs*ebene hingegen lässt sich beobachten, dass diese für die *Handlungs*ebene formulierten Forderungen weit weniger konsequent verfolgt und noch weniger im Rahmen geeignet gestalteter Lernumgebungen umgesetzt werden: So erfordern von der *Handlungs*ebene weiterführende ikonische Aufgabenstellungen zumeist das *mentale Zusammenfalten* ausgehend von einem ebenengeometrisch abgebildeten Startzustand, nicht aber *das mentale Auseinanderfalten*. Eventuell werden noch raumgeometrische Abbildungen des Endzustandes einbezogen. Differenziert raumgeometrisch gestaltete Abbildungen, die Momentaufnahmen innerhalb des Faltprozesses darstellen, finden jedoch keinerlei Berücksichtigung.
Insgesamt lassen sich derart "klassische" Lernumgebungen dadurch charakterisieren, dass vornehmlich ebenengeometrische Abbildungen zur Darstellung von (Würfel-) Netzen verwendet werden, mit dem Ziel das räumliche Vorstellungsvermögen zu fördern. Doch wird dieses Ziel dadurch tatsächlich erreicht?
Werden derartige ikonische Aufgabenstellungen, die zunehmend losgelöst von konkret durchzuführenden Handlungen ausschließlich auf der Vorstellungsebene bearbeitet werden sollen, *überhaupt* Raum-*vorstellend* bearbeitet? Ermöglicht bzw. legt das vornehmlich ebenengeometrisch gestaltete Abbildungsdesign der Aufgabenstellungen Vorgehensweisen in *beide* Richtungen nahe? Wie viel Raum-*Vorstellung* benötigt man tatsächlich für diese vermeintlichen Raumvorstellungs-Aufgaben?

Individuelle mentale Vorgehensweisen

Um diesen Fragen nachzugehen, legen wir im Folgenden den Fokus auf die individuellen mentalen Vorgehensweisen, die Kinder bei der Arbeit mit solchen "klassischen" Lernumgebungen zu Würfelnetzen zeigen, und beziehen damit implizit auch Ihre Eigenerfahrungen zu den Aufgabenstellungen des anfänglichen Warm-Ups mit ein. Welche mentalen Vorgehensweisen entwickeln Lernende tatsächlich, wie sind Sie vorgegangen? 1.) Falten sie überhaupt? Und 2.) Wenn sie falten, wird ihnen durch das Abbildungsdesign der Aufgaben überhaupt nahegelegt, in beide Richtungen falten zu *können*, also zusammen- und auseinander?

Von neunzig Viertklässlern, die mit einer "klassischen" Lernumgebung zu Würfelnetzen gearbeitet hatten, wurden vierzig Kinder zu ihren Vorgehensweisen interviewt (vgl. Huhmann 2012). Insgesamt zeichnete sich dabei ab, dass viele dieser Lernenden die meisten der elf verschiedenen Würfelnetze bereits nach wenigen Unterrichtsstunden auswendig kannten oder dass Netze über dynamische mentale Reduktionsstrategien auf ihnen bekannte Würfelnetze zurückgeführt wurden. Mentales Falten nahm hingegen einen *zunehmend* untergeordneten Stellenwert bei den Vorgehensweisen ein. Im Einzelnen:

***„Ich hab die auswendig gewusst“ (Jannes, 11 Jahre)* – Mental abgespeicherte Propositionen**

Diese Vorgehensweise ist abhängig von bereits vorgenommenen symbolhaften Zuordnungen und dadurch individuell hochgradig unterschiedlich ausgeprägt: Je nach dem, zu welchem Netz bereits eine Zuordnung dieser Eigenschaft "Würfelnetz zu sein" erfolgt ist, z.B. in der Form *„das sieht aus wie ...“* oder *„das … ist eins“*, wurden die betreffenden Netze direkt über die dazu jeweilig abgespeicherte Proposition als Würfelnetze identifiziert (Bearbeitungszeit der Aufgabe kürzer als 2 sec.).

In den nachstehenden Tabellen werden die vorgenommenen Zuordnungen mit Hilfe von Zitaten der Kinder dargestellt:

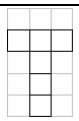
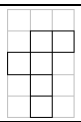
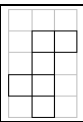
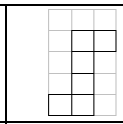
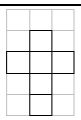
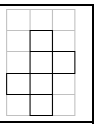
Die *„Vierer-Würfelnetze“*						
„Sieht aus wie …	*… ein T“*	(x_1)	(x_2)	*… die Vierer-schlange“*	*… ein Kreuz“*	(x_3)

Abb. 3: Zuordnungen bei den „Vierer-Würfelnetzen“

Die mit (x) gekennzeichneten Netze wurden im Rahmen *dieser Vorgehensweise* von einigen Kindern ausschließlich über die abgespeicherte Proposition „(x_i) ist ein Vierer-*Würfel*netz, weil es auf beiden Seiten der Viererstange eine Quadratfläche hat“ als Elemente einer Unterklasse von Würfelnetzen identifiziert, die hier heißt:
„Alle Netze mit vier Quadraten in einer Linie, die links und rechts (bzw. oberhalb und unterhalb) der Vier-Quadrate-Linie jeweils eine weitere Quadratfläche haben, *sind* Würfelnetze“.

***„Ich hab das auf das "Kreuz"- [oder] das "T"- Würfelnetz zurückgeführt“ (Leona, 10 Jahre)* – Dynamisch mentale Reduktionsstrategien**

Oftmals wurden die mit (x) gekennzeichneten Netze jedoch durch eine Kombination von dynamisch bildhaften mentalen Reduktionsstrategien und Auswendig-Wissen als Würfelnetze identifiziert:
„Da ist der Linke von dem T einen (x_1) *bzw. zwei* (x_2) *runtergerutscht und von dem T weiß ich, dass es eins ist. Also ist das* [(x_1) bzw. (x_2)] *auch eins.“* – Entsprechend zu (x_3): *„Da ist der Linke von dem Kreuz einen* (x_3) *runtergerutscht.“*
Hier wurde implizit die Erkenntnis genutzt, dass *„man auf jeder Seite der Viererstange einen haben muss, damit’s n‘ Würfelnetz is. […] Weil die Viererstange ergibt ja nen Ring, so’n Mantel drumrum. Dann brauch man nur noch einen auf jeder Seite“* (Zitat aus dem Interview mit Johannes).

Bei diesen dynamisch analog geprägten Rückführungen bildeten zumeist das "Kreuz-" und das "T-" Würfelnetz die Referenz-Würfelnetze als Repräsentanten dieser "Unterklasse der Vierer-Würfelnetze".

Bei den *„Dreier-Würfelnetzen“* und dem *„Zweier-Würfelnetz“* traten entsprechende Vorgehensweisen auf:

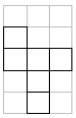
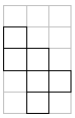
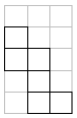
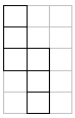
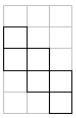
Würfelnetz					
„Sieht aus wie …	*… eine 4“*	*… eine Ente“* (x_4)	(x_5)	*… die Dreier-Schlange“*	*… das einzige Zweier-Netz“*

Abb. 4: Zuordnungen bei den „Dreier-Würfelnetzen und dem Zweier-Würfelnetz“

Bei (x_4) bzw. (x_5) ließ sich wiederum die oben benannte Kombination von Auswendig-Wissen und Reduktionsstrategie beobachten: *„Da ist der Rechte von der 4 einen* (x_4) bzw. *zwei* (x_5) *runtergerutscht."*

***„Ich hab die im Kopf zusammengefaltet" (Michi, 10 Jahre)* – Mentales Operieren**

Diese Vorgehensweise konnte in drei Fällen beobachtet werden:

- Bei individuenspezifisch noch unbekannten Netzen.
- Als (mehrfache) Kontrolle bei Netzen, bei denen sich die Schüler aufgrund einer hohen Anzahl mentaler Behaltensprozesse unsicher sind (diese Anzahl ergibt sich aufgrund der mental durchzuführenden Faltprozesse im Zusammenhang mit den vorzunehmenden Faltrichtungsänderungen).
- Bei Netzen, die sich nicht zu einem Würfel zusammenfalten lassen, da hier die Argumente für das "Nicht-Passen" ausfindig gemacht werden mussten.

Da es sich bei den individuenspezifisch unbekannten Netzen um unterschiedliche Netze handelt, werden bei den folgenden Beispielen nur Netze dargestellt, die sich nicht zu einem Würfel zusammenfalten lassen:

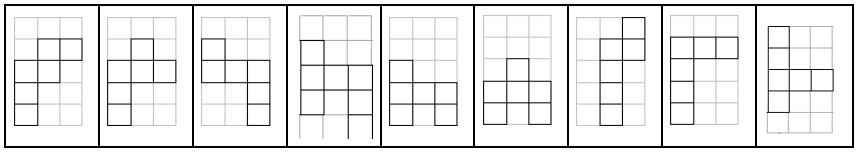


Abb. 5: Netze, die mit der Vorgehensweise "Mentales Modellieren" bearbeitet wurden

Während einigen Kindern bei dem vierten Netz auffiel, dass es aus sieben Quadratflächen besteht und *„es deshalb schon nicht gehen kann"*, wurden die übrigen Netze *„im Kopf zusammengefaltet"*. Als Indikatoren für dieses Vorgehen dienten Bearbeitungszeiten, die pro Aufgabenstellung bis zu 23 sec. in Anspruch nahmen, die Aussagen und Beschreibungen der Kinder sowie der Einsatz von unterstützenden Begleitbewegungen mit den Händen.

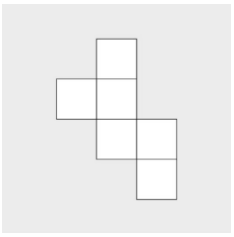
Zusammenfassend kann festgehalten werden: Immer dann, wenn die Vorgehensweise "Auswendig-Wissen" nicht angewendet werden konnte oder keine offensichtlichen Widersprüche (das Sieben-Flächen-Netz) entdeckt wurden – insgesamt also keine Möglichkeit des Zurückgreifens auf bekanntes Wissen bestand, mussten die Objekte mittels mentalen Operierens erprobt werden.

Insgesamt verdeutlichen sich die Charakteristika dieser drei Vorgehensweisen an dem Fallbeispiel Jan (10 Jahre):

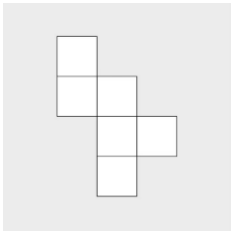
1. „*Die Würfelnetze, die an der Klassentafel waren*" hat sich Jan auf seine "innere mentale Tafel" in Form von "elf einzelnen Szenebeschreibungen" "abfotografiert". Zu diesen Objekten hat er die propositionale Repräsentation „das ist ein Würfelnetz" abgespeichert. Er weiß demzufolge auswendig, dass es Würfelnetze sind, ohne mentale Faltprozesse durchführen zu müssen.
2. Die Netze, die er „*komisch*" [in ihrer räumlichen Lage für ihn ungewohnt präsentiert] bekommt, dreht und spiegelt er zunächst, um sie auf sein Referenzmodell "mentale Tafel" zurückzuführen. Gelingt dieses, so ist er fertig. Ansonsten fährt er wie in 3 beschrieben fort.

3. Die Netze, bei denen Jan sich „*überhaupt nicht sicher [ist]*“, bei denen also weder durch 1. und 2. eine Entscheidung getroffen werden kann, faltet er mental zusammen.

In Ergänzung zu den obigen Ausführungen bezüglich der Vorgehensweise "dynamisch mentale Reduktionsstrategien" zeigt sich unter Punkt 2, dass Jan in einem ersten Schritt durch Spiegelungen und/oder Drehungen mentale Handlungen auf das "gesamte" Objekt ausübt, um es auf einen bekannten Repräsentanten seiner "mentalen Tafel" zurückzuführen, zu dem propositionales Wissen („das ist eins“) vorliegt.
Damit lässt sich diese Vorgehensweise insgesamt durch mentale *Objektveränderungen* (in Form von Verschieben von Quadratflächen) und Erzeugen eines anderen Objektes sowie durch mentale *Handlungen mit dem "gesamten" Objekt* (in Form von Spiegelungen und/oder Drehungen) und Erzeugen desselben Objektes in veränderter Raumlage charakterisieren.
Im Unterschied zu Jans Vorgehensweise unter Punkt 2 zeigte sich oftmals aber abhängig von der präsentierten Raumlage eines Netzes ein Rückgriff auf mentales Falten:



Lena (11 Jahre) erkennt bei dem Netz in der räumlichen Lage der Abbildung links ihre Zuordnung "Netz ist Ente" wieder und kann darüber das Netz direkt als Würfelnetz identifizieren. Wird ihr jedoch dieselbe Abbildung in veränderter und ihr "ungewohnter" Raumlage der Abbildung rechts präsentiert,



so findet diese Wiedererkennung als Ente und infolge dessen die Zuordnung "Netz ist Ente" als Würfelnetz nicht statt. Weil bei ihr kein propositionales Wissen zu dem Netz in dieser präsentierten Raumlage vorliegt, muss Lena in solch einem Fall dann mittels mentalen Faltens prüfen, ob das Netz ein Würfelnetz ist oder nicht.

Zusammenfassend konnten die mentalen Vorgehensweisen folgendermaßen kategorisiert und charakterisiert werden:

Mentales Modellieren mit Begleitbewegungen	Mentales Modellieren mit Sprache	Auswendig-Wissen mit Reduktionsstrategie	Auswendig-Wissen – propositionale Zuordnung
-Kontinuierlich mit beiden Händen ... -Andeuten einzelner Positionen mit einer Hand ... -Fingertapping	-Konkrete Sätze ... -Da, da, da ... -Hm,hm,hm (Akustische Merkmale äquivalent zum Fingertapping)	Dynamisch-mentale Rückführungen	statisch

Abb. 6: Gesamtüberblick über mentale Vorgehensweisen (Huhmann 2012, S. 168f)

Zu den beiden Kategorien "Mentales Modellieren mit ... " verdeutlicht sich in der gestuften Abfolge der Charakteristika die Verkürzung der Handlung und ihre Entwicklung von der äußeren konkreten zur inneren mentalen Handlung bzw. die Verkürzung der Sprache und ihre Entwicklung in analoger Weise.

Fazit: Propositionales (Auswendig-) Wissen sowie dynamische mentale Reduktionsstrategien ersetzen Raum-*Vorstellung* in vornehmlich durch

ebenengeometrische Abbildungen gestalteten Lernumgebungen. Mentales Falten kommt nur dann vor, wenn die beiden anderen Vorgehensweisen nicht angewendet werden können. Es steht außer Frage, dass genau dieses Ersetzen des räumlichen oder allgemeiner operativen Denkens durch elaboriertere Strategien, die letztlich in Eigenschaftscharakterisierungen münden, genau das Ziel darstellt, welches anzustreben ist, wenn es um Abstraktionen geht, sei es in anderen Inhaltsbereichen in der Grundschulmathematik, wie zum Beispiel in der Arithmetik bei der Entwicklung von Grund*vorstellungen* hin zu Automatisierungsprozessen, insbesondere aber auch in den weiterführenden Schulstufen, mit den Inhalten der (Linearen) Algebra, der Analysis und ebenso der Stochastik. Für die Grundschule jedoch steht die Angemessenheit dieses Ersetzens des Räumlichen Denkens insbesondere für den Inhaltsbereich Raum und Form aber zumindest in Frage.
Diese Beobachtungen werfen die Frage auf, ob wir genau das wollen, bzw. was wir denn eigentlich wollen, wenn wir von Förderung der Raumvorstellung sprechen? Sollen Lernende propositionales Wissen erwerben, dynamisch mentale Reduktionsstrategien entwickeln oder mentale Faltungen ausüben? Oder vielleicht ein bisschen von allem, wie oben verdeutlicht?
Ausgehend von dem hier skizzierten, auf Besuden und Maier gründendem Begriffsverständnis von Raumvorstellung muss es mentales Falten sein! "Klassische Lernumgebungen" zu Netzen fördern dies jedoch langfristig nicht. Sie arbeiten zumeist nur mit ebenen- und raumgeometrischen Abbildungen des Start- und Endzustandes. Dadurch begünstigen sie, nur aufgrund propositionalen Wissens Zuordnungen vornehmen zu können, à la "Ich lege dir die 11 Würfelnetze hin, du lernst sie auswendig, und dann hast du Raumvorstellung?"
(Anfängliches) mentales Falten wird in individuellen Entwicklungsprozessen in so gestalteten Lernumgebungen schnell durch die beiden anderen Vorgehensweisen, insbesondere durch Auswendig-Wissen ersetzt.

Wie kann man jetzt auch Jan (mit all seinen elaborierten Vorgehensweisen) dazu bringen, dass er weiterhin mentale Faltungen ausübt? *Welche* Raumvorstellungsaufgaben erfordern tatsächlich Raum-*Vorstellung*? Letztlich verbergen sich hinter diesen Fragen Anforderungen an das Design einer Lernumgebung. Bezogen auf die Thematik *Netze und Körper* bedeutet dies: Das Design der Aufgabenstellungen muss gewährleisten, dass

1. Lernende *überhaupt* und *langfristig* im Kopf falten,
2. das *Zusammen- und Auseinanderfalten nachhaltig* motiviert wird.

Die neu entwickelte Lernumgebung Inter-Netzzo verfolgt diese beiden Ziele.

LITERATURHINWEISE

BESUDEN, Heinrich (1980): „Motivation und operatives Prinzip im Geometrieunterricht der Sek. I“. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel.
BESUDEN, Heinrich (1984): Knoten, Würfel, Ornamente. Stuttgart: Klett.
FRANKE, MARIANNE (2000): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

HUHMANN, Tobias (2006): Im Kopf unterwegs zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln. In: Grundschule Mathematik 10/2006, Friedrich Verlag, S. 28-31.
HUHMANN, Tobias (2011): Zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln – Die Inter-Netzzo-Werkstatt. In: Praxis Grundschule 5/2011, Westermann Verlag, S. 46-55.
HUHMANN, TOBIAS (2012): Welchen Einfluss können Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung haben? Dissertation eingereicht an der Universität Paderborn.
MAIER, Peter H. (1999) Räumliches Vorstellungsvermögen – Ein theoretischer Abriss des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Donauwörth: Auer Verlag.
MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG (2008): Lehrplan Mathematik. Ritterbach.
WÖLPERT, Heinrich (1983): Materialien zur Entwicklung der Raumvorstellung im Mathematikunterricht. In: Der Mathematikunterricht 6/1983, Klett Verlag, S. 7-42.

Unterrichtsmaterial

Hinweise zur Unterrichtsdurchführung

Teil II: Die Lernumgebung "Inter-Netzzo" im Unterricht – Hinführung, Konzeption, Aufgabentypen, Spielideen und dadurch entwickelte mentale Vorgehensweisen

SO KANN ES GEHEN

Hinführung – Vor der Arbeit in der Lernumgebung

Hinführung – Vor der Arbeit in der Lernumgebung

Um möglichst früh den wechselseitigen Bezug zwischen der Geometrie der Ebene und der Geometrie des Raumes hervorzuheben, wird ein unterrichtliches Vorgehen vorgeschlagen, welches ausgehend von den Quadrat-Vierlingen über die Bildung von Quadrat-Fünflingen, die sich zu Schachtelnetzen zusammenfalten lassen, die Erarbeitung der Würfelnetze verfolgt.

Vorbereitend werden zunächst die verschiedenen Quadrat-Vierlinge ausfindig gemacht, die sich nicht durch Drehung und/oder Spiegelung ineinander überführen lassen (siehe Abb. 7, linke Spalte). Dazu bietet sich die Verwendung von Materialien (wie z. B. quadratische Bierdeckel, Moosgummi-Quadrate oder Plastik-Steckquadrate) ebenso an wie das Aufzeichnen auf Papier.

Mit der anschließenden Fragestellung „Aus welchen Quadrat-Vierlingen entstehen durch Hinzufügen einer Quadratfläche welche Schachtelnetze?“ (Schachtelnetze sind Quadrat-Fünflinge, die sich zu einer offenen Schachtel zusammenfalten lassen) können sich alle Kinder entsprechend ihrer räumlichen Kompetenzen auseinandersetzen:
Lernende, die bereits in der Lage sind, sich den mentalen Faltprozess vorzustellen, sind dabei stets gefordert, die entstehenden Quadrat-Fünflinge mental zusammen- oder auseinanderzufalten und zu prüfen, ob der Fünfling tatsächlich ein Schachtelnetz darstellt bzw. welches Schachtelnetz beim Auseinanderfalten des mental zusammengefalteten und durch eine Quadratfläche ergänzten Vierlings entsteht. Jan (10 Jahre) beschreibt das seinem Partner in der Arbeitsphase so:

> *„Man muss immer [am mental zusammengefalteten Quadrat-Vierling] eine Quadratfläche anfügen und im Kopf richtig gucken, wo die Flächen dann hingehen, wenn man die Schachtel auseinanderfaltet. Da musste ich die Flächen richtig "im Kopf verfolgen", damit ich sehen konnte, wie die Schachtel auseinandergefaltet dann aussieht. – Oder wenn man’s andersherum macht, muss man eine Fläche am [ebenen] Quadrat-Vierling hinzufügen und die Flächen dann im Kopf vom Papier lösen und im Kopf gucken, wo die hinwandern, ob’s dann ’ne Schachtel wird.“*

So werden beim mentalen Auseinander- bzw. Zusammenfalten einzelne Positionen für Quadratflächen mit dem inneren Auge "beobachtet" und damit "mit- und nachverfolgt", um entscheiden zu können, „wird’s ’ne Schachtel oder aber nicht“.
Auffällig ist bei Kindern mit einer noch nicht "rein mentalen Vorgehensweise", dass sie ihre "innere Beobachtung" des Faltprozesses einzelner Flächen vom Netz zur Schachtel – oder umgekehrt – durch unterstützende "Begleitbewegungen mit ihren Händen" mit- bzw. nachverfolgen, na-

chempfinden und sich so selbst veranschaulichen. Durch dieses Vorgehen verdeutlicht sich die Nutzung des haptischen Gedächtnisses, welches durch die Arbeit mit Material aufgebaut wurde.
Darüber hinaus können sich die Kinder durch Aufbauen der Netze bzw. Körper mit Steckquadraten sowie dem konkreten Zusammenfalten der Quadratflächen zusätzliche Unterstützung verschaffen und sich so davon überzeugen, ob aus dem gefundenen Quadrat-Fünfling eine Schachtel wird. Einige Kinder gehen dabei so vor, dass sie eine mögliche "leere" Kante (bzw. die dort angefügte Quadratfläche) bei dem konkreten Faltprozess mit ihren Fingern festhalten und dadurch die Veränderungen der Raumlage dieser "festgehaltenen" Kante bzw. Fläche visuell und haptisch "mitverfolgen". Dadurch können auch diese Kinder herausfinden und prüfen, wie viele und welche Möglichkeiten jeweils existieren.

Basierend auf diesen unterschiedlichen Vorgehensweisen zeichnen dann letztlich alle Kinder die jeweiligen Vierlinge und die daraus entstehenden Schachtelnetze auf Karopapier auf.

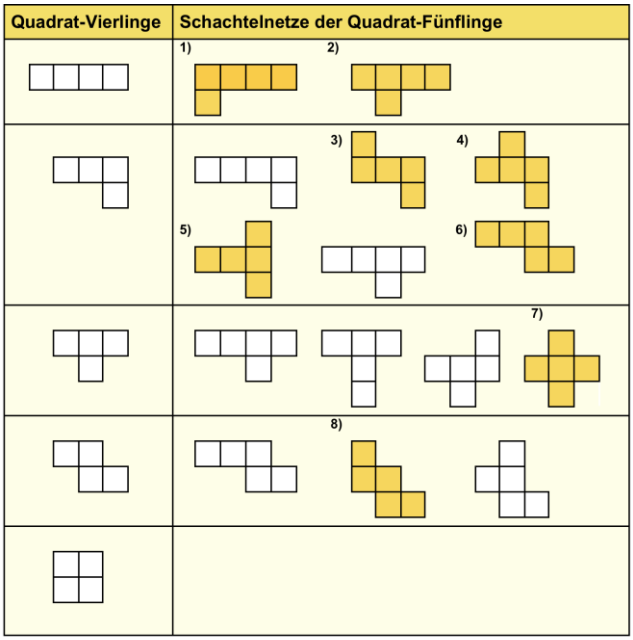


Abb. 7:Aus welchen Quadrat-Vierlingen entstehen welche Schachtelnetze?

Nachdem zu jedem Vierling alle erzeugbaren Schachtelnetze gefunden, aufgezeichnet und deren jeweilige Anzahlen bestimmt sind, präsentieren die Kinder zum Abschluss dieser Partnerarbeitsphase ihre Lösungen dem Plenum. Dabei sollen sie auch begründen, welche Schachtelnetze nicht aus einem jeweiligen Vierling gebildet werden können. Hierzu werden zuvor Begriffe und Sprechweisen wie „die Bodenfläche der Schachtel“, „rechte, linke, vordere und hintere Seitenfläche“ etc. in einem gemeinsamen (sowie in eigenen) Wortspeicher(n) gesammelt und zur Argumentation zunehmend verbindlich gemacht.

Am Ende wird geprüft, welche gleichen Schachtelnetze aus verschiedenen Quadrat-Vierlingen erzeugt werden können, um schließlich die Schachtelnetze zu zählen, die sich nicht durch Drehung und/oder Spiegelung ineinander überführen lassen (siehe Abb. 7, gelb markierte Netze).
Methodisch analog lassen sich aus den Schachtelnetzen alle Würfelnetze entwickeln. Besonders interessant ist die darauf aufbauende Fragestellung „Wie viele unterschiedliche Würfelnetze kannst du ausgehend von

jeder Schachtel finden?“ Dass man für jedes Schachtelnetz immer genau vier Möglichkeiten hat, ein Würfelnetz zu erzeugen, erklärt Nikolai (11 Jahre) so: *„Stell dir vor, du faltest das Schachtelnetz zur Schachtel zusammen und guckst von oben in die Schachtel. Dann hast du bei jedem Schachtelnetz vier leere Kanten. Da kannst du dir dann eine davon aussuchen, wo du die Quadratfläche hinsetzt, also sind’s immer vier.“* Immer vier, nicht aber immer vier verschiedene. Auf Michaels Nachfrage, dass es bei den Schachtelnetzen C,E,G und H ja weniger Würfelnetze seien, entgegnet wiederum Nikolai: *„Man kriegt da nur welche mehrmals und deshalb braucht man die ja nicht mehr aufzeichnen. Aber trotzdem sind’s immer vier Möglichkeiten, wegen den leeren Stellen.“*

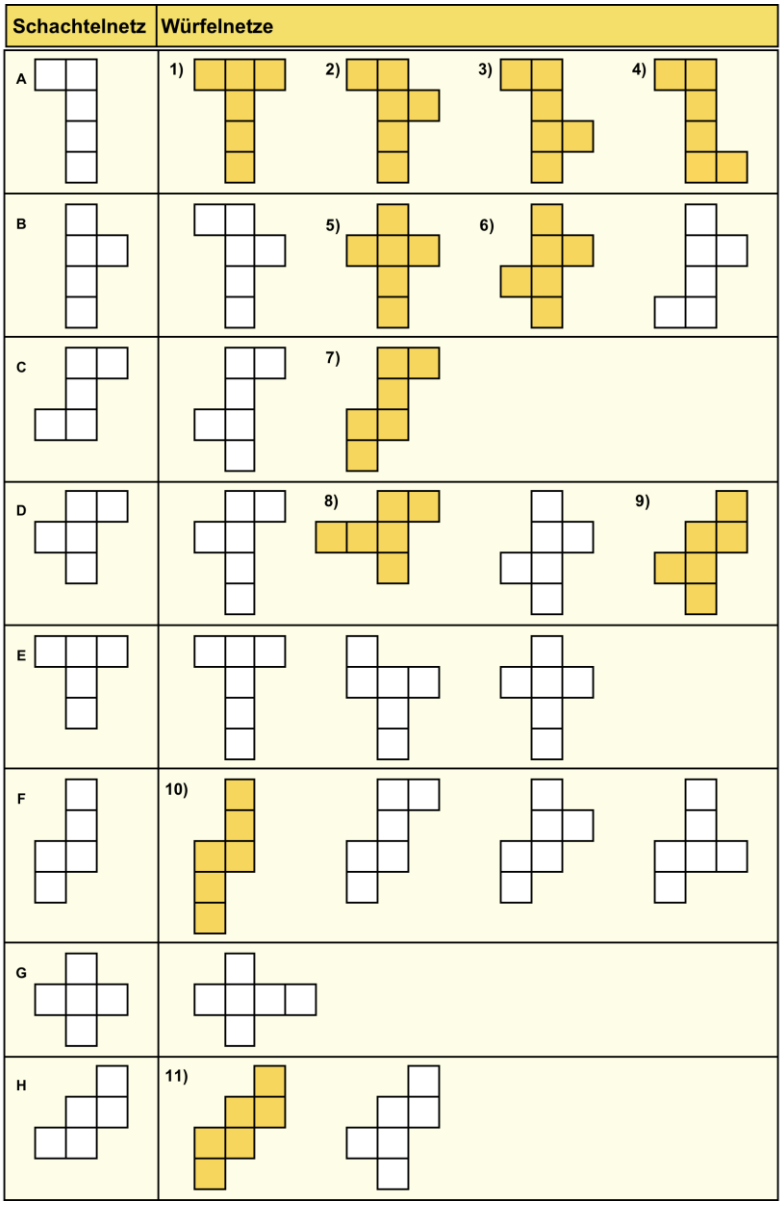
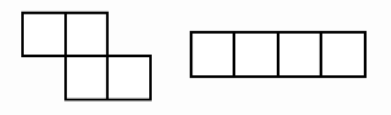


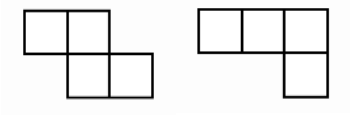
Abb. 8: Aus welchen Schachtelnetzen entstehen welche Würfelnetze?

Als ergänzende Fragestellungen bieten sich an: Wie viele und welche Schachtelnetze benötigst du *mindestens*, um davon ausgehend alle Würfelnetze erzeugen zu können? Und: Welche Quadrat-Vierlinge benötigst du *mindestens*? Dass das Schachtelnetz H auf jeden Fall benötigt wird, da man nur so das Würfelnetz Nr. 11 erhalten kann, ist leicht ersichtlich. Genauso verhält es sich auch mit dem Schachtelnetz F, da nur so das

Würfelnetz Nr. 10 erzeugt werden kann. Das Schachtelnetz G kann ausgeschlossen werden, da aus ihm nur ein Würfelnetz hervorgeht und dieses auch durch Schachtelnetz B erzeugt werden kann. Mit weiteren Ausschluss-Argumenten werden die Schachtelnetze C, D und E aussortiert, bis dann feststeht, dass man nur die Schachtelnetze A, B, F und H benötigt, um alle Würfelnetze erzeugen zu können. Abschließend wird bestimmt, welche Quadrat-Vierlinge mindestens benötigt werden, um alle Würfelnetze zu erhalten. Ausgehend von den unbedingt notwendigen Schachtelnetzen überlegen sich die Kinder, welche Quadrat-Vierlinge sie benötigen, um genau diese Schachtelnetze zu erhalten und führen so alle Würfelnetze zurück auf



oder auf



Insgesamt wird durch die Vorgehens- und Argumentationsweisen der Lernenden zu diesen Aufgabenstellungen deutlich, dass sie ständig gefordert sind, das räumliche Zielgebilde (Schachtel/ Würfel) mit dem ebenen Netz in Beziehung zu setzen. Auch bei Kindern mit mental-räumlichen Schwierigkeiten lassen sich durch die Loslösung vom konkreten Material zunehmend mentale Tätigkeiten feststellen, so dass das methodisch-unterrichtliche Vorgehen, die verschiedenen Vorgehensweisen und die individuelle (Weiter)-Entwicklung der räumlichen Fähigkeiten zeigen, dass der ständige Wechselbezug zwischen der Geometrie der Ebene und der Geometrie des Raumes in besonderem Maße gefordert ist.
Basierend auf diesen intensiven Vorerfahrungen bietet sich die Arbeit in der Lernumgebung "Inter-Netzzo" an.

Die Lernumgebung "Inter-Netzzo"

Die Lernumgebung "Inter-Netzzo"

Die Namensgebung lässt schon vermuten, worum es gehen soll: "Sich Gedanken darüber zu machen und herauszufinden, was "zwischen den Netzen" auf dem Weg vom Netz zur Schachtel bzw. zum Würfel passiert, und auch umgekehrt, was auf dem Weg von der Schachtel bzw. vom Würfel zum Netz passiert und welche Netze zusammengehören."

Für die Lernumgebung "Inter-Netzzo" wurden zu jedem Schachtelnetz bzw. Würfelnetz vier Abbildungen (1. - 4. Faltzustand) erzeugt, die in "Moment-Aufnahmen" den Faltprozess auf dem Weg vom Netz zur Schachtel bzw. zum Würfel dokumentieren. Auf der PIK AS Internetseite finden Sie hier sämtliche Abbildungskarten der unterschiedlichen Kartensätze.
32 Abbildungskarten zu den Schachtelnetzen / 44 Abbildungskarten zu den Würfelnetzen im:

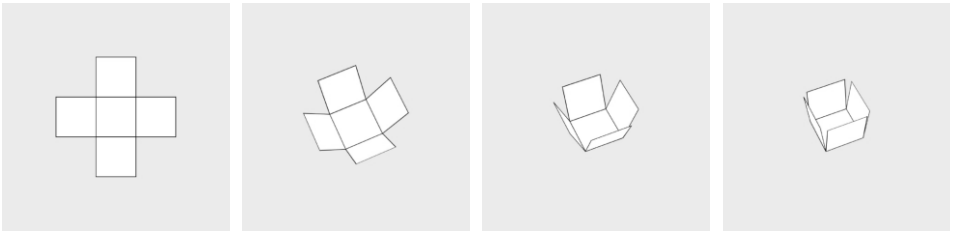
- Satz I: "Abbildungskarten weiß"
- Satz II: "Abbildungskarten mit gefärbter Grundfläche" (Die farblich markierte Fläche bietet den Lernenden Orientierung)

Unter Einbezug zusätzlicher räumlicher Perspektiven finden Sie zu den Würfelnetzen jeweils weitere 22 Abbildungskarten im

- Satz III: "Sonderabbildungen weiß" sowie im
- Satz IV: "Sonderabbildungen mit gefärbter Grundfläche".

Auch wenn für diesen Buchbeitrag nur weiße Abbildungen verwendet werden, die Aufgabenstellungen sind ebenso auf die anderen Abbildungs-Sätze übertragbar.

Schachtelnetze



Würfelnetze

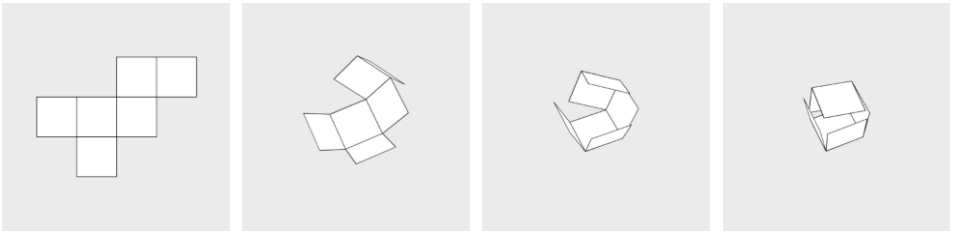


Abb. 9: Vier Faltzustände zeigen den Faltvorgang vom Netz zur Schachtel bzw. zum Würfel

Durch dieses differenziert ebenen- und raumgeometrische Abbildungsdesign stellen die Aufgabenstellungen und Spielideen der Lernumgebung folgende räumlich-mentalen Anforderungen an die Lernenden:

- Zum ersten und zweiten Faltzustand: Wahrnehmen und Vergleichen einzelner oder mehrerer Flächen als Teil- und Gesamtfiguren (Figur-Grund-Diskriminierung, Wahrnehmungskonstanz, Wahrnehmung räumlicher Beziehungen und Wahrnehmung der Raumlage, Visuelle Unterscheidung). Förderung der Fähigkeitskomponenten der visuellen Wahrnehmung.
- Zum dritten und vierten Faltzustand: Mentales Zusammen- und Auseinanderfalten des teilgefalteten Netzes. Zusätzlich zu den soeben genannten Aspekten steht hier räumliches Vorstellen und räumliches Denken im Mittelpunkt. Integrierende Förderung der Fähigkeitskomponenten der visuellen Wahrnehmung, des räumlichen Vorstellens und des räumlichen Denkens.

Entsprechend dieser Anforderungsschwerpunkte lassen sich die Aufgabentypen und Spielideen differenziert gestalten: So können durch die Auswahl unterschiedlicher Faltzustände unterschiedlich anspruchsvolle Aufgabenstellungen entwickelt werden. Die folgenden Tabellen (siehe Abbildungen 10 - 13) geben einen Überblick über die methodische Stufenfolge, Aufgabenstellungen und Differenzierungsmöglichkeiten.

Um die Abbildungen der einzelnen Faltzustände zunächst einmal "lesen" zu lernen, d.h. das Dargestellte räumlich zu interpretieren und das Angedeutete mental "hineinzusehen", bietet es sich an, in Partnerarbeit je ein Schachtel- bzw. Würfelnetz mit Steckquadraten nachzubauen, in die abgebildeten Raumlagen zu falten und zu "untersuchen". So können Schwierigkeiten, Mehrdeutigkeiten und Interpretationen der Abbildungen diskutiert werden. Zur weiteren Vertiefung eignet sich die Aktivität "Quartette bilden". Dazu werden die 32 Abbildungskarten der Schachtelnetze oder/ und die 44 Abbildungskarten der Würfelnetze gut gemischt und offen in der Tischmitte ausgelegt. In Einzel- oder Partnerarbeitsphasen haben die Kinder nun Gelegenheit ohne Zeitdruck die vier zu einem jeweiligen Netz gehörenden Faltzustände zu finden und so die Quartette zu bilden. Besonders für die Einzelarbeit bietet sich im Hinblick auf die Vermeidung der Vielzahl ausliegender Karten die folgende reduzierte Spiel-

variante an: Nach dem Mischen legt man 5 Karten offen in einer Reihe vor sich aus, die übrigen Karten werden als "verdeckter Stapel" in die Hand genommen. Hiervon wird nacheinander jeweils eine Karte gezogen und jedes Mal entschieden, ob die gezogene Karte zu einer der 5 offen Liegenden passt. Ist dies der Fall, so wird die Karte oben auf die dazu gehörende gelegt. Wurden zu jeder der 5 offen liegenden Karten drei weitere Karten zugeordnet, so ist das Spiel beendet bzw. nachdem jeweils die dritte Karte zugeordnet wurde wird das gebildete Quartett beiseite gelegt und eine neue Abbildungskarte an die Stelle platziert. In diesem Fall ist das Spiel beendet, wenn alle Karten zu Quartetten geordnet sind.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über mögliche Aufgabenstellungen, verwendete Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten zu dem Aufgabentyp "Welche sind gleich?". Exemplarische Arbeitskarten finden Sie dazu hier.

Abb. 10: Welche sind gleich? Mögliche Aufgabenstellungen, verwendete Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten

Welche sind gleich?		
Aufgabenstellung: Welche Netze gehören zusammen?	**Material: In einer Reihe oder vermischt liegen ...**	**Differenzierungsmöglichkeiten**
1. Welche Schachtelnetze gehören zusammen?	• Schachtelnetze	a) ebenengeometrische Abbildungen (1. und 2. Faltzustand) (VW) b) raumgeometrische Abbildungen (3. und 4. Faltzustand) (RV) c) Abbildungen gemischt (1.-4. Faltzustand) (RV)
2. Welche Würfelnetze gehören zusammen?	• Würfelnetze	

VW: Anforderungsschwerpunkt "Visuelle Wahrnehmung"
RV: Anforderungsschwerpunkt "Räumliches Vorstellen" und "Räumliches Denken"

Aufbauend auf den beiden soeben beschriebenen Aktivitäten zum Einlesen in die Abbildungen lassen sich diese zudem in den folgenden Varianten durchführen:

Spiel-Idee: Blitz-Inter-Netzzo (Quartette bilden)
Die Spieler (4 - 6 Kinder je Gruppe) sitzen im gleichmäßigen Abstand um den Tisch. Jede Gruppe erhält einen Kartensatz der Schachtelnetze und/ oder Würfelnetze. Die Karten werden gemischt und einzeln verdeckt auf dem Tisch verteilt. Dann werden alle Karten aufgedeckt. Aufgabe jedes Spielers ist es, die zusammengehörenden Karten zu finden. Dabei sind alle Spieler gleichzeitig am Zug und spielen gegeneinander. Findet ein Spieler zwei oder mehr Karten eines Quartetts, darf er diese nebeneinander vor sich ablegen. Jede weitere zugehörige Karte darf er anschließend auch einzeln anlegen. Das Spiel ist zu Ende, wenn alle Karten einem Quartett zugeordnet sind oder wenn eine vorher vereinbarte Spielzeit abgelaufen ist. Abschließend erfolgt eine Punktewertung:

- Für jedes vollständige Quartett: 4 Punkte
- Für drei Karten eines Quartetts: 2 Punkte
- Für zwei Karten eines Quartetts: 1 Punkt
- Für jede falsch zugeordnete Karte: 1 Minus-Punkt

Gewinner ist, wer die meisten Punkte erhalten hat.

Varianten:

- Gruppen-Spiel: Beim Gruppenspiel spielen mehrere Gruppen gegeneinander. Alle Spieler einer Gruppe spielen zusammen und versuchen die Quartette gemeinsam zu bilden.
- Variation des Schwierigkeitsgrades: Der Schwierigkeitsgrad kann verändert werden, indem z.B. statt der vier Karten eines Quartetts nur die Karten mit dem ersten, dritten und vierten Faltzustand zu einem Trio gebildet werden bzw. nur die Karten mit dem ersten, zweiten und dritten Faltzustand.

Spiel-Idee "Gleiche suchen"

Die Spieler (2 - 4 Kinder) sitzen im gleichmäßigen Abstand um den Tisch. Jeder erhält einen Kartensatz der Schachtelnetze oder Würfelnetze. Nach dem Mischen legt jeder Spieler 5 Karten offen in einer Reihe vor sich aus. Die übrigen Karten seines Kartensatzes nimmt jeder als "verdeckten Stapel" in die Hand. Alle Spieler sind nun gleichzeitig am Zug: Sie ziehen jeweils eine Karte von ihrem verdeckten Stapel und prüfen, ob die gezogene Karte zu einer der 5 offen Liegenden passt. Ist dies der Fall, so wird die Karte oben auf die dazu gehörende gelegt, ansonsten wird sie unter den verdeckten Stapel gesteckt. Das Spiel ist zu Ende, sobald der erste Spieler zu allen seinen 5 offen liegenden Karten Quartette bilden konnte. Abschließend erfolgt die Punktewertung wie bei *Blitz-Inter-Netzzo*.

Alternative Regel: Nachdem jeweils die dritte Karte zugeordnet ist, wird das gebildete Quartett für die eigene Punktewertung beiseite gelegt und eine neue Abbildungskarte an die Stelle platziert. In diesem Fall ist das Spiel beendet, wenn alle Karten zu Quartetten geordnet sind. Gewonnen hat der Spieler mit den meisten Quartetten.

Die folgenden Tabellen geben einen Überblick über mögliche Aufgabenstellungen, verwendete Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten zu den Aufgabentypen "Von Schachtelnetzen zu Würfelnetzen" sowie "Von Schachtelnetzen zu Schachtelnetzen / Von Würfelnetzen zu Würfelnetzen". Exemplarische Arbeitskarten finden Sie dazu unter hier.

Von Schachtelnetzen zu Würfelnetzen

Aufgabenstellung: Welches Würfelnetz lässt sich durch Hinzufügen einer Quadratfläche erzeugen?	**Material (Tischmitte)**	**Material (um Tischmitte herum)**	**Differenzierungsmöglichkeiten**
1. Aus welchem(n) Schachtelnetz (en) ist das Würfelnetz in der Mitte entstanden?	1 Würfelnetz	Schachtelnetze*/**	a) ebenengeometrische Abbildungen (1. und 2. Faltzustand) (VW) b) raumgeometrische Abbildungen (3. und 4. Faltzustand) (RV) c) Abbildungen gemischt (1. – 4. Faltzustand) (RV)
2. Welche Würfelnetze können aus dem Schachtelnetz in der Mitte entstanden sein?	1 Schachtelnetz	Würfelnetze*/**	
3. Welche Würfelnetze entstehen aus dem Schachtelnetz?	1 Schachtelnetz	Würfelnetze*/**	
4. Aus welchem Schachtelnetz sind die Würfelnetze entstanden?	Schachtelnetze**	mehrere Würfelnetze	
5. Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche hinzufügst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen?	In einer Reihe liegen ... - „Start-Netz“: Schachtelnetz - daneben Würfelnetze		

VW: Anforderungsschwerpunkt "Visuelle Wahrnehmung"
RV: Anforderungsschwerpunkt "Räumliches Vorstellen" und "Räumliches Denken"
* Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus der Kartenauslage finden.
** Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus dem Kartensatz finden.

Abb. 11: Von Schachtelnetzen zu Würfelnetzen: Aufgabenstellungen, Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten

Von Schachtelnetzen zu Schachtelnetzen / Von Würfelnetzen zu Würfelnetzen			
Aufgabenstellung: Welches a) Schachtelnetz, b) Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche erzeugen?	**Material (Tischmitte)**	**Material (um Tischmitte herum)**	**Differenzierungsmöglichkeiten**
1. Welche Schachtelnetze/ Würfelnetze können durch Umlegen einer Quadratfläche am Schachtelnetz/ Würfelnetz in der Mitte erzeugt werden?	1 Schachtelnetz 1 Würfelnetz	Schachtelnetze*/** Würfelnetze*/**	a) ebenengeometrische Abbildungen (1. und 2. Faltzustand) (VW) b) raumgeometrische Abbildungen (3. und 4. Faltzustand) (RV) c) Abbildungen gemischt (1. – 4. Faltzustand) (RV)
2. Welche Schachtelnetze/ Würfelnetze können aus dem Schachtelnetz/ Würfelnetz in der Mitte entstehen?	1 Schachtelnetz 1 Würfelnetz	Schachtelnetze*/** Würfelnetze*/**	
3. Aus welchem Schachtelnetz/ Würfelnetz sind die Schachtelnetze/ Würfelnetze entstanden?	Schachtelnetze** Würfelnetze**	mehrere Schachtelnetze mehrere Würfelnetze	
4. Welches Schachtelnetz/ Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche vom „Start-Netz“ erzeugen?	In einer Reihe liegen ... - „Start-Netz“: Schachtelnetz/ Würfelnetz - daneben Schachtelnetze*/ Würfelnetze*		
5. Bei jedem Schachtelnetz/ Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Schachtelnetz/ Würfelnetz erzeugen. In welcher Reihenfolge können die Karten nacheinander abgelegt werden?	In einer Reihe liegen ... - Schachtelnetze* - Würfelnetze*		

Abb. 12: Von Schachtelnetzen zu Schachtelnetzen / Von Würfelnetzen zu Würfelnetzen: Aufgabenstellungen, Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten

VW: Anforderungsschwerpunkt "Visuelle Wahrnehmung"
RV: Anforderungsschwerpunkt "Räumliches Vorstellen" und "Räumliches Denken"
* Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus der Kartenauslage finden.
** Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus dem Kartensatz finden.

Im Rahmen dieses Beitrags können Differenzierungsmöglichkeiten nur exemplarisch konkretisiert werden. Sämtliche Arbeitskarten finden Sie unter hier. Diese können Sie gemäß der Aufgabenstellungen der Abbildungen 10 - 12 in Form einzelner Lernstationen für Ihre SchülerInnen zusammenstellen. An den einzelnen Lernstationen kann als Kontrolle oder als zusätzliche äußere Hilfe Material (z.B. Steckquadrate) angeboten werden.
Methodisch lassen sich die Abbildungskarten der Netze in vielfältiger Weise einsetzen: Im Mittelpunkt sollte unseres Erachtens der variable und eigenständige Umgang stehen. Als mögliches Vorgehen bietet sich an: Die Lehrperson kopiert für jedes Schülerpaar einen Kartensatz der Schachtelnetze und Würfelnetze. Im Klassenraum sind Lernstationen-Tische vorbereitet, an denen jeweils eine Aufgabenstellung bereitliegt. Nach dem Rotationsprinzip durchlaufen die Kinder in Partnerarbeit die einzelnen Stationen. Im Anschluss daran wird mittels Impulsen – wie z.B. „Mischt euren Kartensatz und legt (bspw.) fünf Karten in einer Reihe oder vermischt auf den Tisch.“ oder „Wähle dir eine Karte aus dem Kartensatz aus und lege sie in die Mitte.“ – und anschließender Formulierung einer jeweiligen Aufgabenstellung der Abbildungen 10 - 12 die Erstellung von eigenen Aufgaben durch die Lernenden gefordert.
Besonders an diesem Vorgehen verdeutlicht sich sowohl die Möglichkeit der differenzierten Förderung durch die Lehrperson, die entsprechend der

räumlichen Kompetenzen ihrer SchülerInnen innerhalb der Aufgabenstellungen die Anforderungsschwerpunkte gezielt wählten kann, um Forder- und zugleich Förderschwerpunkte zu setzen (durch die Wahl der Aufgabenstellungen sowie die Wahl zu verwendender Faltzustände), als auch die Möglichkeit der inneren Differenzierung durch die SchülerInnen selbst, die gemäß ihrer räumlichen Kompetenzen eigene Aufgaben (Arbeitskarten) erstellen.

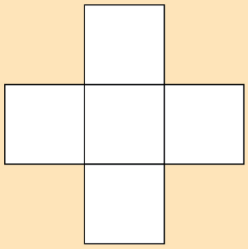
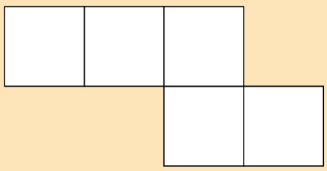
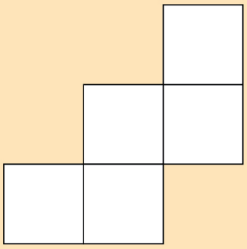
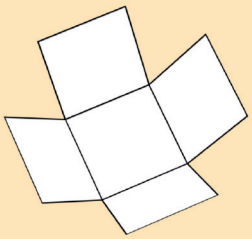
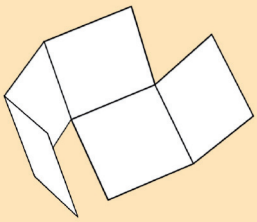
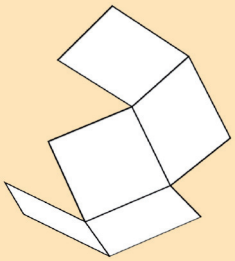
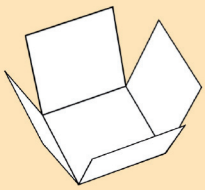
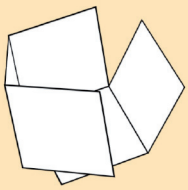
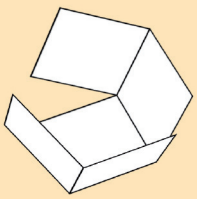
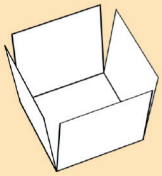
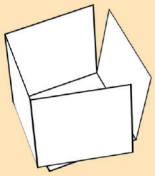
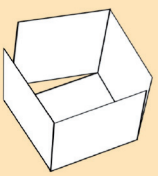
So können die Kinder aus einem vorbereiteten, eventuell wahldifferenzierten Angebot, verbindliche sowie frei wählbare Aufgabenstellungen bearbeiten, und darauf aufbauend eigene Arbeits- und Lösungskarten erstellen (Dokumentation durch Fotos).

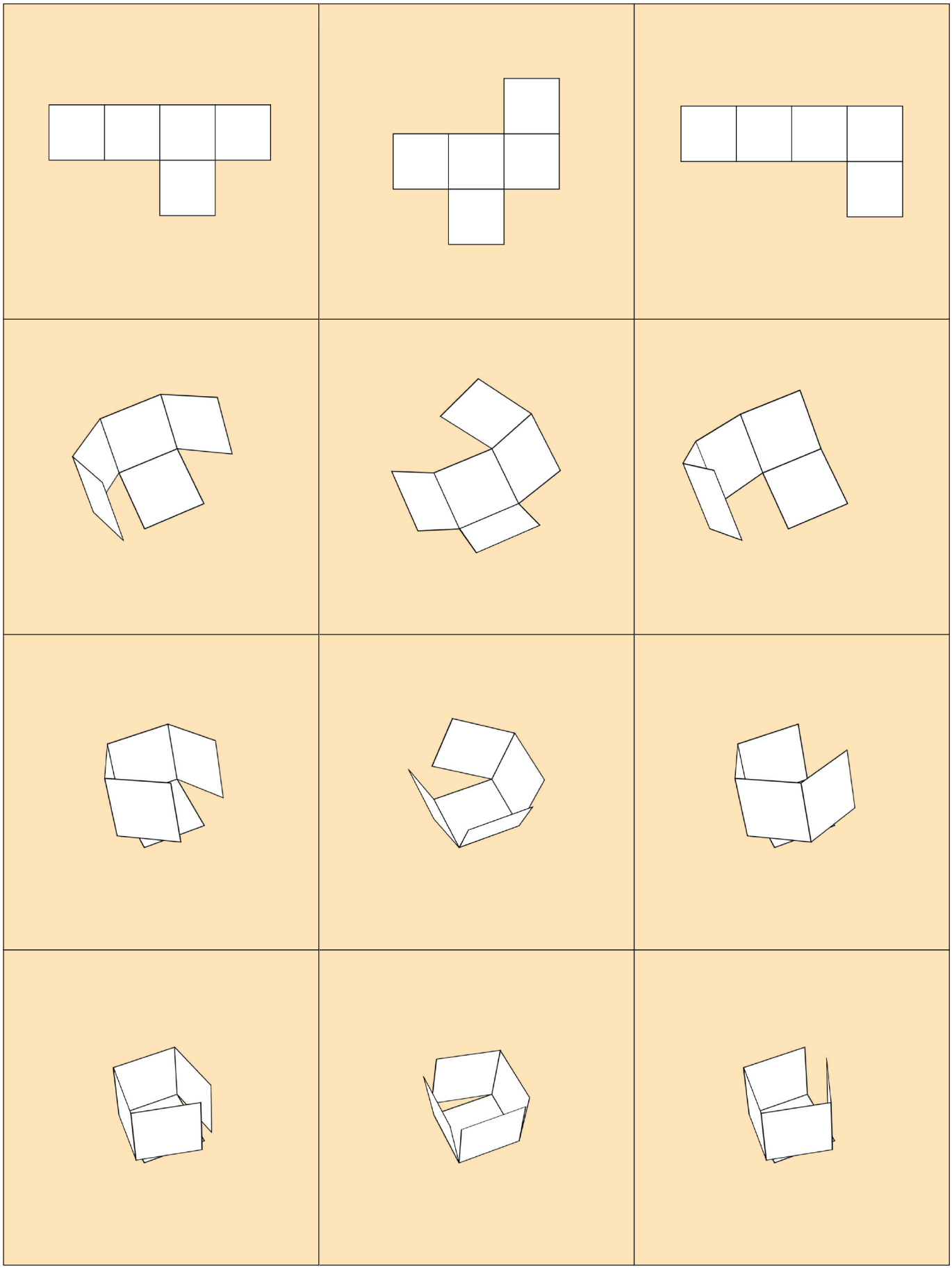
Abschließend zurück zu Jan: Nachdem Jan mit dieser Lernumgebung gearbeitet hatte, wurde er wiederholt zu seinen Vorgehensweisen interviewt (vgl. Huhmann 2012). Welche räumlichen Anforderungen durch "Inter-Netzzo" an ihn gestellt werden, verdeutlicht er im Interview so:

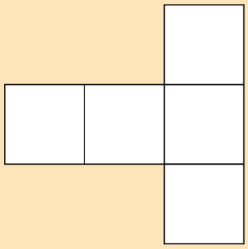
„Wenn auf den Karten Würfelnetze mit fast glatten Flächen (er zeigt auf den 1. und 2. Faltzustand) *abgebildet waren, musste man die nur miteinander vergleichen. Da konnte man noch richtig sehen, welche Fläche der einen Abbildung zu welcher in der anderen gehört, weil das Würfelnetz hier* (zeigt auf den 2. Faltzustand) *ja nur ein bisschen zusammengeklappt ist. Schwieriger war‘s schon in der dritten Abbildung. Da musste man die einzelnen Flächen im Kopf vom Papier lösen und zusammenfalten und richtig im Kopf gucken, ob da* (zeigt bei dem 3. Faltzustand auf Flächen, die durch die teilgeklappte Lage andere verdecken) *noch Flächen dahinter sind. [...] der letzte, der fast Zusammengeklappte, der war dann am schwierigsten. Bei dem* (zeigt auf den 4. Faltzustand)*, musste ich im Kopf viel mehr gucken, ob da Flächen versteckt sind. Da musste man nicht zusammenfalten, sondern auseinanderfalten – im Kopf. Ich hab‘s mir da so vorgestellt, ich muss den* (das Netz des 4. Faltzustandes) *auseinanderklappen und richtig suchen – wie ein Archäologe nach den einzelnen Teilen* (zeigt auf einzelne Flächen)*, die hier rein- und zusammenklappen, und dann musste ich wieder miteinander vergleichen (zeigt auf den 3. und 4. Faltzustand) und die Flächen im Kopf verfolgen, damit ich sehen konnte, wie das also ist, wenn das (zeigt auf den 4. Faltzustand), dann das ist (zeigt auf den 3. Faltzustand), also auseinandergefaltet dann. Da hab ich mir den Weg vorgestellt, wie er dazu wird.“*

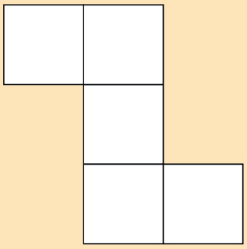
LITERATUR

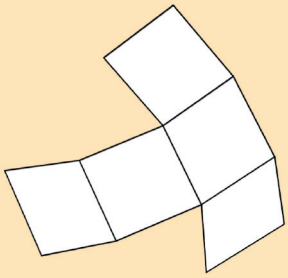
HUHMANN, TOBIAS (2012): Welchen Einfluss können Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung haben? Dissertation eingereicht an der Universität Paderborn.

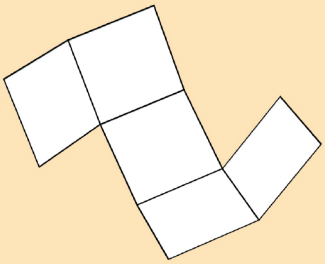













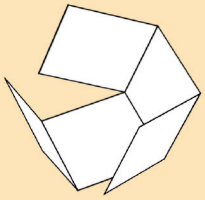


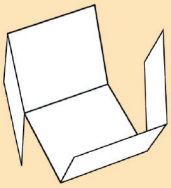


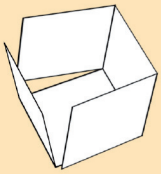


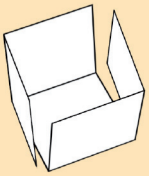


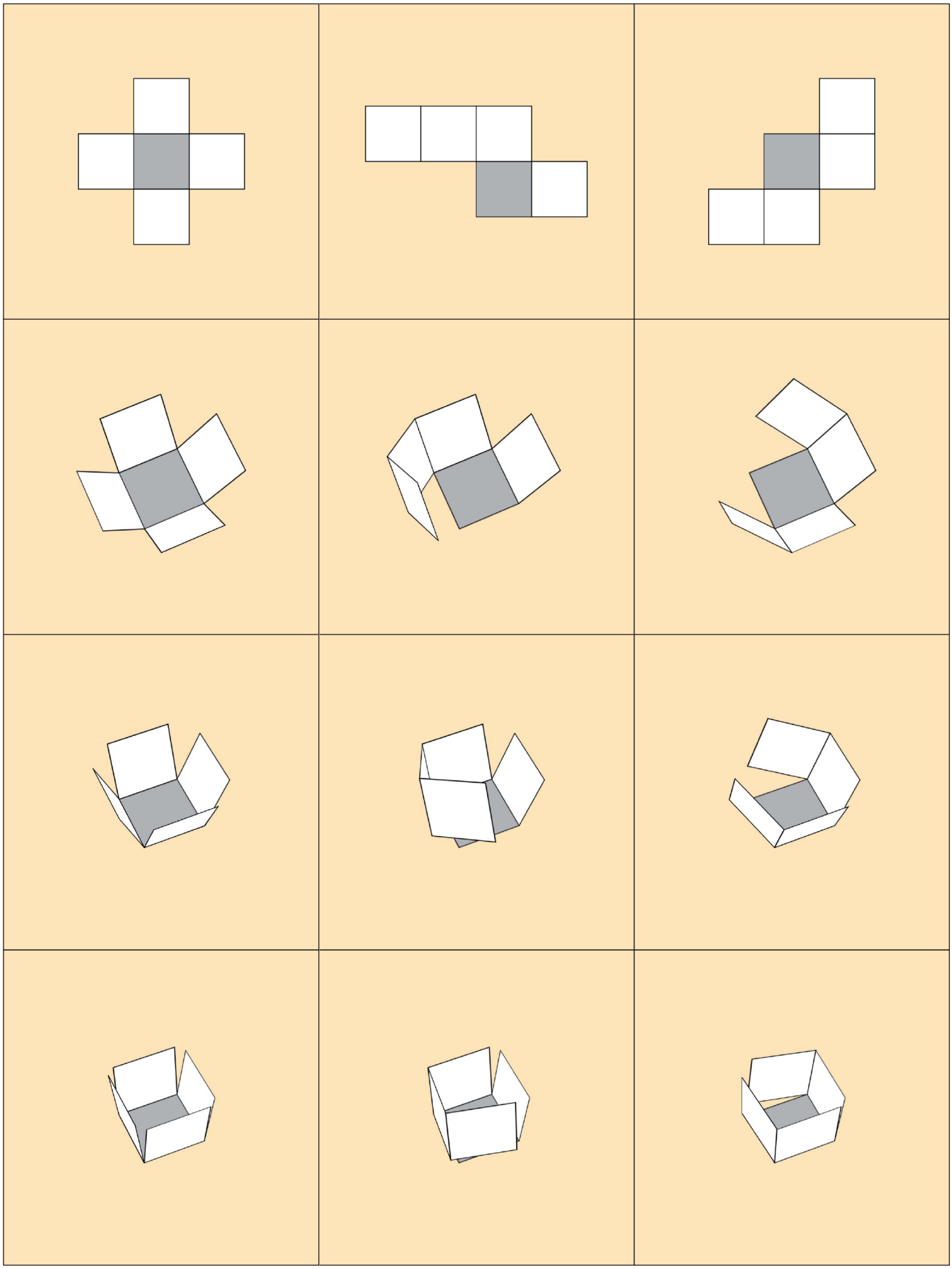


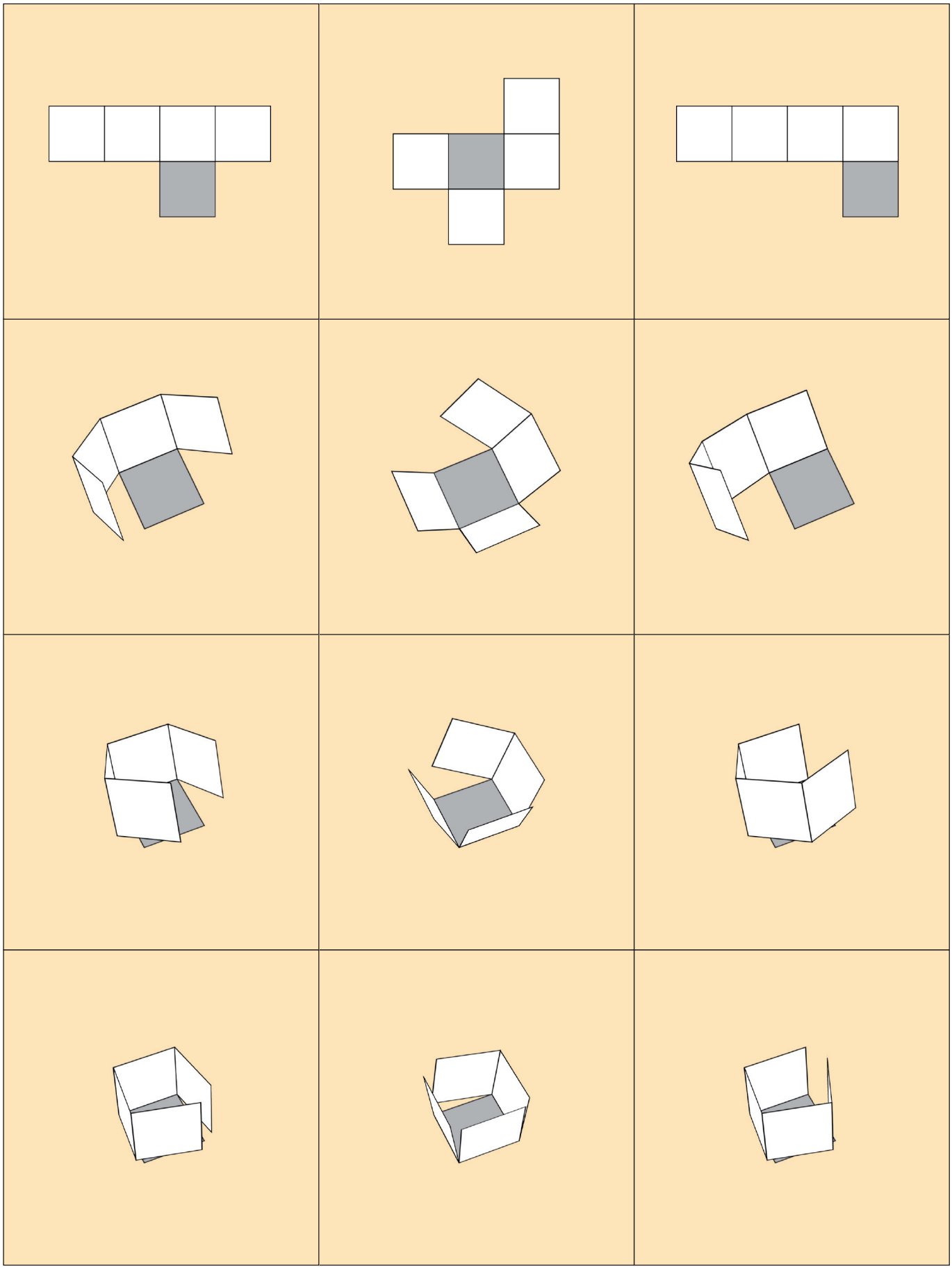


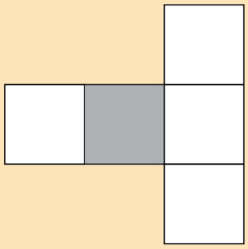


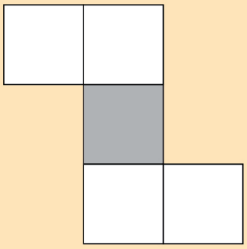


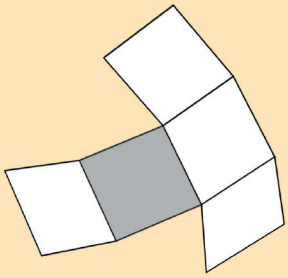


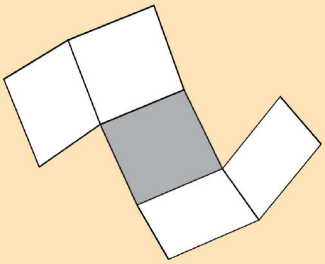


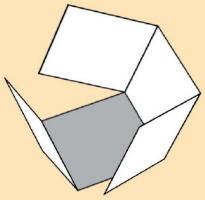


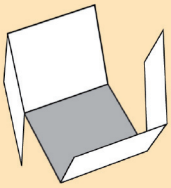


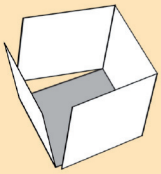


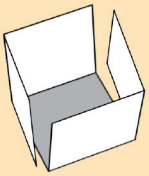


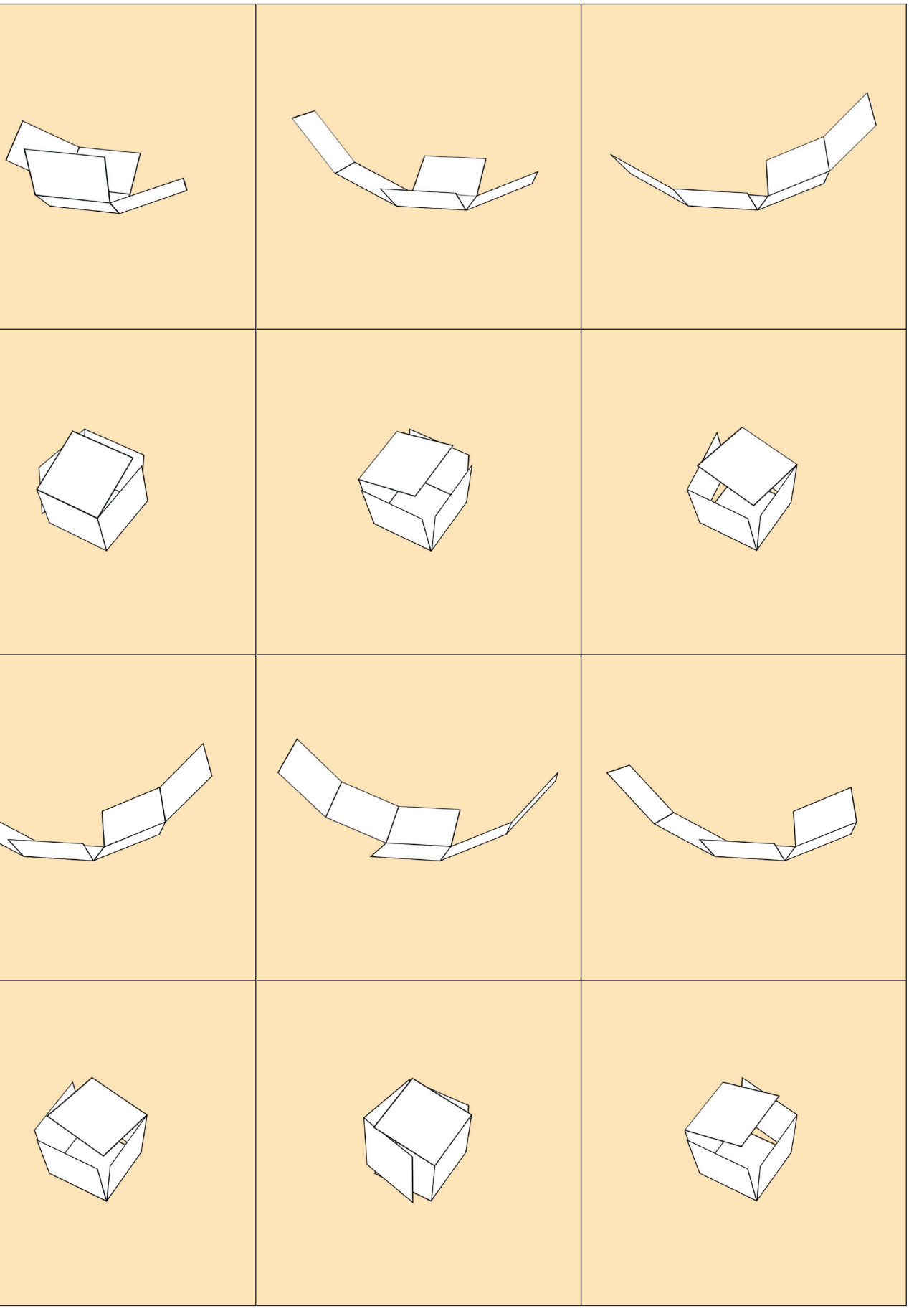


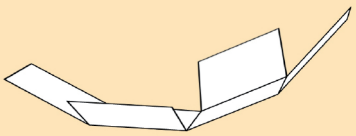
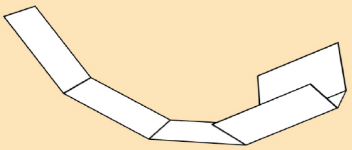
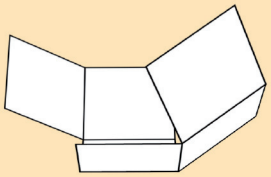
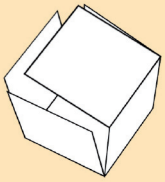
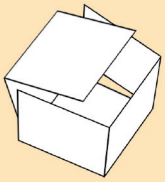
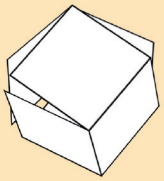
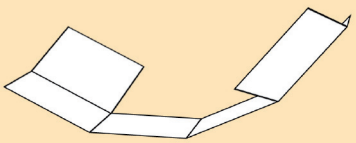
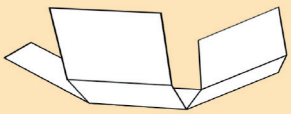
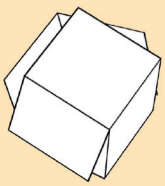
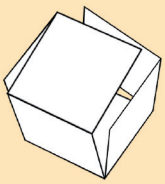


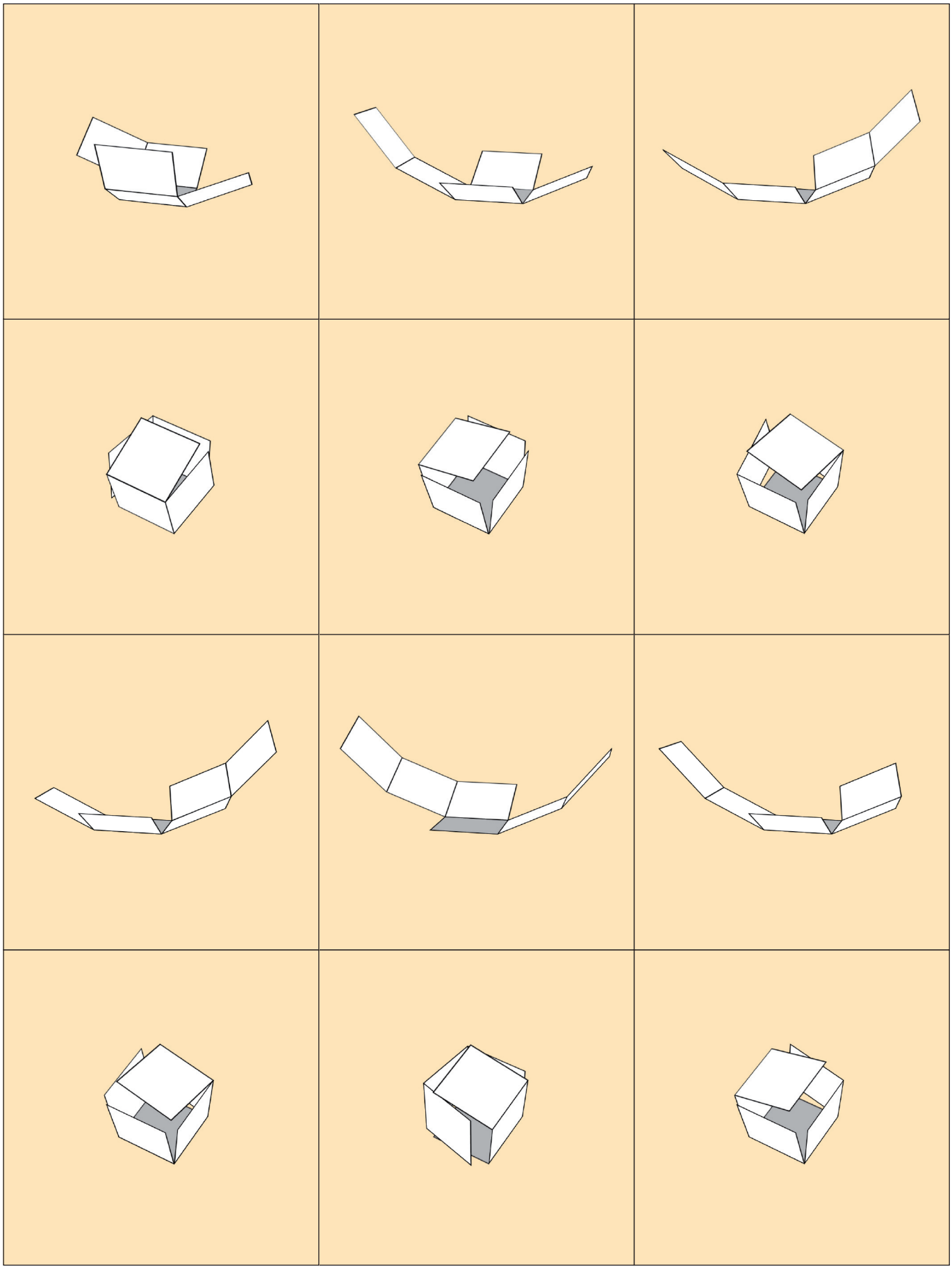


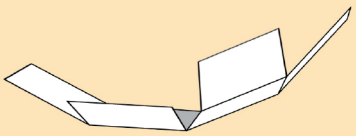
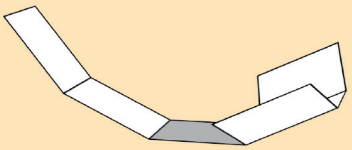
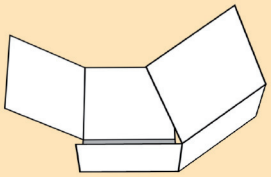
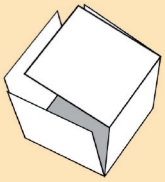
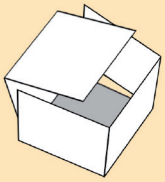
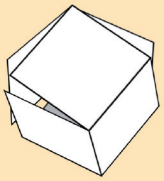
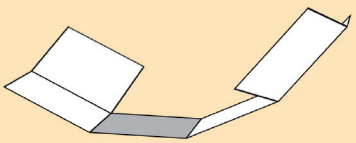
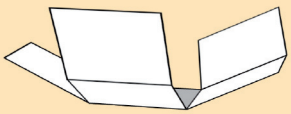
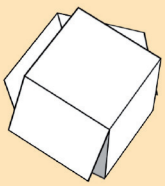
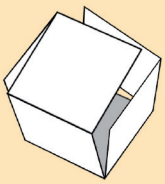


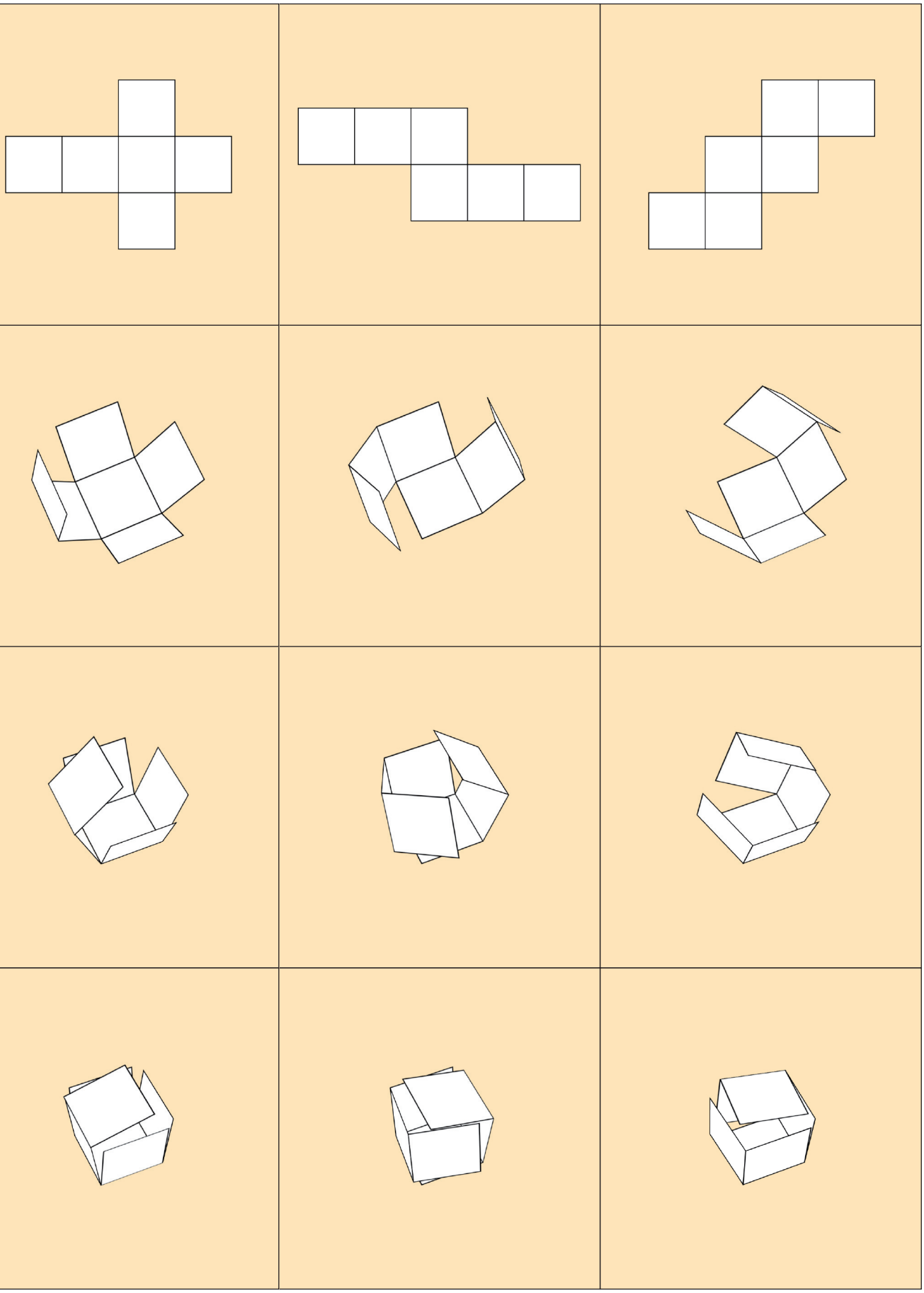


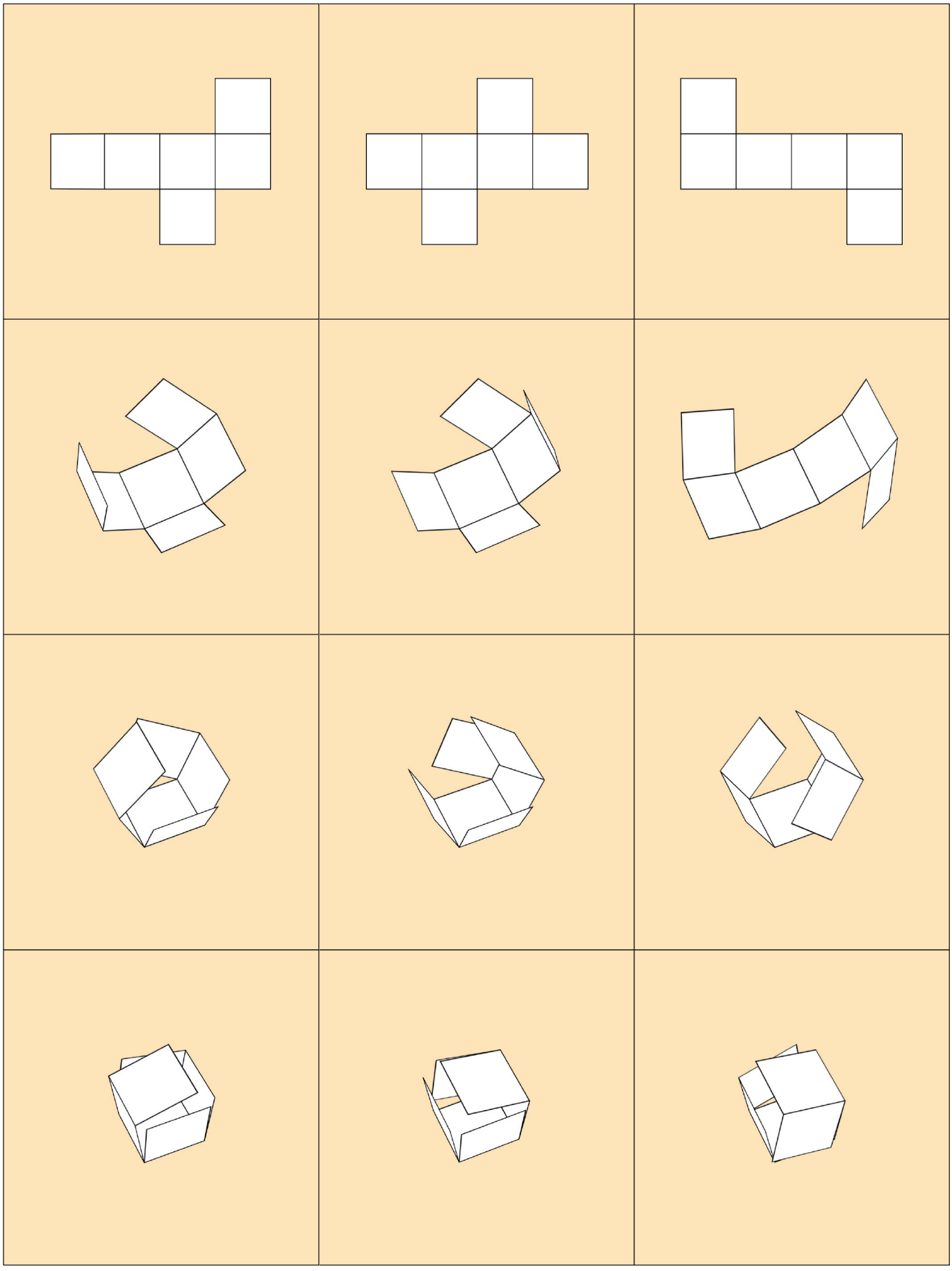


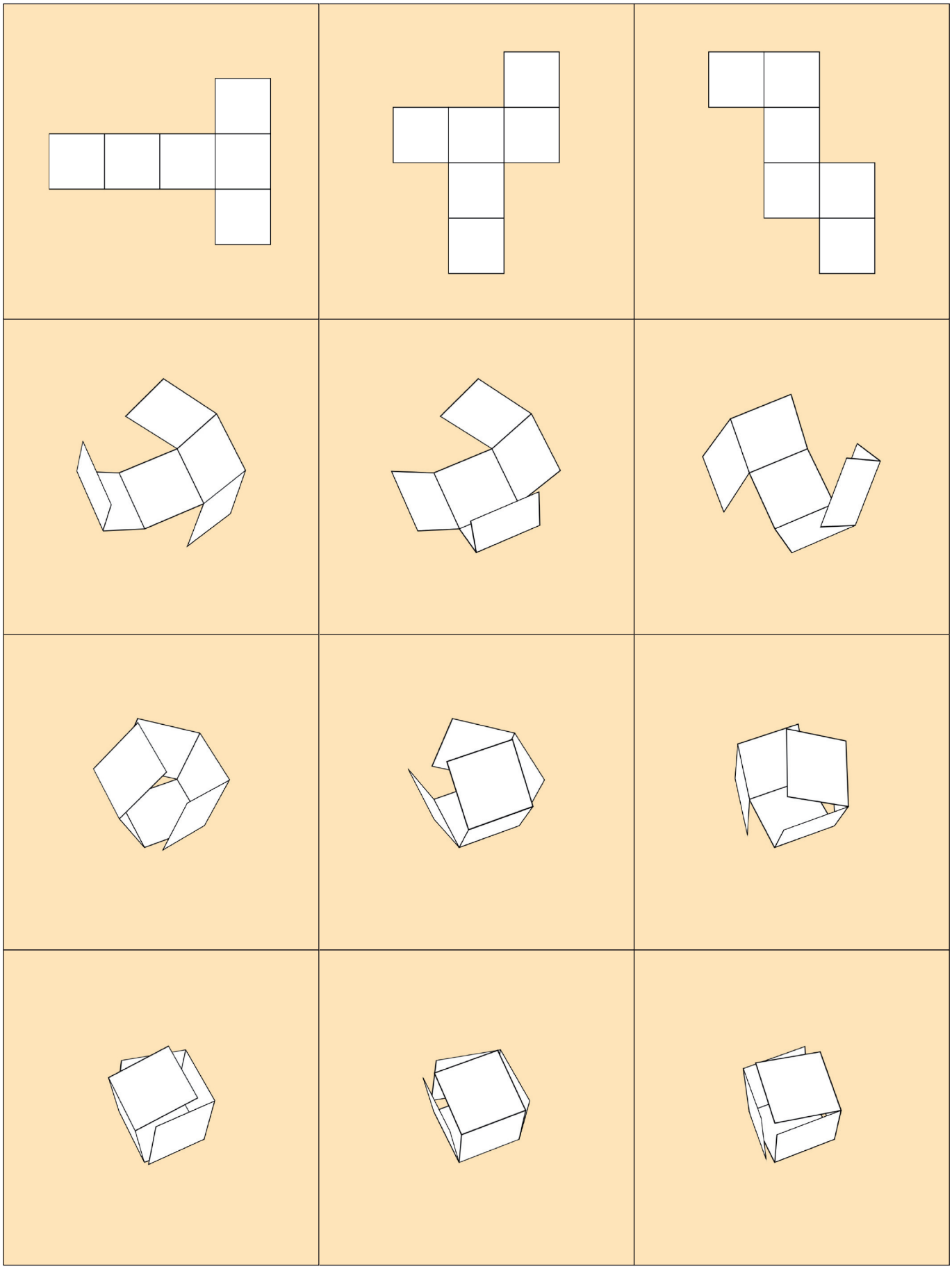











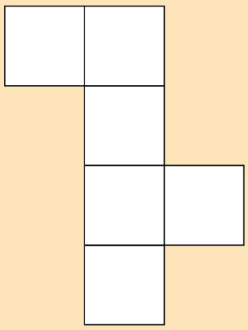


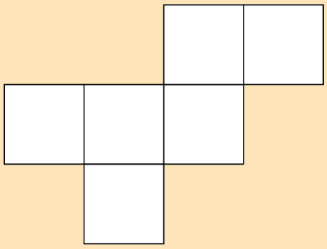











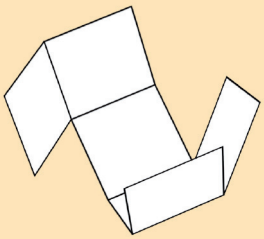


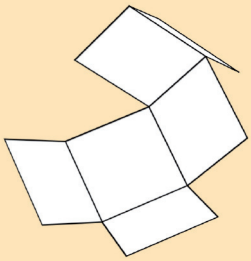


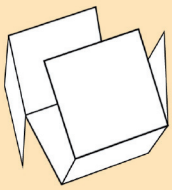


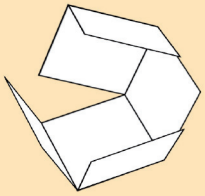


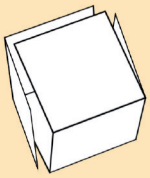


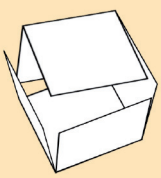


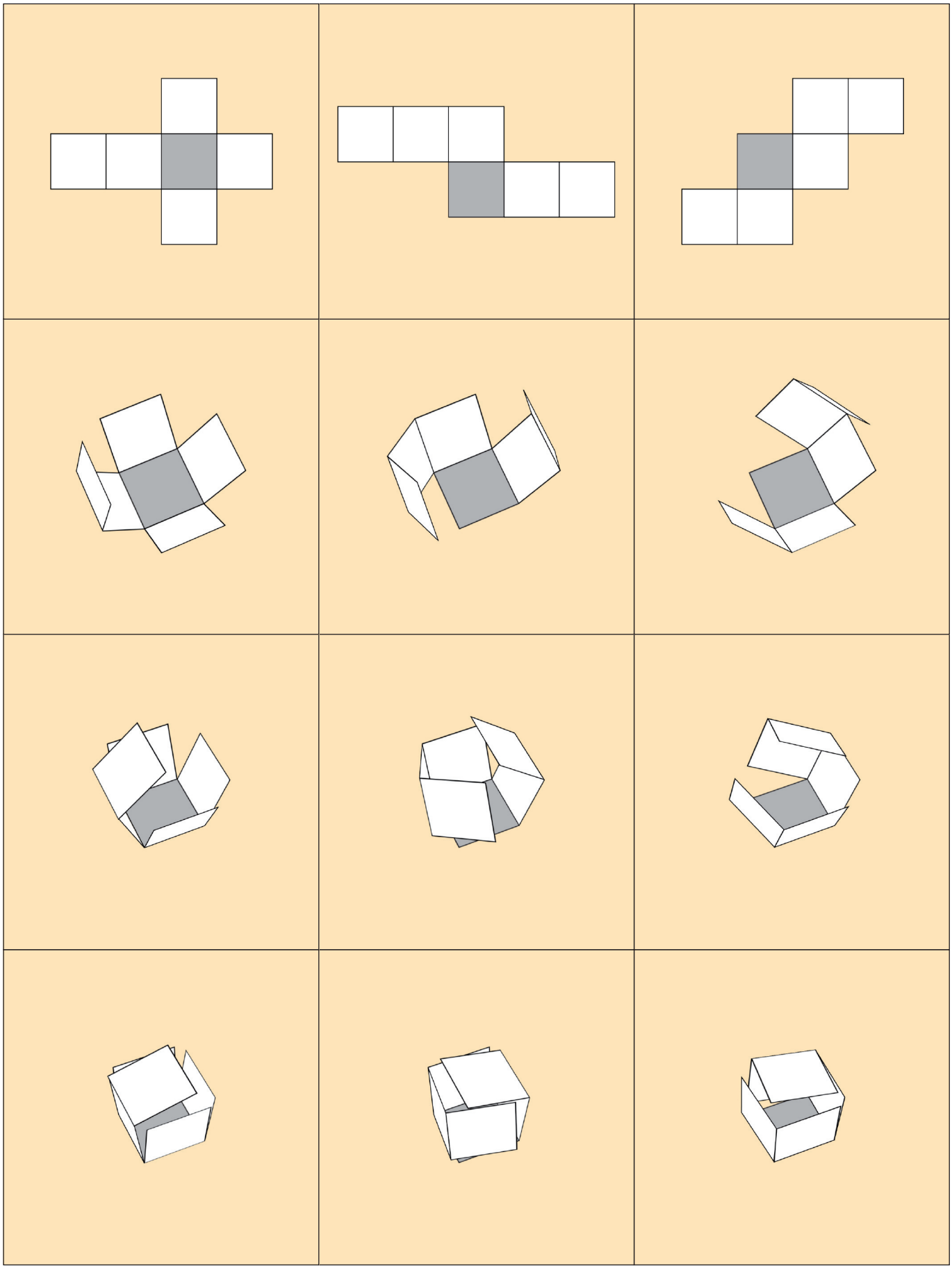


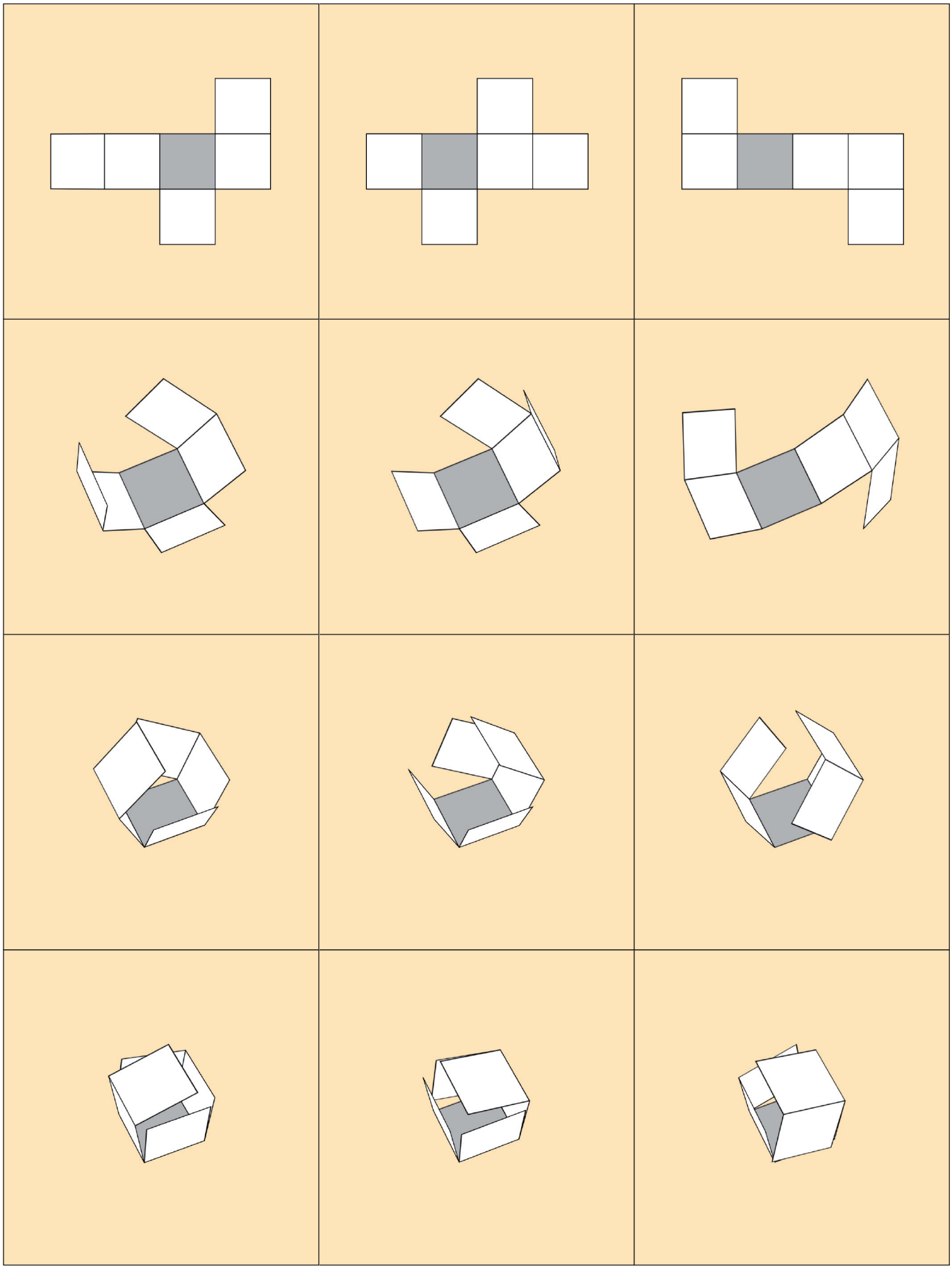


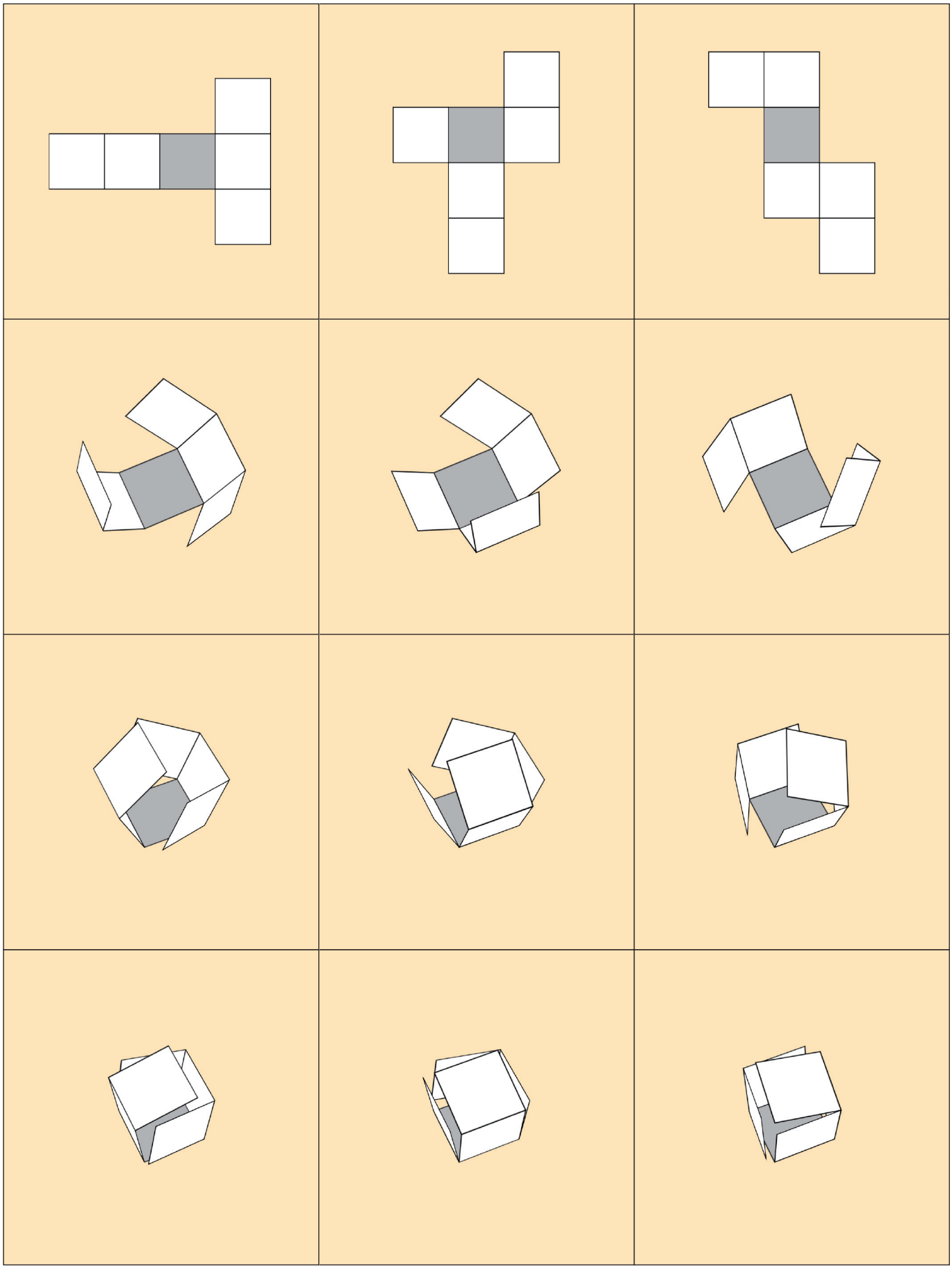


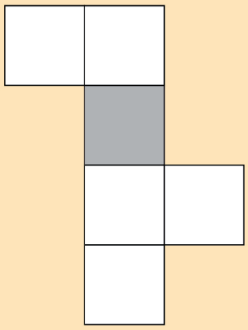


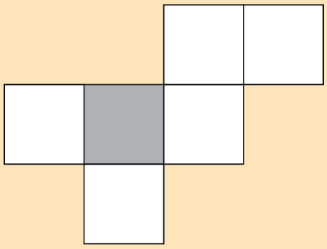


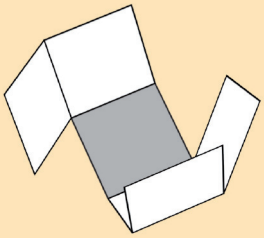


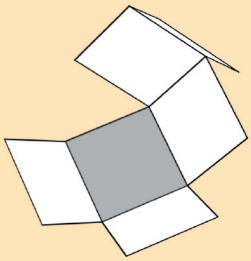


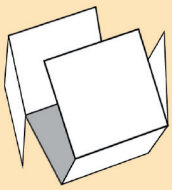


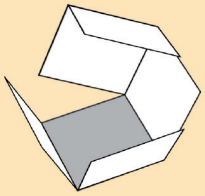


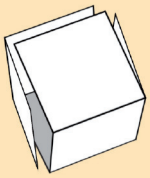


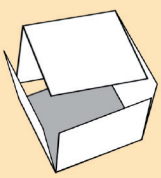








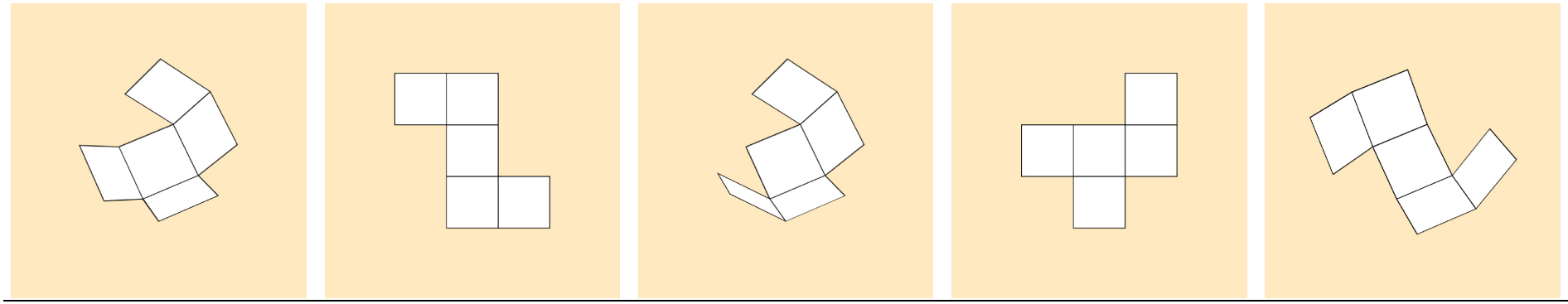




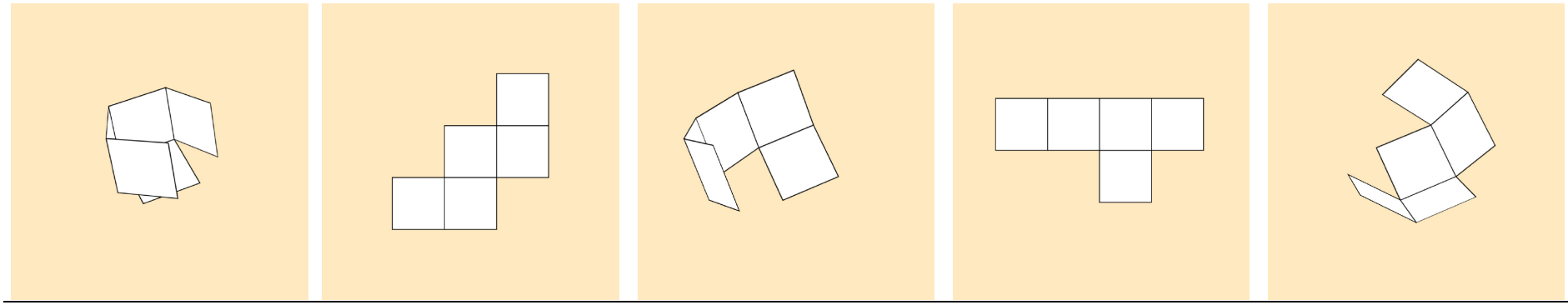
Schachtelnetze: "Welche sind gleich?"

Vergleiche die Schachtelnetze in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

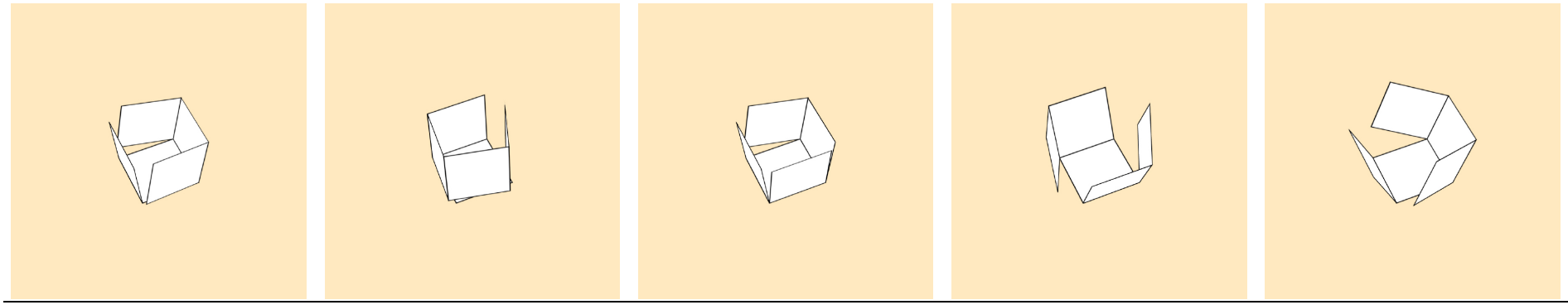
O O O O O



O O O O O



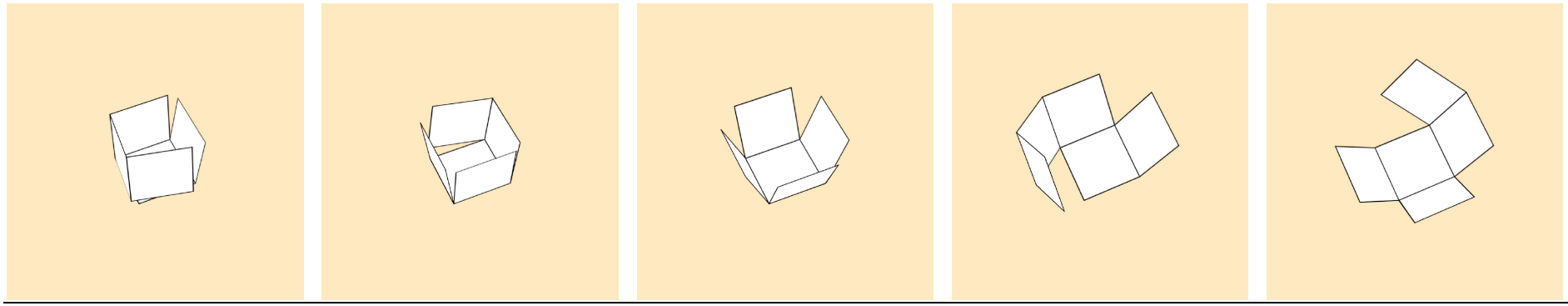
O O O O O



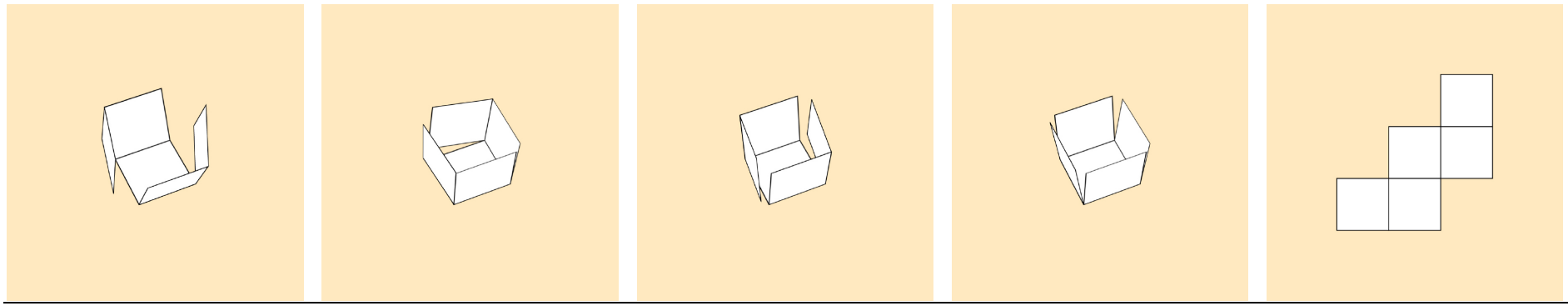
Schachtelnetze: "Welche sind gleich?"

Vergleiche die Schachtelnetze in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

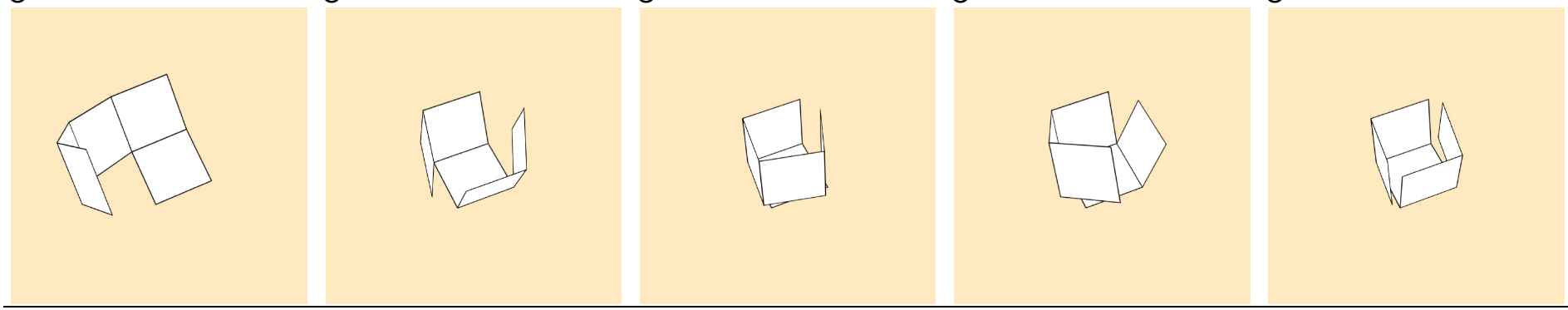
O O O O O



O O O O O



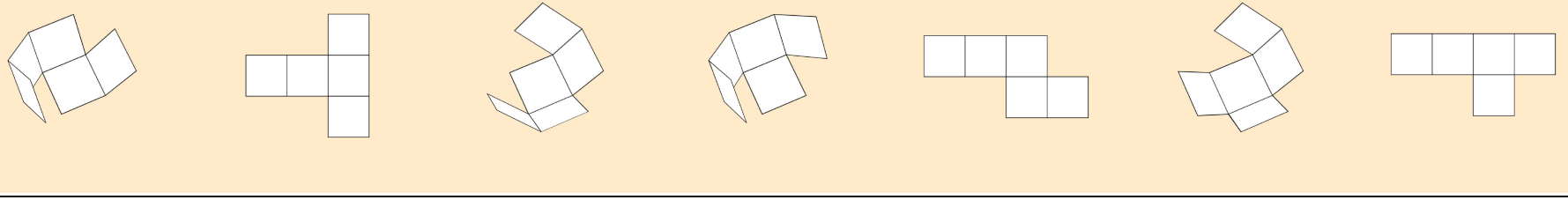
O O O O O



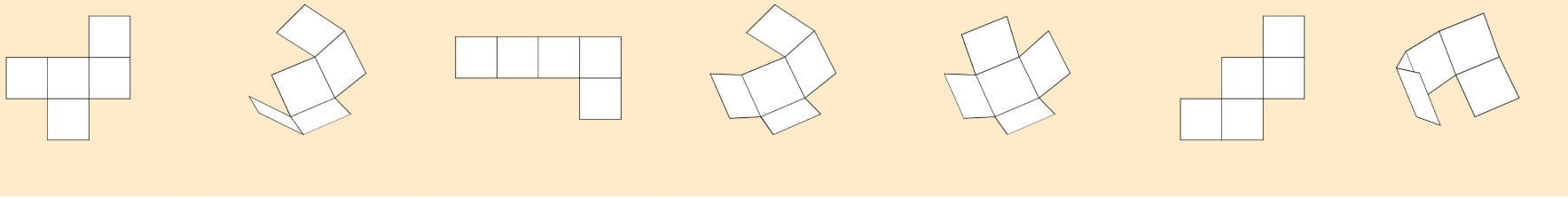
Schachtelnetze: "Welche sind gleich?"

Vergleiche die Schachtelnetze in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

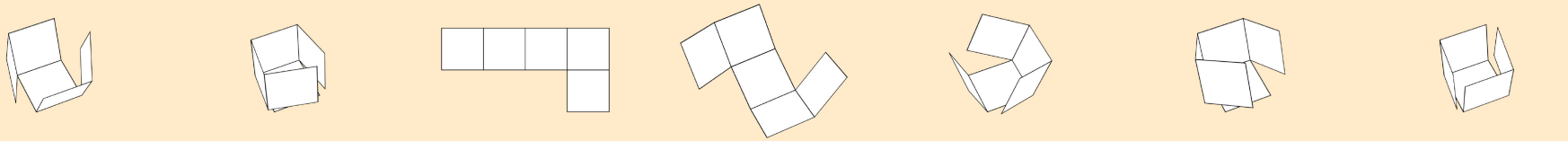
O O O O O O O



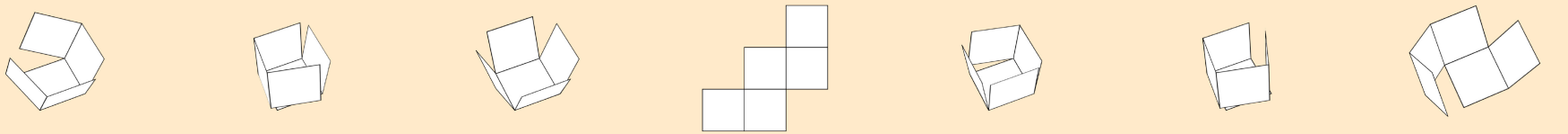
O O O O O O O



O O O O O O O

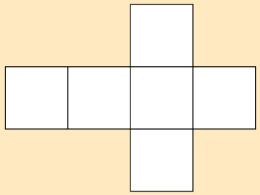
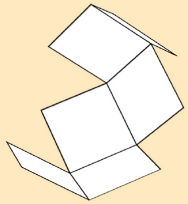
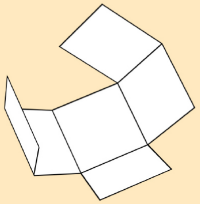
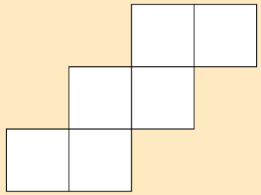
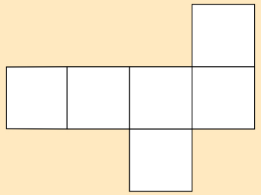
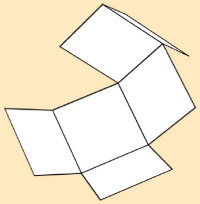
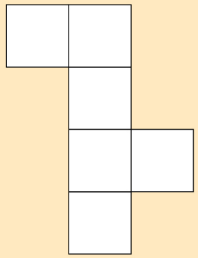
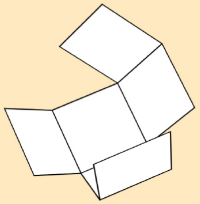
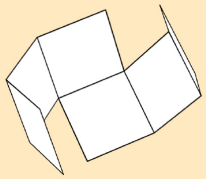
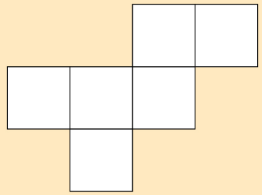
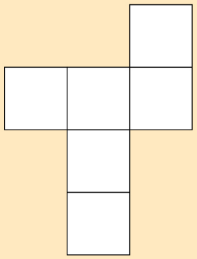
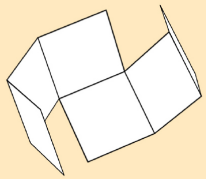
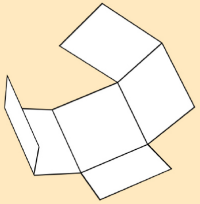
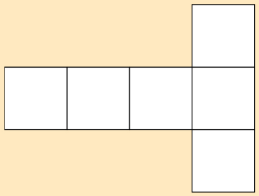
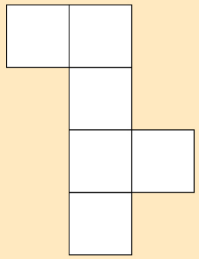


O O O O O O O



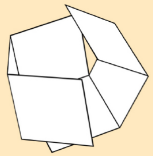
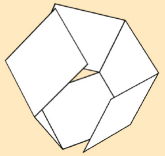
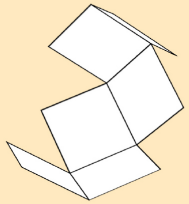
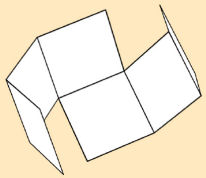
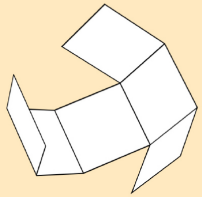
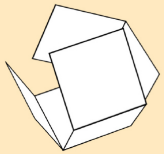
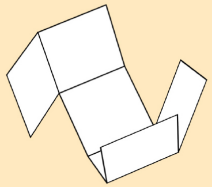
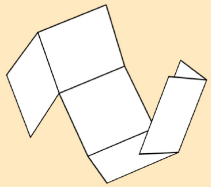
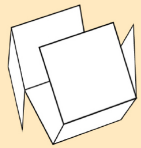
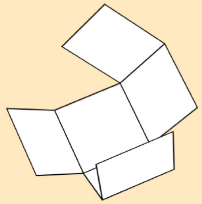
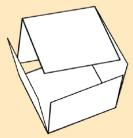
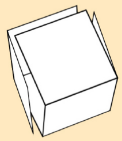
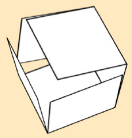
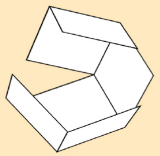
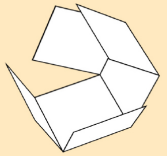
Würfelnetze: "Welche sind gleich?"

Vergleiche die Würfelnetze in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

O	O	O	O	O
				
O	O	O	O	O
				
O	O	O	O	O
				

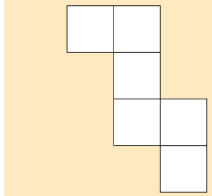
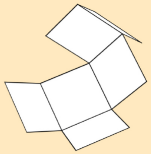
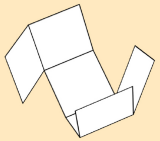
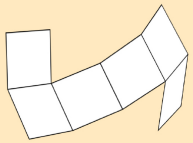
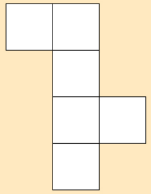
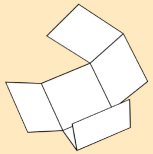
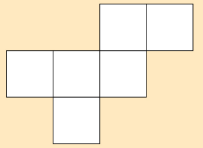
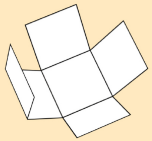
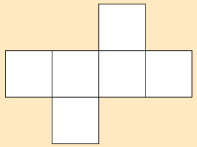
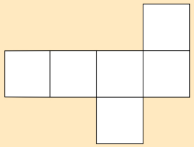
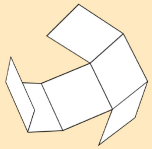
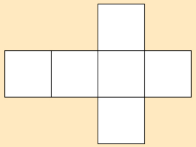
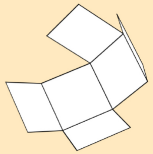
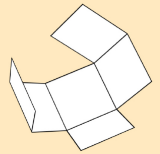
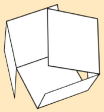
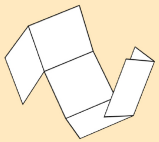
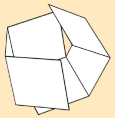
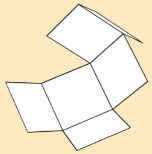
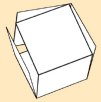
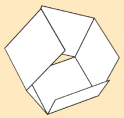
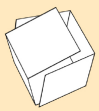
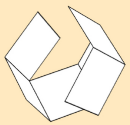
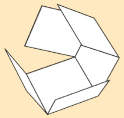
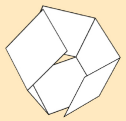
Würfelnetze: "Welche sind gleich?"

Vergleiche die Würfelnetze in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

O	O	O	O	O
				
O	O	O	O	O
				
O	O	O	O	O
				

Würfelnetze: "Welche sind gleich?"

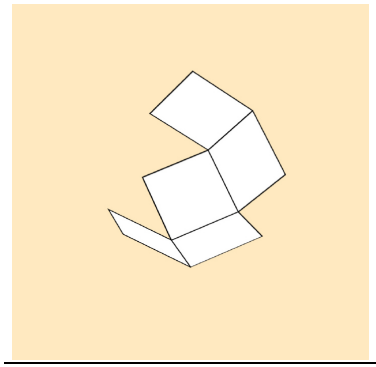
Vergleiche die Schachtelnetze in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

O	O	O	O	O	O	O
						
O	O	O	O	O	O	O
						
O	O	O	O	O	O	O
						
O	O	O	O	O	O	O
						

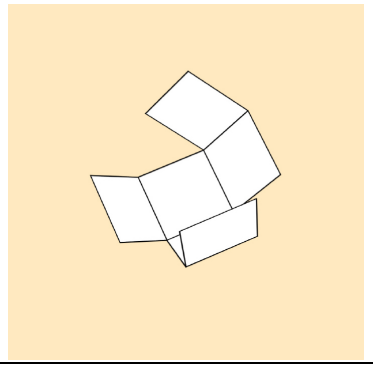
Vom Schachtelnetz zum Würfelnetz

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche hinzufügst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

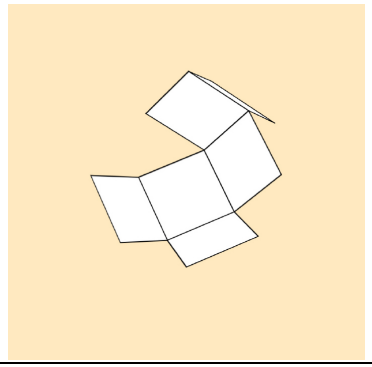
"Start-Netz"



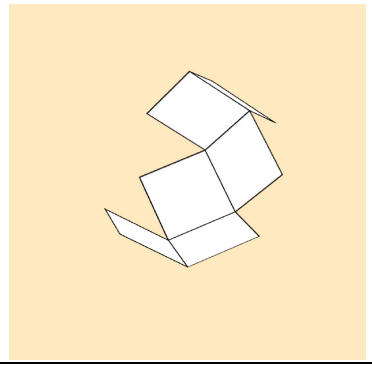
O



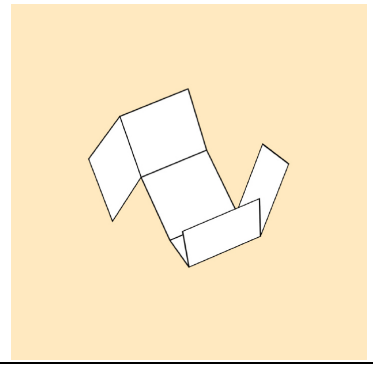
O



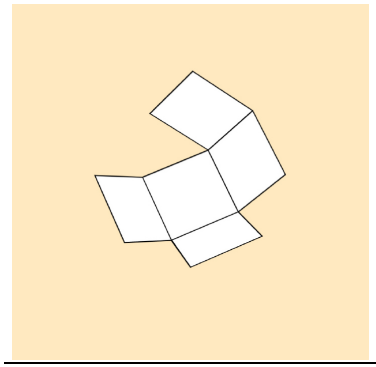
O



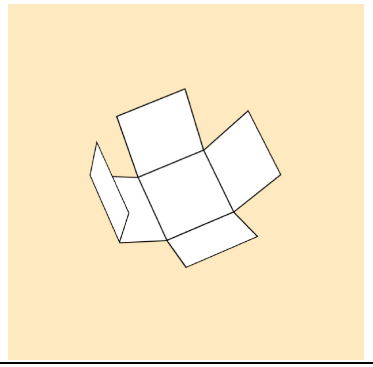
O



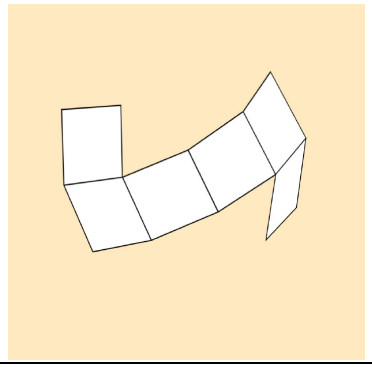
"Start-Netz"



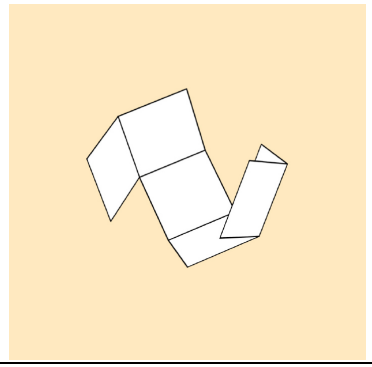
O



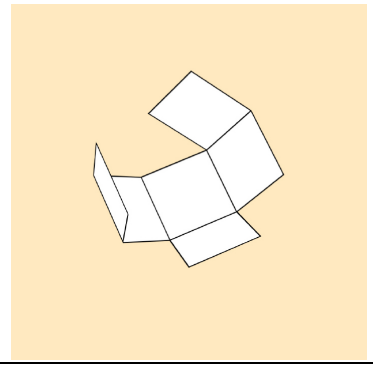
O



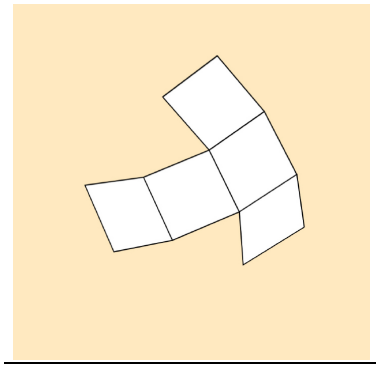
O



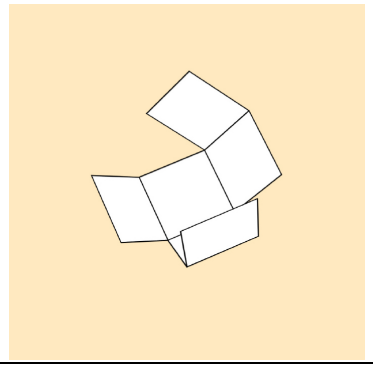
O



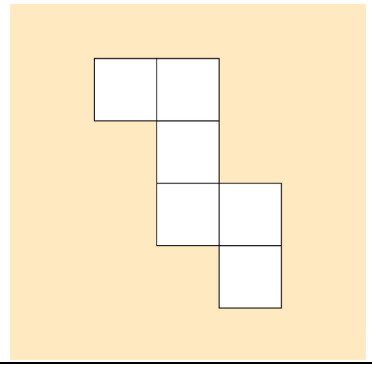
"Start-Netz"



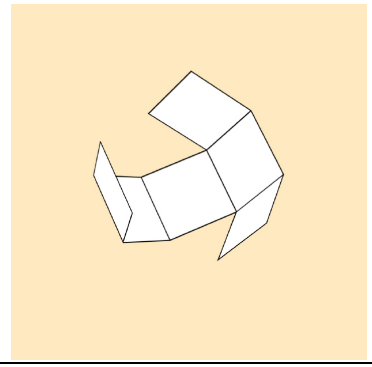
O



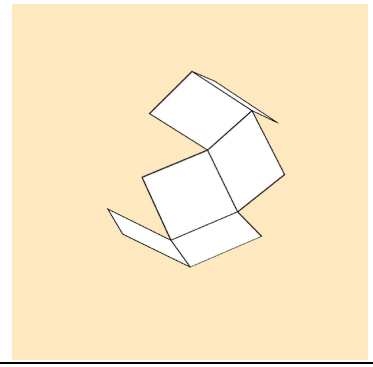
O



O



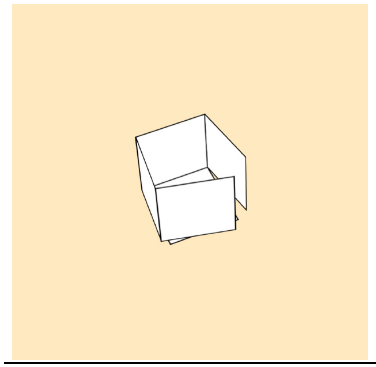
O



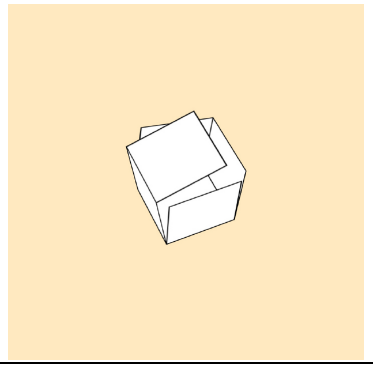
Vom Schachtelnetz zum Würfelnetz

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche hinzufügst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

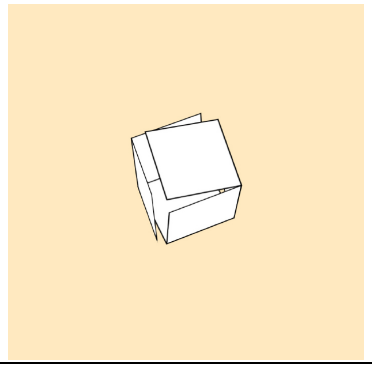
"Start-Netz"



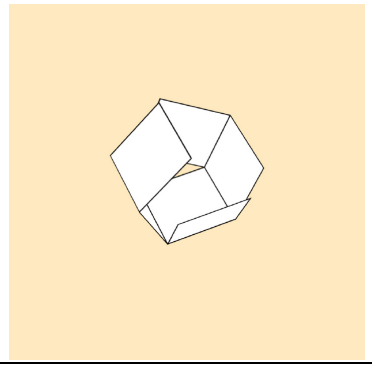
O



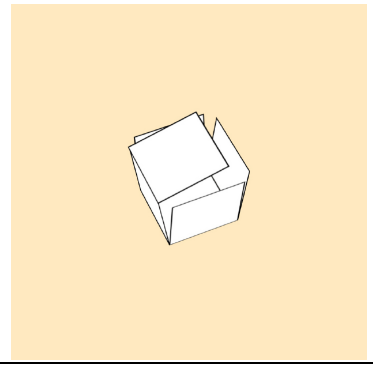
O



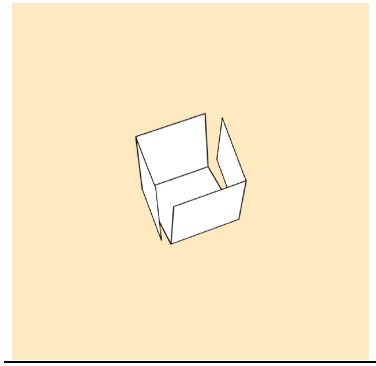
O



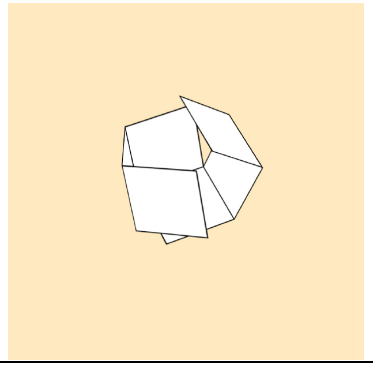
O



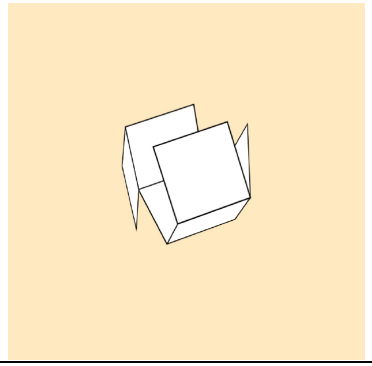
"Start-Netz"



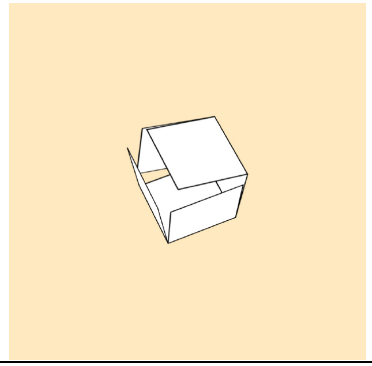
O



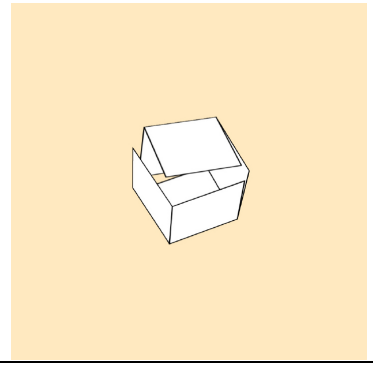
O



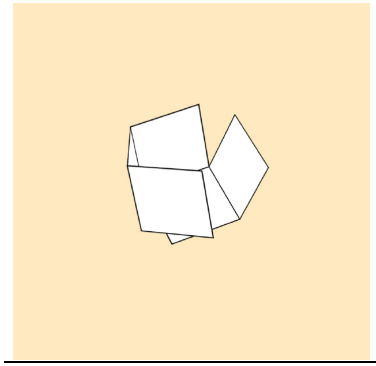
O



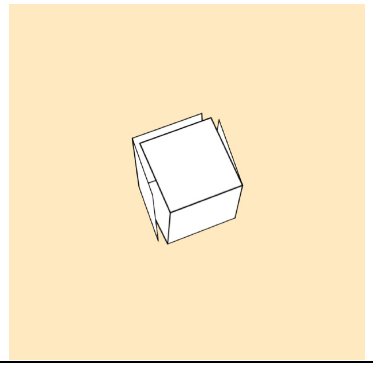
O



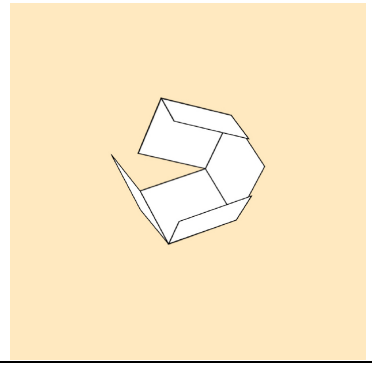
"Start-Netz"



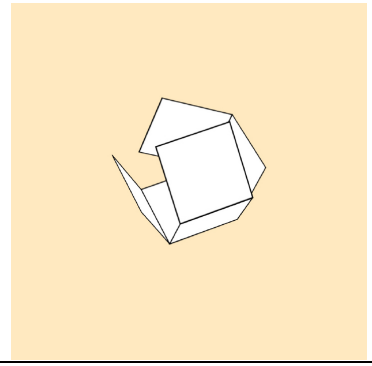
O



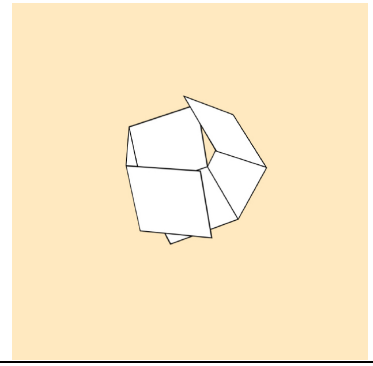
O



O

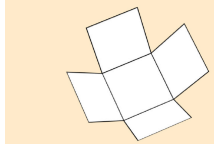
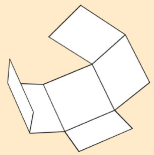
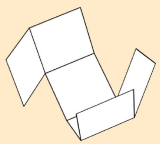
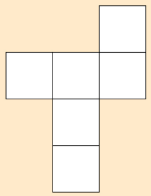
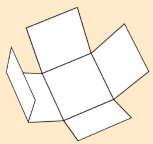
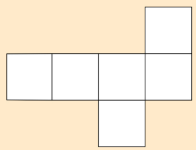


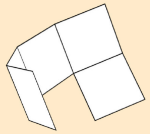
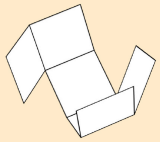
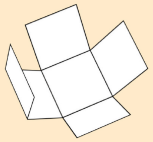
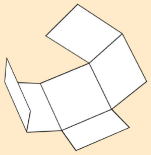
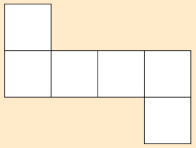
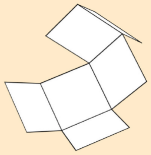
O

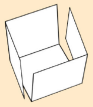
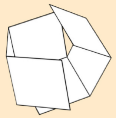
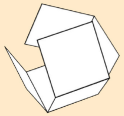
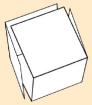


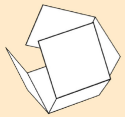
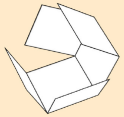
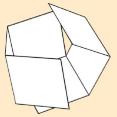
Vom Schachtelnetz zum Würfelnetz

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche hinzufügst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

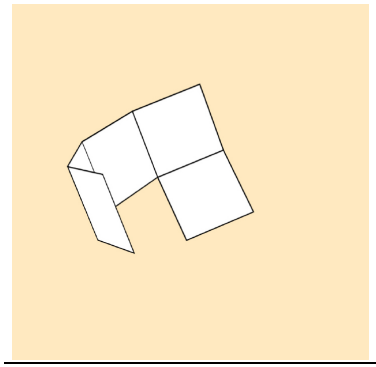
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

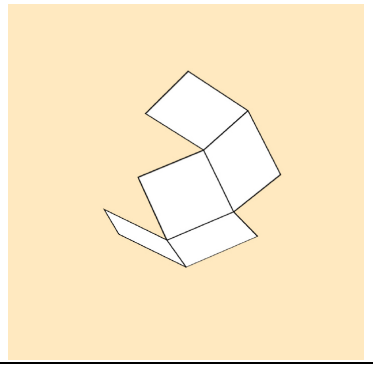
Von einem Schachtelnetz zu anderen Schachtelnetzen

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche umlegst, welche Schachtelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

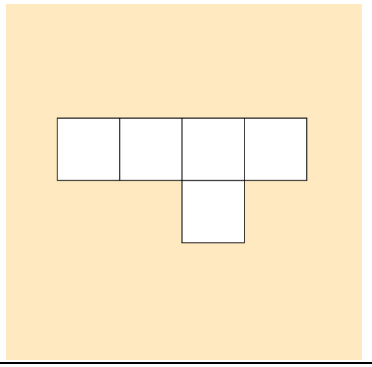
"Start-Netz"



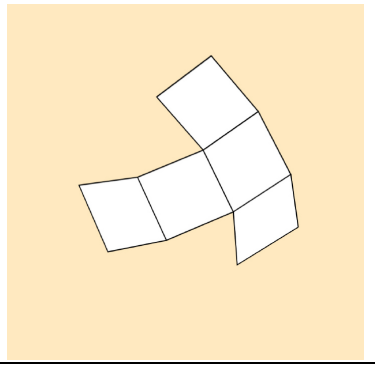
O



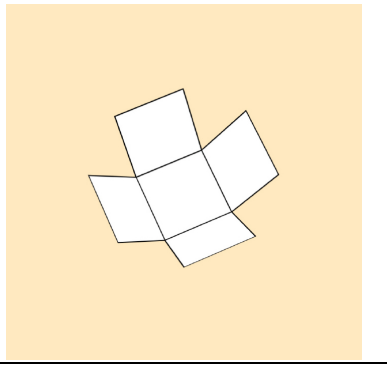
O



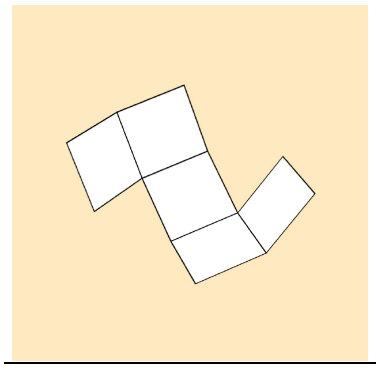
O



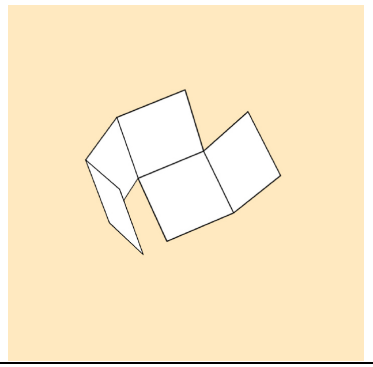
O



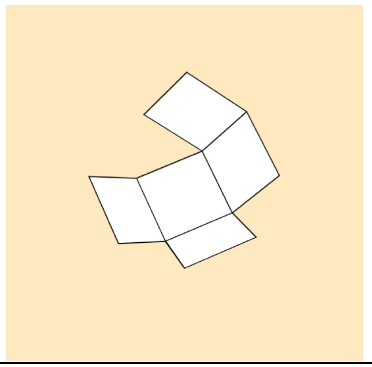
"Start-Netz"



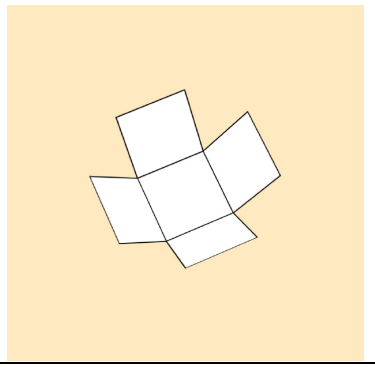
O



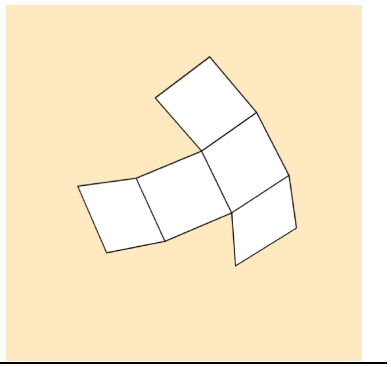
O



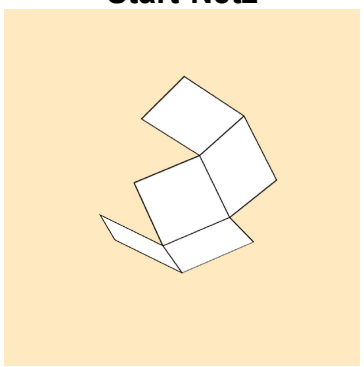
O



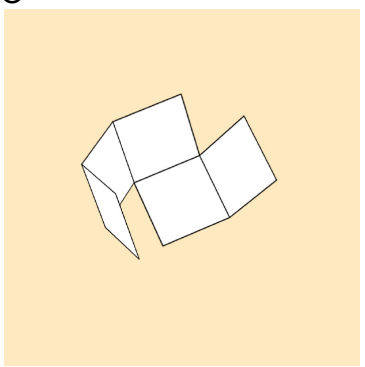
O



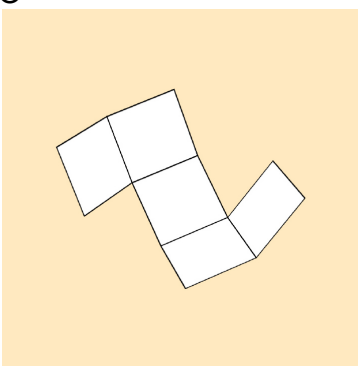
"Start-Netz"



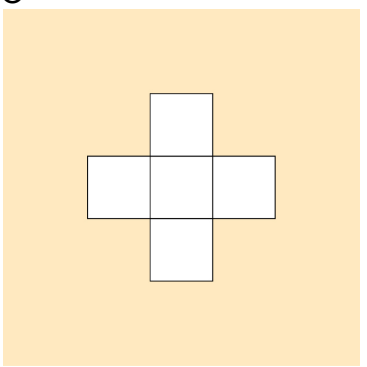
O



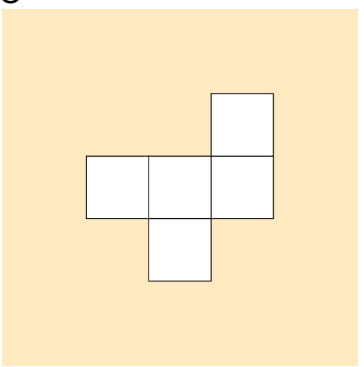
O



O



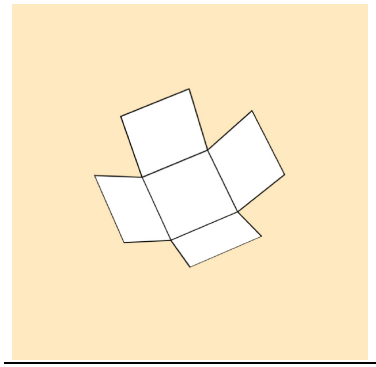
O



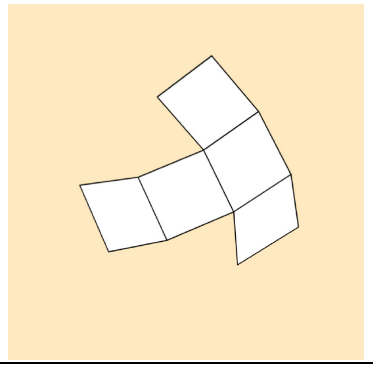
Von einem Schachtelnetz zu anderen Schachtelnetzen

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche umlegst, welche Schachtelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

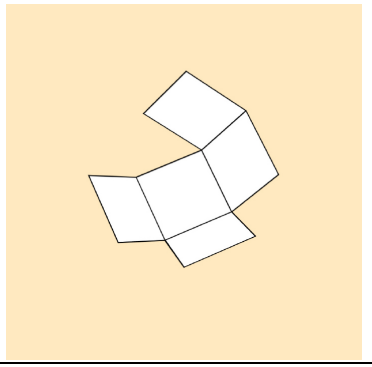
"Start-Netz"



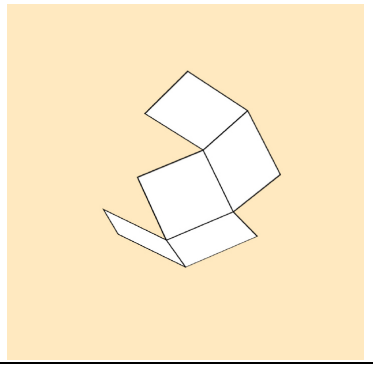
O



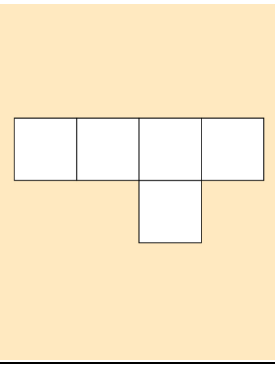
O



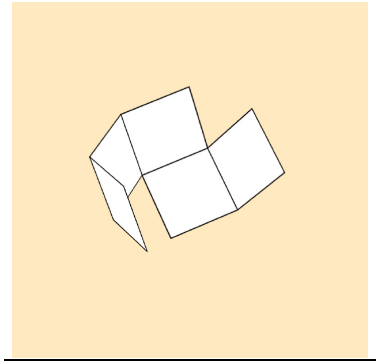
O



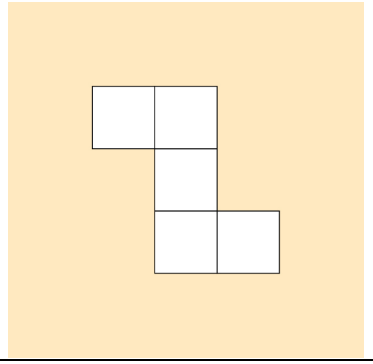
O



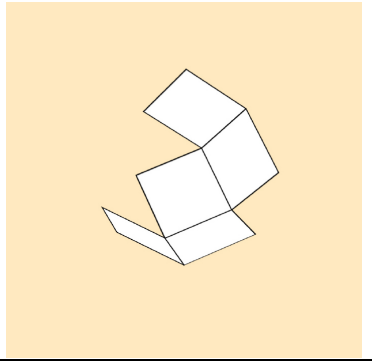
"Start-Netz"



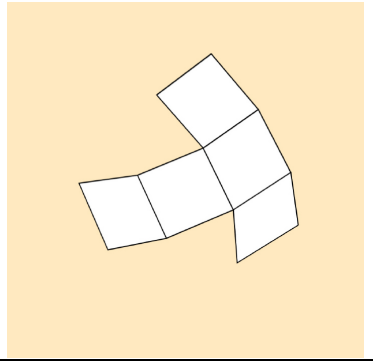
O



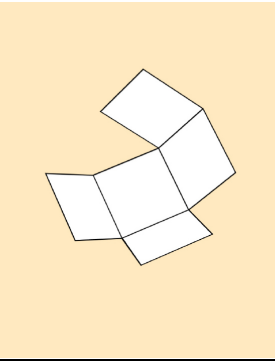
O



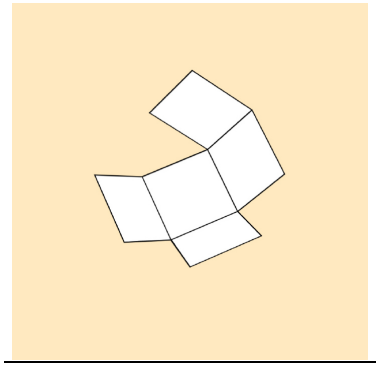
O



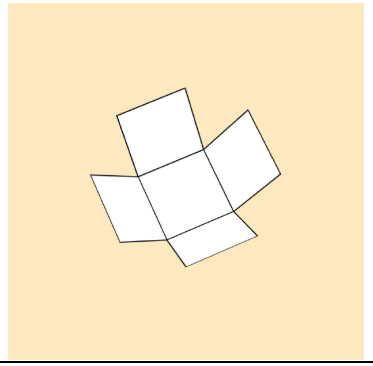
O



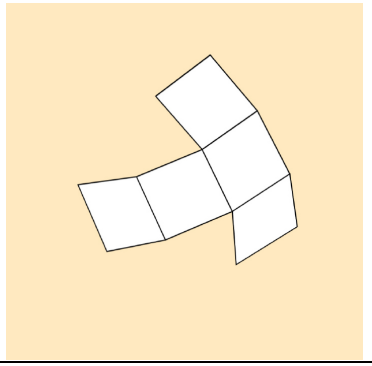
"Start-Netz"



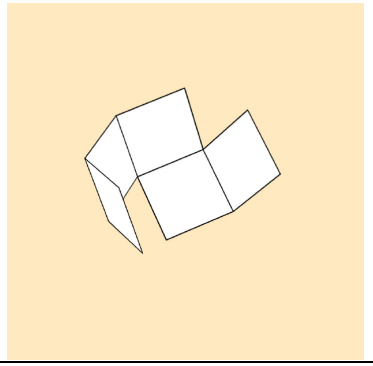
O



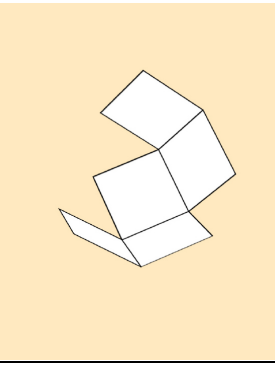
O



O



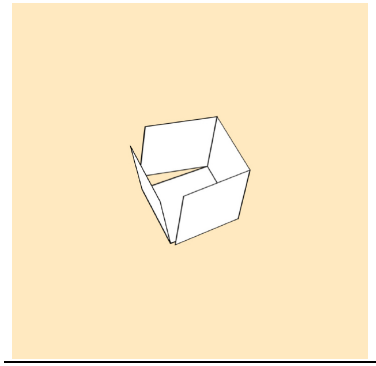
O



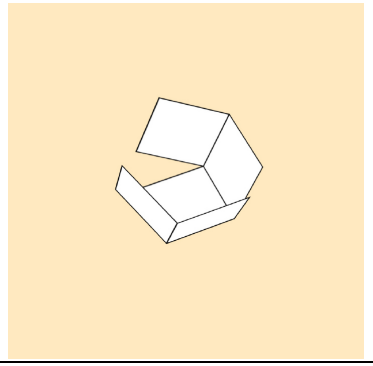
Von einem Schachtelnetz zu anderen Schachtelnetzen

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche umlegst, welche Schachtelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

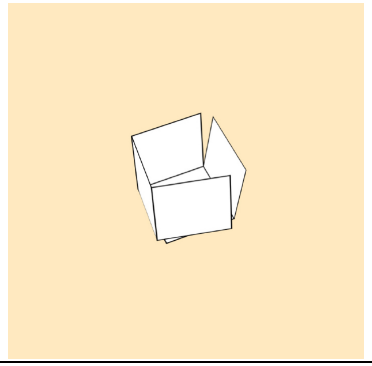
"Start-Netz"



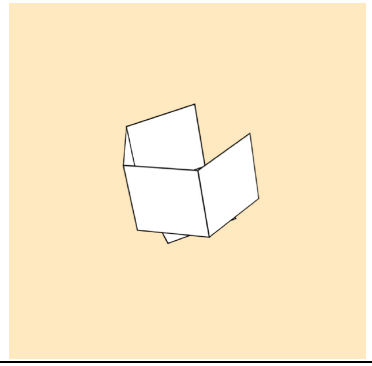
O



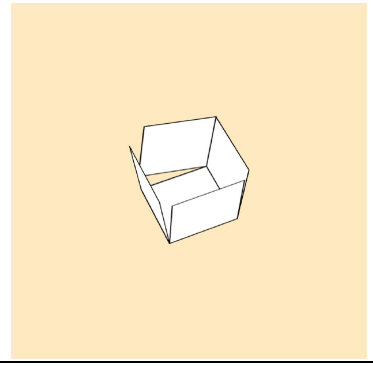
O



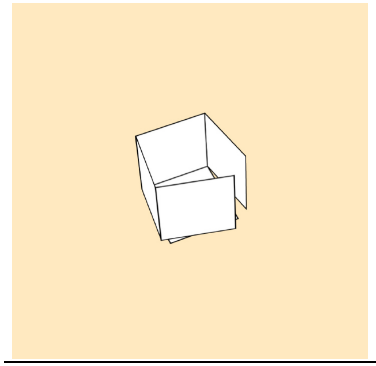
O



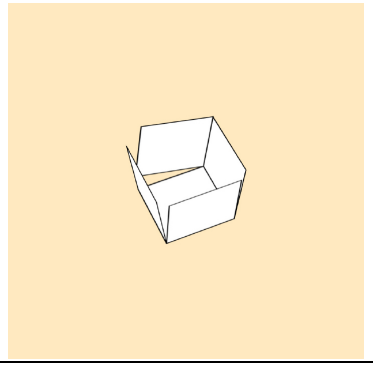
O



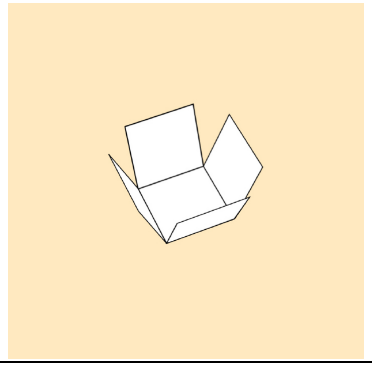
"Start-Netz"



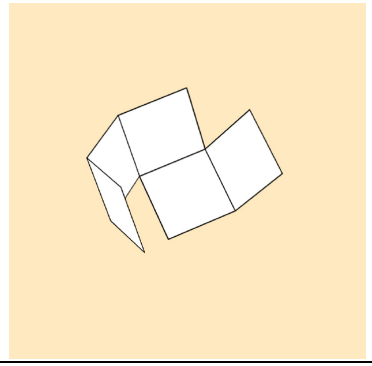
O



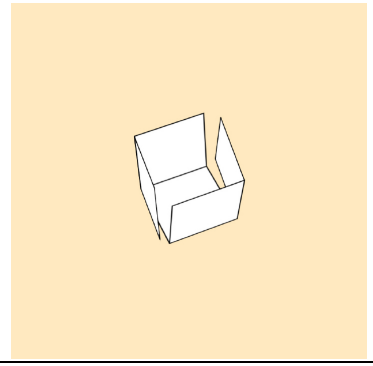
O



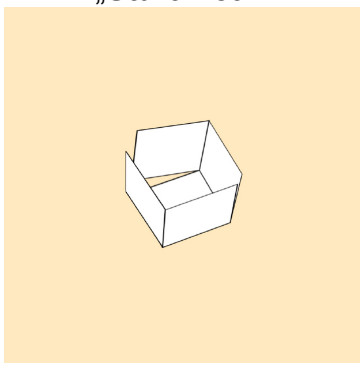
O



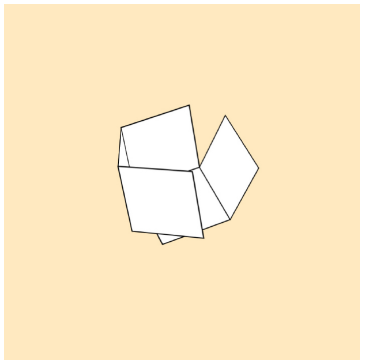
O



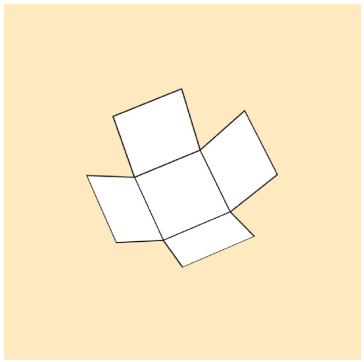
„Start-Netz“



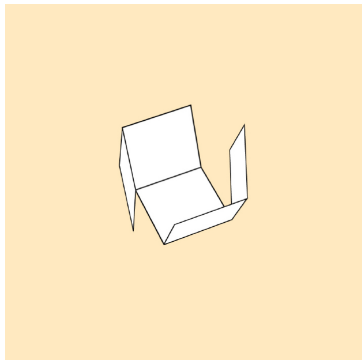
O



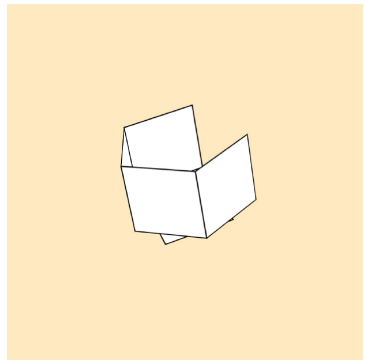
O



O



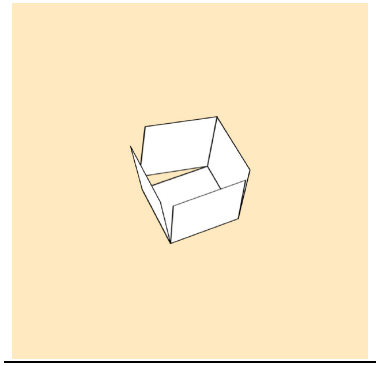
O



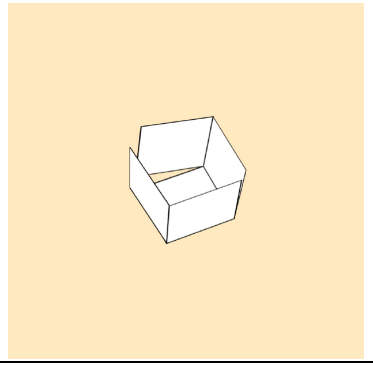
Von einem Schachtelnetz zu anderen Schachtelnetzen

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche umlegst, welche Schachtelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

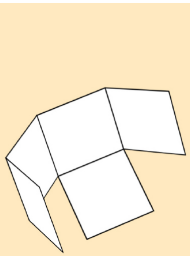
"Start-Netz"



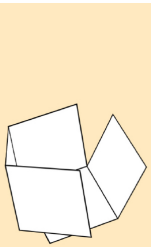
O



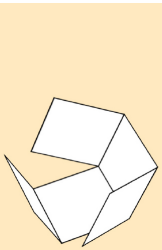
O



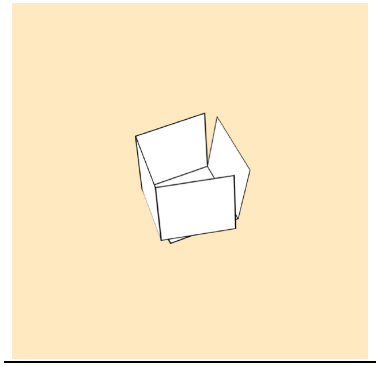
O



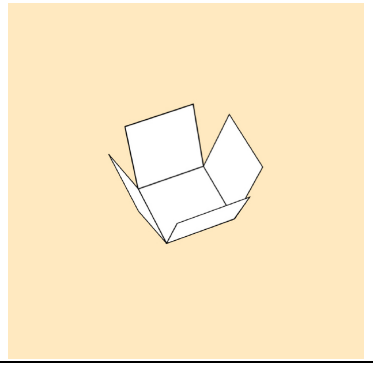
O



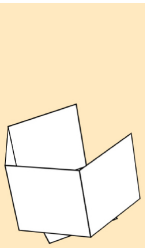
"Start-Netz"



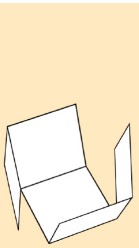
O



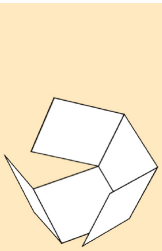
O



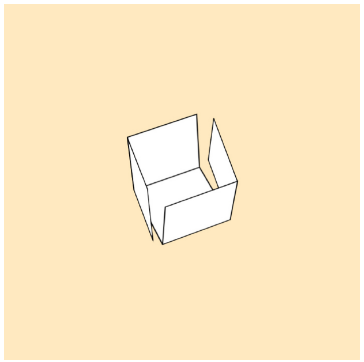
O



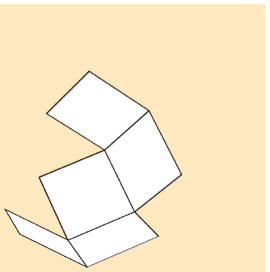
O



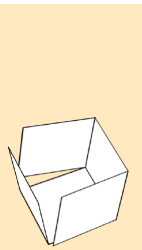
"Start-Netz"



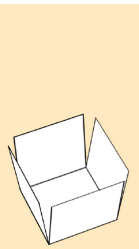
O



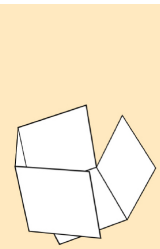
O



O

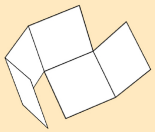
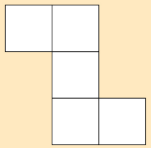
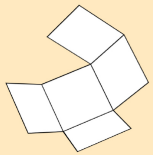
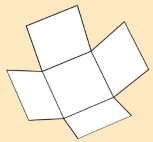
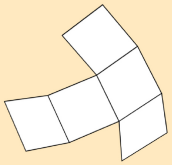
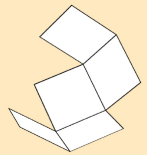


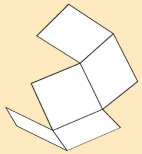
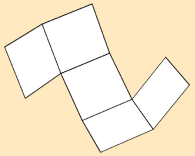
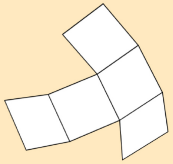
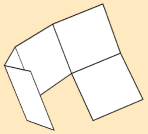
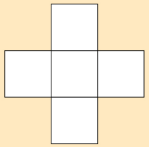
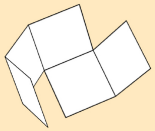
O

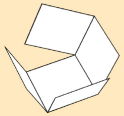
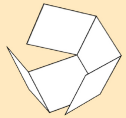
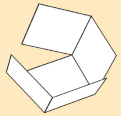
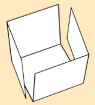
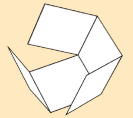


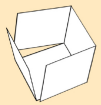
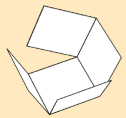
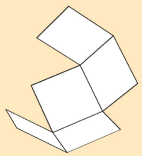
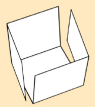
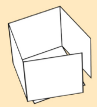
Von einem Schachtelnetz zu anderen Schachtelnetzen

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche umlegst, welche Schachtelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

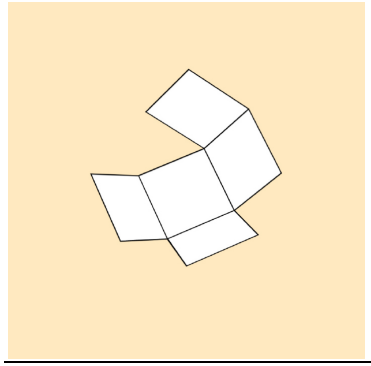
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

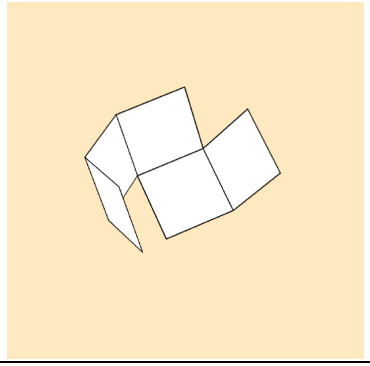
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

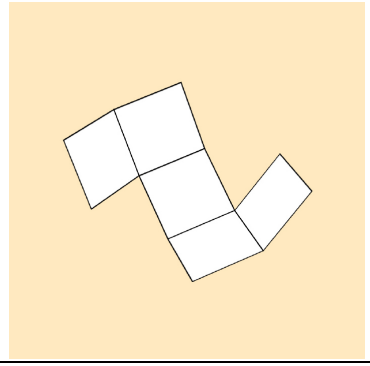
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

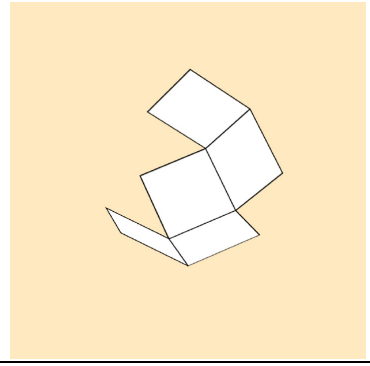
Von Schachtelnetz zu Schachtelnetz

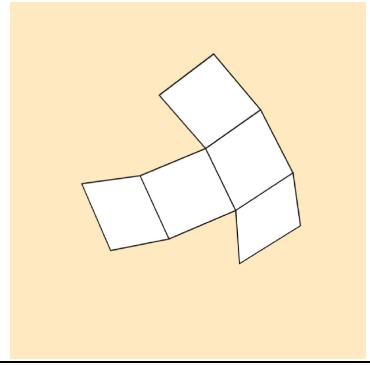
Aus jedem Schachtelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Schachtelnetz erzeugen.
Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

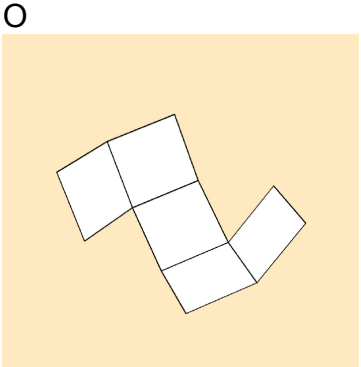
O 

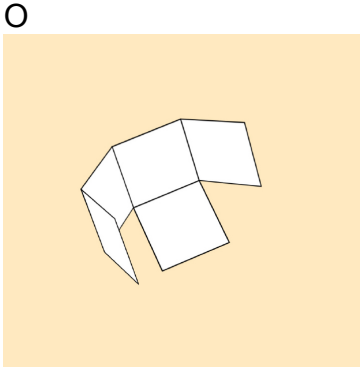
O 

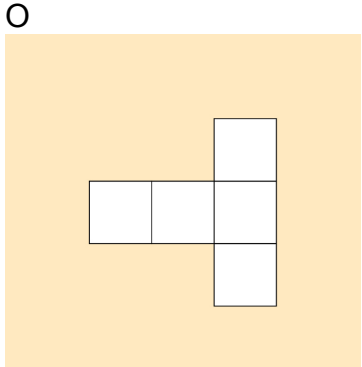
O 

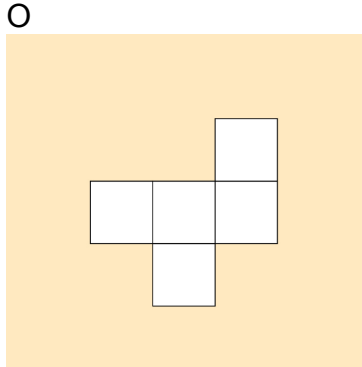
O 

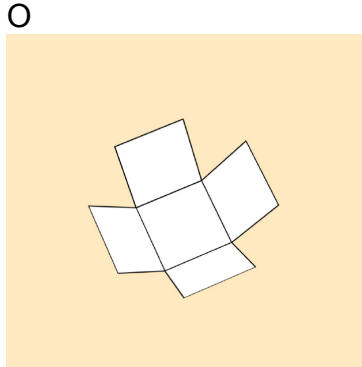
O 

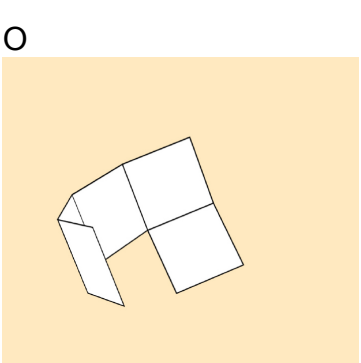
O 

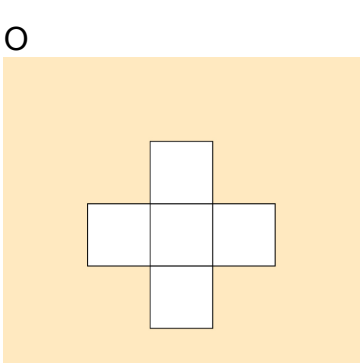
O 

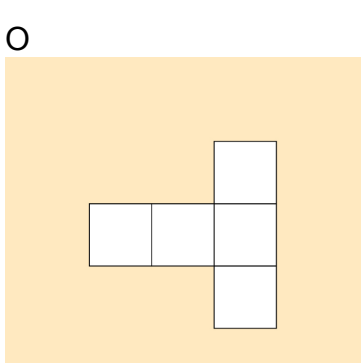
O 

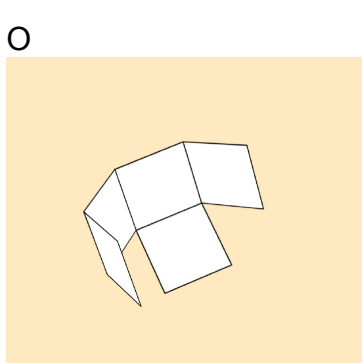
O 

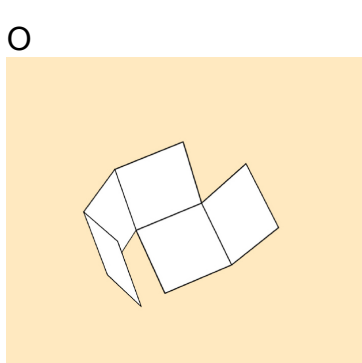
O 

O 

O 

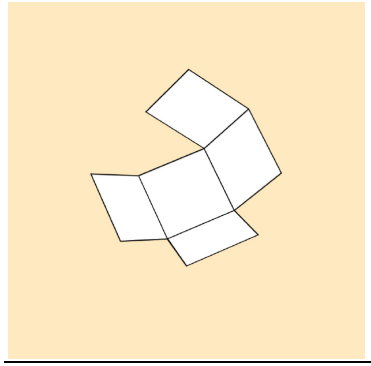
O 

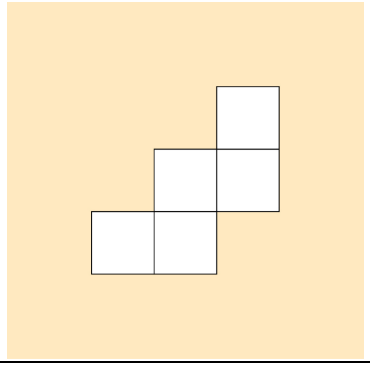
O 

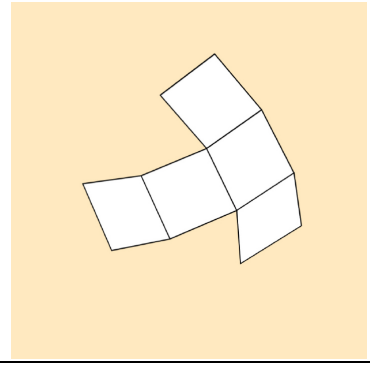
O 

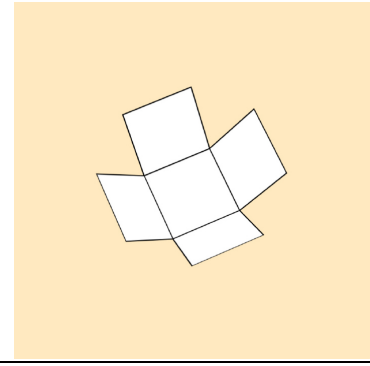
Von Schachtelnetz zu Schachtelnetz

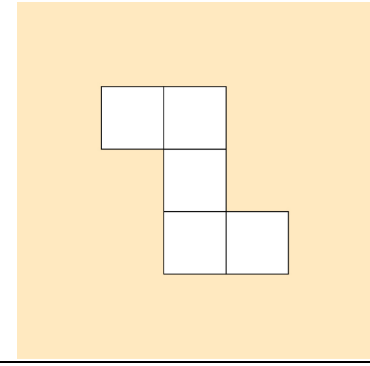
Aus jedem Schachtelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Schachtelnetz erzeugen.
Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

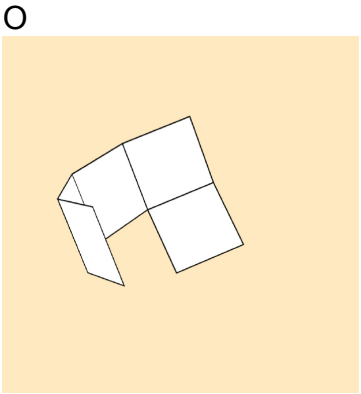
O 

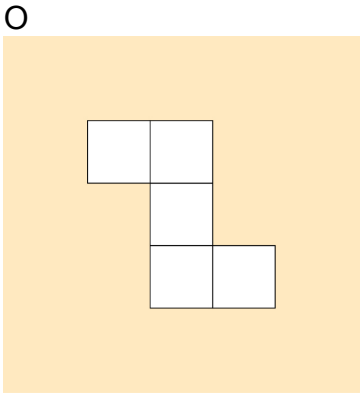
O 

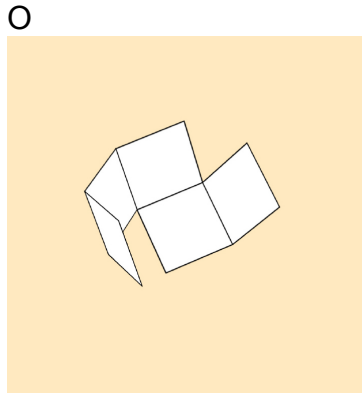
O 

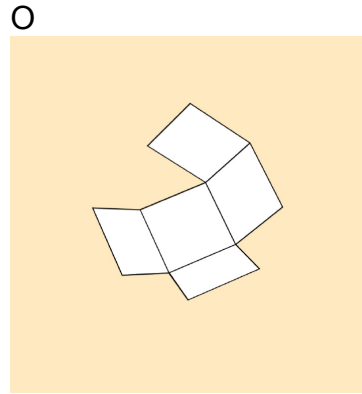
O 

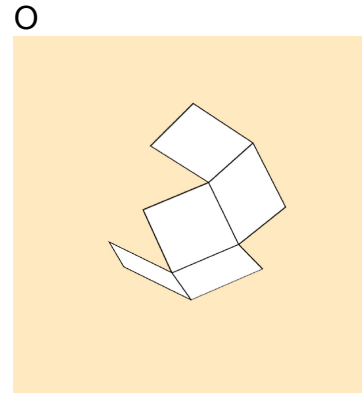
O 

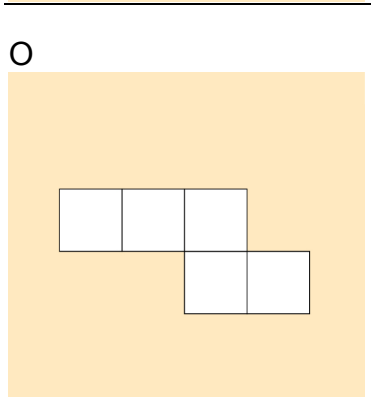
O 

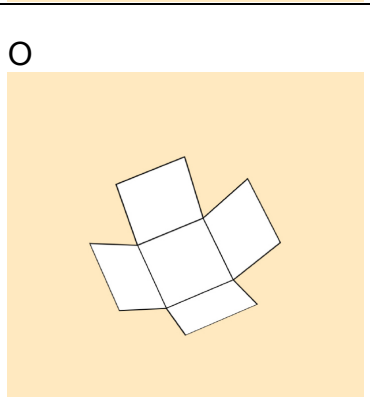
O 

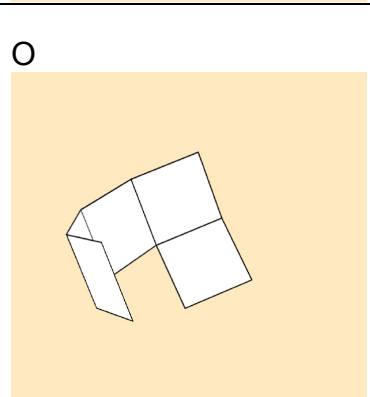
O 

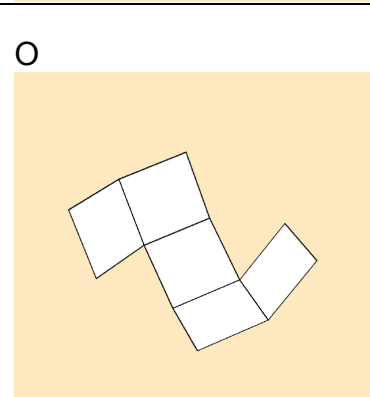
O 

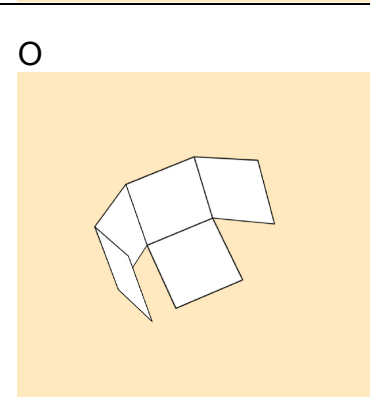
O 

O 

O 

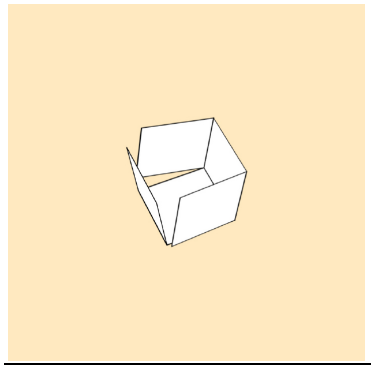
O 

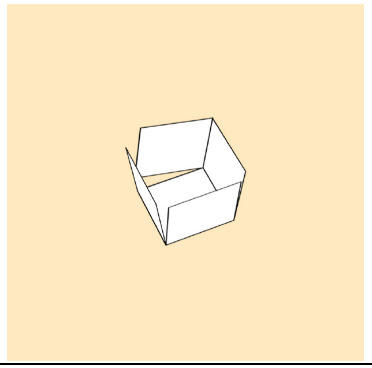
O 

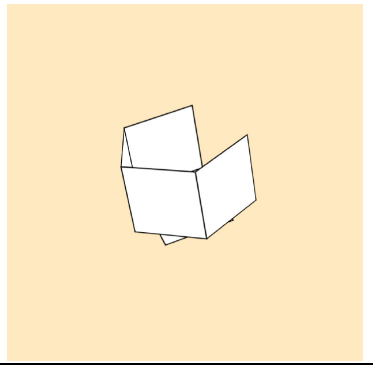
O 

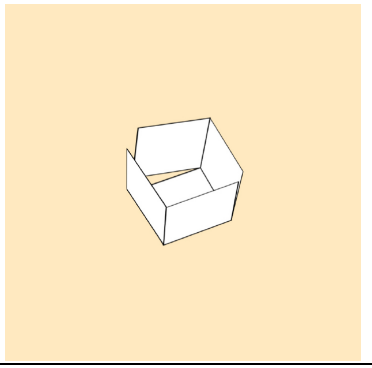
Von Schachtelnetz zu Schachtelnetz

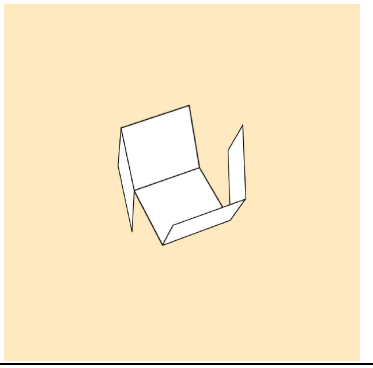
Aus jedem Schachtelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Schachtelnetz erzeugen.
Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

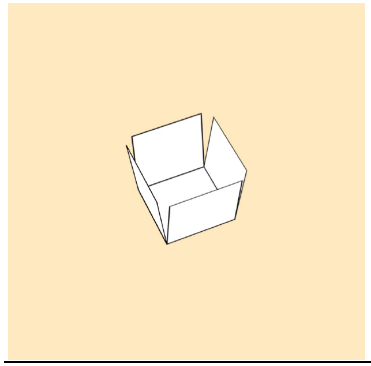
O 

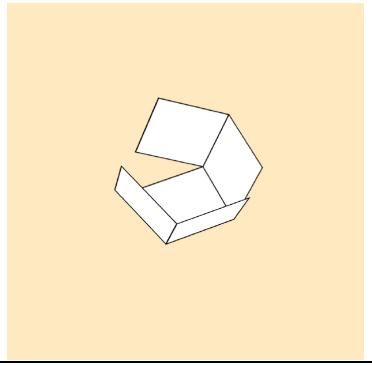
O 

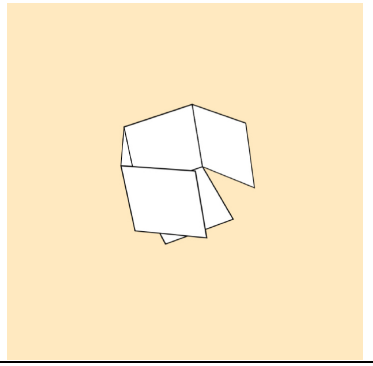
O 

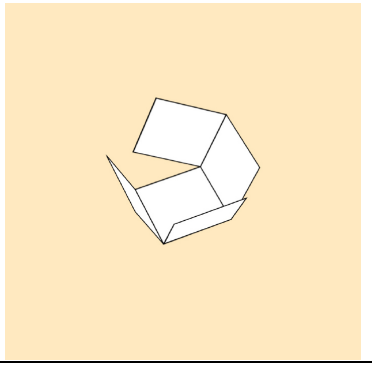
O 

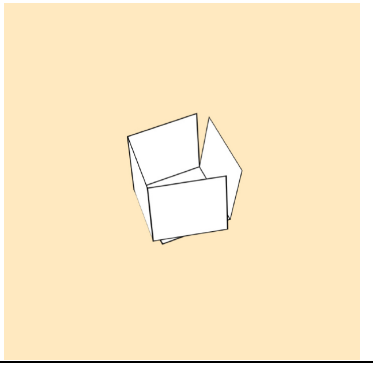
O 

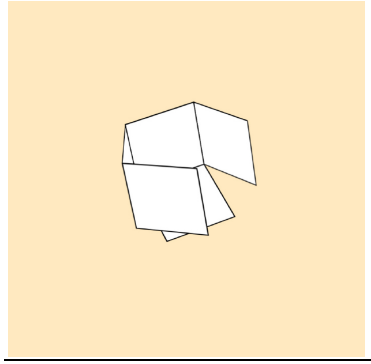
O 

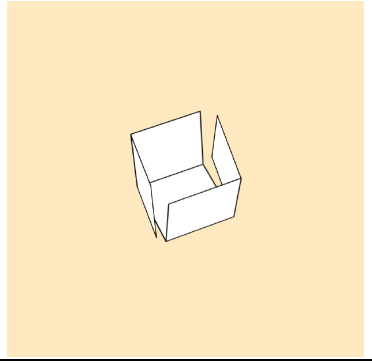
O 

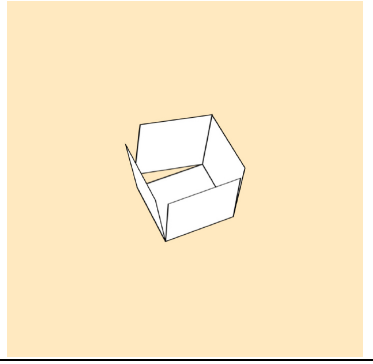
O 

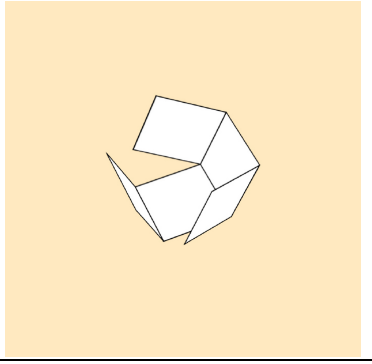
O 

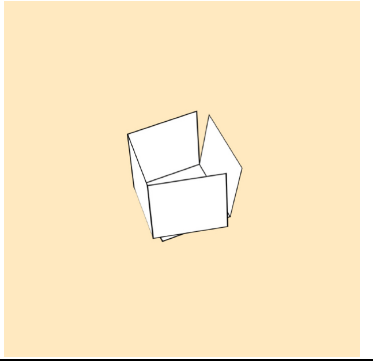
O 

O 

O 

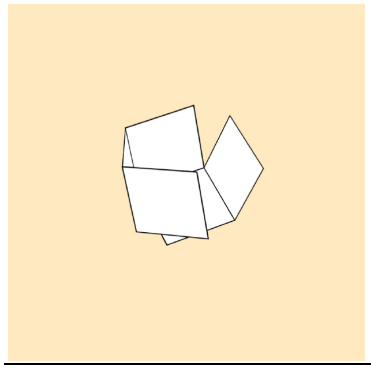
O 

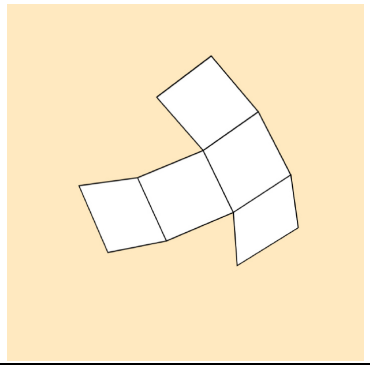
O 

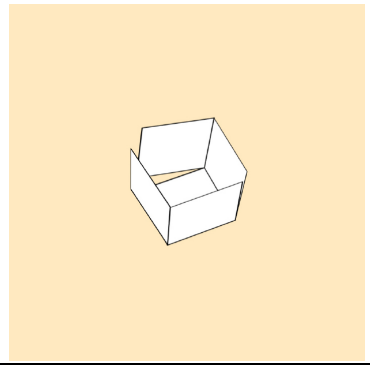
O 

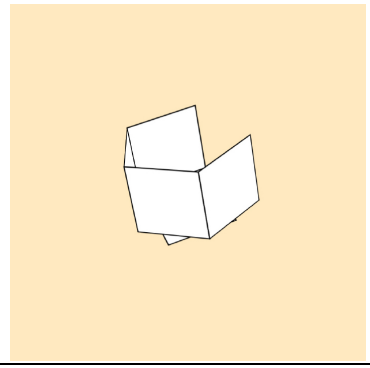
Von Schachtelnetz zu Schachtelnetz

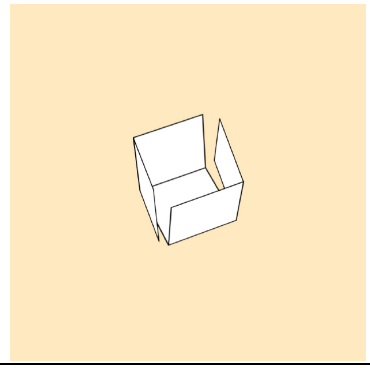
Aus jedem Schachtelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Schachtelnetz erzeugen.
Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

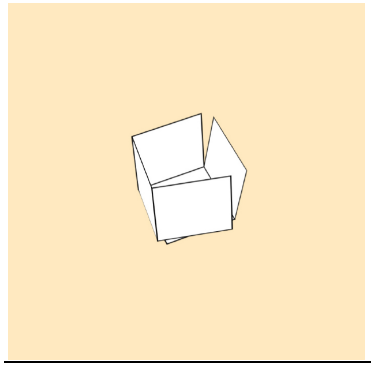
O 

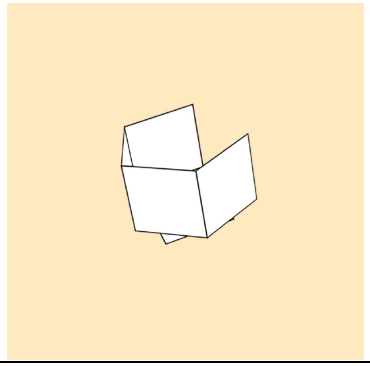
O 

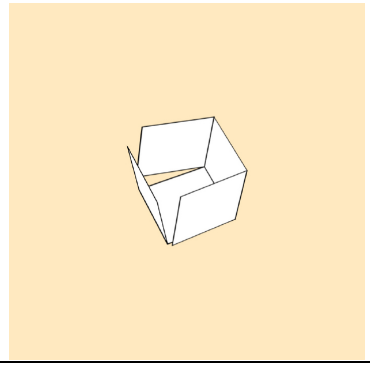
O 

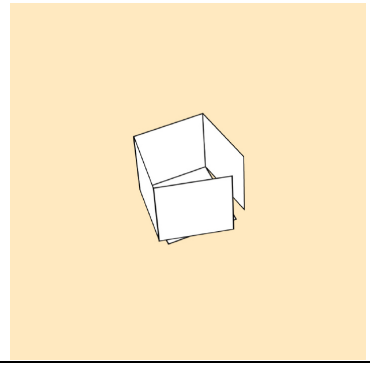
O 

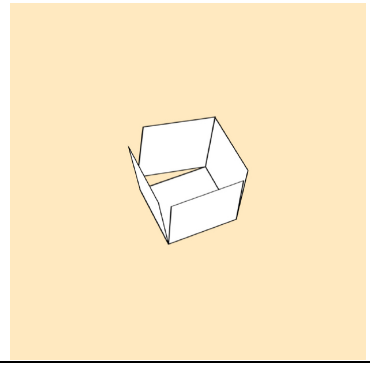
O 

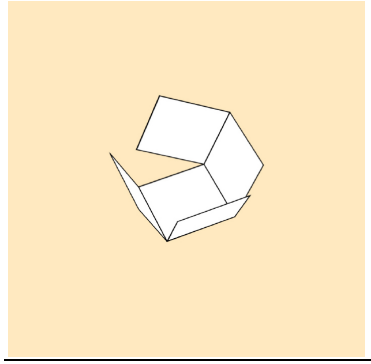
O 

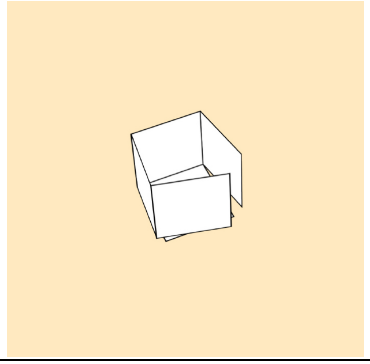
O 

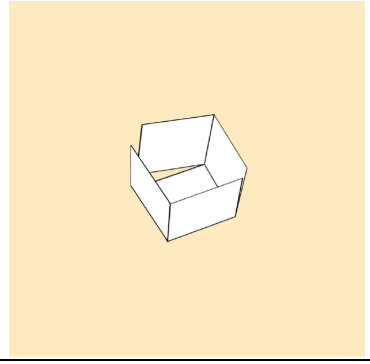
O 

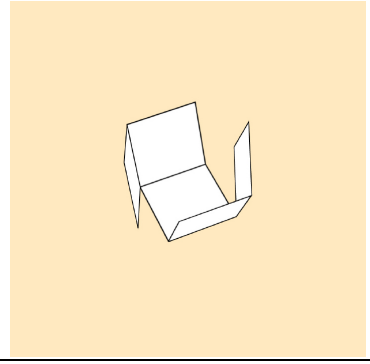
O 

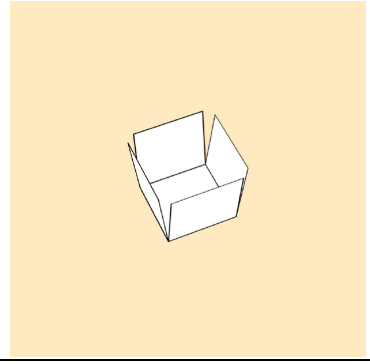
O 

O 

O 

O 

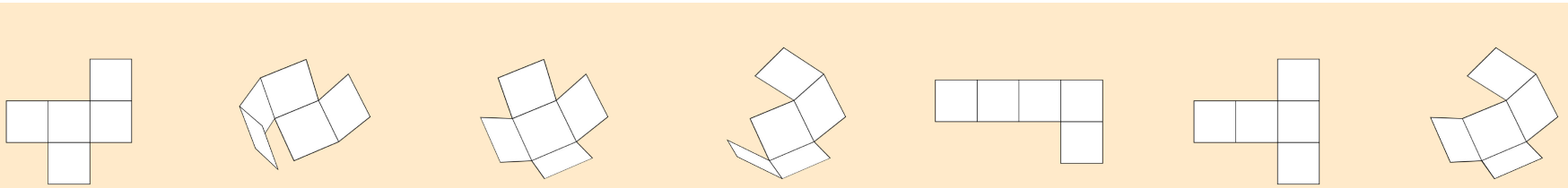
O 

O 

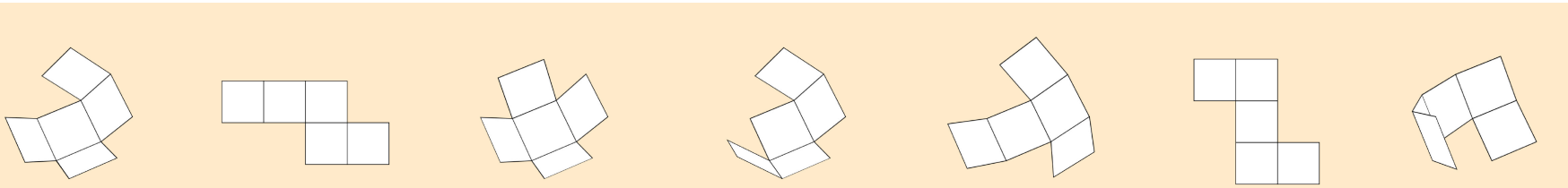
Von Schachtelnetz zu Schachtelnetz

Aus jedem Schachtelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Schachtelnetz erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

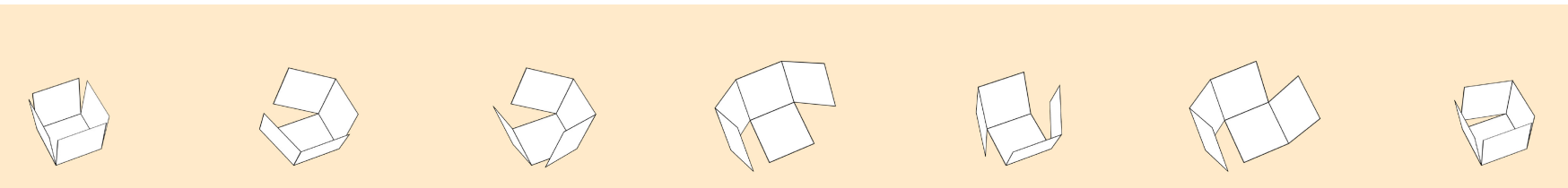
O O O O O O O



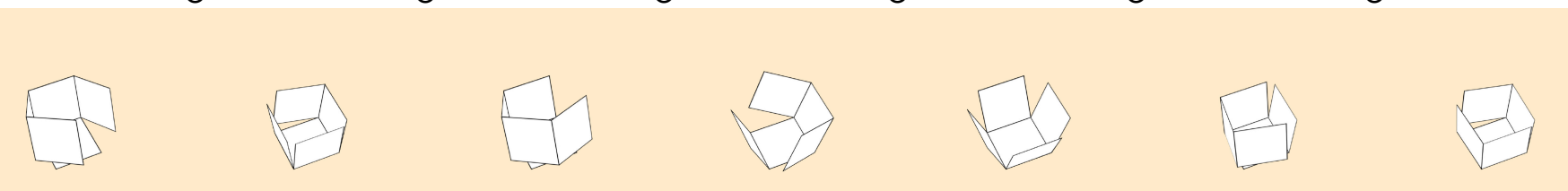
O O O O O O O



O O O O O O O



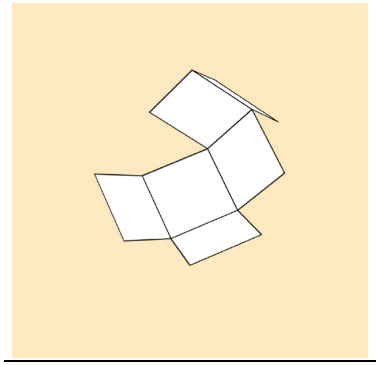
O O O O O O O



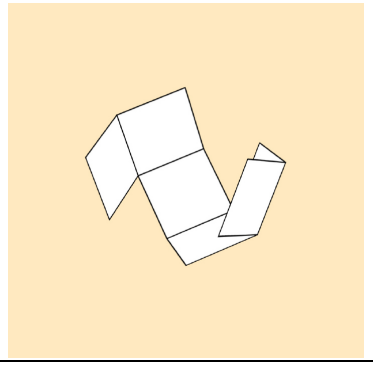
Von einem Würfelnetz zu anderen Würfelnetzen

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche umlegst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

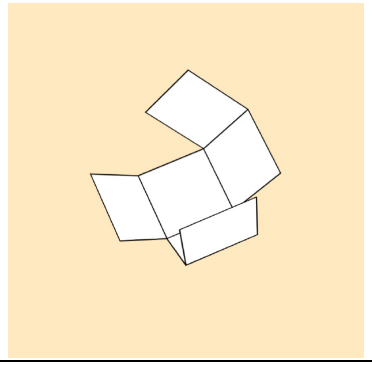
"Start-Netz"



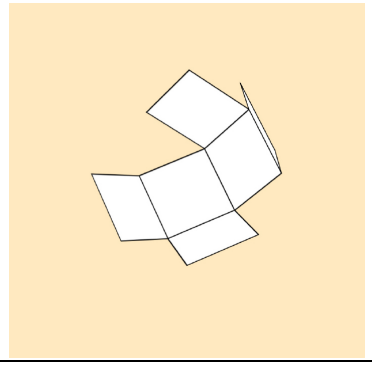
O



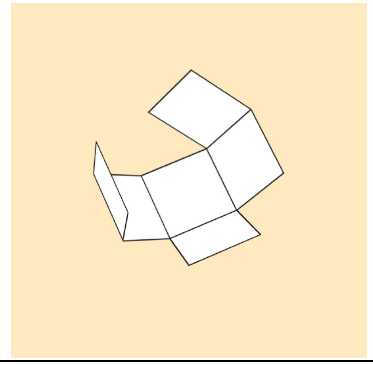
O



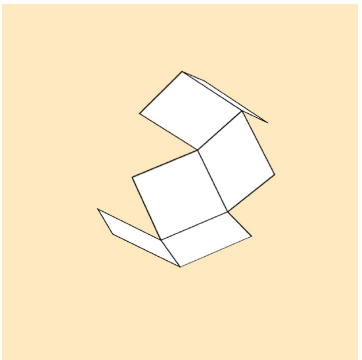
O



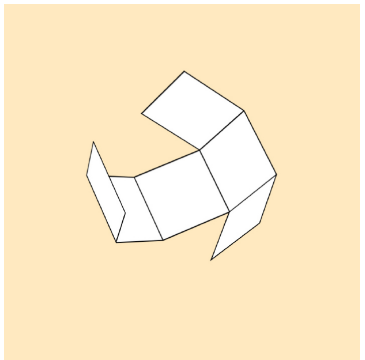
O



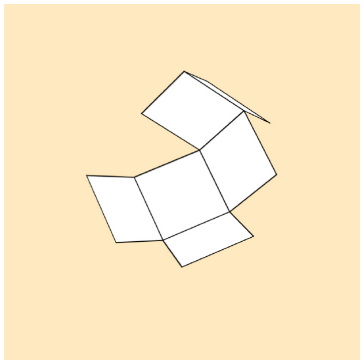
"Start-Netz"



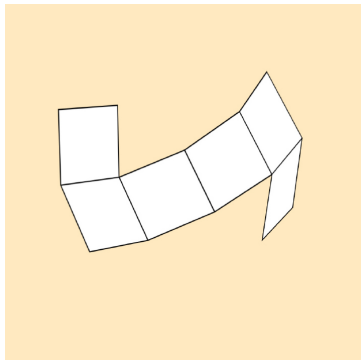
O



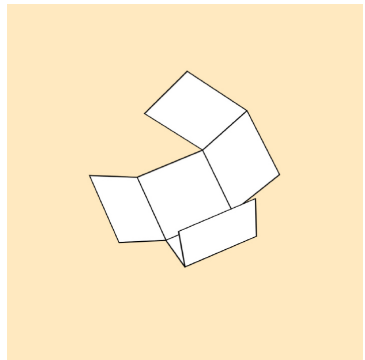
O



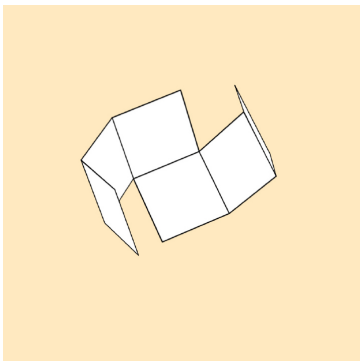
O



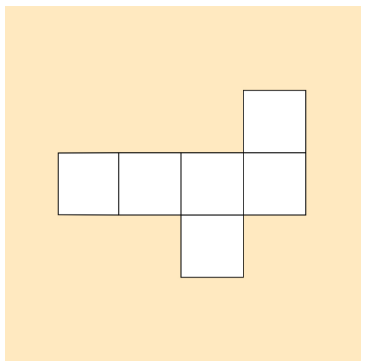
O



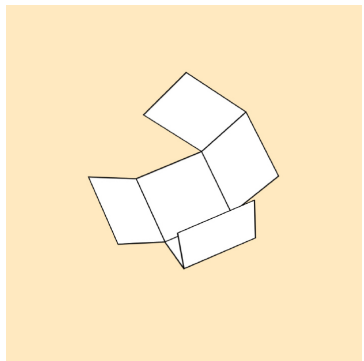
"Start-Netz"



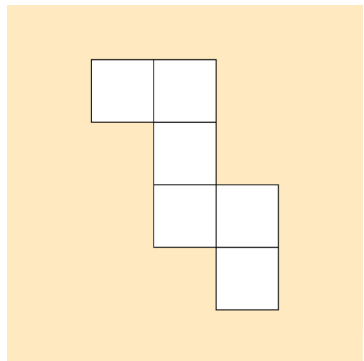
O



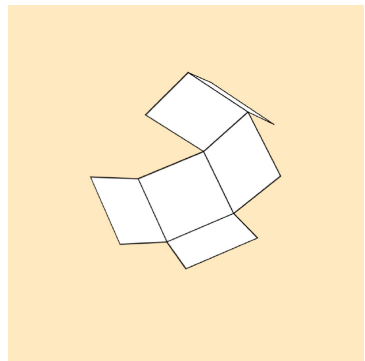
O



O



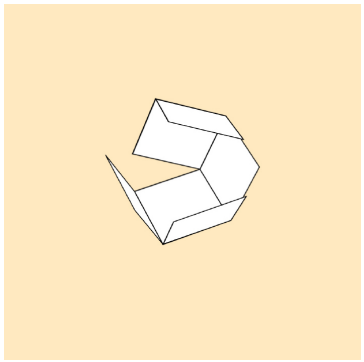
O



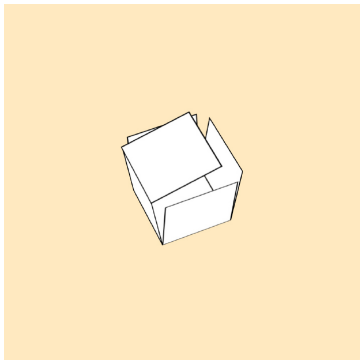
Von einem Würfelnetz zu anderen Würfelnetzen

Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche umlegst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

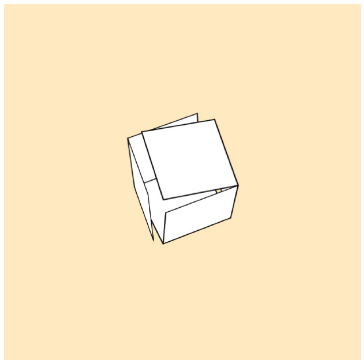
"Start-Netz"



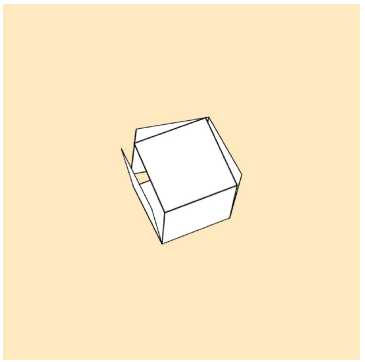
O



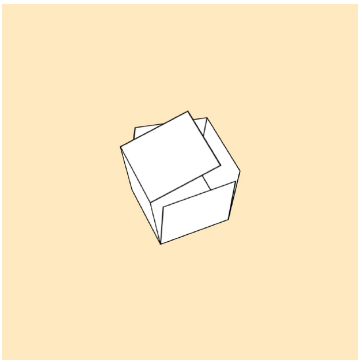
O



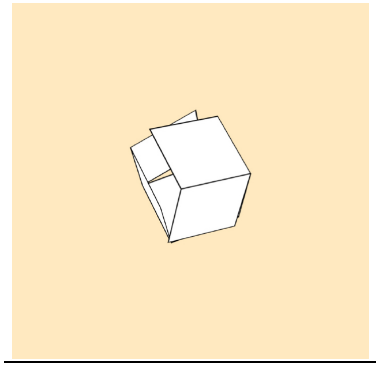
O



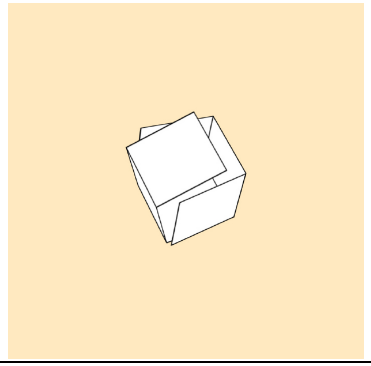
O



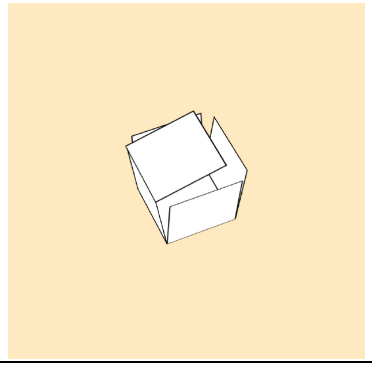
"Start-Netz"



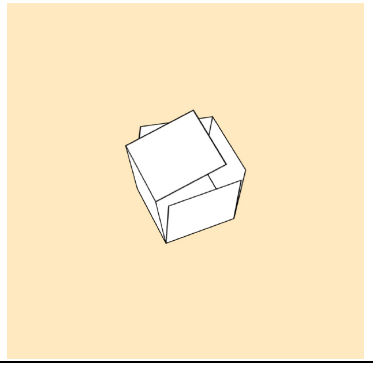
O



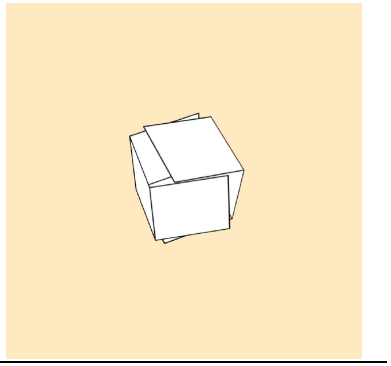
O



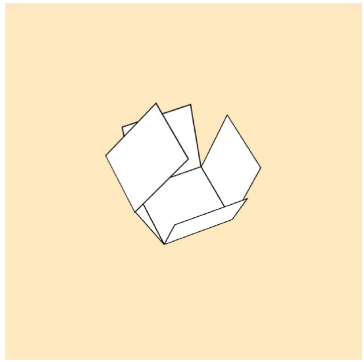
O



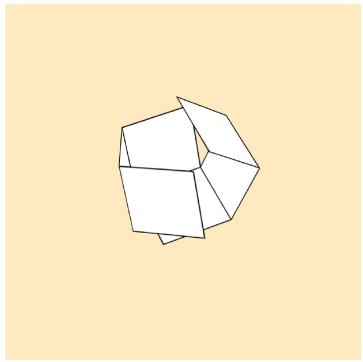
O



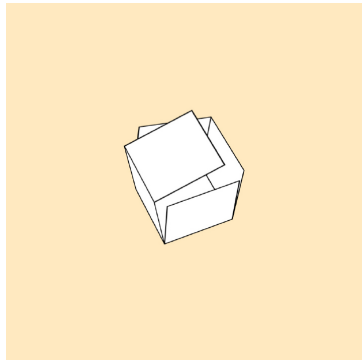
"Start-Netz"



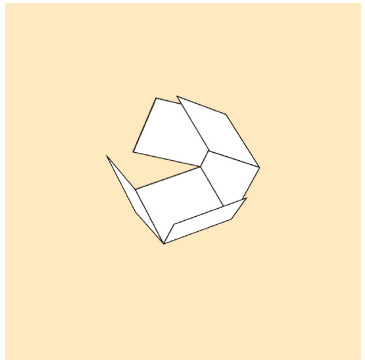
O



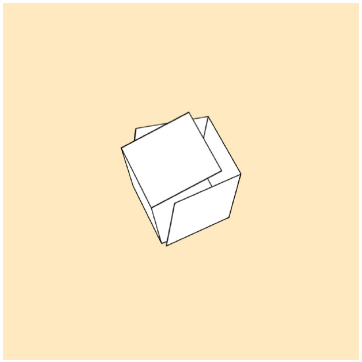
O



O

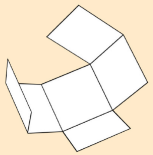
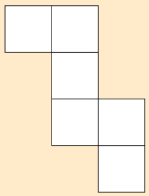
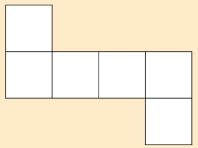
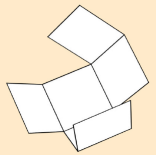
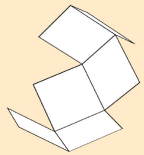
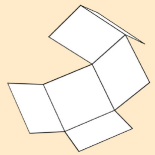
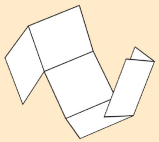
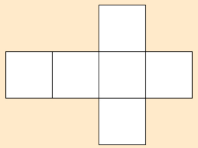
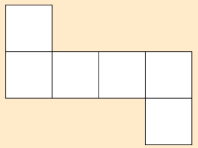
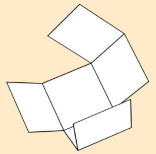
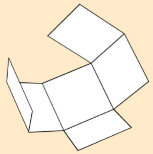
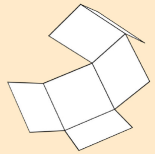
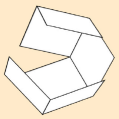
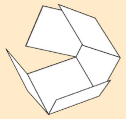
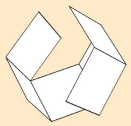
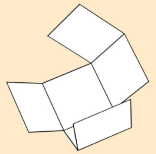
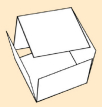
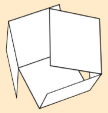
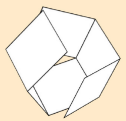
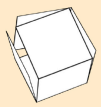
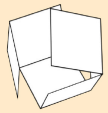
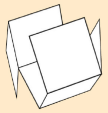


O



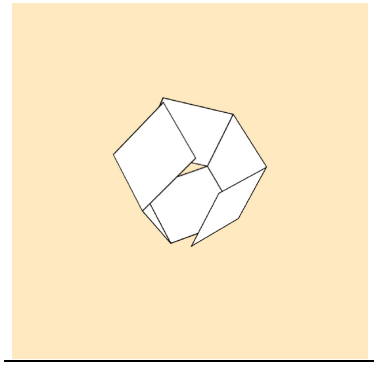
Von einem Würfelnetz zu anderen Würfelnetzen

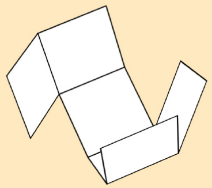
Wenn du am „Start-Netz“ eine Quadratfläche umlegst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen? Kreuze an.

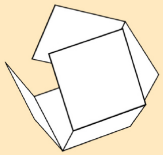
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					
"Start-Netz"	O	O	O	O	O
					

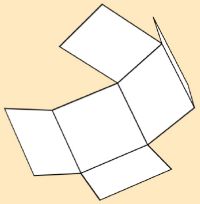
Von Würfelnetz zu Würfelnetz

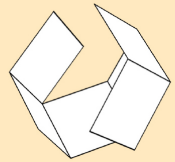
Aus jedem Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Würfelnetz erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

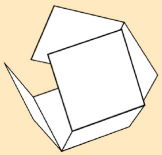
O 

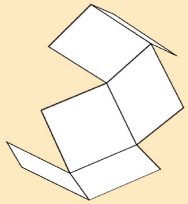
O 

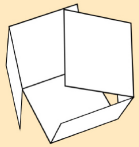
O 

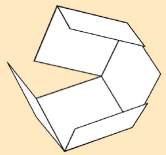
O 

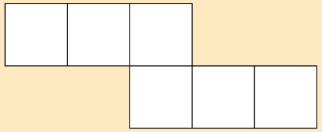
O 

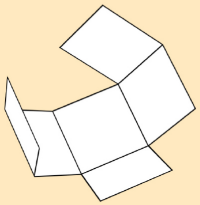
O 

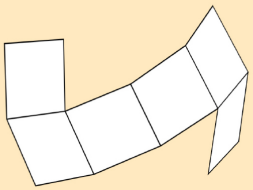
O 

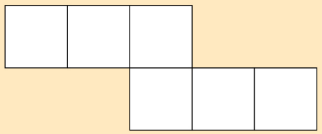
O 

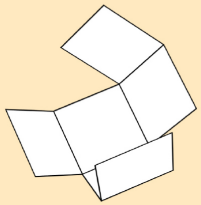
O 

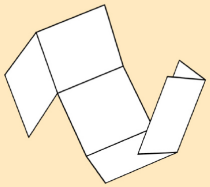
O 

O 

O 

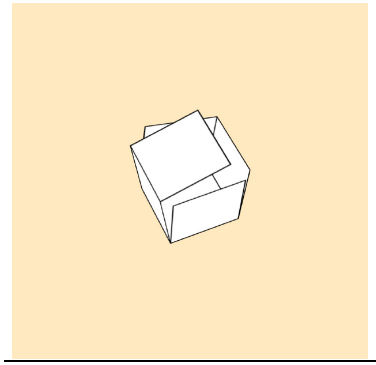
O 

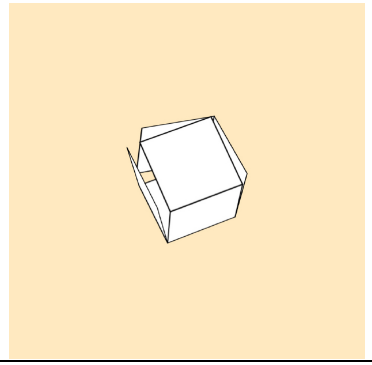
O 

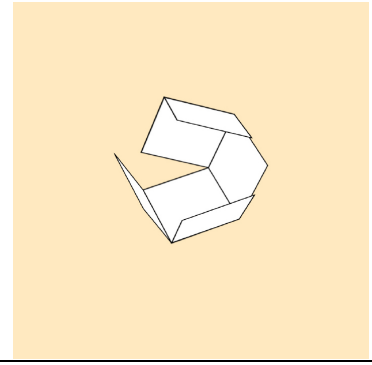
O 

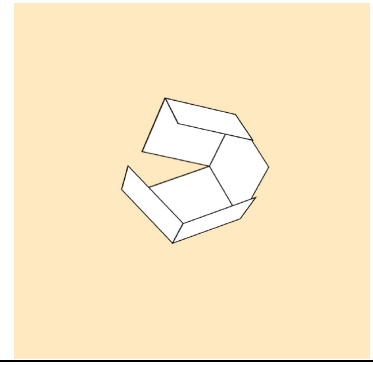
Von Würfelnetz zu Würfelnetz

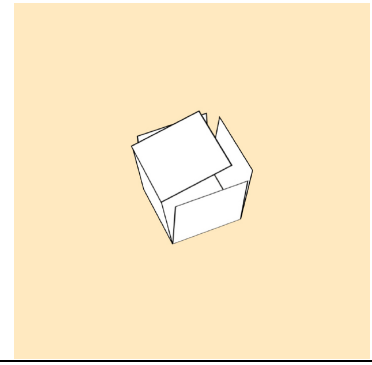
Aus jedem Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Würfelnetz erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

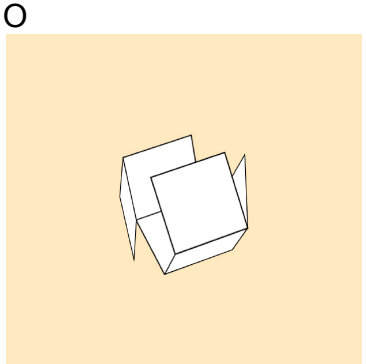
O 

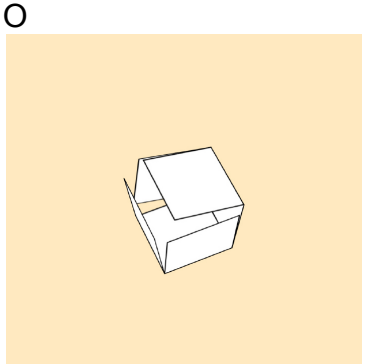
O 

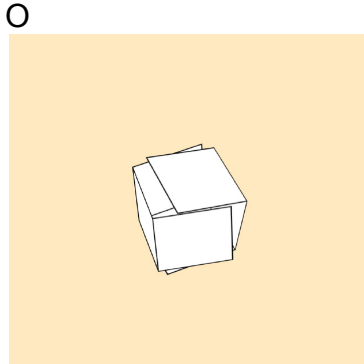
O 

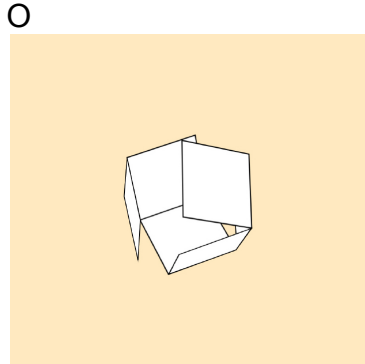
O 

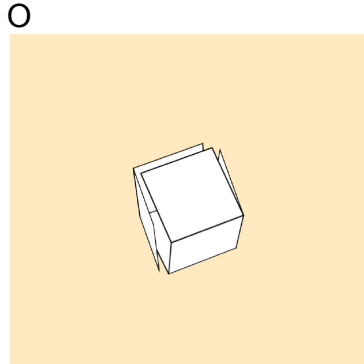
O 

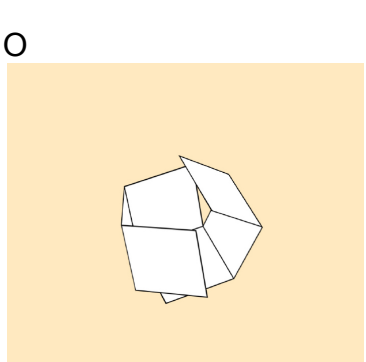
O 

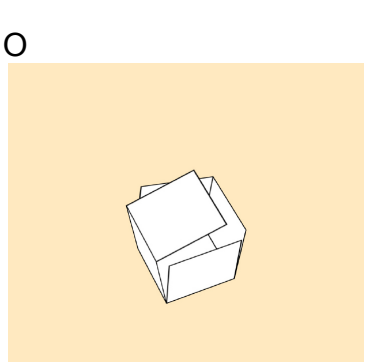
O 

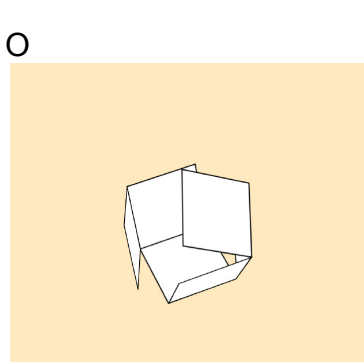
O 

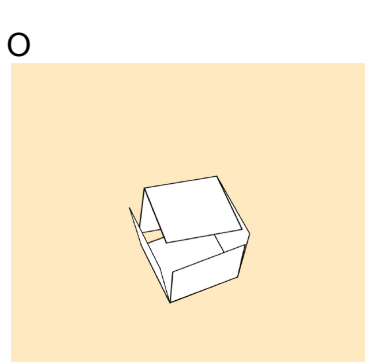
O 

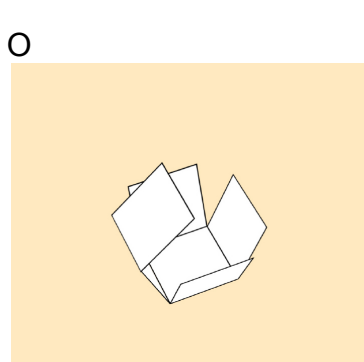
O 

O 

O 

O 

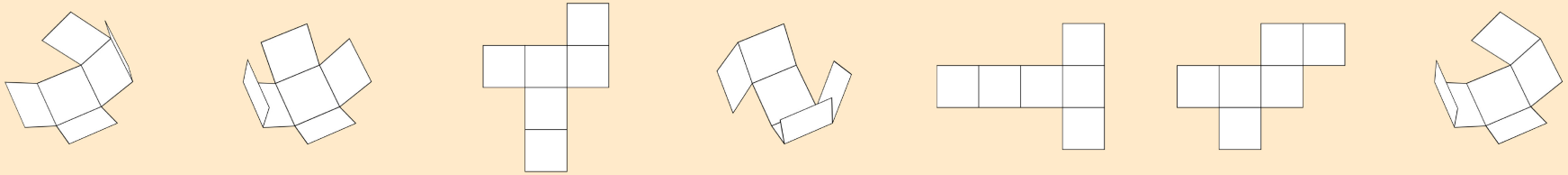
O 

O 

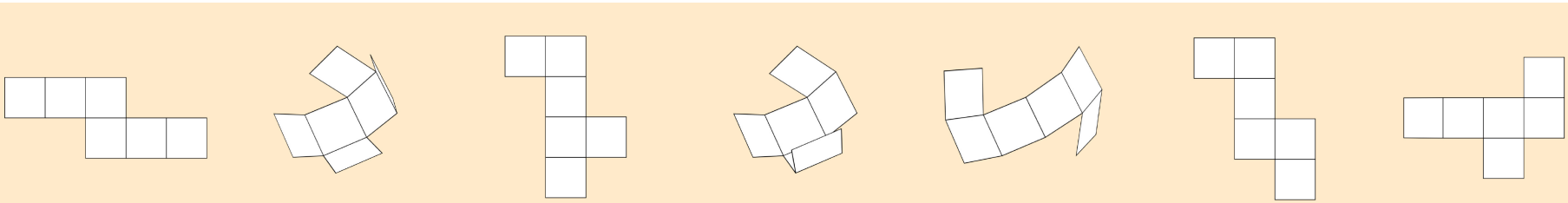
Von Würfelnetz zu Würfelnetz

Aus jedem Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Würfelnetz erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

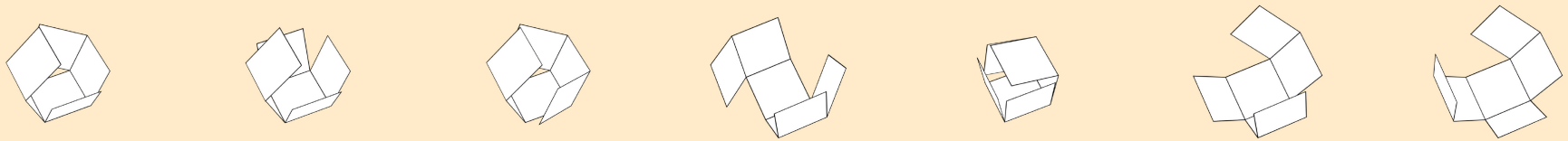
O O O O O O O



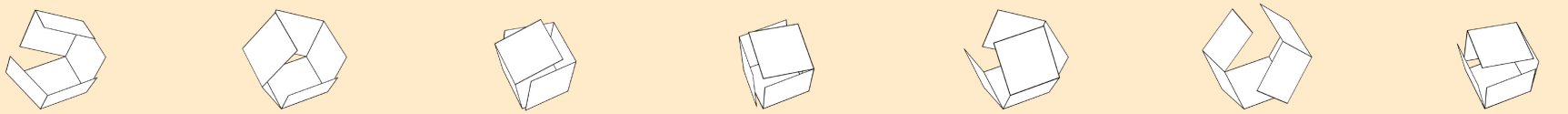
O O O O O O O



O O O O O O O



O O O O O O O





Haus 7: Gute Aufgaben

Nutzung von Faltschnitten zur handlungsorientierten Thematisierung der Achsensymmetrie

Symmetrische Figuren und Objekte sind nicht nur ein wesentlicher Bestandteil unserer Umwelt, sondern offenbar auch von zentraler Bedeutung für unser räumliches Auffassungs- und Gliederungsvermögen (vgl. Radatz & Rickmeyer 1991, S.81). Dies zeigt sich zum Beispiel darin, dass symmetrische Figuren auf Grund ihrer Struktur vom Gehirn schneller analysiert und gespeichert werden können als asymmetrische. Daher wird eine symmetrische Anordnung oftmals auch als Strukturierungsmittel genutzt. Darüber hinaus liegt dem symmetrischen Aufbau von Objekten meist eine bestimmte Zweckmäßigkeit zugrunde. Eine Schaukel benötigt beispielsweise zwei gleich lange Seile, um stabil und flüssig schwingen zu können. Das Erkennen und Verstehen der Eigenschaften und der Funktionalität symmetrischer Objekte leistet folglich einen bedeutsamen Beitrag zur Umwelterschließung der Schüler (mit dem Wort „Schüler“ werden hier und im Folgenden sowohl Schüler als auch Schülerinnen bezeichnet).

Schon vor Beginn der Schulzeit haben die Schüler bereits umfangreiche Erfahrungen zur Symmetrie gesammelt. Diese Erfahrungen beziehen sich nicht nur auf Phänomene aus der Umwelt (z.B. die Symmetrie am eigenen Körper), sondern auch auf das Herstellen symmetrischer Figuren durch Schneiden, Falten oder Legen (vgl. Franke 2007, S.218ff.). Der Geometrieunterricht sollte an diese Erfahrungen anknüpfen, sie systematisieren und erweitern. In dieser Lernumgebung werden daher Faltschnitte für die Thematisierung achsensymmetrischer Figuren genutzt. Dabei bezeichnet der Begriff *Faltschnitt* eine Figur, die durch das Falten eines Blatt Papiers und das anschließende Ausschneiden einer Teilfigur entsteht, wobei diese an der Faltkante des Blattes anliegen muss. Die aufgeklappte Figur ist folglich achsensymmetrisch, wobei ihre Symmetrieachse der Faltkante entspricht. Die Schüler kennen Faltschnitte oftmals schon aus ihrer Zeit im Kindergarten, sodass diese Lernumgebung an ihre Erfahrungen anknüpft. Der offene und praktische Einstieg gibt aber auch Schülern ohne Vorerfahrungen die Gelegenheit, Faltschnitte kennenzulernen und die Auswirkung des Aufklappens der ausgeschnittenen Teilfigur zu erproben. Somit ermöglicht dieser Einstieg eine Bearbeitung auf unterschiedlichen Niveaus im Sinne der natürlichen Differenzierung, sodass er den verschiedenen Vorerfahrungen der Schüler gerecht wird.

Mit Faltschnitten lassen sich zudem die Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren erforschen und beschreiben. Hier sind wiederum im Sinne der natürlichen Differenzierung Entdeckungen auf unterschiedlichen Niveaus möglich. Beim Vergleich der selbst hergestellten Faltschnitte sind die Tatsachen, dass jede Figur eine Faltkante besitzt und aus zwei Hälften bzw. Teilfiguren besteht, für jeden Schüler leicht ersichtlich. Des Weiteren kann die Abstandstreue gegenüberliegender Kanten zur Symmetrieachse, die Längentreue gegenüberliegender Kanten sowie die Flächentreue der beiden Teilfiguren von den Schülern erkannt und mit Hilfe der Herstellungsweise der Faltschnitte anschaulich begründet werden (schließ-

lich liegen die beiden Teilfiguren beim Ausschneiden direkt übereinander). Auch die Entdeckung, dass die beiden Teilfiguren spiegelverkehrt sind, wäre auf Grund von Vorerfahrungen der Schüler zum Spiegeln denkbar.

Die gefundenen Besonderheiten von Faltschnitten sowie die konkreten Handlungen mit ihnen bilden den Grundstein für das mentale Operieren mit Faltschnitten. Dabei sollen die Schüler achsensymmetrische Figuren identifizieren, Teil- und Gesamtfigur einander zuordnen sowie Teilfiguren achsensymmetrisch ergänzen. Diese Aktivitäten beanspruchen das räumliche Vorstellungsvermögen, da die Schüler die Beziehung von Teil- und Gesamtfigur erkennen und sie sich diese in der durch die Spiegelung veränderten Lage vorstellen müssen (vgl. Merschmeyer-Brüwer 2007, S.159f.). Zudem werden die inhaltsbezogenen Kompetenzen gefördert, die im Bereich „Raum und Form“ im Schwerpunkt Symmetrie festgelegt sind (vgl. MSW 2008, S.64). Dabei können die praktischen Erfahrungen des Auf- und Zuklappens der Faltschnitte zu Beginn der Unterrichtsreihe den Schülern bei den mentalen Operationen eine Hilfe sein.

Neben der Förderung der inhaltsbezogenen Kompetenzen werden in dieser Lernumgebung zudem prozessbezogene Kompetenzen angesprochen und entwickelt. Die Schüler dokumentieren die gefundenen Eigenschaften von Faltschnitten und präsentieren sie ihren Mitschülern. Zudem finden Reflexionen über verschiedene Vorgehensweisen und Begründungen statt, wobei die Eigenschaften der Faltschnitte herangezogen und genutzt werden. Somit können in dieser Lernumgebung ebenfalls die Kompetenzen Argumentieren und Darstellen/Kommunizieren gezielt gefördert werden (vgl. a.a.O. S.60).



Literatur

Franke, M. (2007): *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (2. Aufl.). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Merschmeyer-Brüwer, C. (2007): Räumliche Symmetrie in der Grundschule – Ein Konzept zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens. In J. H. Lorenz, H. Radatz & W. Schipper (Hg.): *Impulse für den Mathematikunterricht*. Braunschweig: Schroedel, S. 158-166

Ministerium für Schule und Weiterbildung Nordrhein-Westfalens (2008): Lehrplan Mathematik. In: *Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen*. http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_gs/LP_GS_2008.pdf (Abruf am 05.07.2012).

Radatz, H. & Rickmeyer, K. (1991): *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag.

„Wir erkunden mit Faltschnitten achsensymmetrische Figuren“ –
Handlungsorientierte Erfahrungen zur Achsensymmetrie

DARUM GEHT ES - SACHINFORMATIONEN

Symmetrische Figuren und Objekte sind ein wesentlicher Bestandteil unserer Umwelt und begegnen uns daher jeden Tag. Eine Thematisierung der Symmetrie und ihrer Eigenschaften im Unterricht kann den Schülern (mit dem Wort „Schüler“ werden hier und im Folgenden sowohl Schüler als auch Schülerinnen bezeichnet) ermöglichen symmetrische Figuren und Objekte zu erkennen und deren Zweckmäßigkeit zu verstehen. Dadurch kann nicht nur ein wichtiger Beitrag zur Umwelterschließung der Schüler geleistet, sondern ebenfalls ihr räumliches Vorstellungsvermögen trainiert werden (vgl. Radatz & Rickmeyer 1991, S.81).

In dieser Lernumgebung werden Faltschnitte zur Thematisierung achsensymmetrischer Figuren im Unterricht genutzt. Dabei bezeichnet der Begriff *Faltschnitt* eine Figur, die durch das Falten eines Blatt Papiers und das anschließende Ausschneiden einer Teilfigur entsteht, wobei diese an der Faltkante des Blattes anliegen muss. Die aufgeklappte Figur ist folglich achsensymmetrisch. Da die Herstellung von Faltschnitten ohne großen Zeitaufwand und mit wenig Material möglich ist, bietet es sich an, die Schüler selbst Faltschnitte herstellen zu lassen um ihnen einen handlungsorientierten Zugang zur Achsensymmetrie zu ermöglichen. Die Herstellungsart von Faltschnitten eignet sich zudem um Begriffe wie „Symmetrieachse“ oder „achsensymmetrische Figuren“ zu thematisieren, da mit der Faltkante bereits die Symmetrieachse vorgegeben ist und sich die Gleichheit der beiden Teilfiguren zudem leicht nachvollziehen und begründen lässt. Dies kann den Schülern helfen die Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren zu erkunden und zu beschreiben.

Die bei den praktischen Erfahrungen ermittelten Eigenschaften der Faltschnitte werden im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe dafür genutzt, um achsensymmetrische Figuren zu erkennen und deren Symmetrieachsen einzuzeichnen, Teil- und Gesamtfiguren von Faltschnitten einander zuzuordnen, sowie vorgegebene Teilfiguren achsensymmetrisch zu ergänzen. Diese Aufgaben erfordern das mentale Operieren mit den Teil- und Gesamtfiguren von Faltschnitten, sodass die räumliche Vorstellungsfähigkeit der Schüler beansprucht wird (vgl. ebd.). Dabei werden ebenfalls die *inhaltsbezogenen Kompetenzen* des Bereiches „Raum und Form“ mit dem Schwerpunkt „Symmetrie“ angesprochen und trainiert (vgl. MSW 2008, S.64). Die Schüler dokumentieren zudem die gefundenen Eigenschaften von Faltschnitten sowie ihre Vorgehensweisen und präsentieren sie ihren Mitschülern. Außerdem werden verschiedenen Vorgehensweisen und Begründungen dargestellt und reflektiert, wobei die Schüler hierfür die Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren heranziehen. Bei diesen Aktivitäten werden demzufolge die *prozessbezogenen Kompetenzen* Darstellen/Kommunizieren und Argumentieren angesprochen und gefördert (vgl. a.a.O. S.60).



Schuljahr 2, 3

(je nachdem, welche Vorkenntnisse die Schüler zur Achsensymmetrie besitzen, leicht verändert)

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form – Schwerpunkt Symmetrie

Prozessbezogene Kompetenzen

Argumentieren,

Darstellen/Kommunizieren

Kinder sprechen über...

… die Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren.

... Strategien für die Zuordnung von Teil- und Gesamtfiguren.

... das Zeichnen achsensymmetrischer Figuren.

ZIELE der gesamten Unterrichtsreihe

Die Schüler sollen...

- Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren kennenlernen und diese für die Identifizierung achsensymmetrischer Figuren nutzen.
- Strategien entwickeln, durch die die Teil- und Gesamtfigur eines Faltschnittes im Kopf zugeordnet werden können.
- selbst achsensymmetrische Figuren vervollständigen und zeichnen.
- ihre Vorgehensweisen und Überlegungen dokumentieren und ihren Mitschülern darlegen.
- Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren für Begründungen heranziehen.

1. Unterrichtssequenz: „Wir lernen Faltschnitte kennen und erforschen ihre Besonderheiten“ – Charakteristische Merkmale achsensymmetrischer Figuren thematisieren und für die Identifizierung achsensymmetrischer Figuren nutzen

ZIELE

Die Schüler sollen...

- mit Faltschnitten verschiedene achsensymmetrische Figuren herstellen.
- Besonderheiten von Faltschnitten und somit Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren erforschen.
- achsensymmetrische Figuren erkennen und deren Symmetrieachse einzeichnen.
- vorgegebene Figuren so verändern, dass diese achsensymmetrisch sind.
- ihre Entdeckungen und Überlegungen dokumentieren und erläutern.

ZEIT

1 Unterrichtsstunde

SO KANN ES GEHEN

Einstieg

Transparenz über die Unterrichtsreihe (ca. 3 Minuten)

Den Schülern soll *Prozesstransparenz* über die Unterrichtsreihe gegeben werden. Dazu wird das Wort „Faltschnitte“ an

Material

Schüler

- Arbeitsblätter A1, A2
- buntes Faltpapier
- Schere
- Lineal

Lehrperson

- Plakat und Klebestreifen (um die angefertigten Figuren der Schüler aufzukleben)
- Kreide
- großes Faltpapier + Schere (zur Herstellung des Faltschnittes)
- Spiegel

der Tafel notiert und die Lehrperson fragt nach, ob sich die Schüler etwas unter diesem Begriff vorstellen können, und sammelt deren Ideen. Anschließend demonstriert sie mit einem großen Faltpapier, wie man einen Faltschnitt herstellen kann, und hängt die aufgeklappte Figur sowie den Umriss der ausgeschnittenen Teilfigur an die Tafel.

Arbeitsphase I

praktischer Einstieg zu „Faltschnitten“ (ca. 20 Minuten)

Die Lehrperson gibt den Schülern den Arbeitsauftrag, mit Hilfe von Faltschnitten selbst verschiedene achsensymmetrische Figuren herzustellen. Dabei sind die Figuren zunächst nicht vorgegeben, sondern können von den Schülern selbst bestimmt werden. Haben die Schüler eine zuvor abgesprochene Anzahl an Figuren hergestellt, setzen sie sich mit einem Partner zusammen und betrachten ihre aufgeklappten Figuren. Sie überlegen mit Hilfe der Forscherfrage auf dem Arbeitsblatt A1, was die Gemeinsamkeiten der hergestellten Figuren und somit die Besonderheiten von Faltschnitten sind, und notieren ihre Entdeckungen auf dem Arbeitsblatt.

Differenzierung

Da die herzustellenden Figuren nicht vorgegeben sind, können die Schüler den Schwierigkeitsgrad der auszuschneidenden Figuren selbst bestimmen. Dabei können sie sich entweder im Vorhinein überlegen, wie die aufgeklappte Figur aussehen soll, oder zunächst irgendwelche Figuren ausschneiden, um die Auswirkungen des Aufklappens zu erproben. Somit wird man den verschiedenen Vorerfahrungen der Schüler mit Faltschnitten gerecht.

Darüber hinaus können verschiedene Entdeckungen bezüglich der Eigenschaften der aufgeklappten Figuren gemacht werden (vgl. Basisinformationen), die zudem gemäß der individuellen Kompetenzen im Bereich des Darstellen/ Kommunizieren der Schüler notiert werden können. Hierbei wäre es auch möglich Zeichnungen zu nutzen, um den Schülern, die Schwierigkeiten haben ihre Entdeckungen zu verbalisieren, einen anderen Darstellungszugang zu ermöglichen.

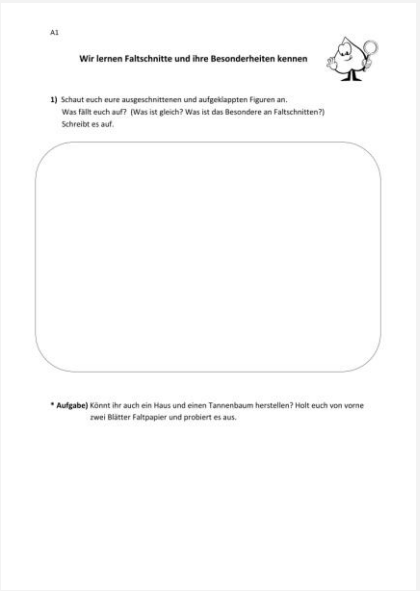
Für schnell arbeitende Schüler gibt es zudem den Auftrag zwei vorgegebene Figuren (ein Haus und einen Tannenbaum) herzustellen (vgl. A1 *-Aufgabe). Dabei ist es notwendig, dass sich die Schüler die halbe Teilfigur im Kopf vorstellen können. Allerdings können sie durch die Arbeit mit dem konkreten Material auch verschiedene Lösungsansätze ausprobieren, um zu den gewünschten Gesamtfiguren zu gelangen.

Zwischenreflexion

Sammeln der Entdeckungen im Plenum (ca. 10 Minuten)

Jeder Schüler darf eine seiner hergestellten Figuren auf ein Plakat kleben, welches für alle sichtbar an die Tafel gehängt wird. Anschließend werden die gefundenen Gemeinsamkeiten und Besonderheiten der durch Faltschnitte hergestellten Figuren im *Plenum* gesammelt. Dabei sollten die Schüler neben der rein verbalen Äußerung ihre Entdeckungen auch die Möglichkeit haben diese an einem Beispiel zu verdeutlichen. Dies erleichtert das Verständnis unter den Schülern und sie

Arbeitsblatt A1


A1

Wir lernen Faltschnitte und ihre Besonderheiten kennen

1) Schaut euch eure ausgeschnittenen und aufgeklappten Figuren an.
Was fällt euch auf? (Was ist gleich? Was ist das Besondere an Faltschnitten?)
Schreibt es auf.

* Aufgabe) Könnt ihr auch ein Haus und einen Tannenbaum herstellen? Holt euch von vorne zwei Blätter Faltpapier und probiert es aus.

können zudem auch für sie schwer beschreibbare Entdeckungen präsentieren. Die genannten Besonderheiten können auch in Form von Stichpunkten an der Tafel festgehalten werden.

Ausgehend von den genannten Entdeckungen der Schüler werden die Begriffe „Spiegelachse“ und „Symmetrieachse“ sowie „achsensymmetrisch“ eingeführt (der Begriff „Symmetrieachse“ wird bei den folgenden Arbeitsblättern verwendet, sodass dieser Begriff auf jeden Fall eingeführt werden muss). Dabei sollte der Begriff „Spiegelachse“ auch mit den Vorerfahrungen der Schüler zum Spiegeln verknüpft werden. Hierzu bietet es sich an, die Symmetrieachse bei einer Faltfigur zunächst zu markieren und den Spiegel anschließend auf diese Achse zu stellen, damit die Schüler die so entstandene vollständige Figur sehen können.

Arbeitsphase II

Identifizierung achsensymmetrischer Figuren (ca. 10 Minuten)

Die Schüler erhalten nun das Arbeitsblatt A2 auf dem verschiedene achsensymmetrische und eine nicht-achsensymmetrische Figur abgebildet sind. Sie sollen herausfinden, welche dieser Figuren mit Hilfe eines Faltschnittes hergestellt werden können und die Symmetrieachsen einzeichnen. Bei der nicht-achsensymmetrischen Figur beschreiben die Schüler, woran sie erkannt haben, dass diese nicht mit Hilfe eines Faltschnittes hergestellt werden kann. Als Sozialform kann entweder *Einzel- oder Partnerarbeit* gewählt werden. Die Lehrperson gibt individuelle Hilfestellungen.

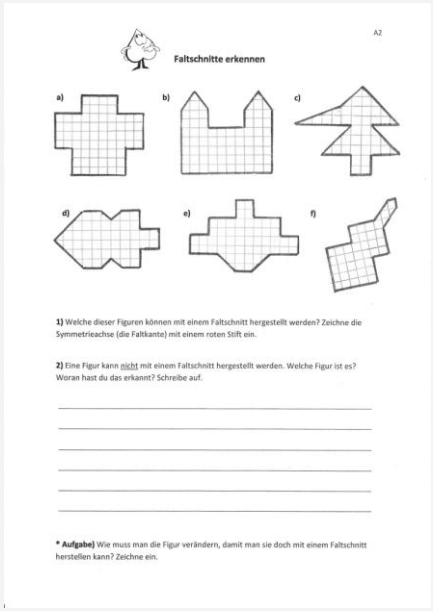
Differenzierung

Für die Schüler, denen diese Zuordnung leicht fällt, gibt es eine Zusatzaufgabe bei der sie die identifizierte nicht-achsensymmetrische Figur so verändern sollen, dass sie symmetrisch wird (vgl. A2 *-Aufgabe). Dabei ist die Vorgehensweise nicht vorgegeben und es sind verschiedene Änderungen denkbar (z.B. Verkürzung des linken oberen Teilstückes oder Verlängerung des rechten oberen Teilstückes). Desweiteren bieten die geforderten Beschreibungen (bzw. Begründungen) der Schüler bezüglich der nicht-achsensymmetrischen Figur eine Differenzierungsmöglichkeit, da sie diese Beschreibungen auf ihrem eigenen Leistungsniveau anfertigen können.

Schlussphase /Ausblick auf die kommende Unterrichtseinheit

Am Ende der Stunde gibt die Lehrperson einen kurzen Ausblick auf die kommende Unterrichtseinheit. Dabei weist sie darauf hin, dass die Ergebnisse von Arbeitsblatt A2 zu Beginn der nächsten Stunde gemeinsam verglichen und besprochen werden und die Schüler zudem die Möglichkeit erhalten ihre gefundenen Begründungen vorzulesen und den Mitschülern zu präsentieren. Desweiteren kündigt sie an, dass die Schüler sich weiter mit den Faltschnitten beschäftigen werden.

Arbeitsblatt A2


Faltschnitte erkennen

A2

a) b) c)

d) e) f)

1) Welche dieser Figuren können mit einem Faltschnitt hergestellt werden? Zeichne die Symmetrieachse (die Faltkante) mit einem roten Stift ein.

2) Eine Figur kann nicht mit einem Faltschnitt hergestellt werden. Welche Figur ist es? Woran hast du das erkannt? Schreibe auf.

* Aufgabe) Wie muss man die Figur verändern, damit man sie doch mit einem Faltschnitt herstellen kann? Zeichne ein.

2. Unterrichtssequenz: „Wir ordnen Faltschnitten ihre passenden aufgeklappten Figuren zu“ - Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens durch Zuordnung von Teil- und Gesamtfigur sowie Zeichnen der entsprechenden achsensymmetrischen Figuren

ZIELE

Die Schüler sollen...

- die Deckungsgleichheit beider Teilfiguren als Kriterium für achsensymmetrische Figuren heranziehen.
- Teil- und Gesamtfiguren von Faltschnitten einander begründet zuordnen.
- die aufgeklappte Figur (Gesamtfigur) zu einem vorgegebenen Faltschnitt (Teilfigur) zeichnen.
- selbst achsensymmetrische Figuren erfinden.
- anderen ihre Vorgehensweisen erläutern und präsentieren.

ZEIT

2-3 Unterrichtsstunden (je nachdem welche Vorkenntnisse die Schüler zum Thema „Achsensymmetrie“ besitzen; wenn möglich eine Doppeltstunde nutzen)

SO KANN ES GEHEN

Einstieg

Anknüpfen an die letzte Unterrichtsstunde durch Reflexion über Arbeitsblatt A2 (ca. 10-15 Minuten)

Zu Beginn der Stunde wird das Plakat mit den selbsthergestellten Figuren der Schüler an die Tafel gehängt und die herausgefundenen Eigenschaften der Faltschnitte kurz wiederholt. Danach werden die Lösungen von Arbeitsblatt A2 gemeinsam besprochen sowie über die angewendeten Vorgehensweisen reflektiert. Dazu werden die Figuren des Arbeitsblattes in großer Form an die Tafel gehängt (vgl. große Figuren A2) und die Schüler zeichnen ihre gefundenen Symmetrieachsen mit einem roten Stift ein. Durch das Klappen der Figuren an den eingezeichneten Symmetrieachsen kann deren Richtigkeit überprüft werden. Das Klappen kann ebenfalls dazu genutzt werden, um zu verdeutlichen, dass Figur c) des Arbeitsblattes nicht achsensymmetrisch ist. Zuvor sollten die Schüler jedoch die Möglichkeit erhalten ihre gefundenen Begründungen vorzulesen und den andern Schülern zu präsentieren. Darüber hinaus wird zudem gemeinsam reflektiert wie Figur c) verändert werden muss, damit auch sie achsensymmetrisch ist.

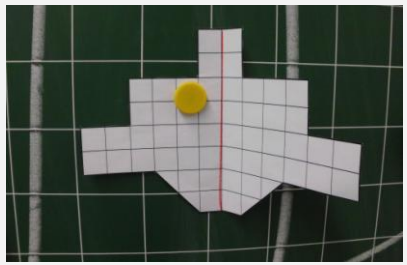
Material

Schüler

- Kästchen-Faltpapier
- Schere
- Arbeitsblätter A3, A4, A5, A6a, A6b
- Tipp-Karten 1,2
- Lineal
- Spiegel
- Kontrollblätter für A5, A6a und A6b

Lehrperson

- Faltschnitt + deren aufgeklappte Figur
- Plakat (mit den selbsthergestellten Figuren der Schüler)
- große Figuren von Arbeitsblatt A2
- Lineal und (dicker) roter Stift
- (dicker) Filzstift



Prozesstransparenz über die Unterrichtseinheit

Den Schülern soll *Prozesstransparenz* über diese Unterrichteinheit gegeben werden. Dazu werden der Umriss der ausgeschnittenen Teilfigur des Faltschnittes sowie die entsprechende aufgeklappte Figur nebeneinander an die Tafel gehängt. Die Lehrperson erklärt den Schülern, dass sie in dieser Stunde Faltschnitte und deren aufgeklappte Figuren einander zuordnen werden, sowie die aufgeklappten Figuren selbst zeichnen sollen.

Arbeitsphase

Teil- und Gesamtfigur einander zuordnen und Gesamtfigur selbst zeichnen

Die Schüler erhalten Arbeitsblatt A3 auf dem zwei Teilfiguren und jeweils drei mögliche Gesamtfiguren abgebildet sind. Zunächst sollen die Schüler in *Partnerarbeit* überlegen, welche beiden Figuren jeweils zusammengehören, und diese miteinander verbinden. Anschließend schneiden sie jeweils einen abgebildeten Faltschnitt nach und überprüfen so ihre Lösung.

Für die Bearbeitung der folgenden Arbeitsblätter (A4, A5, A6a, A6b) kann entweder die Sozialform *Einzel- oder Partnerarbeit* gewählt werden. Dabei ordnen die Schüler achsensymmetrischen Figuren ihren entsprechenden Teilfiguren zu und begründen ihre Zuordnung (vgl. A4: „Warum hast du dich für diese Figur entschieden?“) und zeichnen zudem die passenden aufgeklappten achsensymmetrischen Figur zu vorgegebene Teilfiguren (vgl. 5, A6a, A6b). Die Lehrperson gibt individuelle Hilfestellungen und verweist ggf. auf die Tippkarten sowie die Kontrollblätter (falls die Schüler das Nutzen von Tipp-Karten nicht kennen, sollte es zuvor von der Lehrperson erklärt werden).

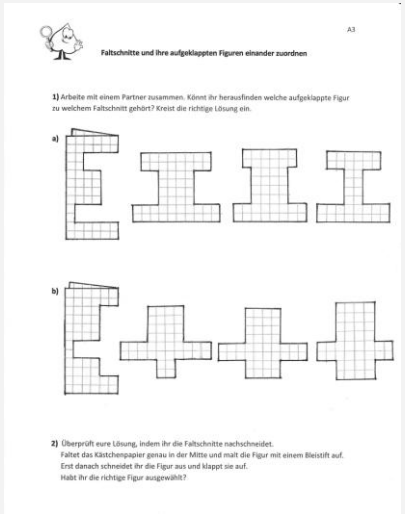
Nach einer 15-20 minütigen Arbeitsphase, sollte eine kurze **Zwischenreflexion** im *Plenum* stattfinden, in der die Schüler über ihre Vorgehensweisen bei der Zuordnung von Teil- und Gesamtfigur berichten können. Somit bekommen Schüler, die zuvor bei der Zuordnung Schwierigkeiten hatten, verschiedene Lösungsansätze, die sie für die folgenden Aufgaben nutzen und erproben können. Diese Vorgehensweisen sind auch für das Zeichnen der aufgeklappten Figuren von großer Bedeutung. Diese Zwischenreflexion könnte alternativ auch in Form einer Mathekonferenz in *Kleingruppen* erfolgen. Hierzu sollten aber dann vorab konkrete Fragestellungen für die Reflexion formuliert werden.

Differenzierung

Da sich die Schüler bei Arbeitsblatt A4 die Handlung des Auf- bzw. Zuklappens des Faltschnittes nur im Kopf vorstellen müssen (und keine Kontrolle durch das Nachschneiden haben), könnten einige Schüler hiermit zunächst Schwierigkeiten haben. Deshalb wird eine Tippkarte bereitgestellt:

Tipp 1: „Zeichne die Symmetrieachse (die Faltkante) in die aufgeklappten Figuren ein. Vergleiche dann die linke

Arbeitsblatt A3


A3

Faltschnitte und ihre aufgeklappten Figuren einander zuordnen

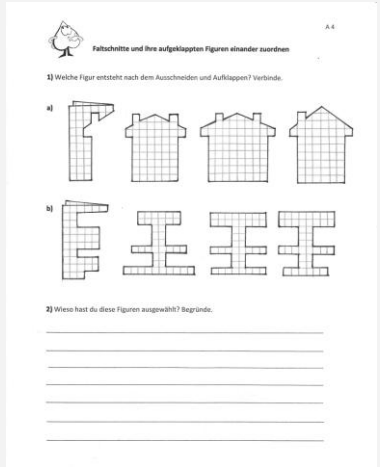
1) Arbeite mit einem Partner zusammen. Könnt ihr herausfinden welche aufgeklappte Figur zu welchem Faltschnitt gehört? Kreist die richtige Lösung ein.

a)

b)

2) Überprüft eure Lösung, indem ihr die Faltschnitte nachschneidet.
Faltet das Kästchenpapier genau in der Mitte und malt die Figur mit einem Bleistift auf.
Erst danach schneidet ihr die Figur aus und klappt sie auf.
Habt ihr die richtige Figur ausgewählt?

Arbeitsblatt A4


A4

Faltschnitte und ihre aufgeklappten Figuren einander zuordnen

1) Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Aufklappen? Verbinde.

a)

b)

2) Wieso hast du diese Figuren ausgewählt? Begründe.

Hälfte der Figuren mit dem Faltschnitt.

Auch für die Arbeitsblätter A5, A6a und A6b wird den Schülern eine Tippkarte bereitgestellt, die ihnen bei der Zeichnung der entsprechenden achsensymmetrischen Figur eine Hilfe sein kann.

Tipp 2: „Nimm dir einen Spiegel und halte ihn an den Faltschnitt. Nun kannst du sehen, wie die aufgeklappte Figur aussehen muss.“

Wenn die Schüler diesen Tipp nutzen, erhalten sie einen Anhaltspunkt für das Zeichnen.

Die Arbeitsblätter A6a und A6b haben einen unterschiedlichen Schwierigkeitsgrad, der mit dem Symbol des Steins bzw. der Feder gekennzeichnet ist. Die Entscheidung, welcher Schüler das leichte und welcher Schüler das schwere Arbeitsblatt bearbeiten soll, wird allerdings nicht von der Lehrperson getroffen, sondern von den Schülern selbst. Somit können sie ihr Leistungsvermögen selbst einschätzen. Nach dem Zeichnen der aufgeklappten Figur zu einem vorgegebenen Faltschnitt sollen die Schüler selbst Figuren erfinden, die mit einem Faltschnitt hergestellt werden können (vgl. Aufgabe 2 von A6a und A6b). Diese offene Aufgabe kann von den Schülern auf ihrem eigenen Leistungsniveau bearbeitet werden, da sowohl die Vorgehensweise als auch die zu zeichnende Figur nicht vorgegeben sind. Somit ermöglicht diese Aufgabe eine natürliche Differenzierung.

Schlussphase/Reflexion

Reflexion über Vorgehensweisen und Lösungen (ca. 10 Minuten)

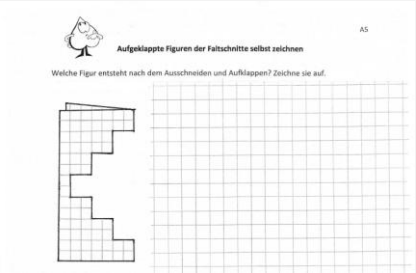
Am Ende der Unterrichtseinheit findet eine gemeinsame Reflexion im *Plenum* über die verschiedenen Vorgehensweisen bei den einzelnen Aufgaben statt. Die Schüler erhalten die Gelegenheit ihre Vorgehensweisen, die sie beim Zeichnen und Auswählen der aufgeklappten Figuren genutzt haben, zu erläutern und notierte Begründungen von Arbeitsblatt A4 vorzulesen. Außerdem sollten die Schüler ihren Mitschülern ihre selbst erfundenen achsensymmetrischen Figuren (vgl. Aufgabe 2 von A6a und A6b) präsentieren können. Dazu könnten zum Beispiel alle erfundenen Figuren an die Tafel gehängt oder auf einen Tisch gelegt werden, um so von den Mitschülern betrachtet und gewürdigt zu werden.

Wird diese Unterrichtseinheit in mehrere Einzelstunden unterteilt, sollte sich die Reflexion am Ende jeder Stunde vorwiegend auf die Vorgehensweisen und Ergebnisse des aktuellen Tages beziehen und kann dementsprechend verkürzt werden.

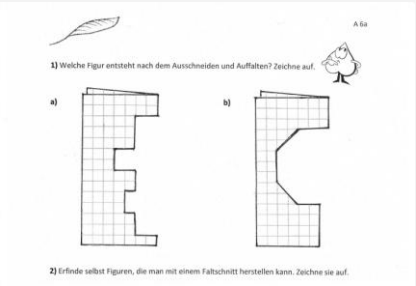
Reflexion über die gesamte Unterrichtsreihe (ca.5-10 Minuten)

Am Ende dieser Unterrichtseinheit sollte zudem eine Reflexion über die gesamte Unterrichtsreihe stattfinden. Dazu werden die Eigenschaften achsensymmetrischer Figuren noch einmal zusammengetragen und auf dem Plakat (mit den selbsthergestellten Figuren der Schüler) festgehalten. Dabei können gemeinsame Tipps formuliert werden, woran man

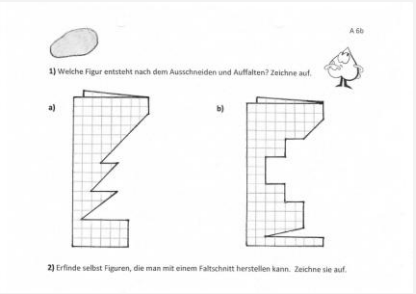
Arbeitsblatt A5



Arbeitsblatt A6a

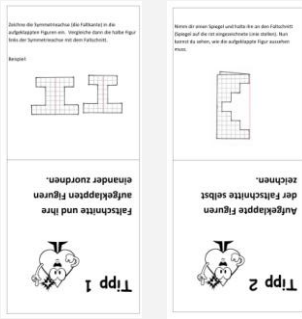


Arbeitsblatt A6b



z.B. erkennt, welche Figur achsensymmetrisch ist und welche nicht. Dadurch findet eine *inhaltliche* Reflexion über die behandelten Inhalte statt, wodurch den Schülern ihr Lernfortschritt bewusst wird. Das so entstandene Plakat kann zudem im Klassenraum aufgehängt werden, um weiterhin als Wissensspeicher zu fungieren.

Tipp-Karten



Weiterarbeit

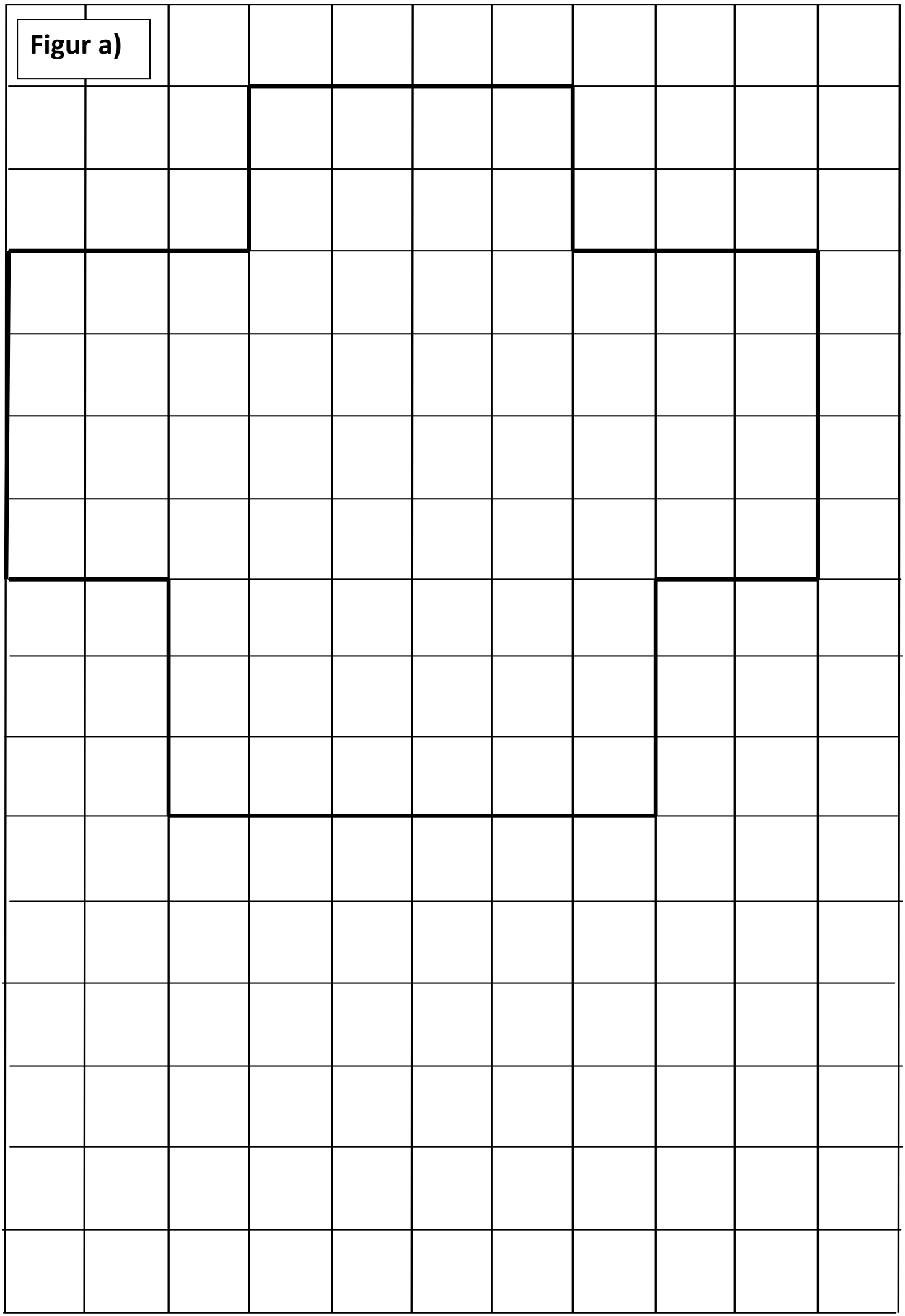
Die gewonnen Erkenntnisse dieser Lernumgebung können für den weiteren Geometrieunterricht genutzt werden. So können beispielsweise bei der Thematisierung geometrischer Formen und deren Symmetrieeigenschaften Faltschnitte genutzt werden, um alle Symmetrieachsen der Formen zu bestimmen. Desweiteren können mit Faltschnitten auch Mehrfachspiegelungen erzeugt werden, indem das Blatt Papier vor dem Ausschneiden mehr als einmal gefaltet wird. Außerdem kann bei der Thematisierung anderer achsensymmetrischer Figuren (z.B. auch mit mehr als einer Symmetrieachse oder mit einer außerhalb der Figur liegenden Symmetrieachse) auf die Erfahrungen mit den Faltschnitten zurückgegriffen werden. Somit bietet sich eine Vielzahl an Gelegenheiten, um das Thema „Faltschnitte“ im Sinne des Spiralprinzips wiederholt aufzugreifen oder mit andern Inhalten zu vernetzen.

Literatur

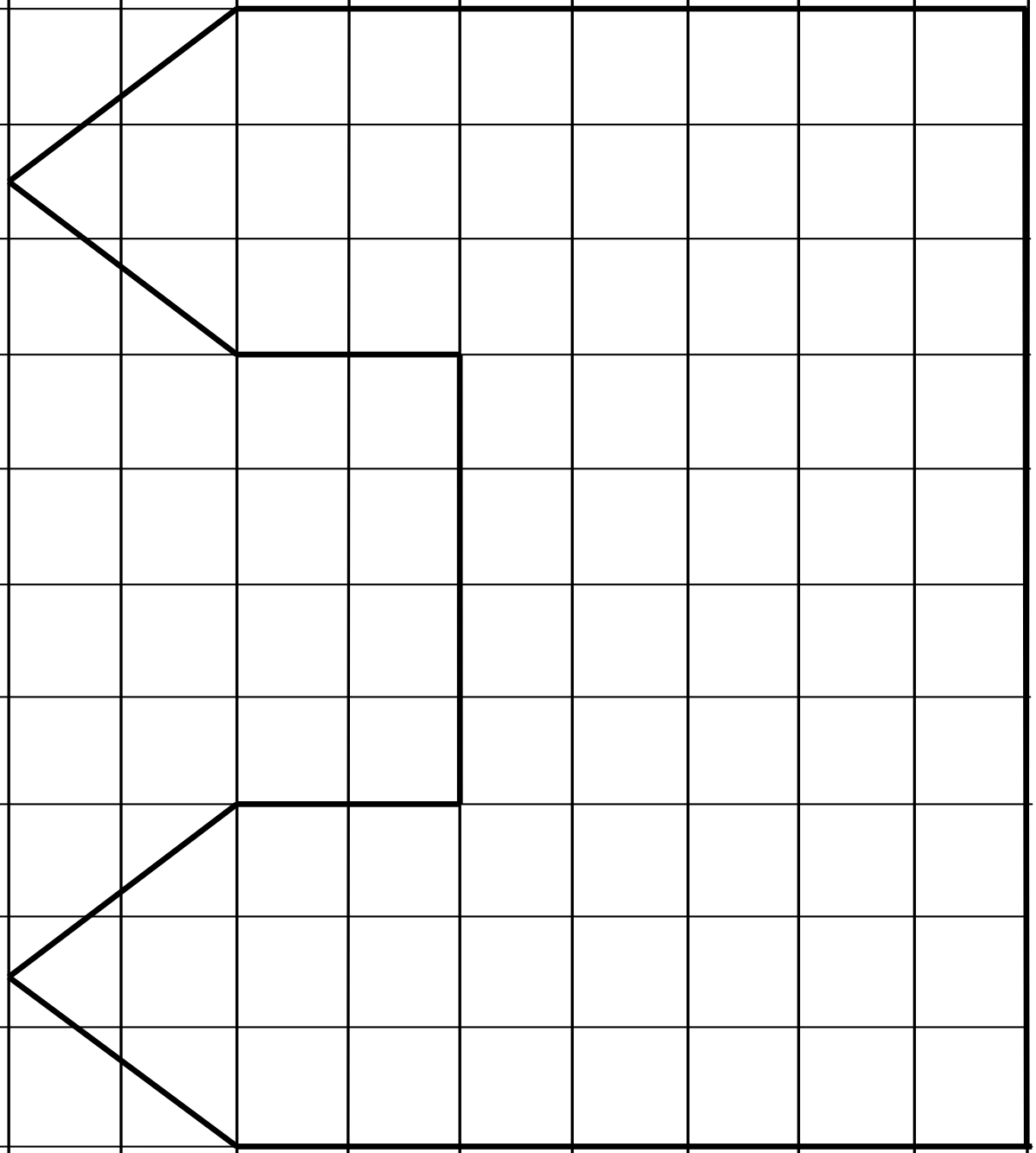
Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (2008): Lehrplan Mathematik. In Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (Hg.): *Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen*. Frechen: Ritterbach, S. 53-68

Radatz, H. & Rickmeyer, K.(1991): *Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag.

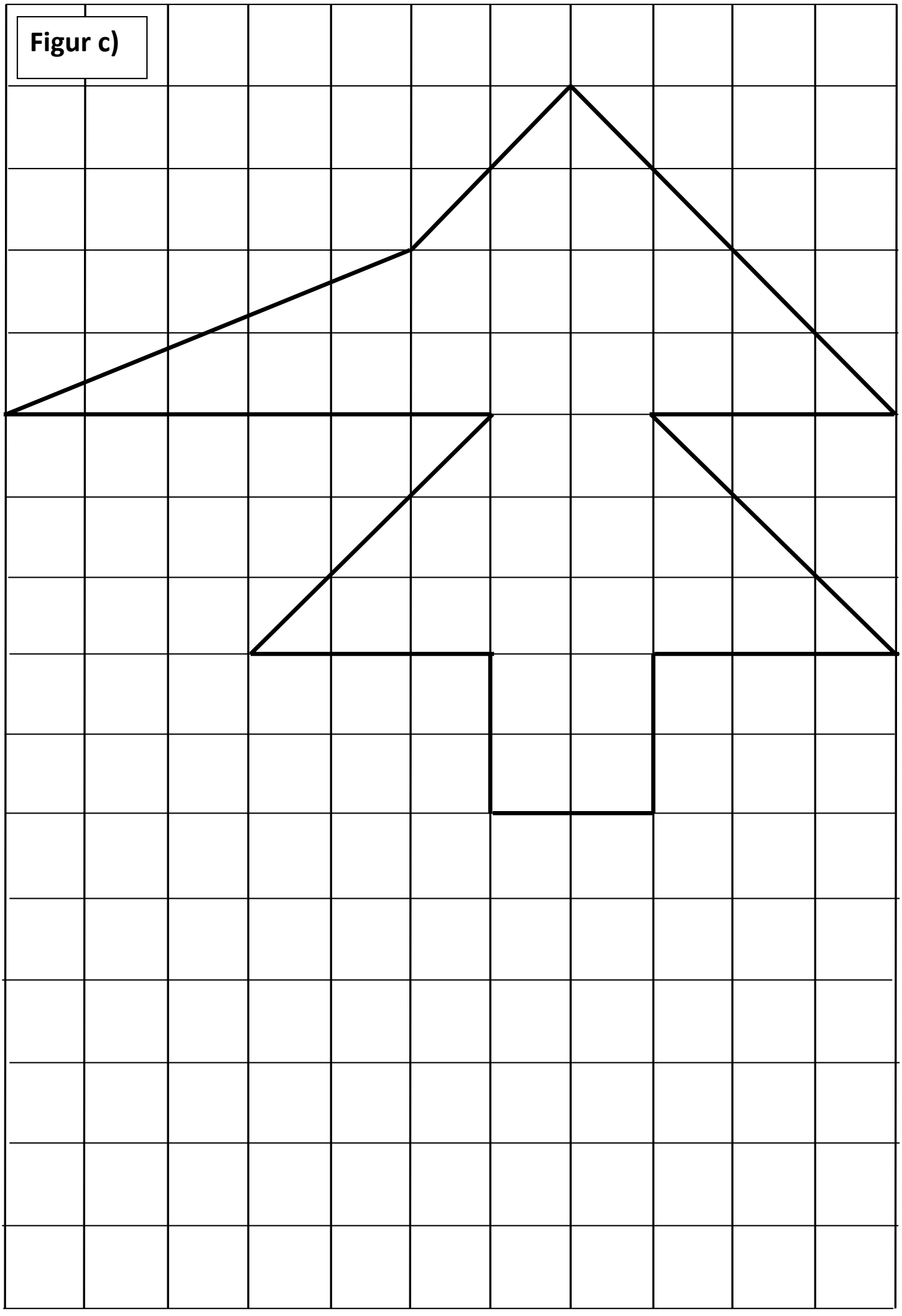
Figur a)



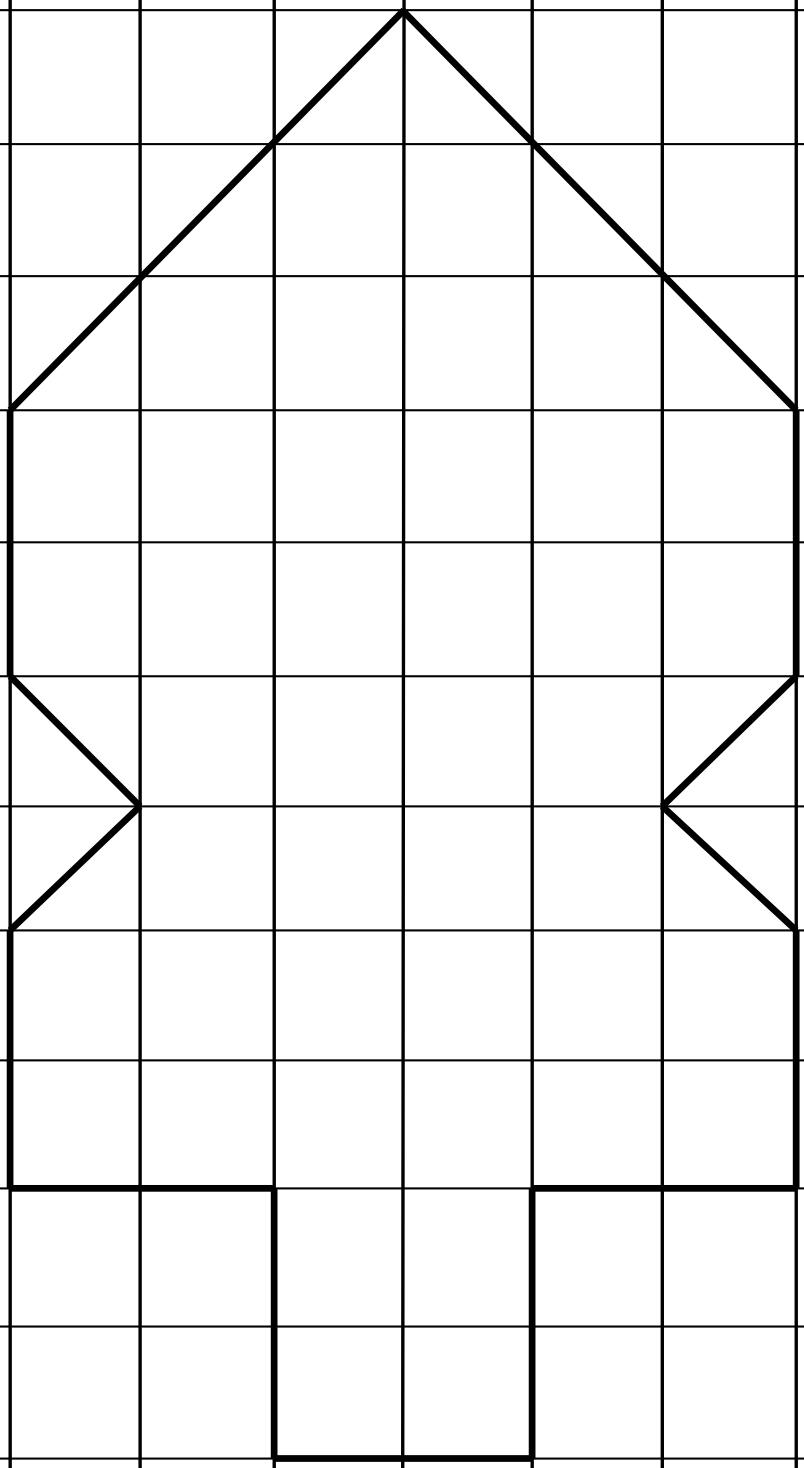
Figur b)



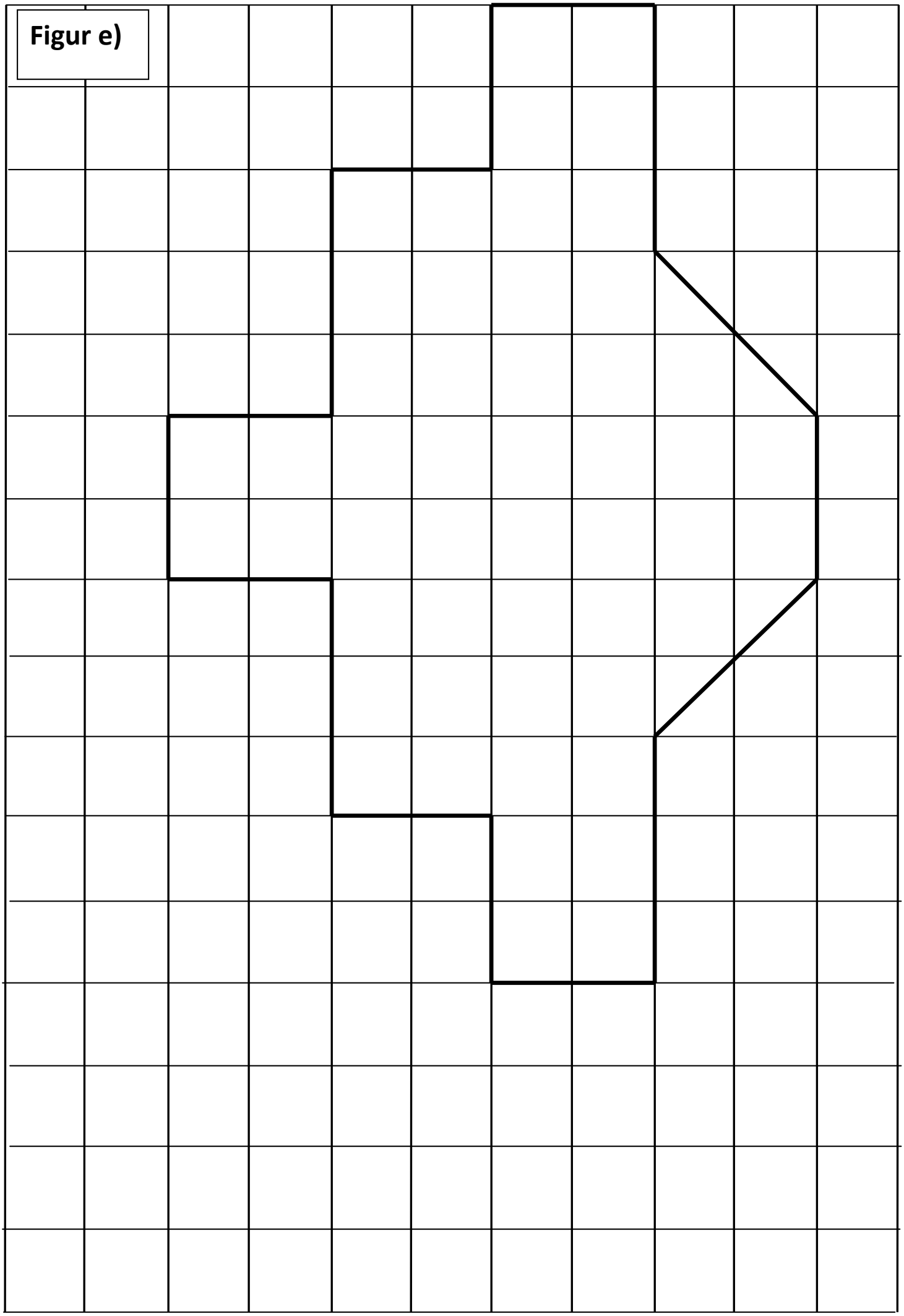
Figur c)

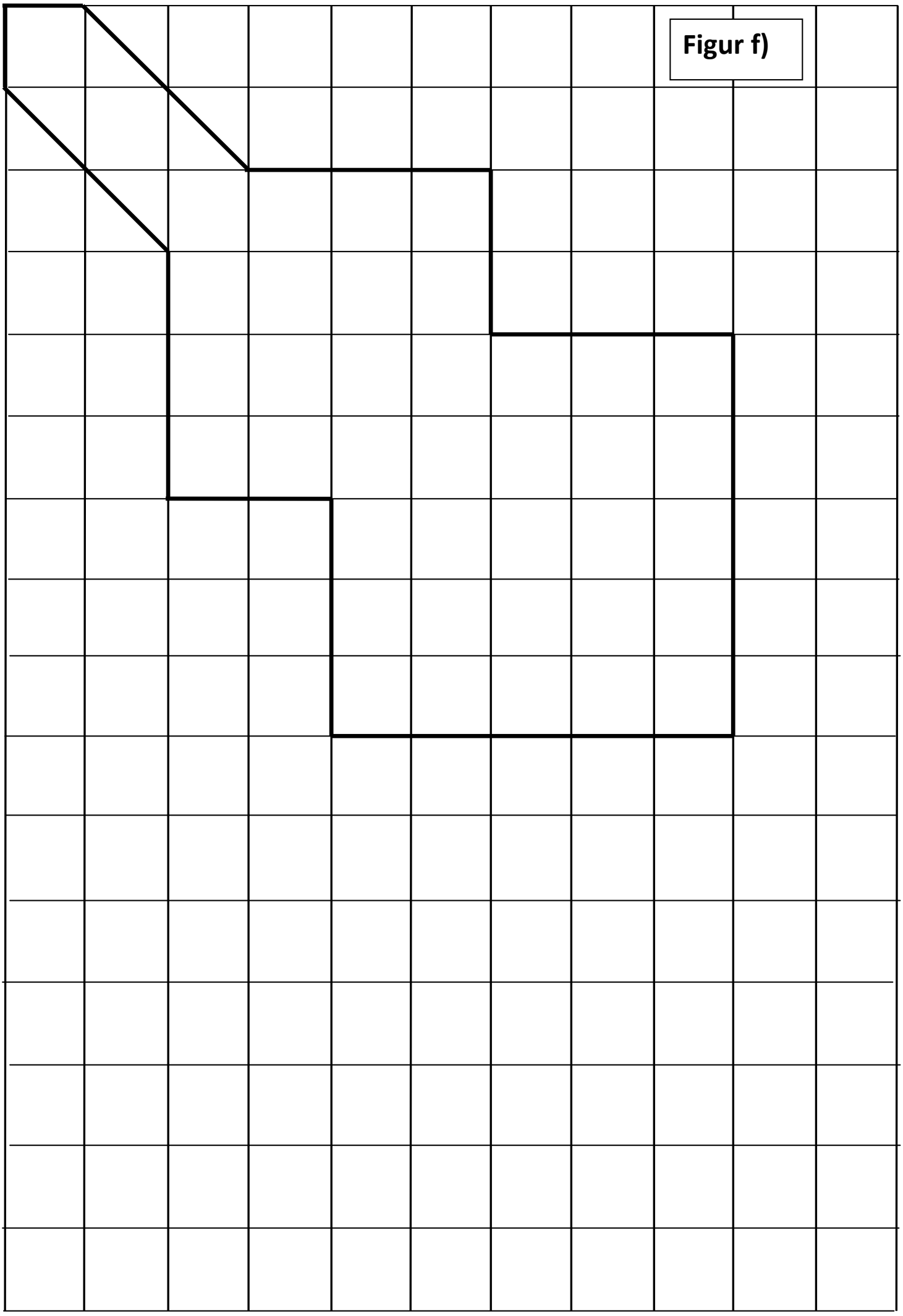


Figur d)



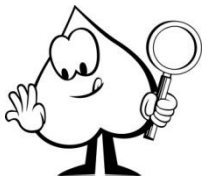
Figur e)




Figur f)

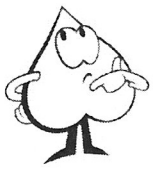
A1

Wir lernen Faltschnitte und ihre Besonderheiten kennen



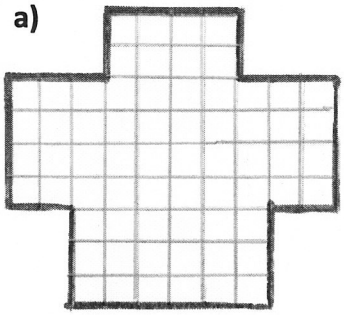
1) Schaut euch eure ausgeschnittenen und aufgeklappten Figuren an.
Was fällt euch auf? (Was ist gleich? Was ist das Besondere an Faltschnitten?)
Schreibt es auf.

*** Aufgabe)** Könnt ihr auch ein Haus und einen Tannenbaum herstellen? Holt euch zwei Blätter Faltpapier und probiert es aus.

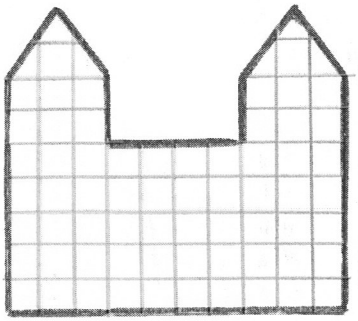


Faltschnitte erkennen

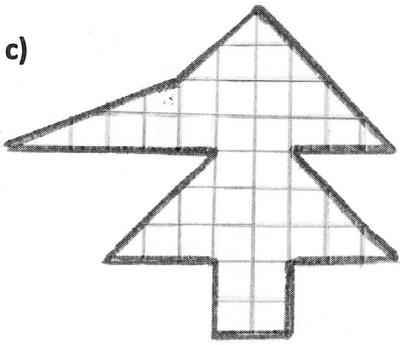
a)



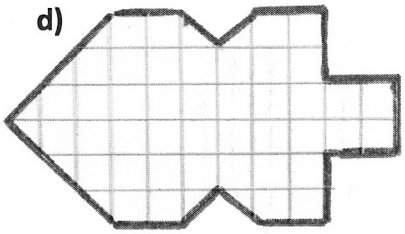
b)



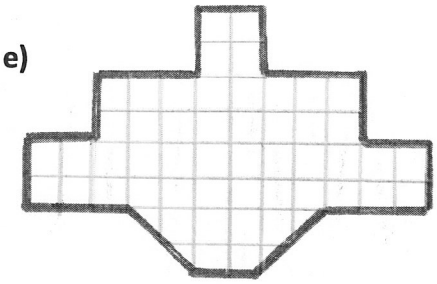
c)



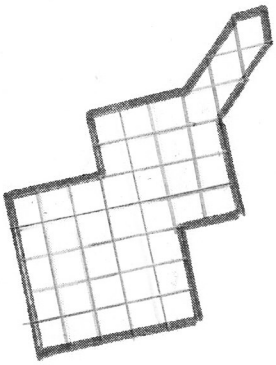
d)



e)



f)



1) Welche dieser Figuren können mit einem Faltschnitt hergestellt werden? Zeichne die Symmetrieachse (die Faltkante) mit einem roten Stift ein.

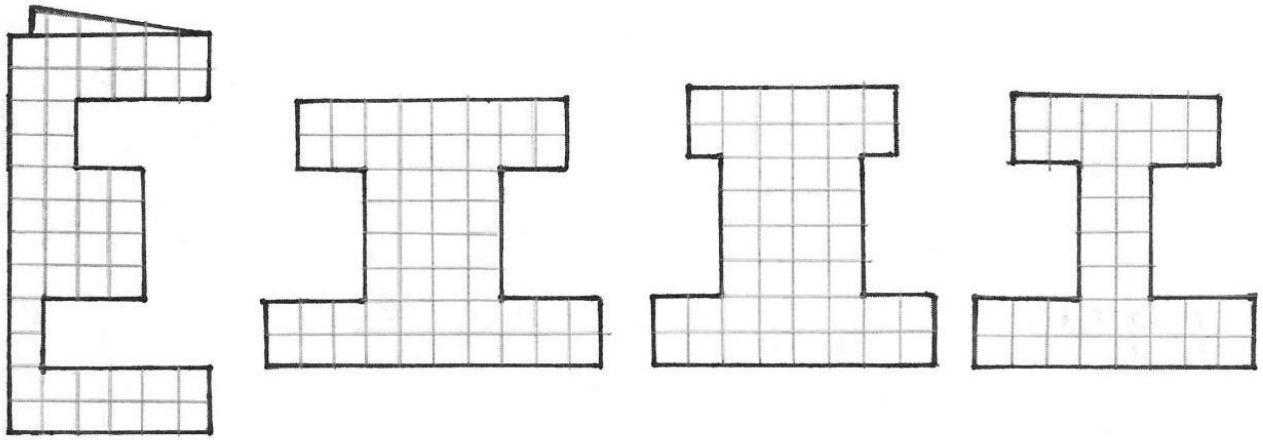
2) Eine Figur kann <u>nicht</u> mit einem Faltschnitt hergestellt werden. Welche Figur ist es? Woran hast du das erkannt? Schreibe auf.

*** Aufgabe)** Wie muss man die Figur verändern, damit man sie doch mit einem Faltschnitt herstellen kann? Zeichne ein.

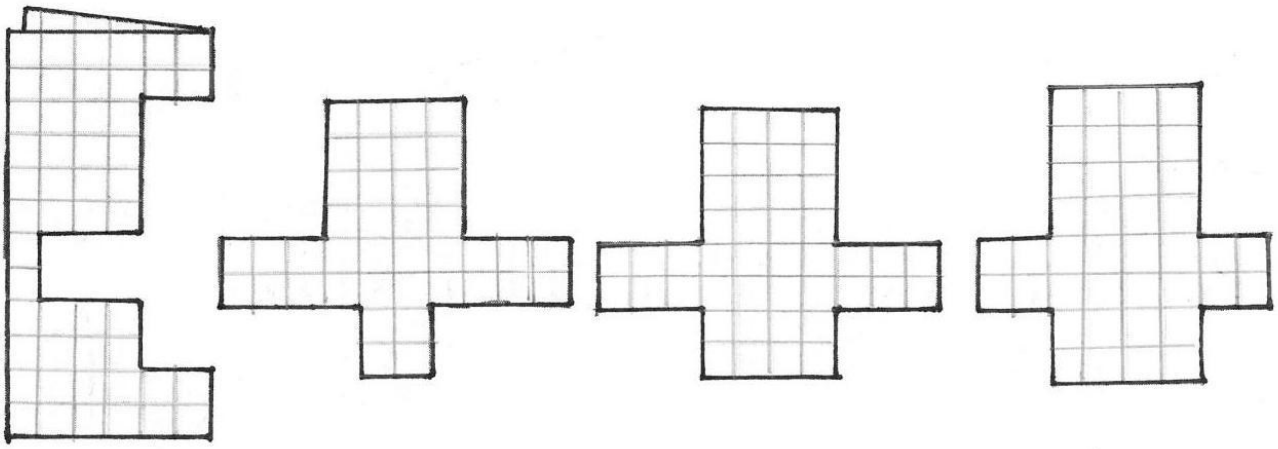
Faltschnitte und ihre aufgeklappten Figuren einander zuordnen

1) Arbeite mit einem Partner zusammen. Könnt ihr herausfinden welche aufgeklappte Figur zu welchem Faltschnitt gehört? Verbindet.

a)



b)

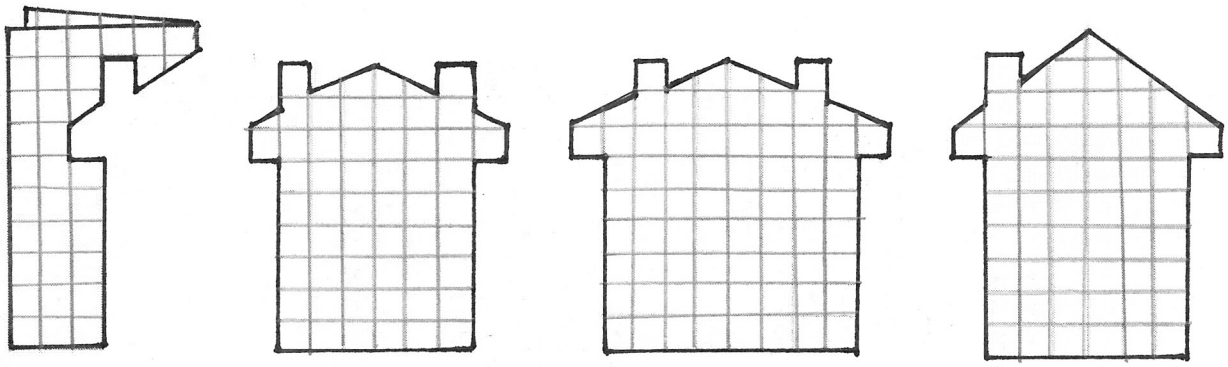


2) Überprüft eure Lösung, indem ihr die Faltschnitte nachschneidet.
Faltet das Kästchenpapier genau in der Mitte und malt die Figur mit einem Bleistift auf.
Erst danach schneidet ihr die Figur aus und klappt sie auf.
Habt ihr die richtige Figur ausgewählt?

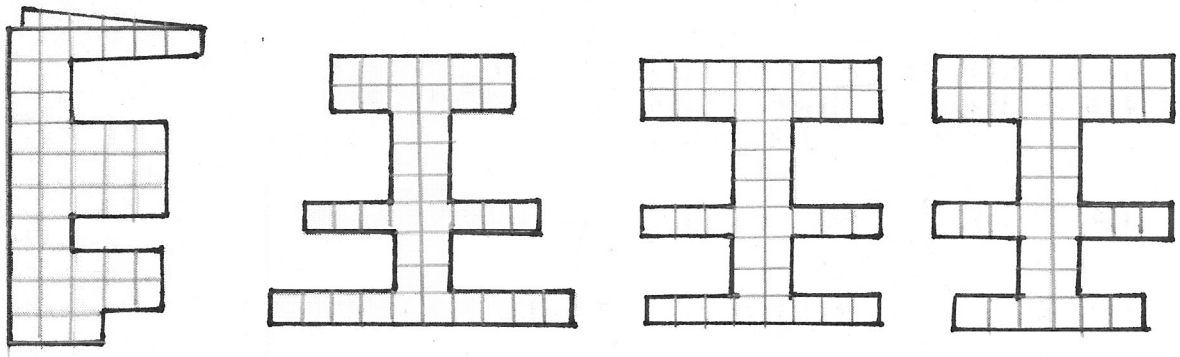
Faltschnitte und ihre aufgeklappten Figuren einander zuordnen

1) Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Aufklappen? Verbinde.

a)



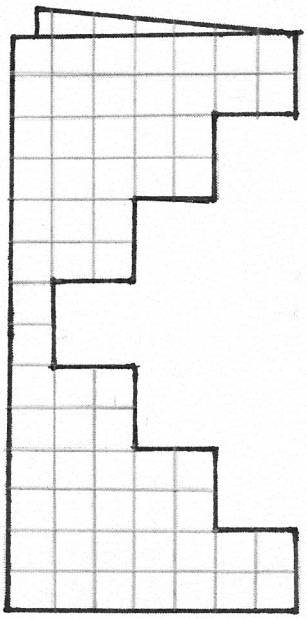
b)



2) Wieso hast du diese Figuren ausgewählt? Begründe.

Aufgeklappte Figuren der Faltschnitte selbst zeichnen

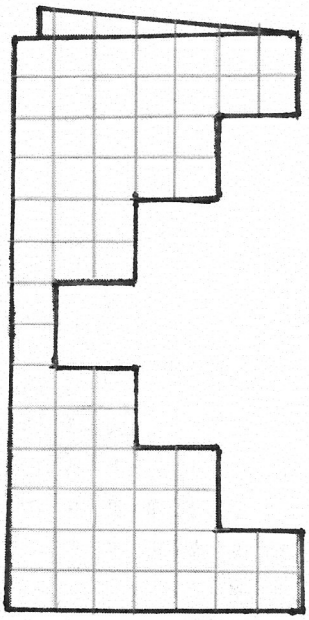
Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Aufklappen? Zeichne sie auf.



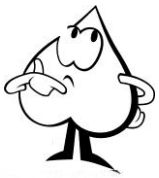
A5

Aufgeklappte Figuren der Faltschnitte selbst zeichnen

Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Aufklappen? Zeichne sie auf.

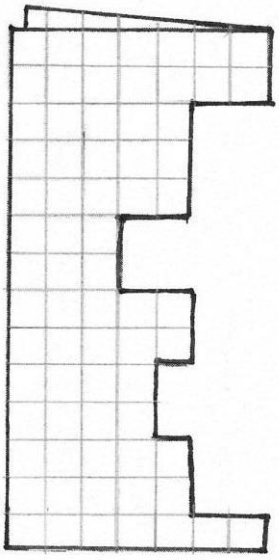


Aufgeklappte Figuren selbst zeichnen und eigene Faltschnitte erfinden

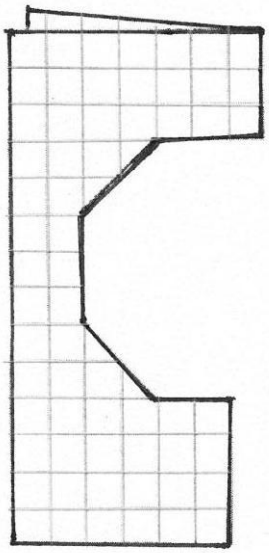


1) Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Auffalten?
Zeichne sie in dein Heft.

a)



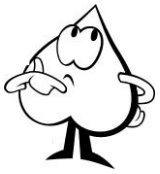
b)



2) Erfinde selbst Figuren, die du mit einem Faltschnitt herstellen kannst. Zeichne sie in dein Heft.

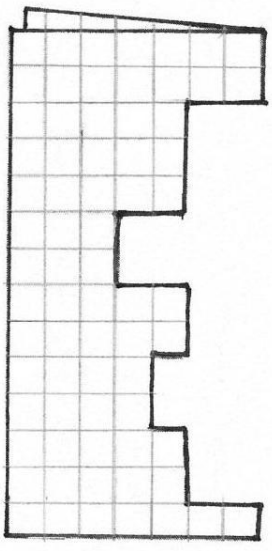
Aufgeklappte Figuren selbst zeichnen und eigene Faltschnitte erfinden

A 6a

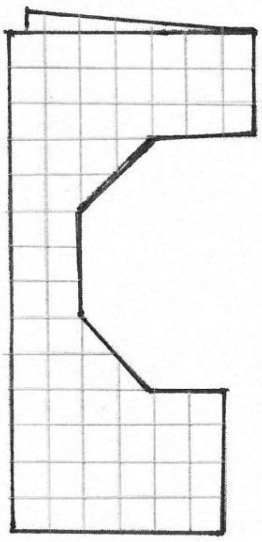


1) Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Auffalten?
Zeichne sie in dein Heft.

a)

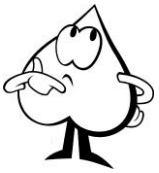


b)



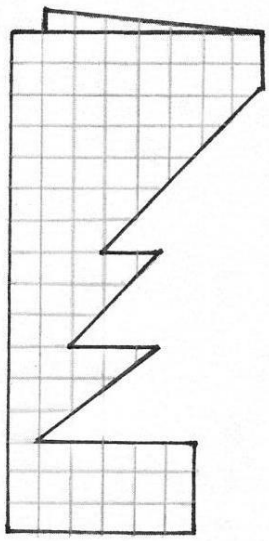
2) Erfinde selbst Figuren, die du mit einem Faltschnitt herstellen kannst. Zeichne sie in dein Heft.

Aufgeklappte Figuren selbst zeichnen und eigene Faltschnitte erfinden

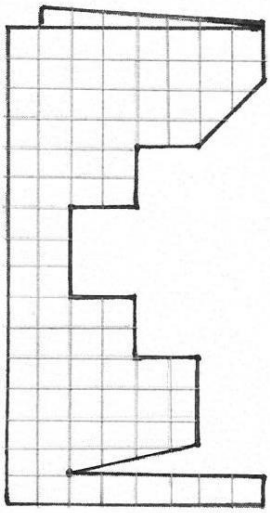


1) Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Auffalten?
Zeichne sie in dein Heft.

a)



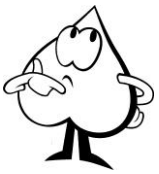
b)



2) Erfinde selbst Figuren, die du mit einem Faltschnitt herstellen kannst. Zeichne sie in dein Heft.

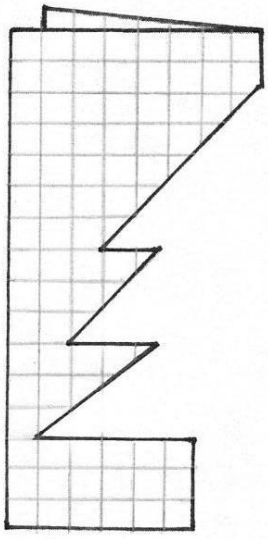
A 6b

Aufgeklappte Figuren selbst zeichnen und eigene Faltschnitte erfinden

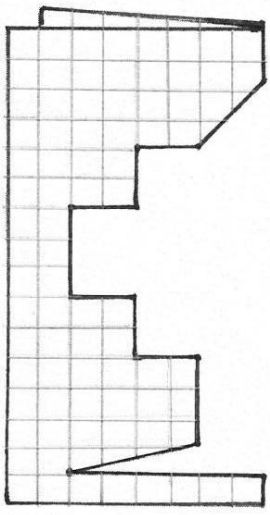


1) Welche Figur entsteht nach dem Ausschneiden und Auffalten?
Zeichne sie in dein Heft.

a)



b)



2) Erfinde selbst Figuren, die du mit einem Faltschnitt herstellen kannst. Zeichne sie in dein Heft.

Tipp 1

Faltschnitte und ihre aufgeklappten Figuren einander zuordnen.

Zeichne die Symmetrieachse (die Faltkante) in die aufgeklappten Figuren ein. Vergleiche dann die linke Hälfte der Figuren mit dem Faltschnitt.

Beispiel:

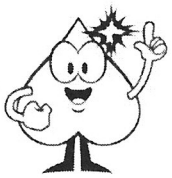
Die Tippkarte entlang der äußeren Linie ausschneiden, an der Mittellinie falten und beide Hälften zusammenkleben.

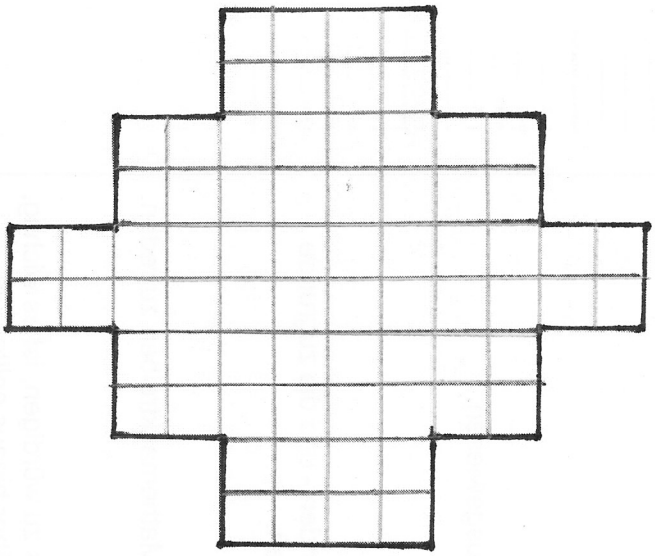
Tipp 2

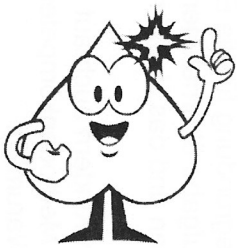
Aufgeklappte Figuren der Faltschnitte selbst zeichnen.

Nimm dir einen Spiegel und halte ihn an den Faltschnitt (Spiegel auf die rot eingezeichnete Linie stellen). Nun kannst du sehen, wie die aufgeklappte Figur aussehen muss.

Die Tippkarte entlang der äußeren Linie ausschneiden, an der Mittellinie falten und beide Hälften zusammenkleben.





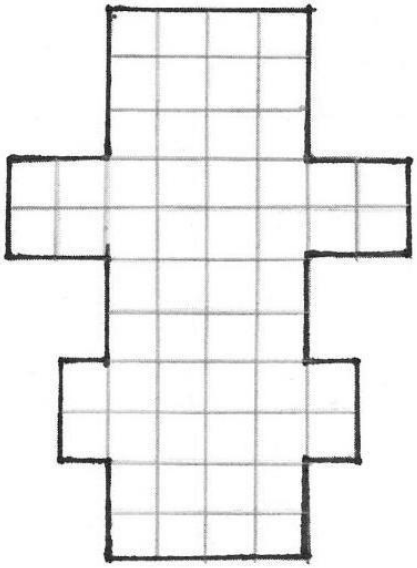


Kontrollblatt A5

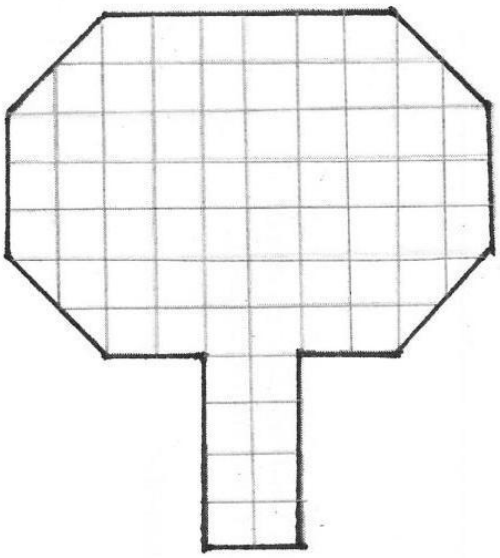


Kontrollblatt A6a

a)



b)

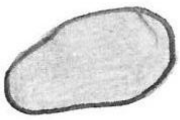


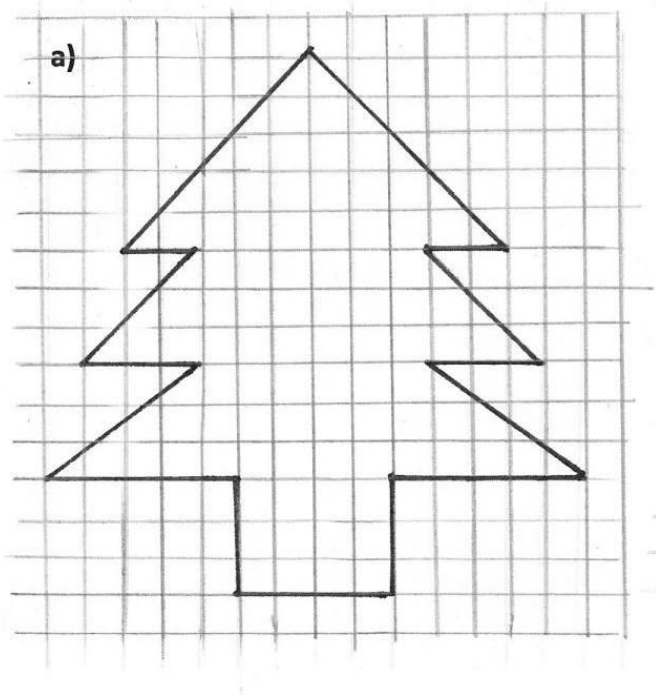


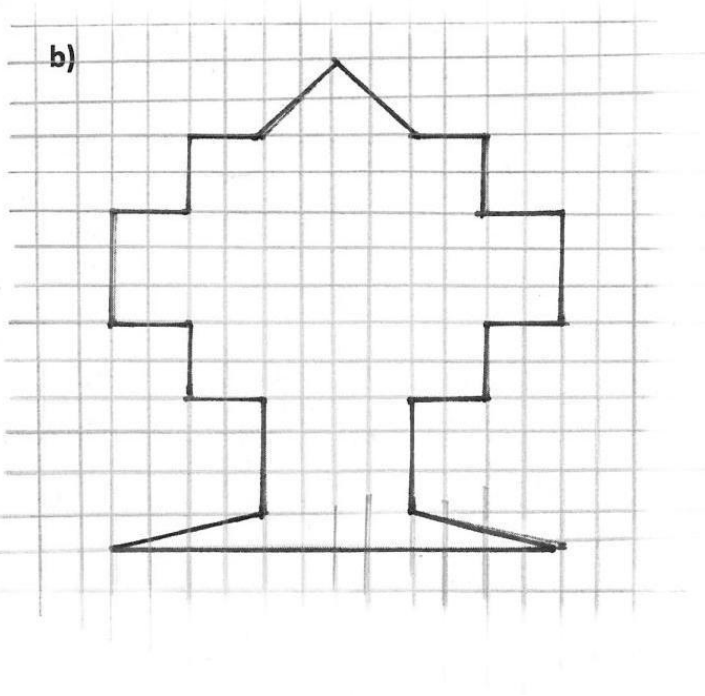
Kontrollblatt A6a



Kontrollblatt A 6b

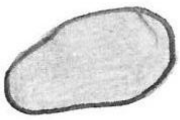








Kontrollblatt A 6b





Wir entdecken wichtige Eigenschaften des Würfels — Unterrichtsplanung Einheit 1

Ziele
- Erarbeitung und Verinnerlichung wesentlicher geometrischer Eigenschaften des Würfels
- Förderung der haptischen und visuellen Wahrnehmung

Zeit
2 Unterrichtsstunden – die Einheit kann in zwei Einzelstunden durchgeführt werden

So kann es gehen

Start der 1. Unterrichtsstunde
Anhand einer Themenleine gibt die Lehrperson den Kindern Transparenz über die Unterrichtsreihe „Wir werden Würfelbaumeister“, wobei sich die Kinder zunächst mit geometrischen Körpern im Allgemeinen und den Eigenschaften des Würfels im Besonderen auseinandersetzen.
Als inhaltliche Einführung liegen verschiedene geometrische Körper aus dem Alltag (Verpackungen, Bälle, Murmeln, Spiel-/Schaumstoffwürfel, etc.) als stumme Impulse im Kreis. Die Kinder ordnen die Körper und klassifizieren diese als Quader, Würfel oder Kugel. Auf diese Weise wird das Vorwissen der Kinder aktiviert und kann als erster Inhalt im Wortspeicher dienen.

Anschließend erhalten die Kinder eine Transparenz über den Stundenverlauf und den Arbeitsauftrag.

Arbeitsphase
In 4er Gruppen sollen die Kinder mit den geometrischen Körpern aus dem Kreis „Kunstwerke“ bauen. Danach sollen die vier verschiedenen Seitenansichten des Kunstwerks zeichnerisch dargestellt werden. Dabei müssen die Kinder beachten, beim Zeichnen mit der Nasenspitze in Höhe der Tischkante zu sein und genau hinzuschauen und zu zeichnen.
Beim Ausführen der Aufgabe lernen die Kinder spezielle Eigenschaften der verschiedenen Körper kennen (Kugel rollt, etc.) und schulen ihre visuelle Wahrnehmung, indem sie sich in zwei Ebenen (Bauwerk – dreidimensional und Zeichnung – zweidimensional) mit der Lagebeziehung der Körper auseinandersetzen.

Schuljahr
2

Lehrplanbezug
Inhaltsbezogene Kompetenzen
Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen
Darstellen und Kommunizieren
Problemlösen

Material
Schüler
Alltagsmaterial in Form von geometrischen Körpern (Quader, Würfel, Kugel)
Zeichenpapier

Lehrperson
Themenleine
Wortspeicher-Plakat mit Wort- und Bildkarten

Reflexionsphase
In der Reflexionsphase trifft sich die Lehrperson mit den Kindern an einer der Tischgruppen und geht von Bauwerk zu Bauwerk. Dort werden die vier dargestellten Perspektiven den entsprechenden Seitenansichten zugeordnet. Um die Kinder zusätzlich für die Eigenschaften der verschiedenen Köper zu sensibilisieren, können Impulsfragen gestellt werden: „Warum stehen nicht 2 Kugeln übereinander?“ oder „Kann eine Kugel als Spielwürfel/ ein Quader als Spielball genutzt werden?“.

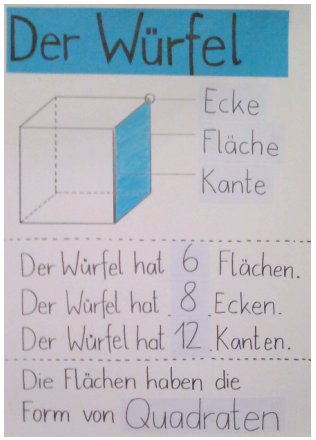
Start der 2. Unterrichtsstunde
Die geometrischen Körper aus der vergangenen Stunde werden wiederholt. Anschließend tasten die Kinder mit geschlossenen Augen einen Holzwürfel ab. Wenn sie sich den unbekannten Gegenstand genau eingeprägt haben, gestalten sie ihn mit Knete nach. Ein Lineal kann als Hilfsmittel genutzt werden. Währenddessen sollte kein Würfel als Anschauungsmaterial sichtbar sein. Im Anschluss stellen die Kinder ihren Körper vor und besprechen gemeinsam, welche Eigenschaften alle Körper gemeinsam haben sollten. Dabei verwendete Begriffe, wie Ecke, Fläche, Kante werden auf dem Wortspeicher festgehalten.

Arbeitsphase
Partnerarbeit: Die Kinder stellen in Partnerarbeit einen Würfel aus Papier her. Dabei zählen sie die benötigten Materialien (Kanten und Flächen) selbst ab. Auf diese Weise müssen sie sich die Würfeleigenschaften erneut ins Gedächtnis rufen und erfahren durch das Bauen des Kantenmodells die speziellen Würfeleigenschaften bewusst in der aktiven Auseinandersetzung und im Austausch darüber.

Reflexionsphase
In der Reflexionsphase werden die Kantenmodelle der Kinder im Theaterkreis präsentiert und gewürdigt. Außerdem werden die erarbeiteten Würfeleigenschaften gemeinsam auf einem Lernplakat festgehalten.

Material
Schüler
Holzwürfel
Knete
Lineal
Papierkanten (9cm) (Kopiervorlage)
Farbige Notizblockzettel (9cmx9cm)
Klebestift

Lehrperson
Themenleine
Wortspeicher-Plakat
mit Wort- und Bildkarten
Lernplakat Würfel-eigenschaften



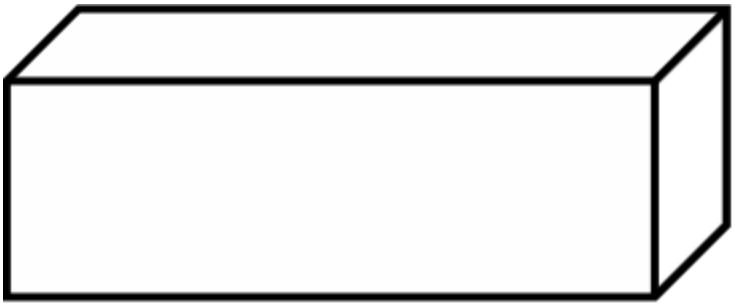
Einige Planungselemente dieser Einheit orientieren sich an "Bauen mit Würfeln" in Nührenbörger, M. & Pust, S. (2006). *Mit Unterschieden rechnen.* Seelze, Kallmeyer.



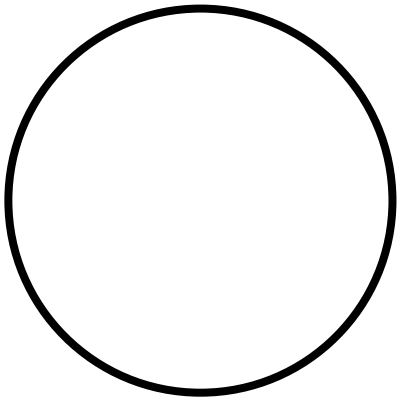
Unser Wortspeicher

Körper

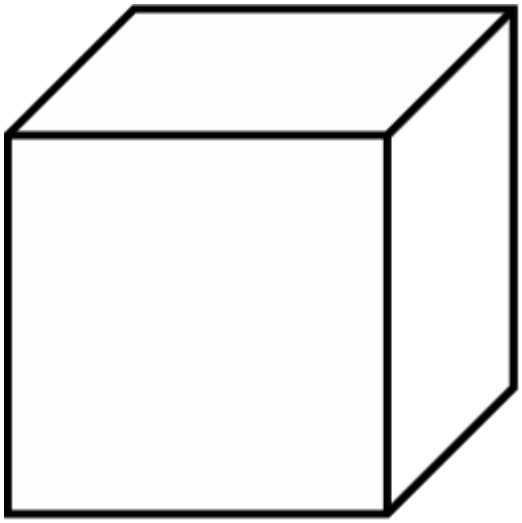
Quader



Kugel



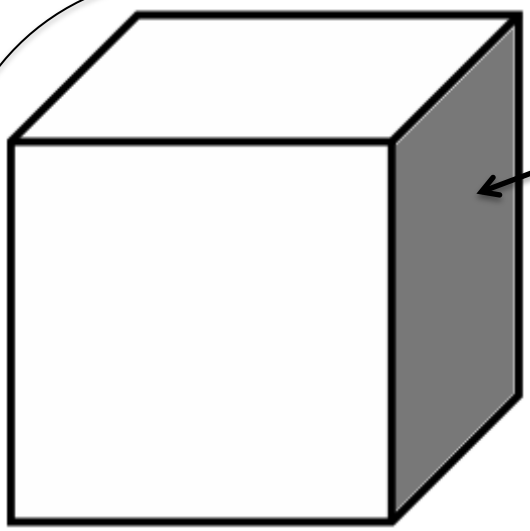
Würfel





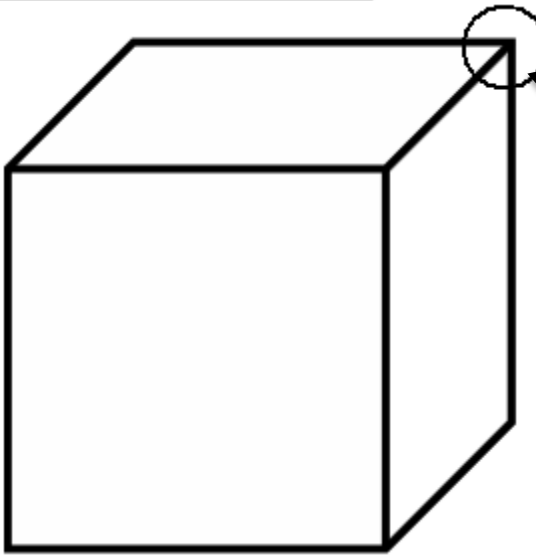
Unser Wortspeicher

Würfel



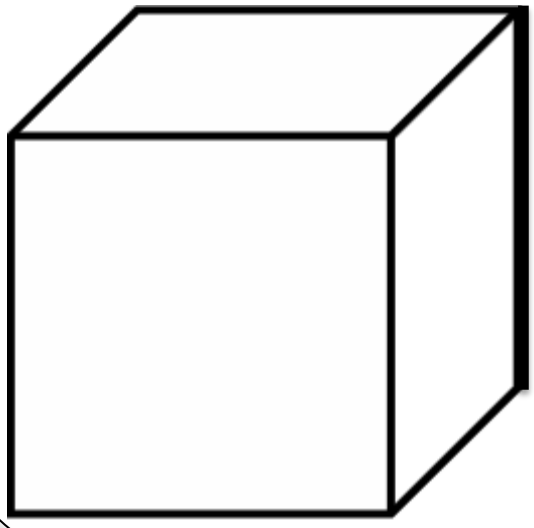
Fläche

Der Würfel hat **6** Flächen. Sie haben die Form eines **Quadrates**.



Ecke

Der Würfel hat **8** Ecken.



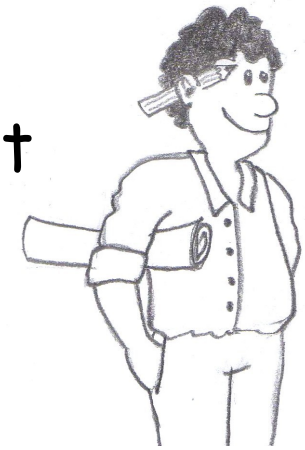
Kante

Der Würfel hat **12** Kanten.

Unser Wortspeicher

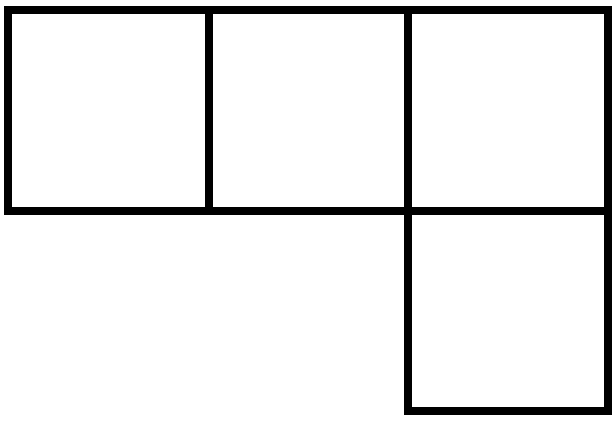
Bauen mit Würfeln

Architekt

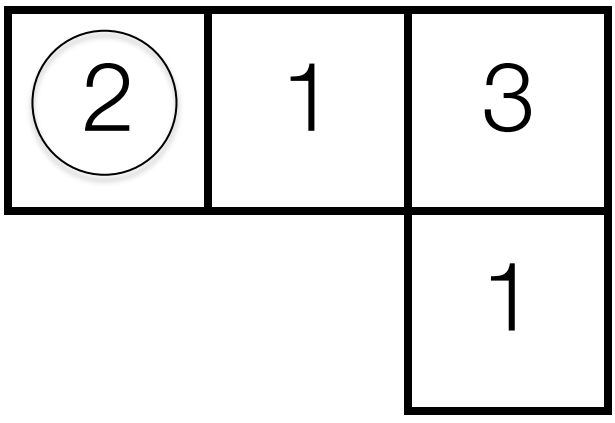


Bauplan

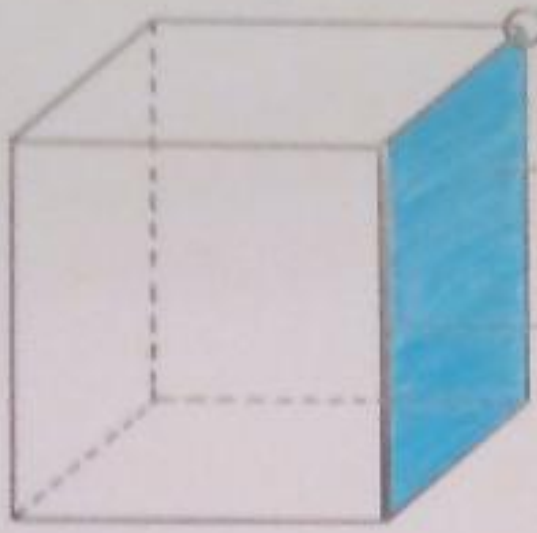
Grundriss (= Fläche auf der das Gebäude steht)



2 Würfel übereinander



Der Würfel



Ecke

Fläche

Kante

Der Würfel hat 6 Flächen.

Der Würfel hat 8 Ecken.

Der Würfel hat 12 Kanten.

Die Flächen haben die Form von Quadraten

Ziele
- Zielgerichteter Umgang mit Holzwürfeln als mathematische Objekte in Form von wichtigen Bauregeln
- Entwicklung individueller Bau- und Merkstrategien
- Förderung der visuellen Wahrnehmung und Raumorientierung durch das Bauen und Beschreiben von Würfelgebäuden und das Nachbauen von Schrägbildansichten

Zeit
2 Unterrichtsstunden – die Einheit kann in zwei Einzelstunden durchgeführt werden

So kann es gehen

Start der 1.Unterrichtsstunde
Auf den Tischen der Kinder steht jeweils eine Kiste mit Holzwürfeln. Die Kinder machen Vorschläge, was mit den Würfeln zu tun ist/sei (*Beispiele: spielen, bauen, rechnen, würfeln, etc.*). Der Vorschlag mit den Würfeln zu bauen wird von der Lehrperson aufgegriffen und in einem Arbeitsauftrag formuliert. Die Kinder haben die Aufgabe, mit 10 Würfeln nach Belieben zu bauen. Gemeinsam mit dem Sitzpartner sollen die entstehenden Objekte betrachtet und benannt werden.

Arbeitsphase
Die Kinder bauen mit 10 Holzwürfeln frei und präsentieren die entstandenen Bauwerke ihrem Partner, der einen Namen für das Objekt nennt. Das Freie Bauen motiviert die Kinder und bezieht sich auf das typische kindliche Verhalten – das Spielen. Nach einiger Zeit wird die Phase des freien Bauens unterbrochen und um besondere Bauregeln erweitert. Jedes Kind bekommt eine Bauunterlage (CD Hülle mit einem Gitternetz in der Größe der Bauwürfel). Auf diese Weise ist die Baufläche begrenzt und das Würfelgebäude kann später besser transportiert werden. Außerdem sollen die Kinder auf die Regeln „Fläche an Fläche“, „Kante an Kante“ und „Alle Würfel berühren sich“ achten. Mit diesem

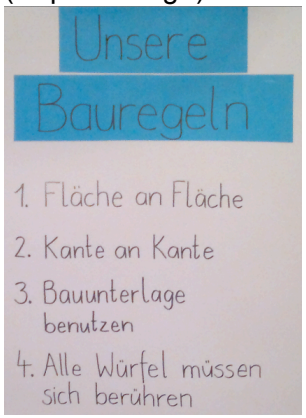
Schuljahr
2

Lehrplanbezug
Inhaltsbezogene Kompetenzen
Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen
Darstellen und Kommunizieren
Argumentieren
Problemlösen

Material
Schüler
Holzwürfel (10 pro Kind)
Bauunterlage (Kopiervorlage)

Lehrperson
Themenleine
Lernplakat
Bauregeln



Beobachtungsauftrag im Hinterkopf steigen die Konzentration und Ruhe während der Arbeitsphase merklich.

Reflexionphase
In der Reflexionsphase trifft sich die Lehrperson mit den Kindern im Theaterkreis. Die Kinder berichten über ihre Erfahrungen beim Bauen unter Berücksichtigung der Bauregeln. Warum sind diese Regeln wichtig? Gemeinsam werden die Regeln wiederholt und auf einem Lernplakat festgehalten.

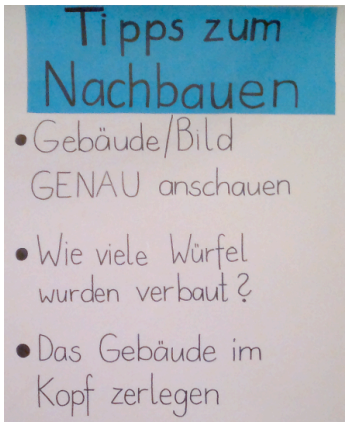
Start der 2. Unterrichtsstunde
Die Kinder sitzen im Theaterkreis. In der Mitte liegen 10 große Holzwürfel als Demonstrationsmaterial und eine entsprechende Bauunterlage auf einem Tisch. Außerdem sind Wortkarten mit Gebäudebezeichnungen aufgestellt (Brücke, Treppe, Turm, Haus, etc.). Ein Kind baut mit dem Demonstrationsmaterial unter Berücksichtigung der Bauregeln eines der Gebäude nach. Die anderen Kinder benennen anschließend das Gebäude, indem sie sich beschreibend und begründend äußern. Dieser Vorgang kann wiederholt werden. Die Kinder sollen nun von ihrem Platz aus das Gebäude möglichst exakt nachbauen.

Arbeitsphase 1
Jedes Kind baut mit seinen Würfeln und der Bauunterlage das im Theaterkreis demonstrierte Würfelgebäude nach und achtet dabei auf die Einhaltung der Bauregeln und die eigene Vorgehensweise.

Zwischenreflexion
Die Kinder werden aufgefordert, zu beschreiben, wie sie beim Nachbauen vorgegangen sind. Auf diese Weise werden verschiedene Bau- und Merkstrategien besprochen und ausgetauscht. Einige Kinder orientieren sich am Gebäudenamen und der Anzahl der verwendeten Würfel. Andere zerlegen das Würfelgebäude im Kopf und bauen schrittweise unter Berücksichtigung der Würfelanzahl. Auch die Höhe, Länge und Breite des Gebäudes können eine Rolle spielen.

Material
Schüler
Holzwürfel
Bauunterlage

Lehrperson
Themenleine
Wortkarten mit Gebäudevorschlägen
Demonstrationswürfel und –bauunterlage
Lernplakat Tipps zum Nachbauen



Arbeitsphase 2 Partnerarbeit: Die Kinder gehen vor wie beim Einstieg. Ein Kind baut ein Gebäude und kann sich dabei an den Gebäudevorschlägen orientieren. Der Partner schaut genau zu und betrachtet das Gebäude anschließend von allen Seiten, bevor er das Gebäude nachbaut. Eine Steigerung der Schwierigkeit wird erreicht, wenn der Partner nicht beim Bauen zuschaut, sondern das fertige Gebäude nur von seinem Platz aus betrachtet. **Abschlussreflexion** Kinder beschreiben ihre Vorgehensweisen beim Nachbauen der Gebäude und sprechen darüber, wann das Nachbauen schwierig oder einfach war. Anschließend werden die Tipps zum Nachbauen auf einem Lernplakat festgehalten.	

Einige Planungselemente dieser Einheit orientieren sich an "Bauen mit Würfeln" in Nührenbörger, M. & Pust, S. (2006). *Mit Unterschieden rechnen.* Seelze, Kallmeyer.

Unsere Bauregeln

1. Fläche an Fläche
2. Kante an Kante
3. Bauunterlage benutzen
4. Alle Würfel müssen sich berühren

Tipps zum Nachbauen

- Gebäude/Bild GENAU anschauen
- Wie viele Würfel wurden verbaut?
- Das Gebäude im Kopf zerlegen



Ziele
- Förderung der Raumorientierung und –vorstellung
- Erschließung des klassischen Bauplanes als Möglichkeit der zweidimensionalen Darstellung von dreidimensionalen Bauwerken

Zeit
ca. 3 Unterrichtsstunden – die Einheit kann in Einzelstunden unterteilt werden

So kann es gehen

Start der 1. inhaltlichen Sequenz
Alle Kinder sitzen an ihren Plätzen. Die Lehrperson baut mit den großen Würfeln ein Gebäude vor der Tafel. Gemeinsam besprechen die Kinder, welche Informationen benötigt werden, um dieses Gebäude genau nachzubauen, ohne dabei den Platz zu verlassen. Die erarbeiteten Tipps zum Nachbauen können dabei als Impulse dienen (Wie viele Würfel wurden verwendet? Wie hoch/breit ist das Gebäude? etc.).
Anschließend erhalten die Kinder folgenden Arbeitsauftrag: Baue ein Würfelgebäude und schreibe für deinen Partner eine Bauanleitung zu deinem Gebäude, so dass dein Partner das Gebäude genau nachbauen kann. Achte auf die Tipps zum Nachbauen.

Arbeitsphase
Jedes Kind baut ein Würfelgebäude aus maximal 10 Würfeln. Anschließend dokumentiert es das Gebäude in Form einer Bauanleitung. Die Kinder können zeichnen und schreiben. Wichtig ist, dass ein Partner nur mit Hilfe der Bauanleitung exakt das gleiche Gebäude nachbauen kann.
Wer eine Bauanleitung erstellt hat, kann mit einem Partner in der Klasse die Anleitung tauschen, jedoch ohne dabei das originale Bauwerk zu sehen. Jeder baut nach der Anleitung des Partners das entsprechende Würfelgebäude. Mit Hilfe der Bauunterlage können beide Gebäude (Original und Nachbau) direkt verglichen werden. Auf diese Weise wird die Effizienz der geschriebenen Bauanleitung überprüft.

Schuljahr
2

Lehrplanbezug
Inhaltsbezogene Kompetenzen
Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen
Darstellen und Kommunizieren
Problemlösen
Argumentieren

Material
Schüler
10 Holzwürfel
Bauunterlage
Zeichenpapier

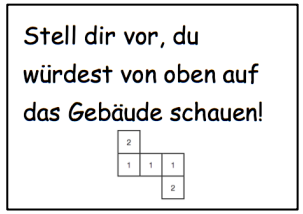
Lehrperson
Themenleine
Demonstrationswürfel und –bauunterlage

Reflexionsphase
Die Kinder treffen sich mit der Lehrperson im Theaterkreis. Einige Bauanleitungen hängen exemplarisch an der Tafel. Die Kinder berichten über ihre Erfahrungen beim Herstellen der Bauanleitung und beim Bauen nach einer Bauanleitung. Welche Schwierigkeiten gab es beim Aufschreiben oder -zeichnen? Eignete sich die Bauanleitung, um das Gebäude exakt nachzubauen? Warum? Warum nicht? Die Kinder stellen wahrscheinlich fest, dass es sehr schwierig und aufwändig ist eine Bauanleitung zu erstellen und auch das Lesen und Umsetzen in Form eines Würfelgebäudes ist nicht einfach, sondern lässt oft Mehrdeutigkeiten zu, weil Beschreibungen oder Zeichnungen teilweise zu ungenau sind. Außerdem wird deutlich, dass die Bauanleitungen sehr verschieden sind und es einfacher wäre Gebäude nach einem einheitlichen Bauplan zu bauen, als immer wieder neue Darstellungen zu lesen und zu übersetzen.

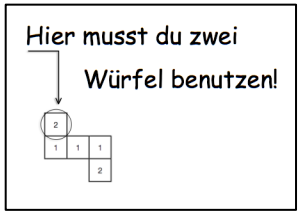
Start der 2. inhaltlichen Sequenz
Die Bauanleitungen hängen noch an der Tafel. Es soll nun ein einheitlicher Bauplan kennengelernt werden, der von allen Kinder einfach darzustellen und zu lesen ist. Die Lehrperson zeigt den Kindern einen klassischen Bauplan (s. rechts) und nennt den Arbeitsauftrag. Eventuell kann an dieser Stelle ein Bezug zur Funktion von Bauplänen (Architekten) hergestellt werden. Die Kinder sollen das passende Gebäude zu diesem Bauplan bauen und dabei genau überlegen, was die Quadrate und die Zahlen bedeuten.

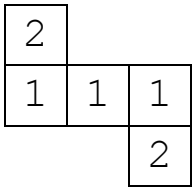
Arbeitsphase 1
Partnerarbeit: Die Kinder bauen mit ihrem Partnerkind das zum Bauplan gehörige Würfelgebäude und nutzen dabei die Quadrate auf der Bauunterlage. In der Kooperation miteinander können sich die Kinder beraten, wie der Bauplan zu lesen ist. Als Differenzierung stehen den Kindern Tippkarten zur Verfügung.

Tipp 1



Tipp 2

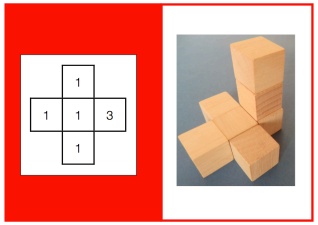




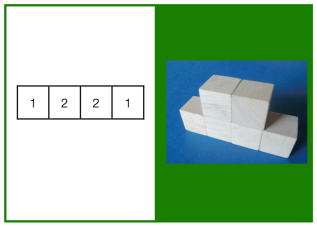
Material
Schüler
10 Holzwürfel
Bauunterlage
Bauplan als Anleitung (Kopiervorlage)
Tippkarten (Kopiervorlage)
Zeichenpapier

Zwischenreflexion
Die Kinder treffen sich im Theaterkreis. Gemeinsam wird der klassische Bauplan interpretiert. Was bedeuten die Quadrate und die Zahlen?
Auf einem Lernplakat zum Bauplan werden die Erkenntnisse festgehalten (Beispiel s. rechts). Die Quadrate zeigen die Fläche, auf der das Gebäude stehen soll, an. Die Zahlen geben an, wie viele Würfel an der Stelle übereinander stehen. Um diese Bedeutung noch einmal für alle Kinder zu veranschaulichen, baut ein Kind das entsprechende Gebäude mit kleinen Würfeln auf dem Tageslichtprojektor (der in der Kreismitte steht) nach. Um den Kindern zu zeigen, wie das Gebäude von oben aussieht, wird der Projektor eingeschaltet. An der Tafel bildet sich der Grundriss des Gebäudes als Schatten ab. Dieser Schatten wird mit Papierquadraten nachgelegt und mit Zahlen entsprechend der übereinander stehenden Würfeln versehen.
Um den Umgang mit dem klassischen Bauplan zu üben, erhalten die Kinder folgende Aufgabenstellung: Du kannst an zwei Aufgabenwäscheleinen arbeiten.

Leine 1: Hier musst du Baupläne nachbauen und kannst auf der Rückseite mit dem Schrägbild kontrollieren.

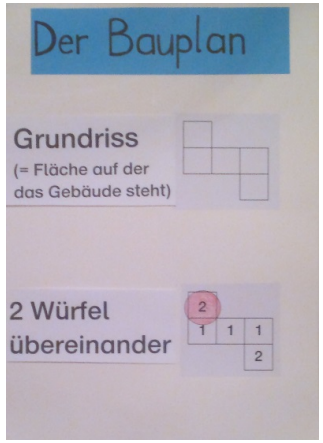


Leine 2: Dort baust du das Würfelgebäude mit Hilfe des Schrägbildes nach und zeichnest einen Bauplan auf Kästchenpapier und kannst auf der Rückseite kontrollieren.

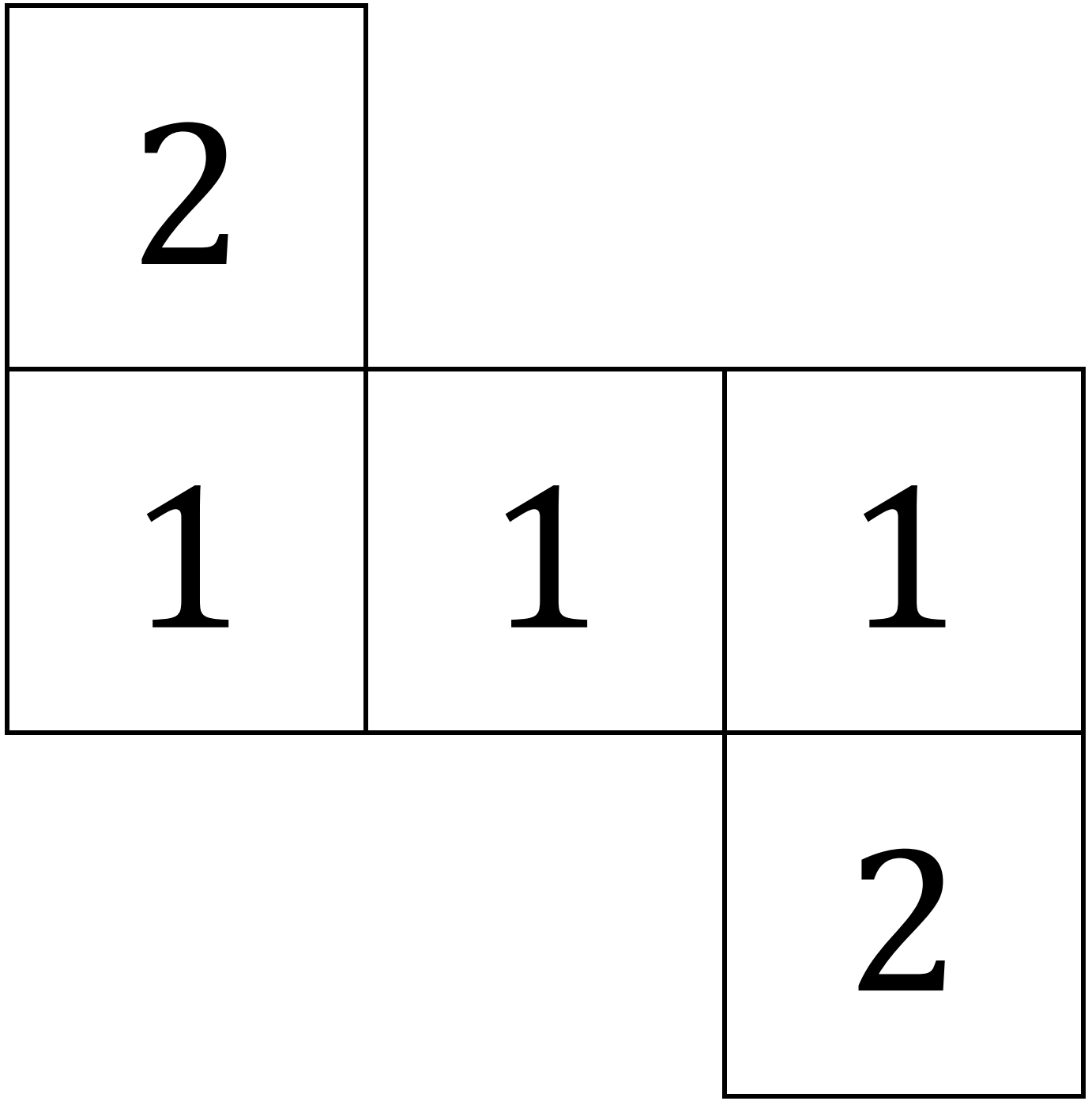


Arbeitsphase 2
Zwei Aufgabewäscheleinen sind im Klassenraum angebracht. Eine Aufgabenwäscheleine für das Nachbauen von Bauplänen; eine zweite für das Zeichnen von Bauplänen. Auf den Tischen der Kinder liegt Kästchenpapier zum Zeichnen bereit.
Die Kinder nehmen sich Aufgabenkarten zum Nachbauen oder Zeichnen, bearbeiten die Karte und

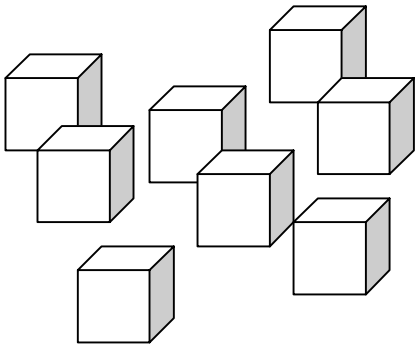
Lehrperson
Themenleine
Bauplan groß (Kopiervorlage)
Lernplakat
Tageslichtprojektor
Kleine Holzwürfel
Bauunterlage auf Folie
Papierquadrate
Aufgabenwäscheleinen mit Klammern und Aufgabenkarten (ausdrucken und laminieren)



können auf der Rückseite kontrollieren. Anschließend hängen sie die Karte zurück und nehmen sich eine neue Karte. **Abschluss** Die Lehrperson gibt den Kindern eine kurze Rückmeldung über die Stunde. Die Kinder können sich äußern zu „Das hat gut geklappt:"/ „Da gab es Schwierigkeiten:"/ „Ich möchte etwas zeigen!"/ „Ich habe etwas entdeckt!"/ etc.. **Start der 3. inhaltlichen Sequenz** Die Lehrperson konfrontiert die Kinder mit einem mathematischen Problem. Ich möchte mit 12 Würfeln ein Gebäude in Form eines Quaders bauen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es? Ggf. kann mit Hilfe des Wortspeichers wiederholt werden, welche Eigenschaften ein Quader hat. Anschließend sollen die Kinder in Partnerarbeit verschiedene Möglichkeiten finden und in Form von klassischen Bauplänen festhalten. **Arbeitsphase** Partnerarbeit: Die Kinder bauen mit 12 Würfeln verschiedene Quader und zeichnen die entsprechenden Baupläne dazu. **Reflexionsphase** Die Kinder treffen sich mit der Lehrperson im Theaterkreis und bringen die erstellten Baupläne mit. Die verschiedenen Möglichkeiten werden gesammelt. Dazu werden Baupläne an die Tafel geheftet und entsprechende Gebäude dazu gebaut. Die Kinder beschreiben ihr Vorgehen. Warum gibt es nur diese Möglichkeiten und nicht mehr? Je nach Schuljahr kann die Volumenberechnung von Quadern bei der Argumentation eine Rolle spielen.	**Material** *Schüler* 12 Holzwürfel zu zweit Zeichenpapier

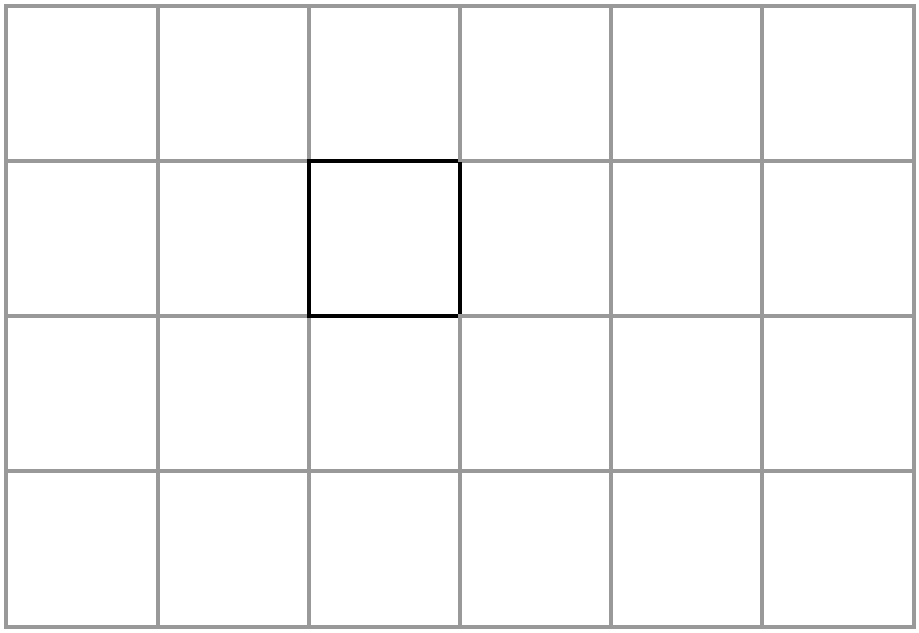

2
1
1
1
2

Bauen



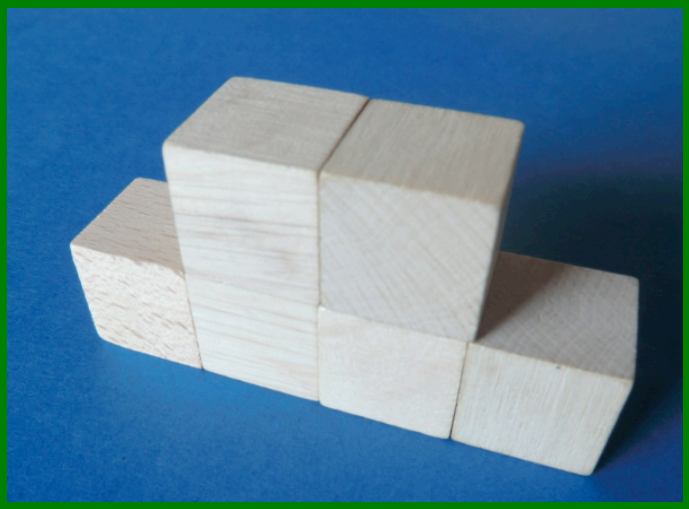


Zeichnen

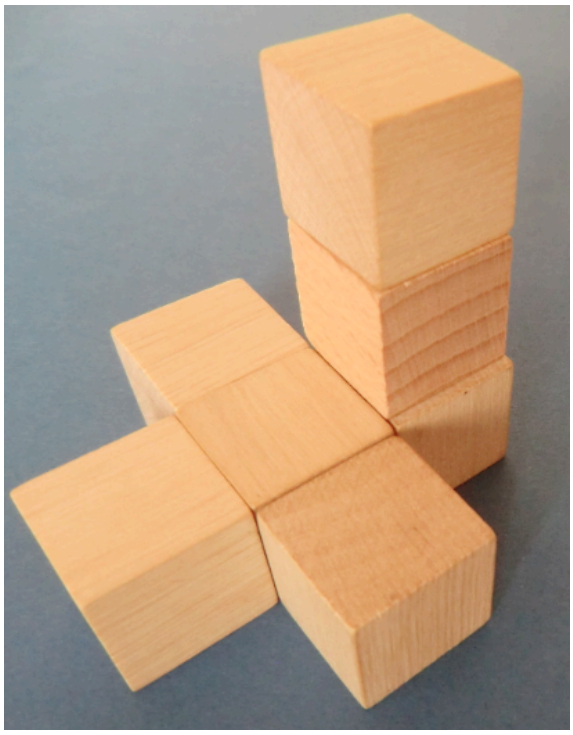




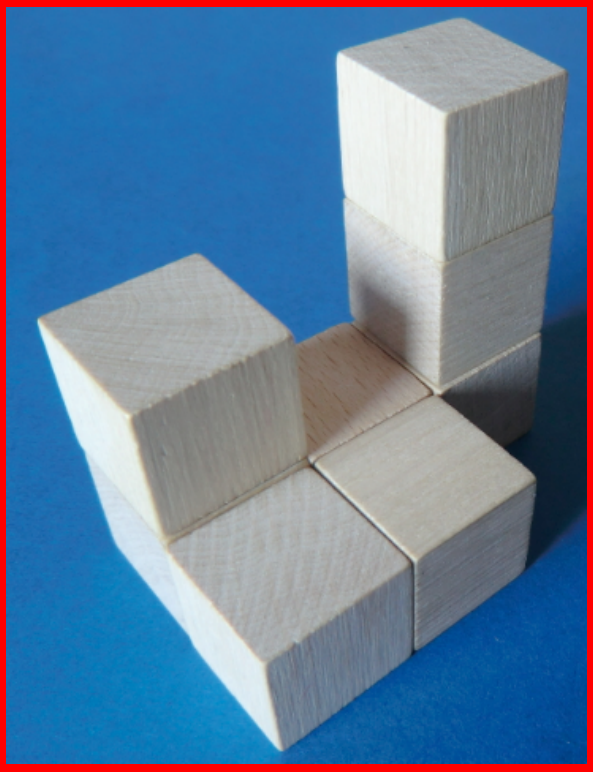
1	2	2	1



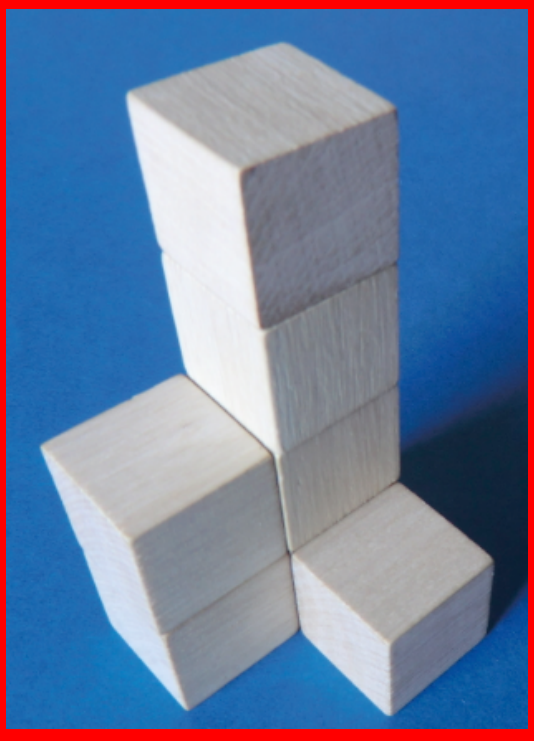
	1	
1	1	3
	1	



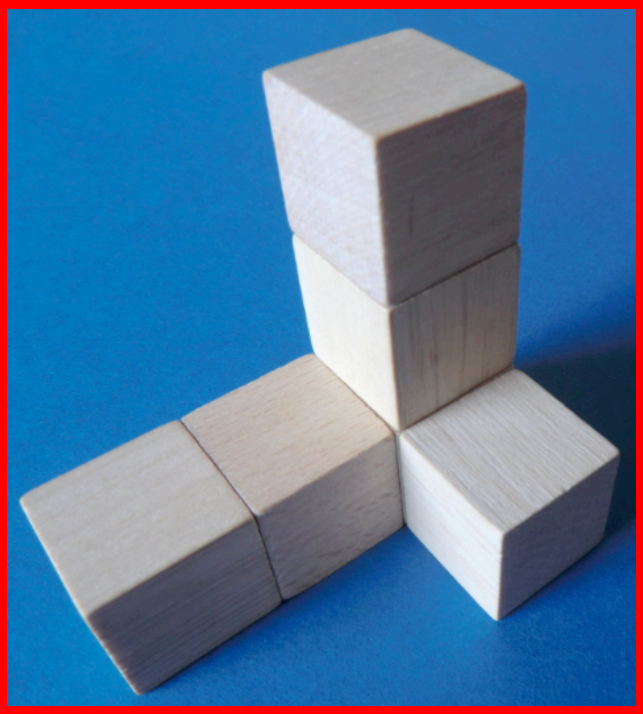
2	1	3
1	1	



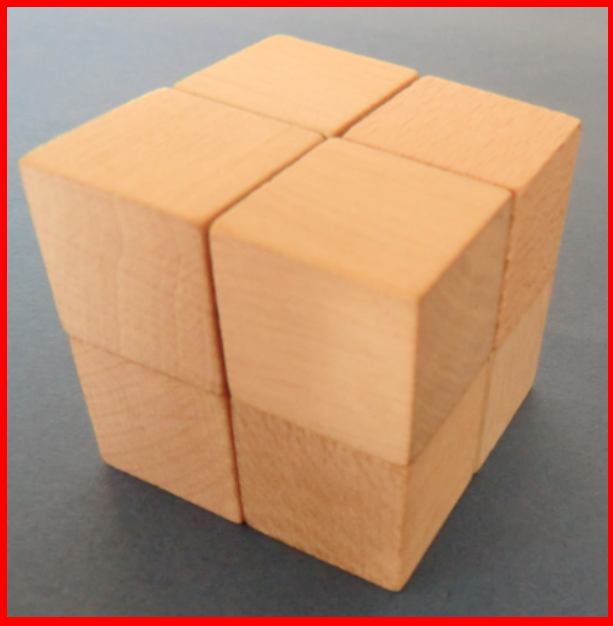
2	4
	1



1	1	3
		1



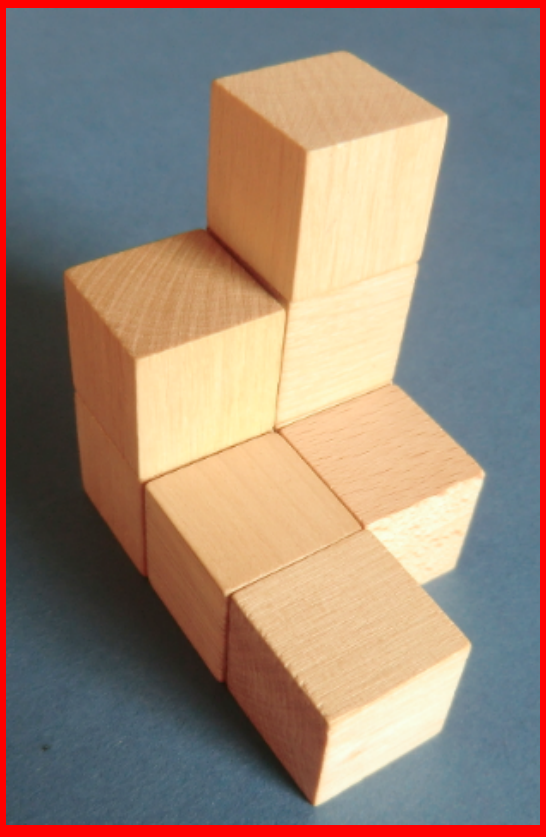
2	2
2	2



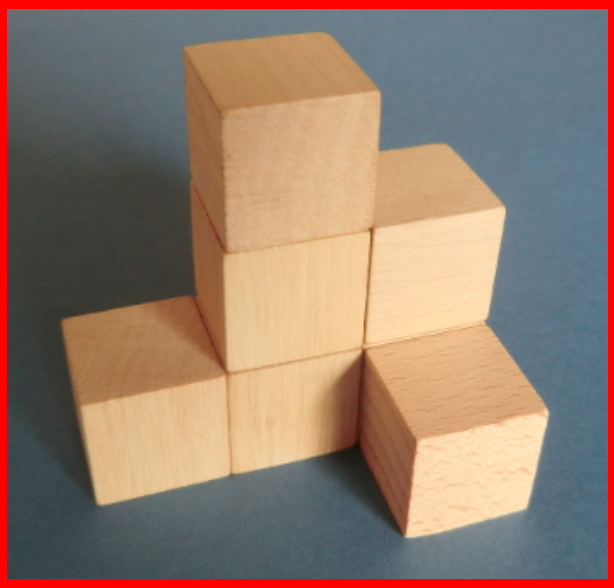
	1		
	1		
1	1	1	1
	1		



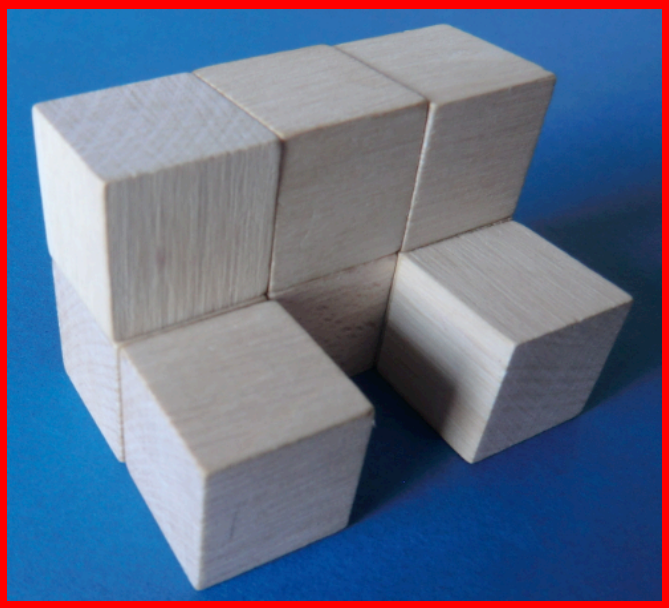
2	3
1	1
1	



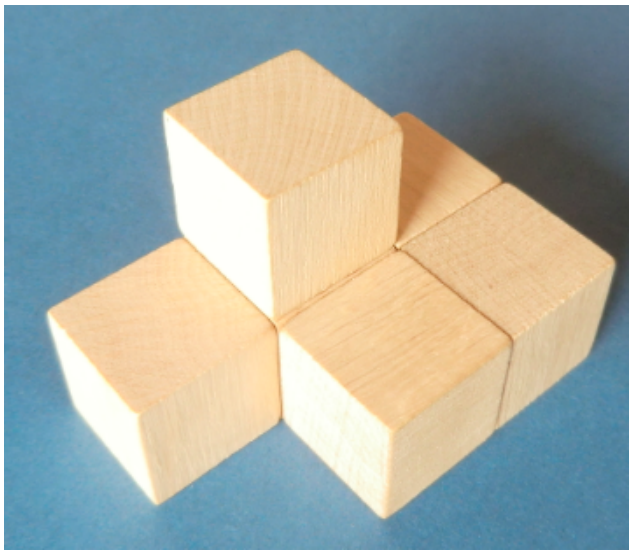
1	3	2
		1



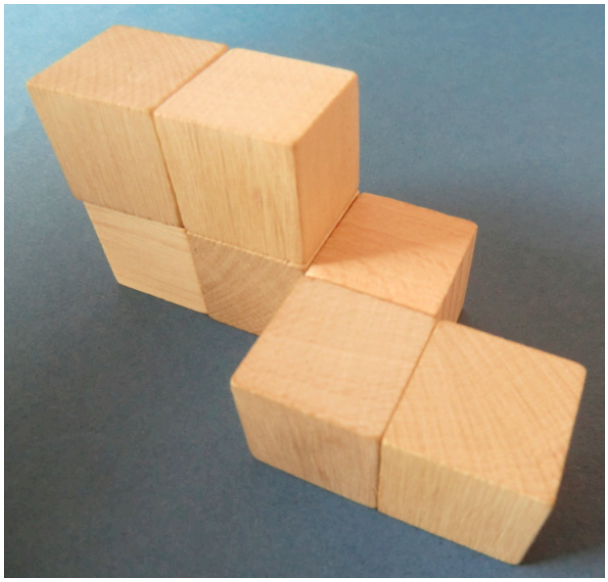
2	2	2
1		1



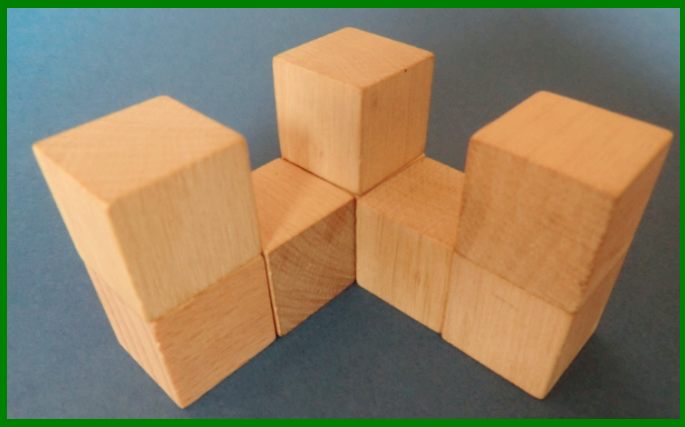
1	2	1
	1	1



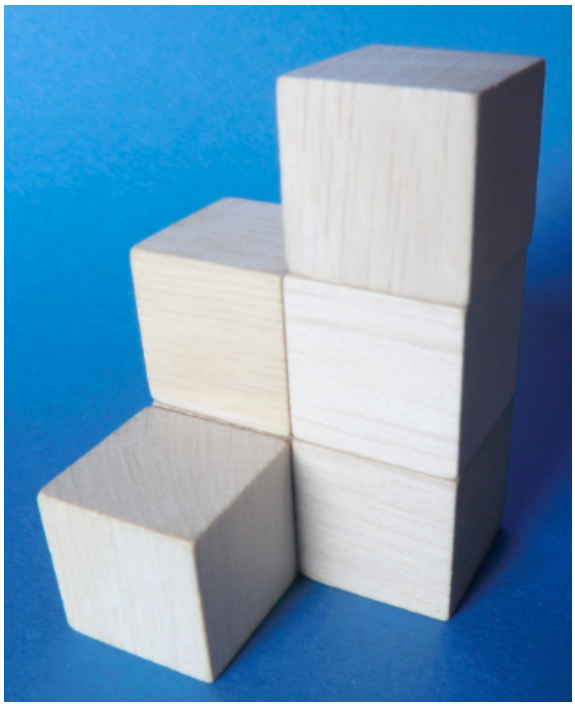
2	2	1	
		1	1



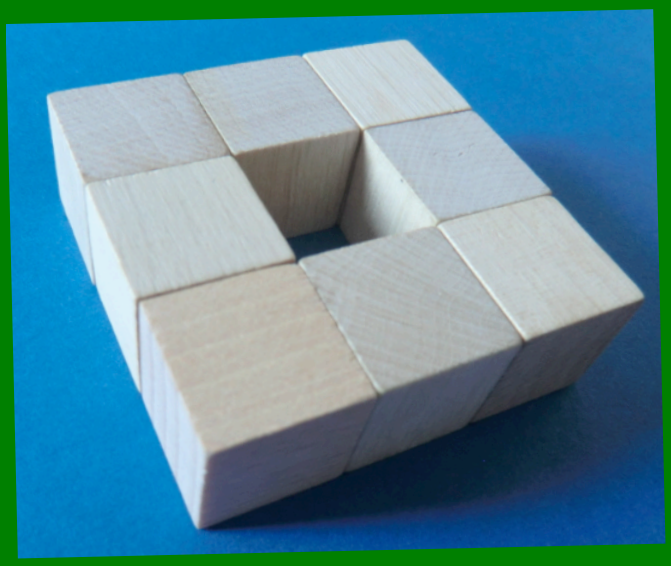
2	1	2
		1
		2



2	3
1	



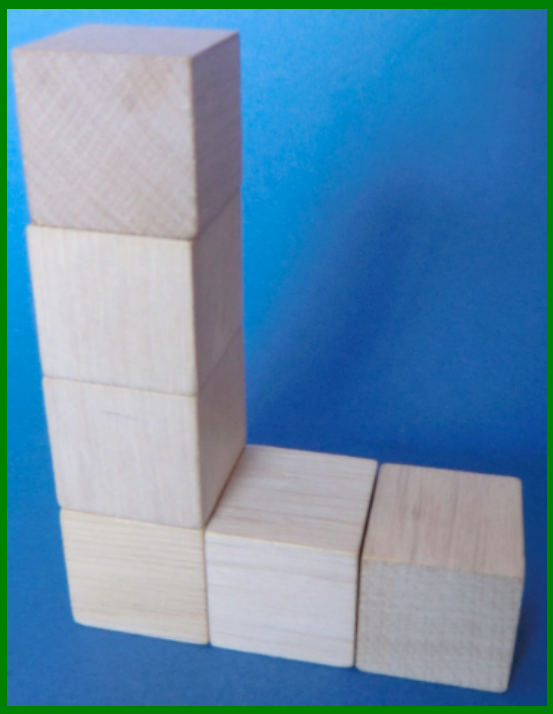
1	1	1
1		1
1	1	1



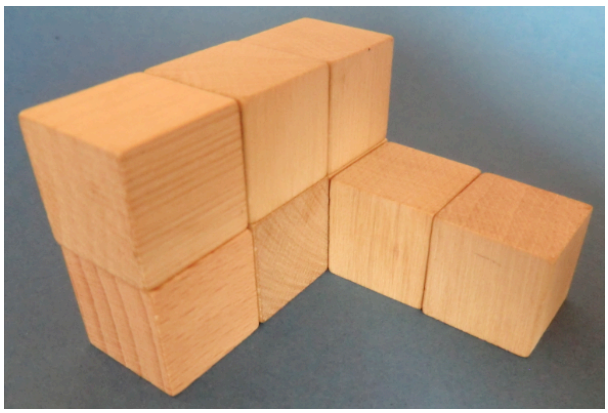
1	4	1



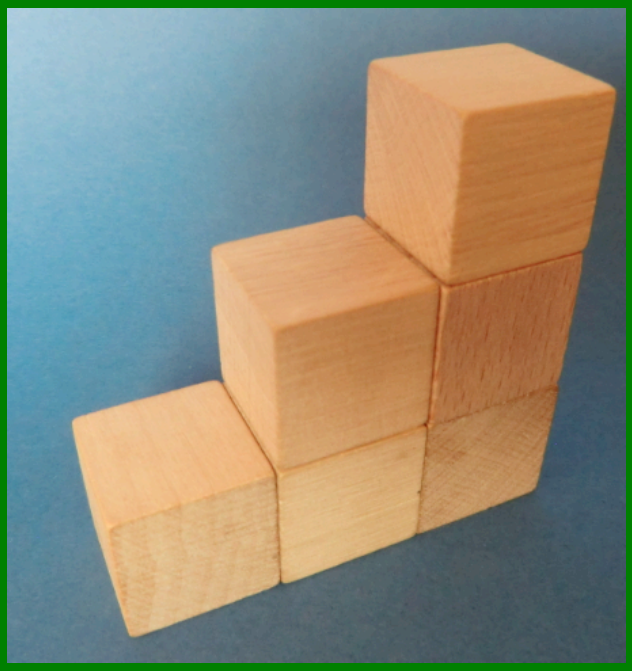
4	1	1



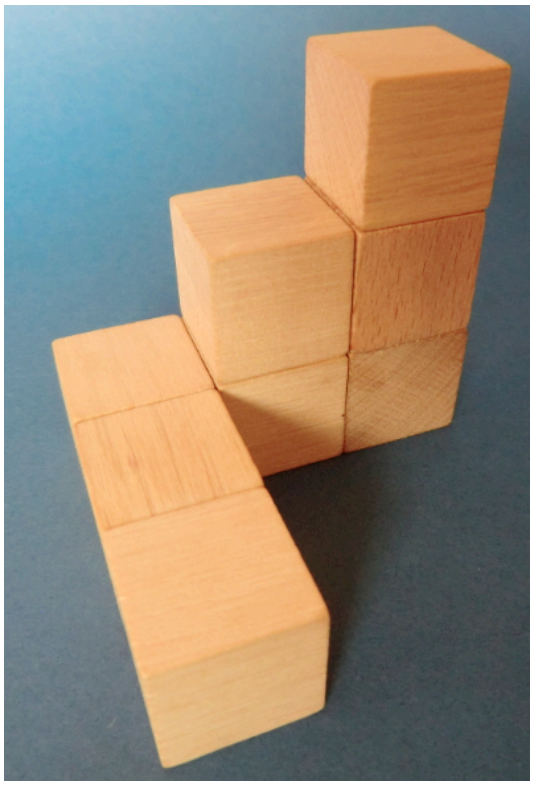
2	2	2
		1
		1



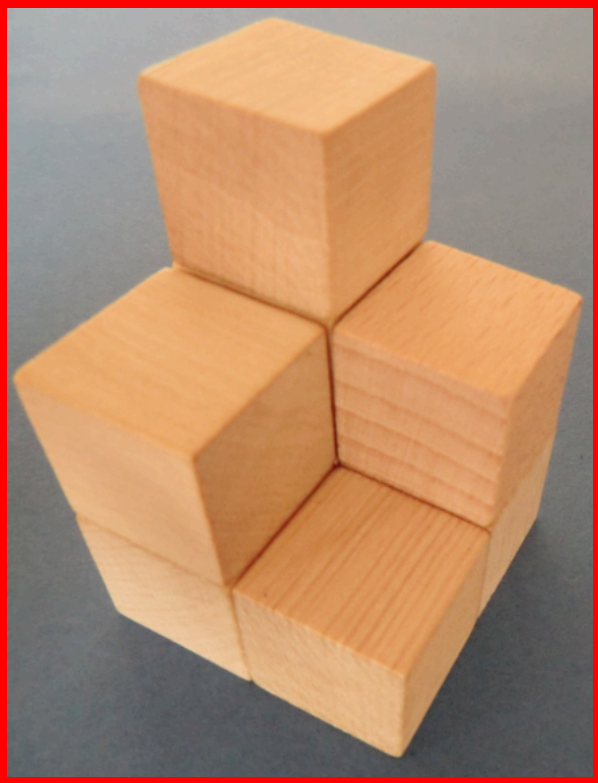
1	2	3



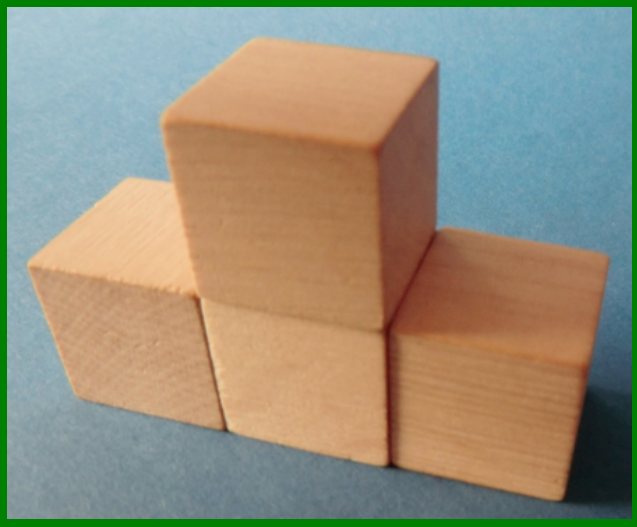
1	2	3
1		
1		



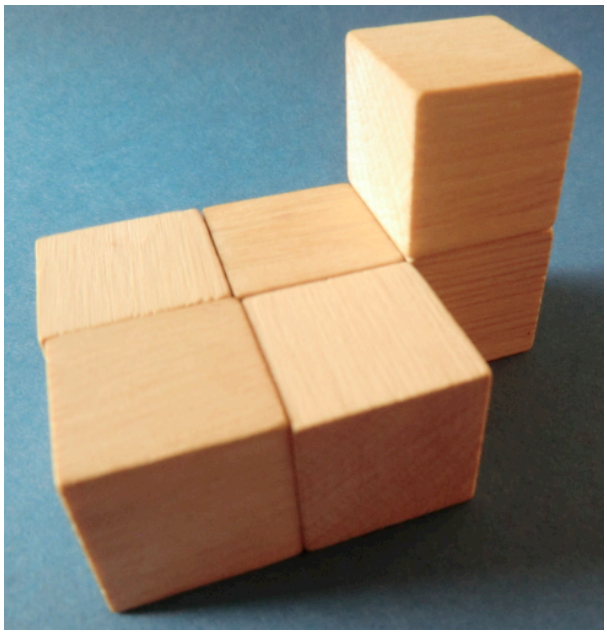
3	2
2	1



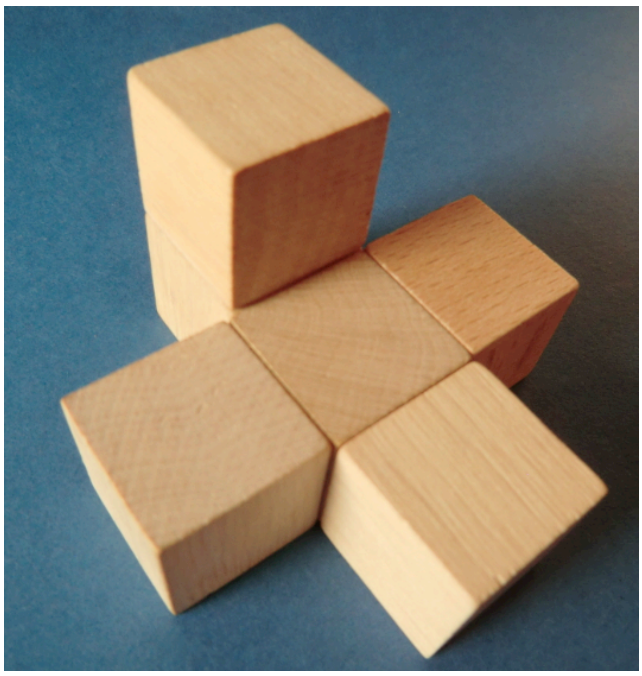
1	2	1

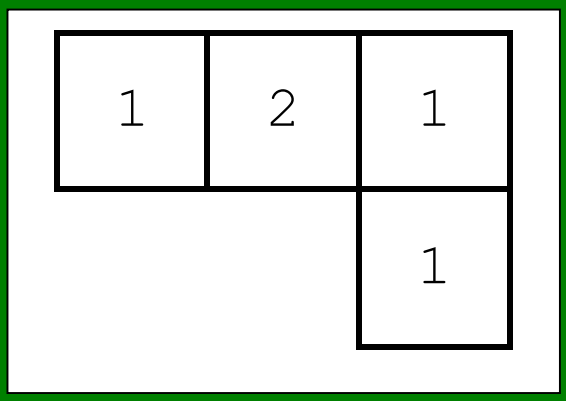


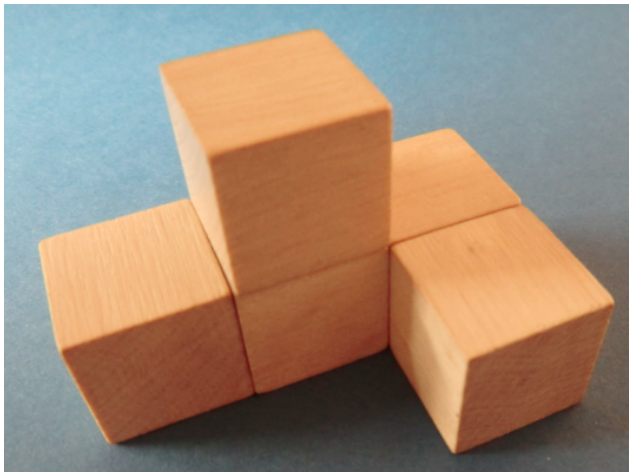
1	1	2
1	1	

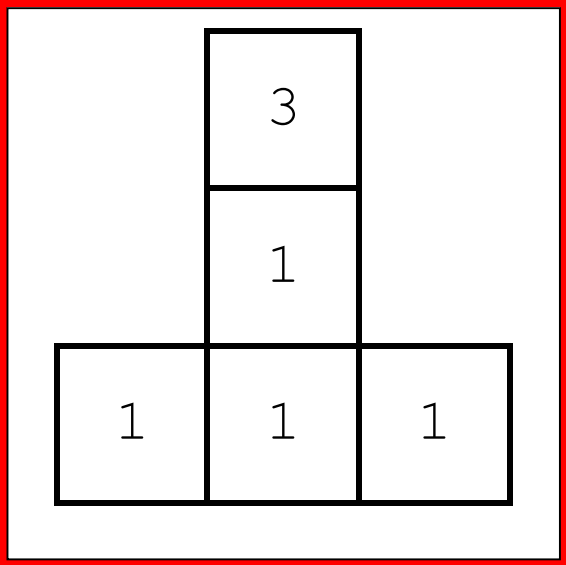


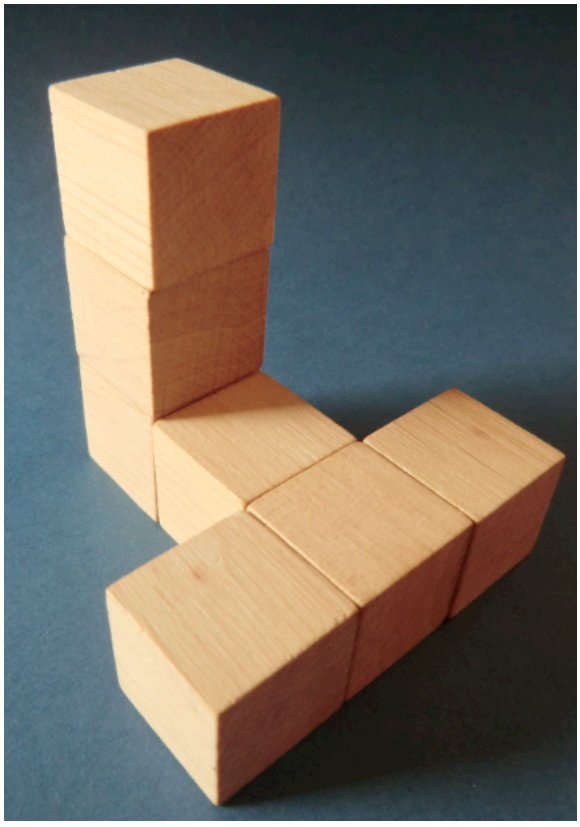
	2	
1	1	1
	1	




1
2
1
1



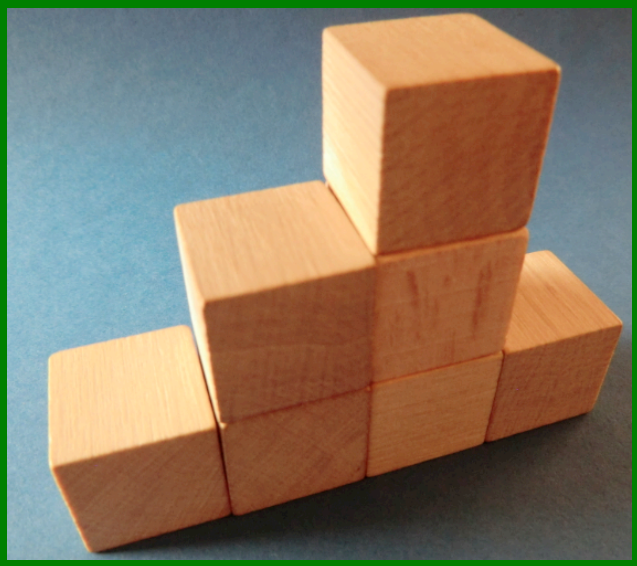

3
1
1
1
1



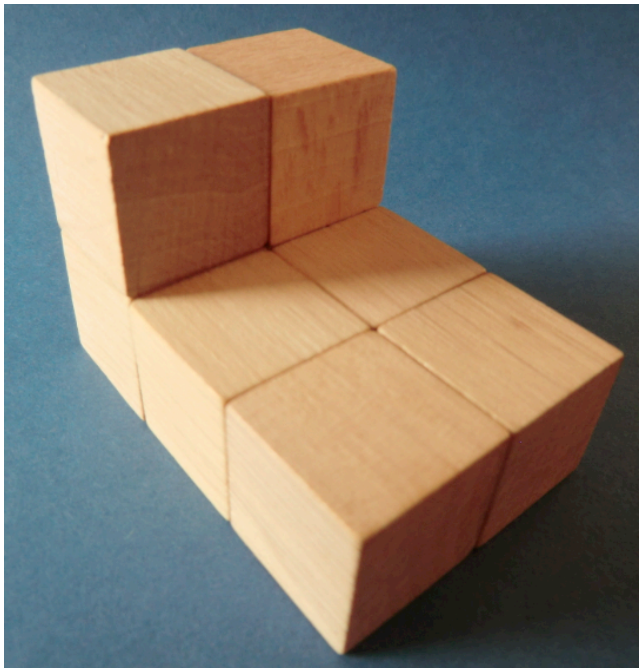
2	3	1
1	1	



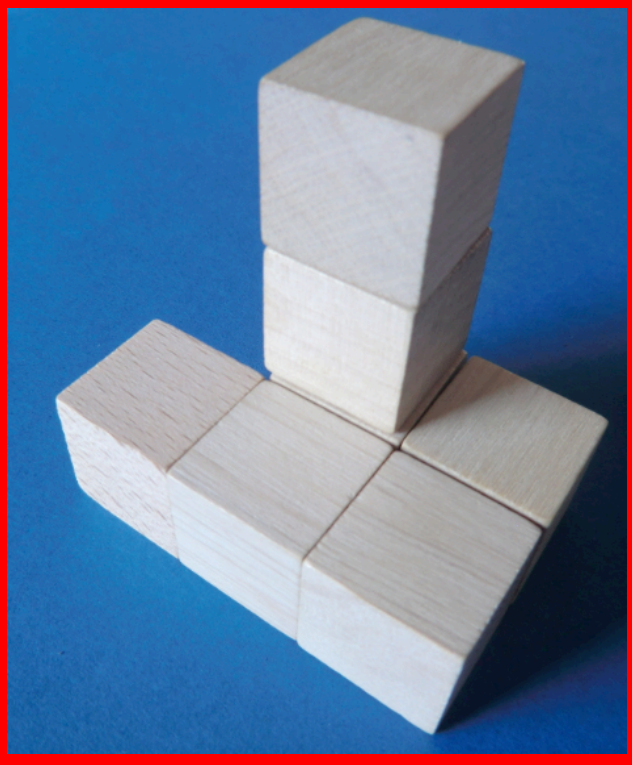
1	2	3	1



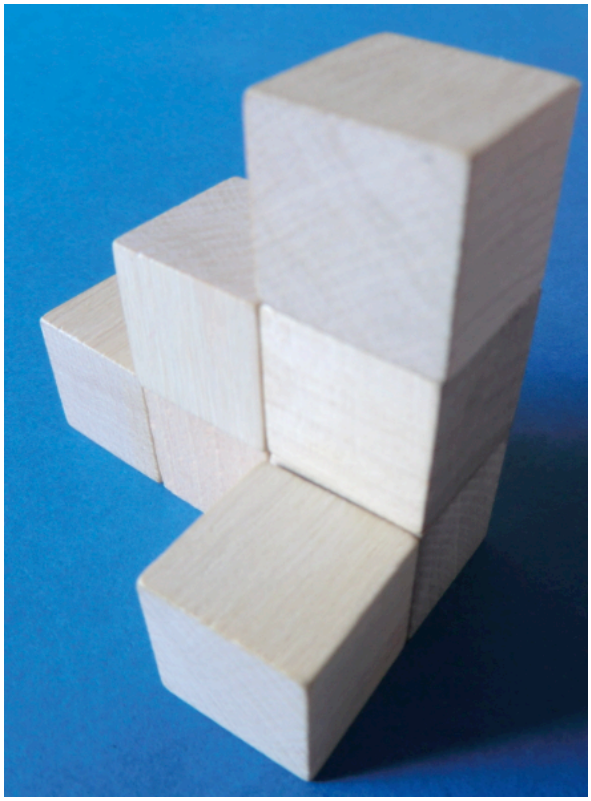
2	2
1	1
1	1



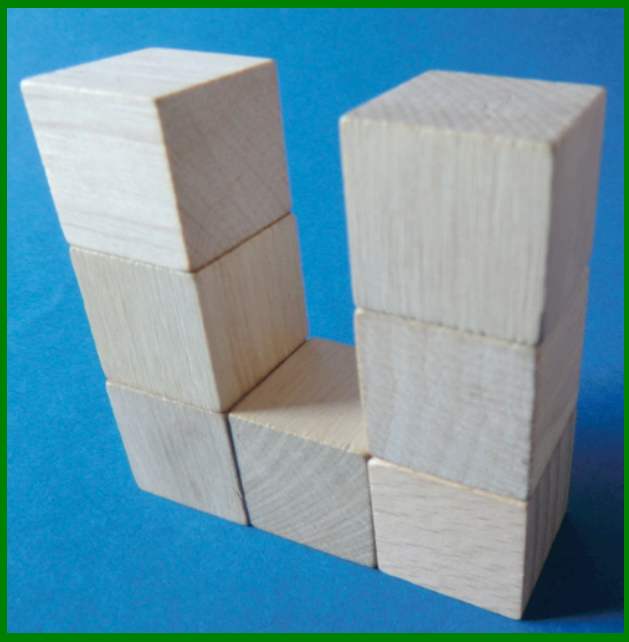
	3	1
1	1	1



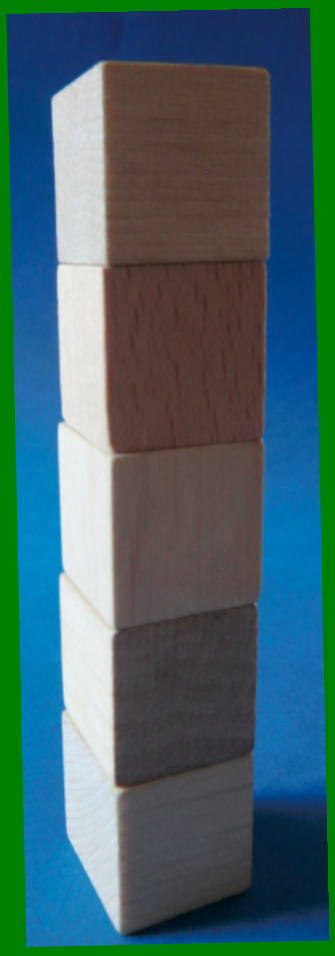
1	2	3
		1



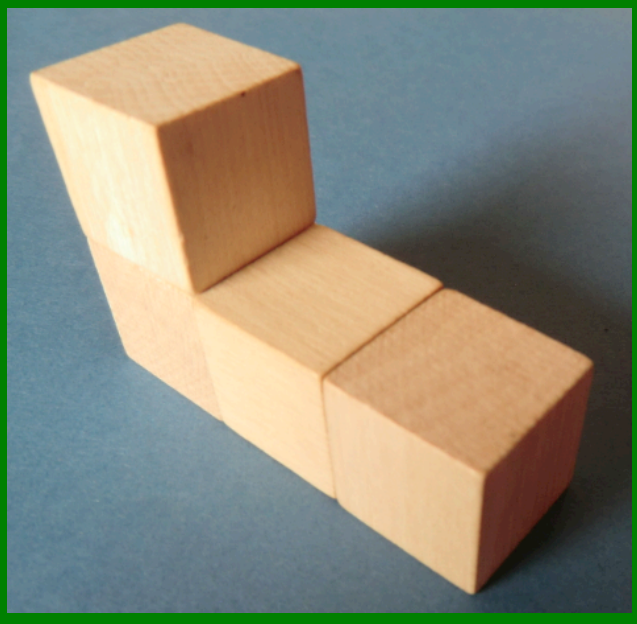
3	1	3

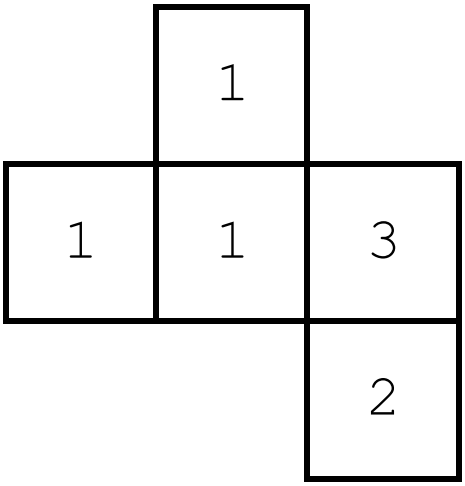


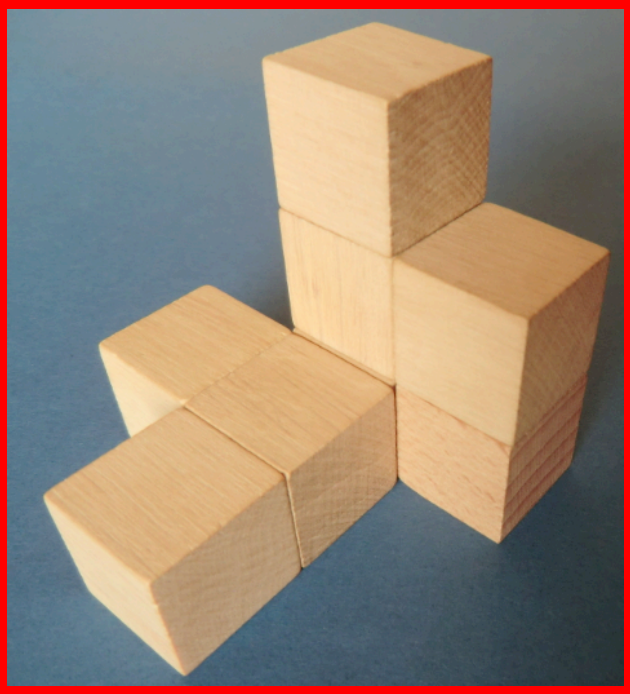
5

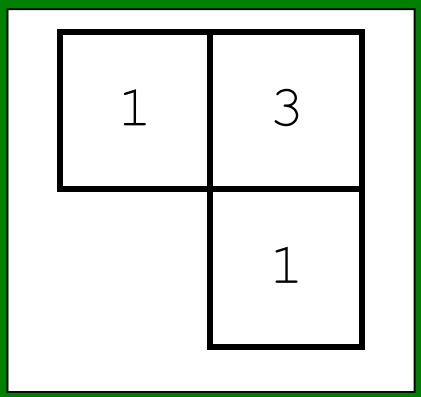


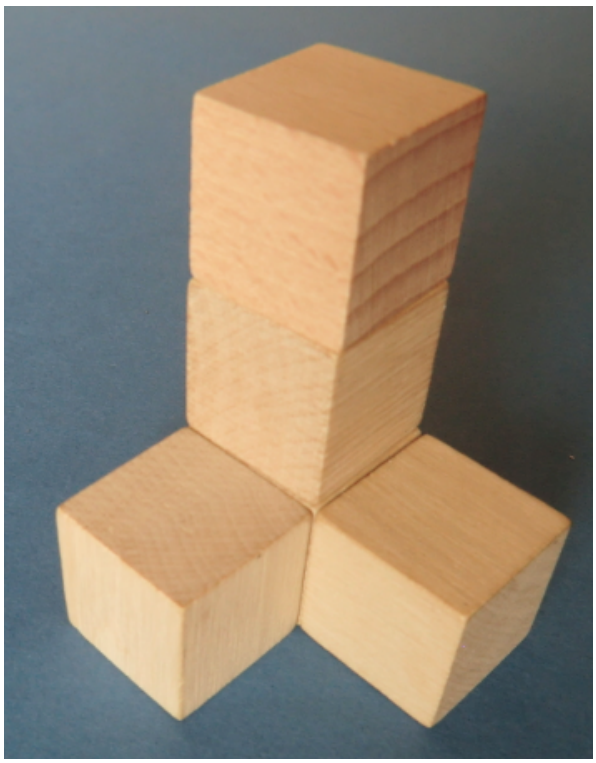
2	1	1

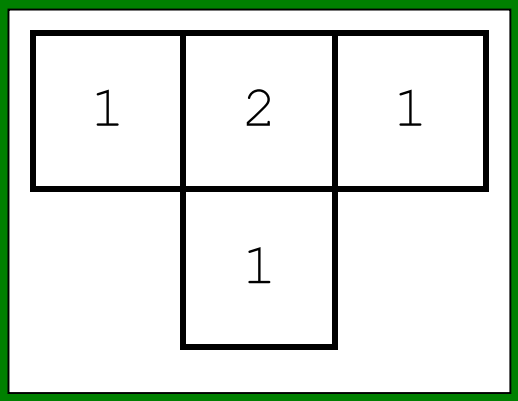


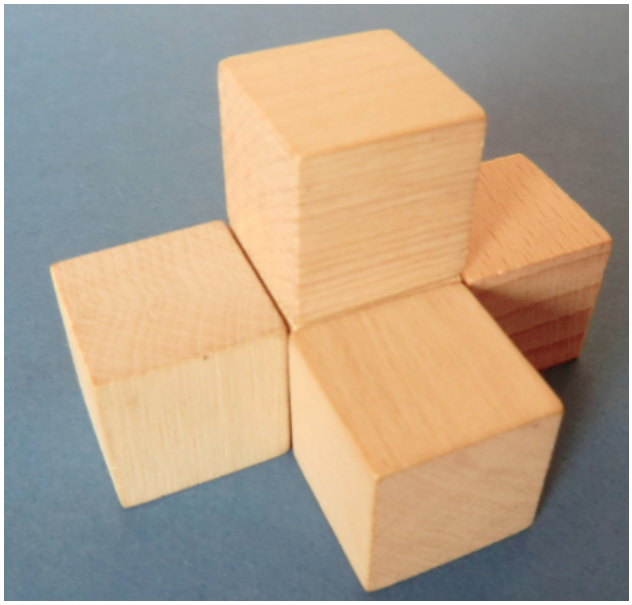

1
1
1
3
2

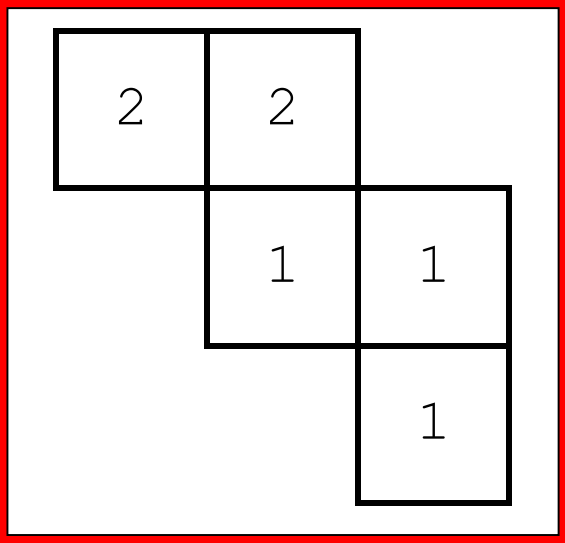


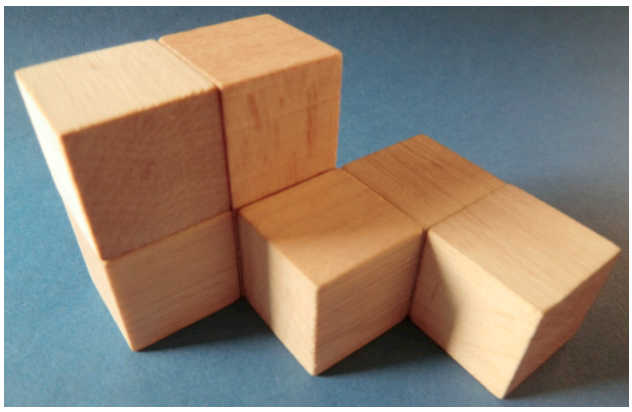

1
3
1



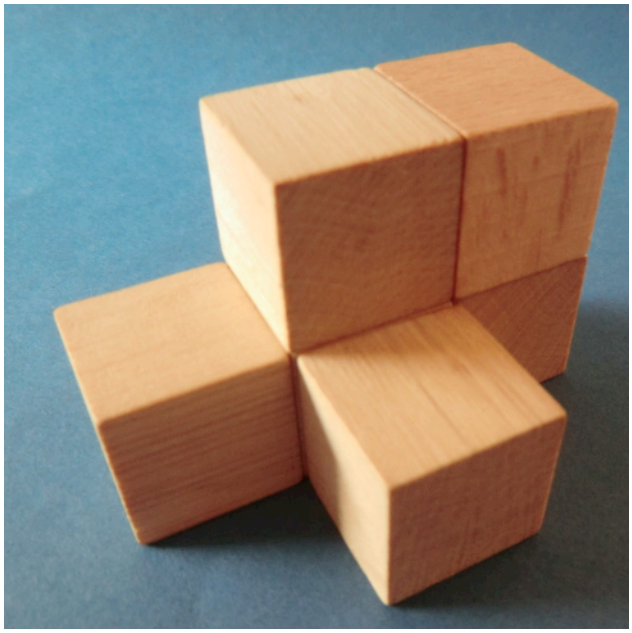

1
2
1
1



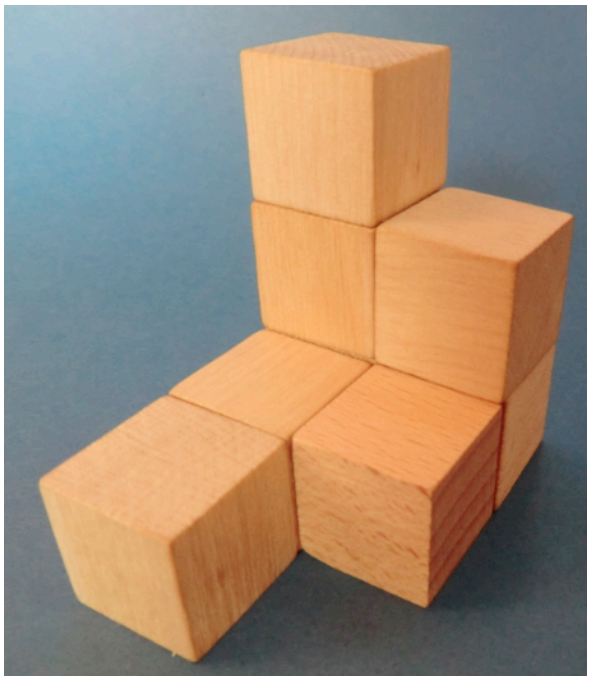

2
2
1
1
1

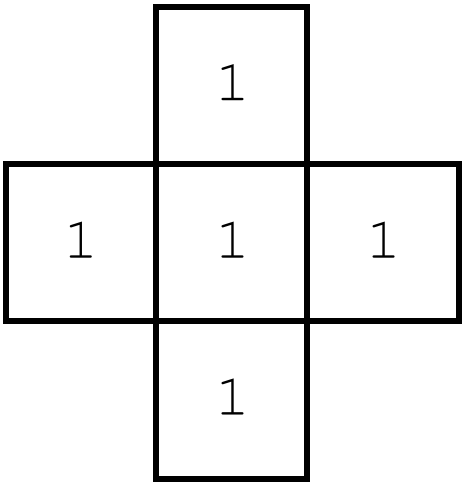


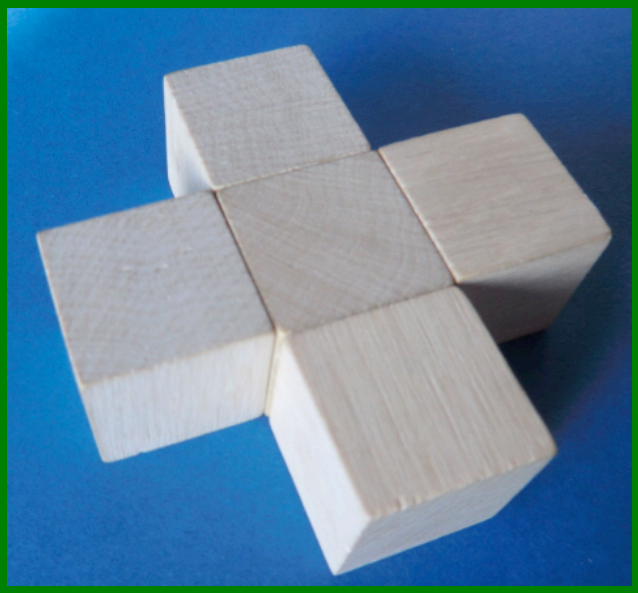
1	2	2
	1	

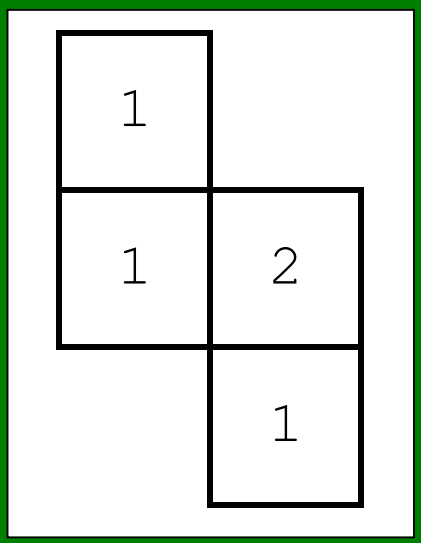


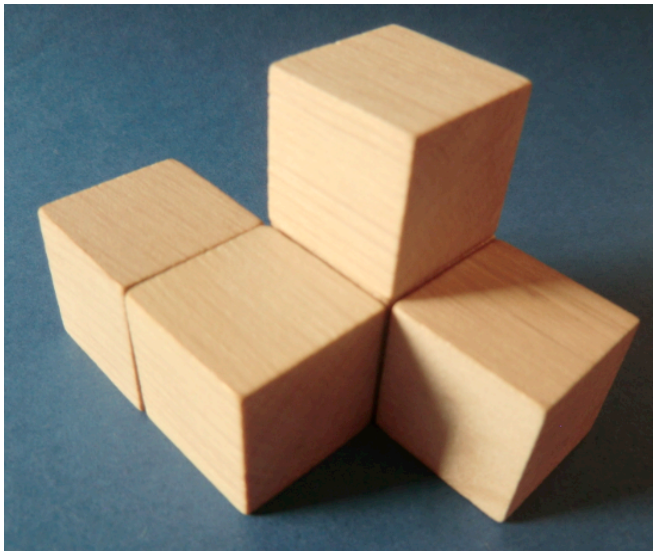
3	2
1	1
1	



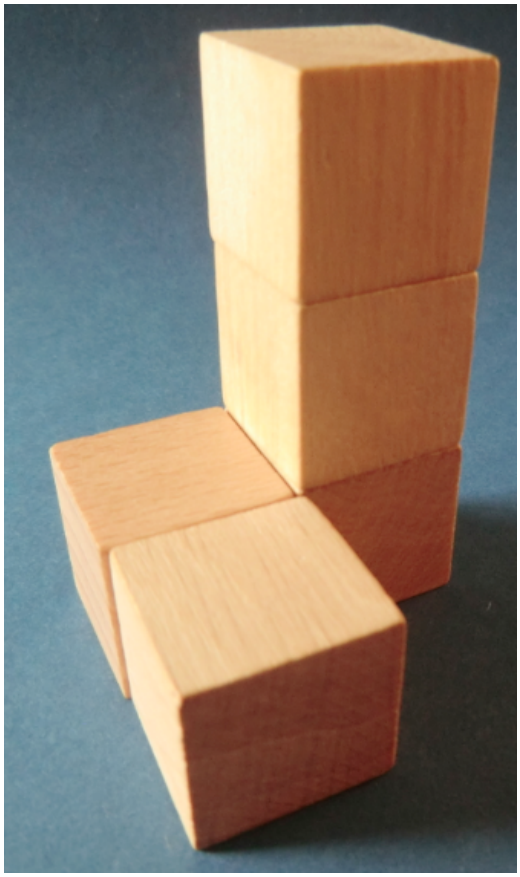

1
1
1
1
1



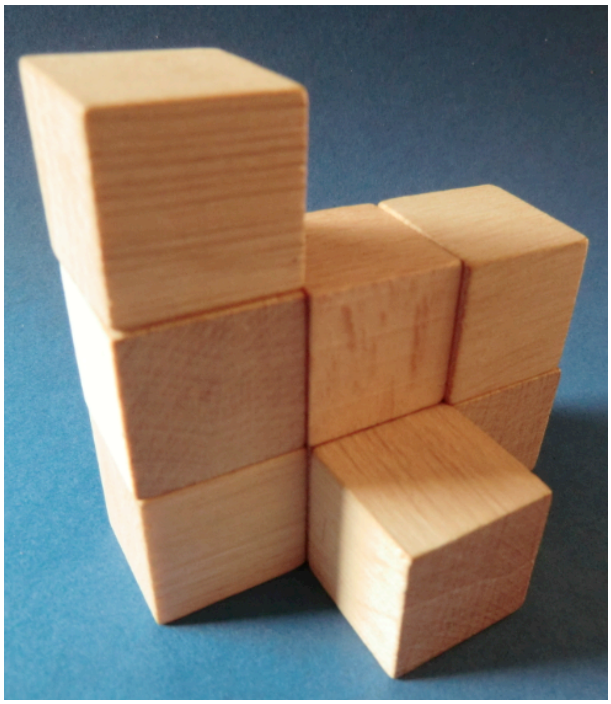

1
1
2
1



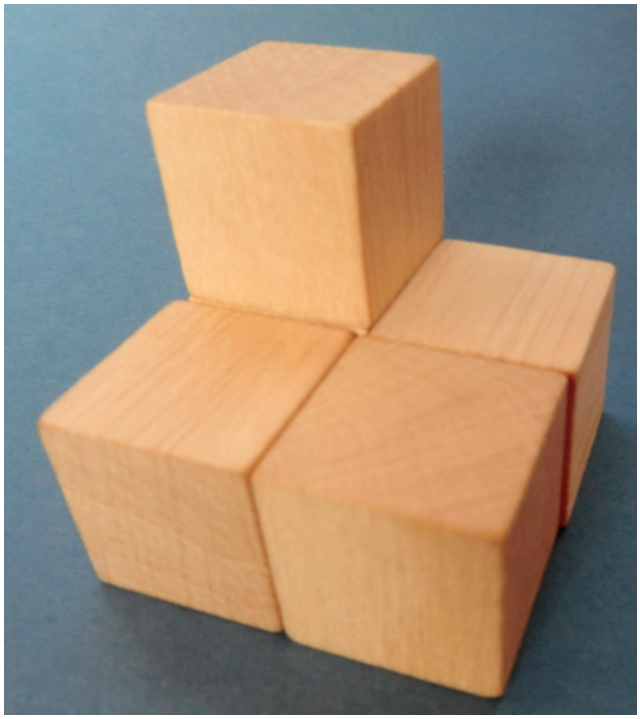
1	3
1	



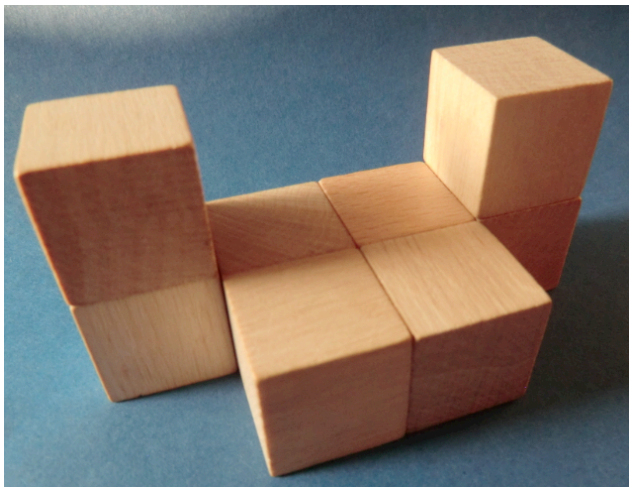
3	2	2
	1	



2	1
1	1



2	1	1	2
	1	1	



Ziele
- Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens und der visuellen Wahrnehmung
- Anwendung des Gelernten – Bauplan zeichnen

Zeit
1 Unterrichtsstunde

So kann es gehen

Start der Unterrichtsstunde
Die Lehrperson berichtet den Kindern von der Idee, eine Würfelgebäudekartei zum Nachbauen und Zeichnen von Würfelgebäuden und Bauplänen für die Klasse anzulegen. Einerseits haben die Kinder viel Spaß, beim Bauen mit Würfeln, andererseits bietet eine Würfelgebäudekartei gute Übungsmöglichkeiten. Für die Kartei soll jedes Kinder der Klasse ein eigenes Gebäude bauen und dazu den klassischen Bauplan sauber und ordentlich auf eine Karteikarte zeichnen.

Arbeitsphase
Alle Kinder bauen ein Würfelgebäude aus maximal 10 Würfeln und zeichnen den dazugehörigen Bauplan. Anschließend wird das Gebäude von der Lehrperson fotografiert, so dass später Gebäude und Bauplan auf einer Karte in der Kartei vorhanden sind.

Abschluss/Reflexion
Die Kinder berichten im Sitzkreis über Lernerlebnisse und –zuwachs während der gesamten Unterrichtsreihe. Dabei können die Lernplakate und der Wortspeicher als Unterstützung dienen.

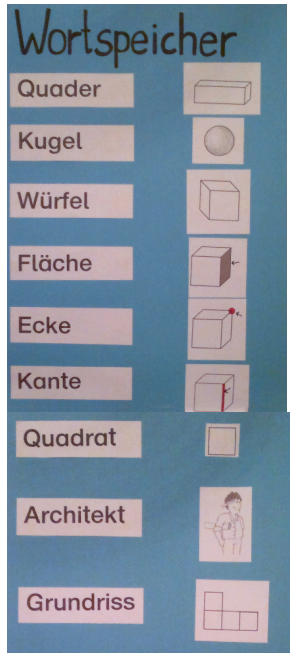
Schuljahr
2

Lehrplanbezug
Inhaltsbezogene Kompetenzen
Raum und Form

Prozessbezogene Kompetenzen
Darstellen und Kommunizieren
Problemlösen

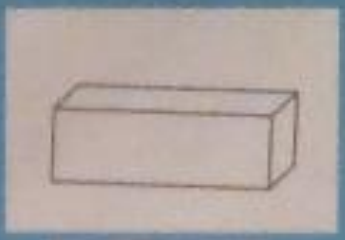
Material
Schüler
10 Holzwürfel
Zeichenpapier

Lehrperson
Themenleine
Digitalkamera



Wortspeicher

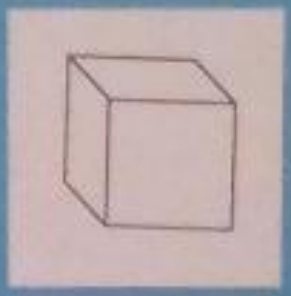
Quader



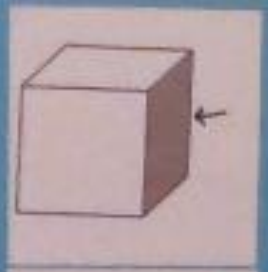
Kugel



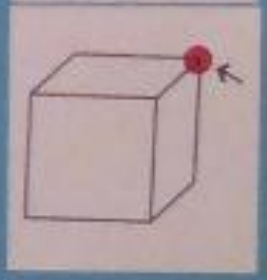
Würfel



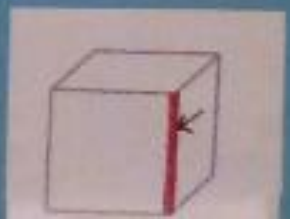
Fläche



Ecke



Kante



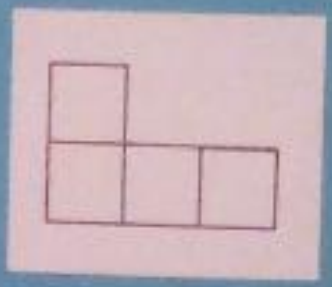
Quadrat

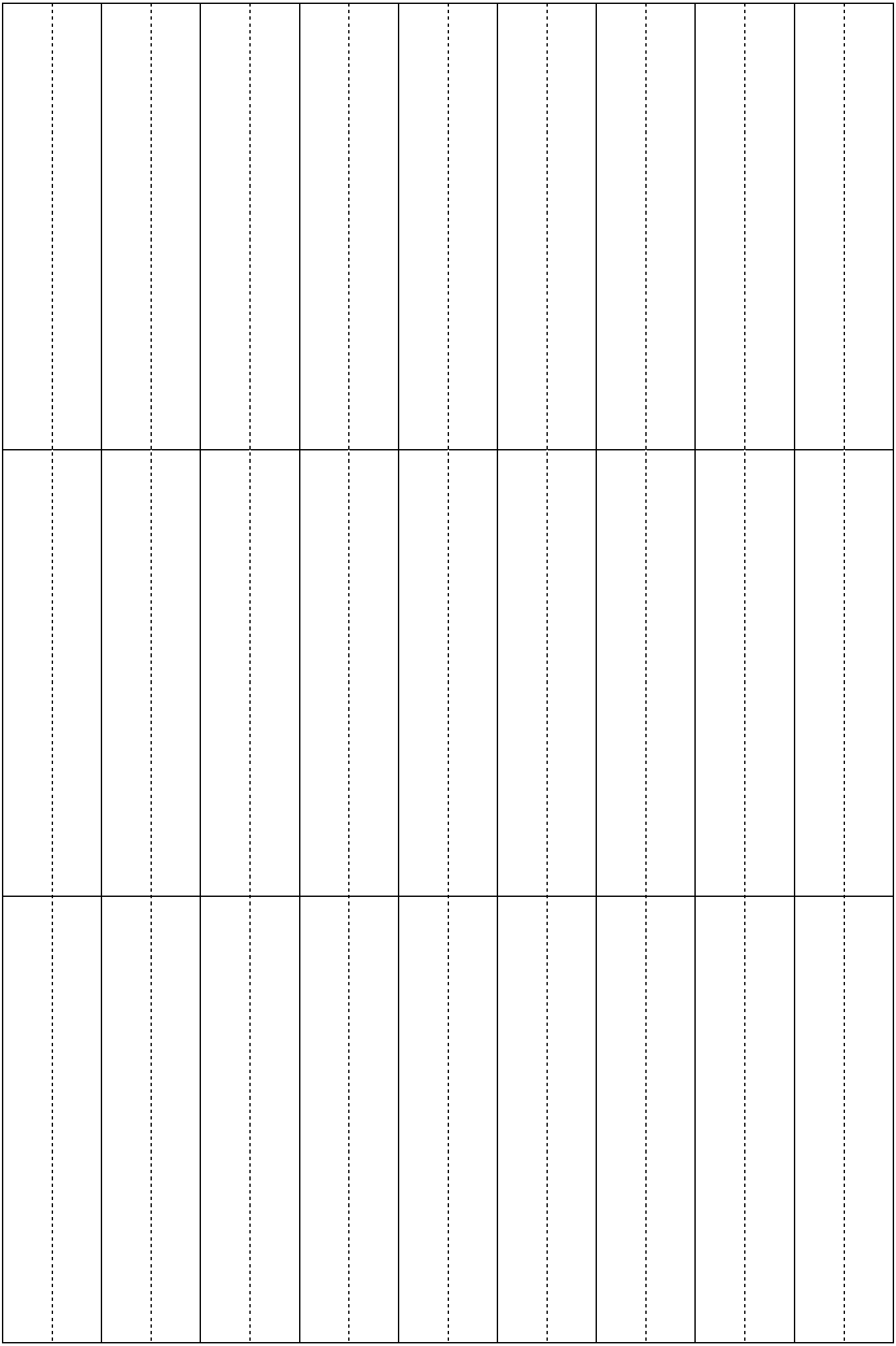


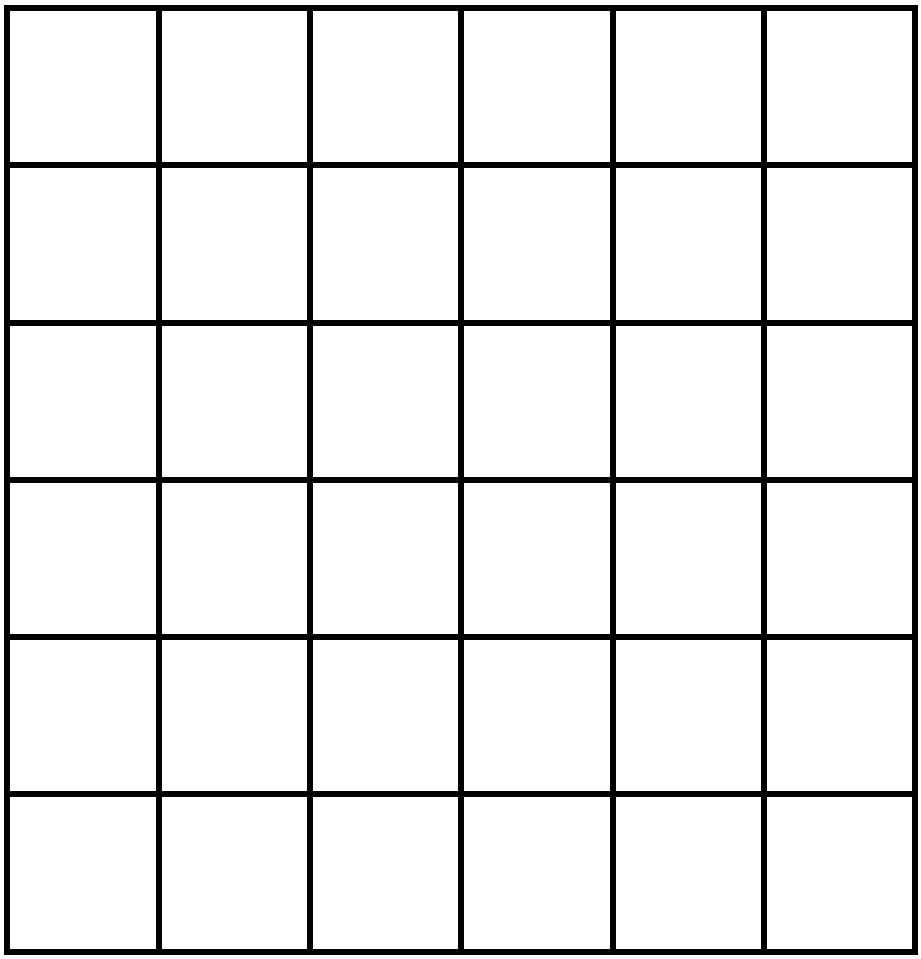
Architekt

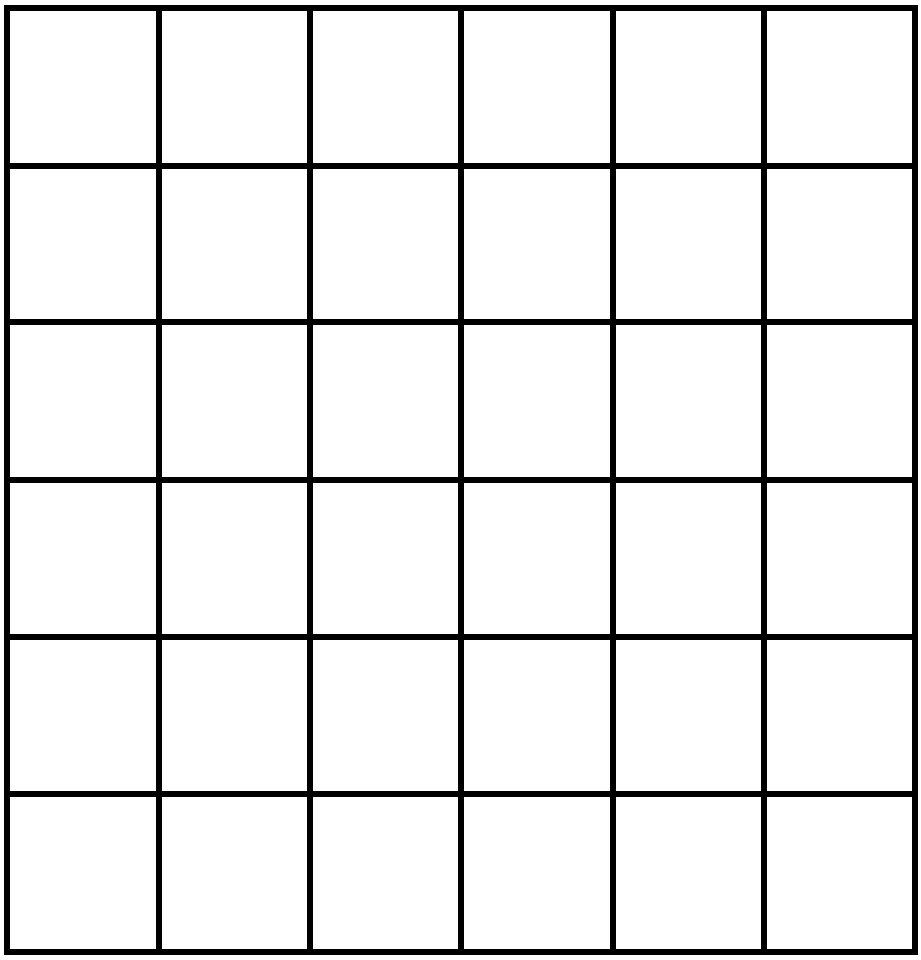


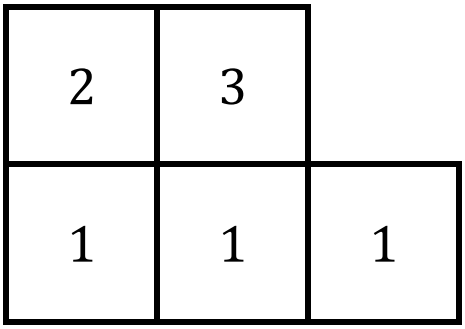
Grundriss

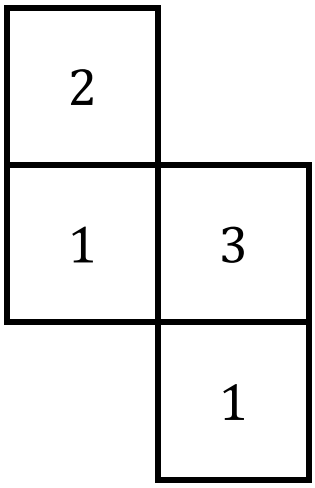


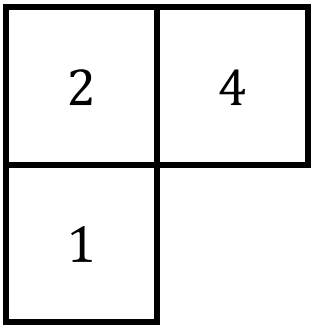


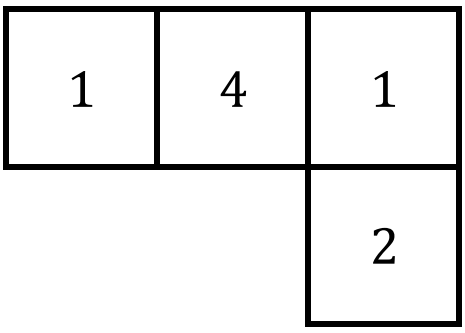


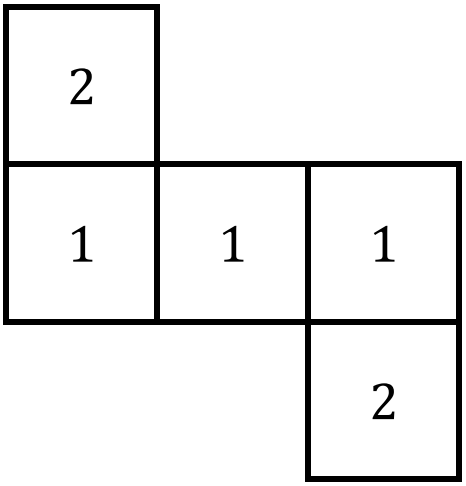


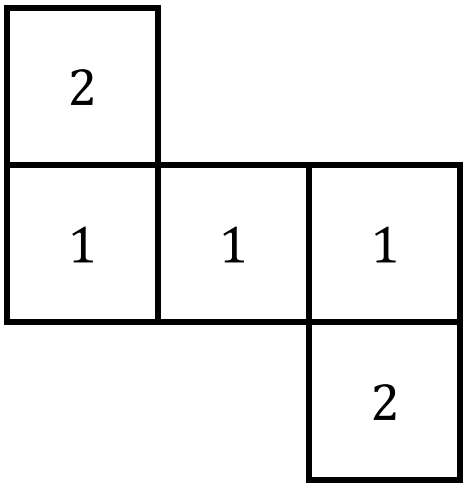

2
3
1
1
1

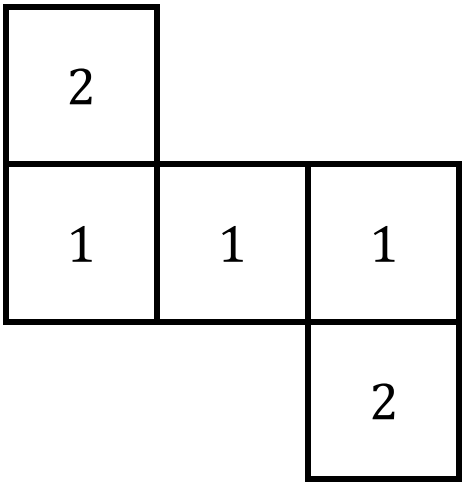

2
1
3
1

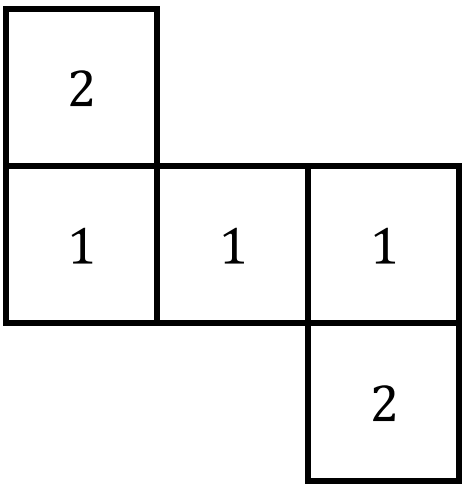

2
4
1


1
4
1
2


2
1
1
1
2


2
1
1
1
2


2
1
1
1
2


2
1
1
1
2

- Bauplan -

Tipp 1

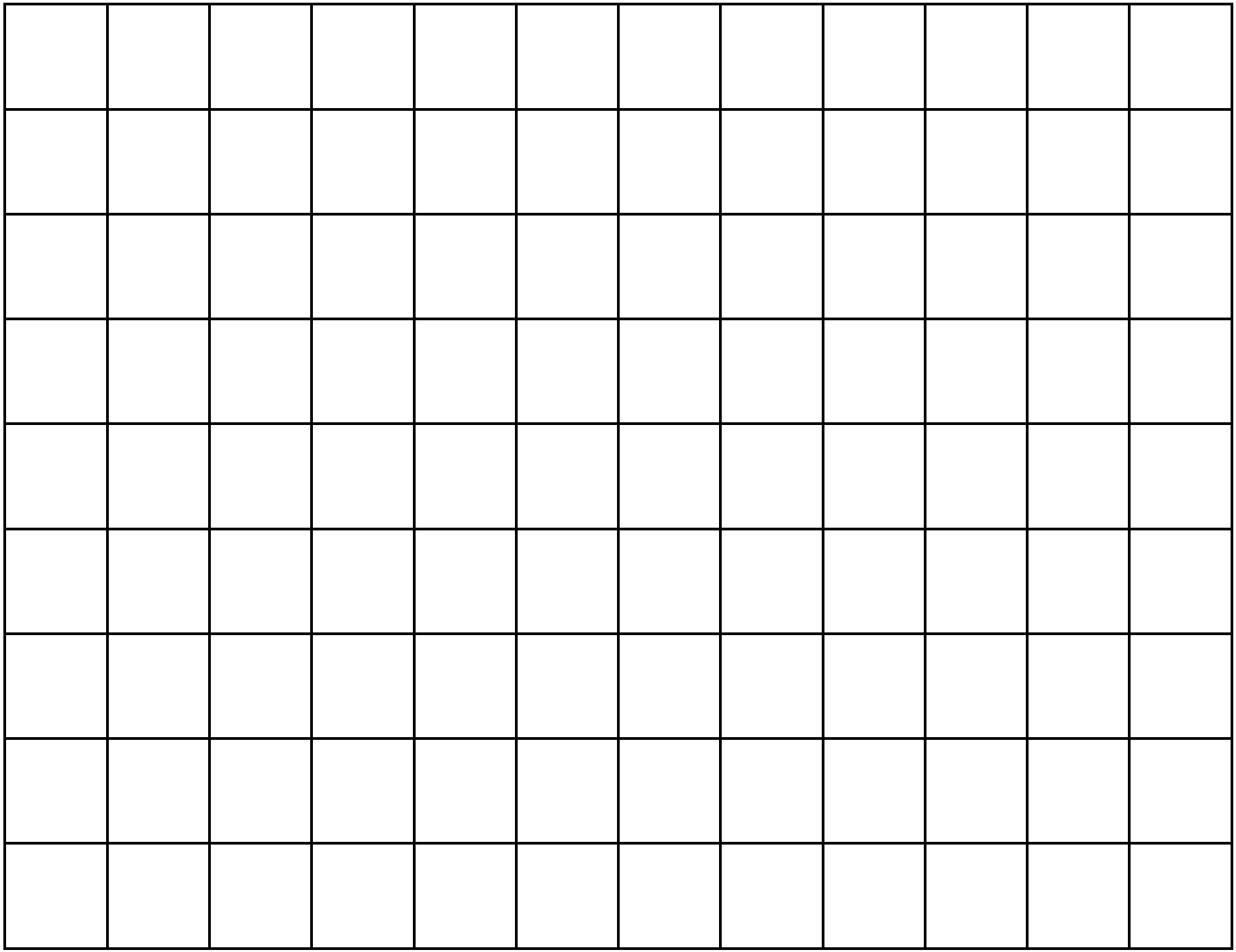
Stell dir vor, du würdest von oben auf das Gebäude schauen!

			2
	1	1	1
2	1	1	

Tipp 2

Hier musst du zwei Würfel benutzen!

- Bauplan -





Haus 7: Gute Aufgaben

Basisinformationen zu der Lernumgebung Pentominos

Darum geht es

Die Lernumgebung stammt aus einer Unterrichtsreihe zur handelnden und aktiv-entdeckenden Auseinandersetzung mit Pentominos. Die Ziele, die mit dieser Lernumgebung verfolgt werden, sind das Sammeln von Grunderfahrungen im Umgang mit ebenen Figuren sowie die Förderung des Raumvorstellungsvermögens.

Das Material sollte im Anschluss an das handlungsorientierte Entdecken der zwölf verschiedenen Pentominos eingesetzt werden.

Die folgenden Materialien können genutzt werden, um das Identifizieren sowie das Erkennen verschiedener Lagen von Pentominos zu ermöglichen. Auf den Arbeitsblättern sollen die Kinder Pentominos auf Kongruenz überprüfen. Es steht jeweils ein Lösungsblatt zur Verfügung, mit dem die Kinder ihre Lösungen selbst überprüfen können. Die Spiele Domino und Memory können nach den bekannten Regeln gespielt werden. Es werden zwei Dominos angeboten, die sich in ihrem Schwierigkeitsgrad unterscheiden, da die Pentominos bei einem Domino gedreht sind. Das Memory kann in bunt bzw. schwarz/weiß ausgedruckt werden.

Lernumgebung Pentominos

Im Folgenden wird eine Auswahl möglicher Aufgaben zu den Pentominos vorgestellt, bei denen eine handelnde Auseinandersetzung mittels verschiedener Legeübungen stattfinden kann. Eine Erklärung der einzelnen Aufgaben liefern die Übersicht und die Aufgabenkarten.

Da sich erst auf der Grundlage vielfältiger Handlungserfahrungen die geometrischen Operationen allmählich auch in der Vorstellung vollziehen lassen (vgl. Radatz & Rickmeyer 1991, S. 145), ist es notwendig, dass die Kinder sich intensiv handelnd mit Pentominos auseinandersetzen. Im Rahmen dieser Lernumgebung sollen die Kinder daher (frei) legen, nachlegen, auslegen, größere Formen bzw. Muster zusammensetzen (vgl. Franke 2007, S.189), zeichnen sowie an thematisch entsprechende Spiele herangeführt werden, sodass sie (spielerisch) Übung im Umgang mit Pentominos erlangen und geometrische Operationen wie Drehen, Spiegeln und Verschieben mithilfe des Materials oder auch als mentales Operieren mit ebenen Figuren ausführen können.

Juni 2013 © Stefanie Gatzka für PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de)

Dabei wird insbesondere die prozessbezogene Kompetenz Problemlösen/kreativ sein gefördert. Im Sinne eines konstruktiven Prozesses „probieren [die Kinder] zunehmend systematisch und zielorientiert und nutzen die [dabei gewonnenen] Einsichten zur Problemlösung“ (vgl. MSW 2008, S. 59).

Inhaltliche Voraussetzungen:

- Den Kindern sind Legeregeln (nicht über die Außenlinie legen, Pentominos dürfen sich nicht überlappen) bekannt.
- Den Kindern ist bewusst, dass sich die Lage der Pentominos durch Drehen und/oder Spiegeln verändern lässt.

Differenzierung:

Um den unterschiedlich ausgeprägten räumlichen Fähigkeiten der Kinder gerecht zu werden, ermöglichen die Aufgaben den Kindern eine individuelle Bearbeitung, indem sie ihr Arbeitstempo sowie ihren Lösungsweg (konkret oder in der Vorstellung) selbst wählen können. Für die eher leistungsschwächeren Kinder liegt die Herausforderung darin, durch den konkreten Umgang mit den Pentominos konkret zu „begreifen“, wie Pentominos gelegt (und dabei gedreht und umgedreht) werden müssen, um vorgegebene Muster nachzulegen und Flächen auszulegen und somit Handlungserfahrungen im Umgang mit ebenen Figuren zu sammeln. Für die leistungsstarken Kinder stellen komplexere Auslegeübungen, das Finden verschiedener Auslegevarianten sowie das möglichst schnelle Auslegen von Flächen eine herausfordernde Lernsituation dar. Zudem besteht für sie die Möglichkeit, das Legen der Pentominos in der Vorstellung vorherzusehen bzw. auszuführen.

Reflexionsphasen:

Um über Lösungswege und Vorgehensweisen zu sprechen, sollte die Auseinandersetzung mit den Aufgaben durch regelmäßige Reflexionsphasen vertieft werden, die sowohl in Kleingruppen als auch im Plenum stattfinden können.

Literatur

Franke, M. (2007): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. 2. Aufl. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Hirt, U. & Wälti, B. (2008): Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte. Seelze: Kallmeyer Verlag in Verbindung mit Klett.

Juni 2013 © Stefanie Gatzka für PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de)

Hölzel, B. (2006): Die Pentomino-Werkstatt. In: Grundschule Mathematik. Heft 10/2006. S. 10-13.

Koth, M. & Grosser, N. (2010): Das Pentomino-Buch. Aulis Verlag.

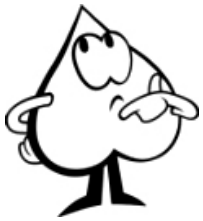
Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalens (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschule des Landes Nordrhein-Westfalens.

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalens: Lernaufgaben Mathematik. Raum und Form – Forscherauftrag: „Finde alle 12 Fünflinge". http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/materialdatenbank/nutzersicht/materialeintrag.php?matId=2051 (online am 4.11.2012).

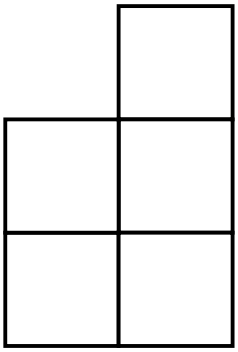
Radatz, H. & Rickmeyer, K. (1991): Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel Verlag.

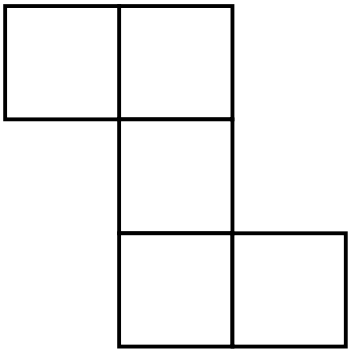
Steinau, B. (2011): Eine Legespiel mit Vierlingen. In: Grundschule Mathematik Heft 30/2011. S.14 – 17.

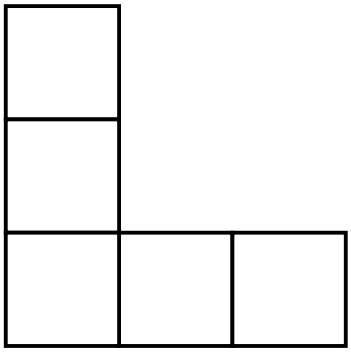
Juni 2013 © Stefanie Gatzka für PIK AS (http://www.pikas.tu-dortmund.de)

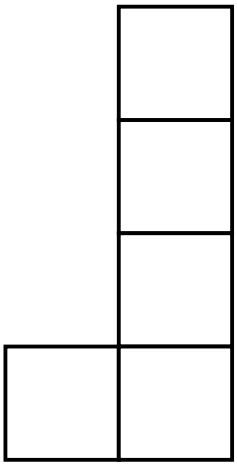


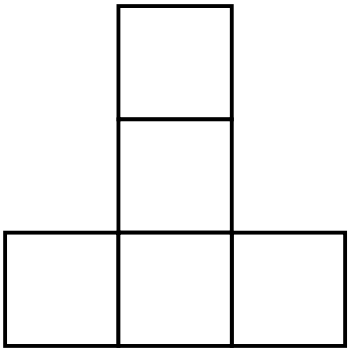
Welche Pentominos sind gleich? Male sie in der gleichen Farbe an.

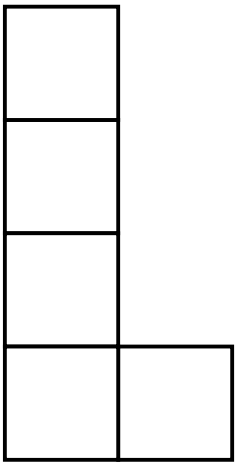


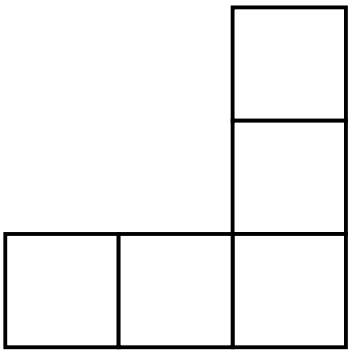


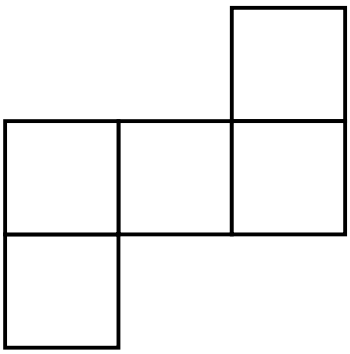


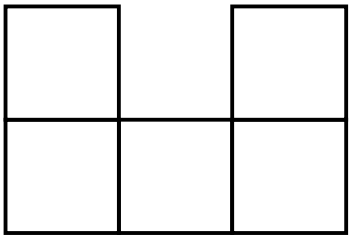


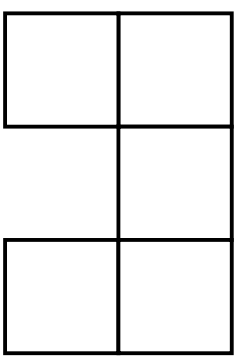


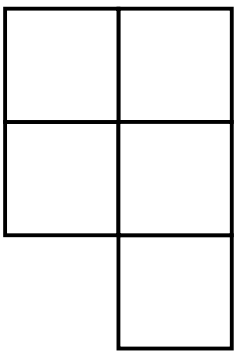


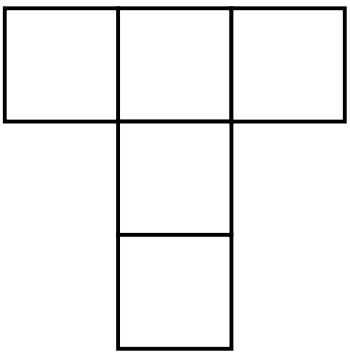






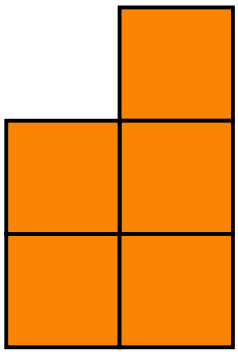


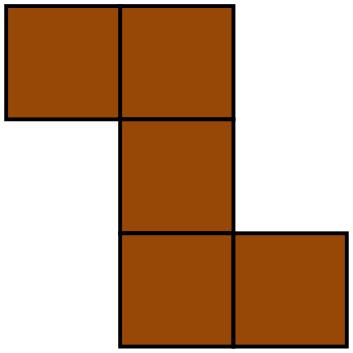


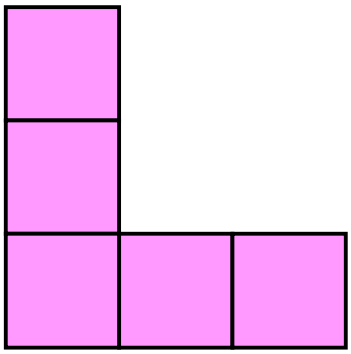


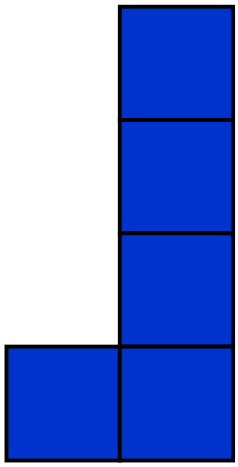


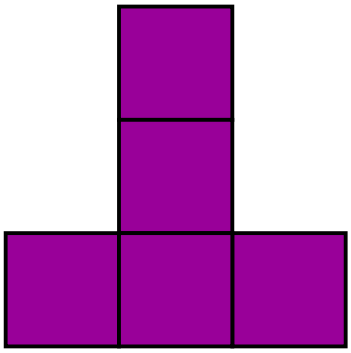
Hier kannst du deine Lösungen überprüfen!

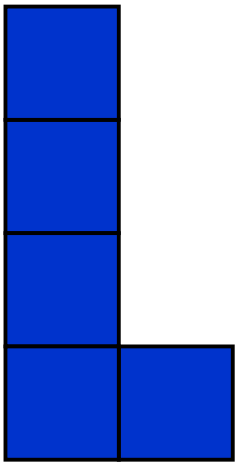


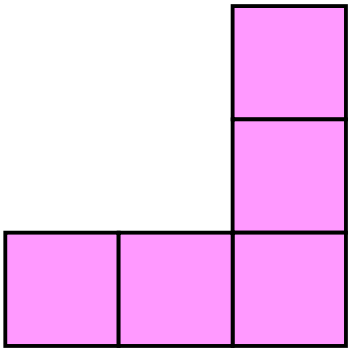


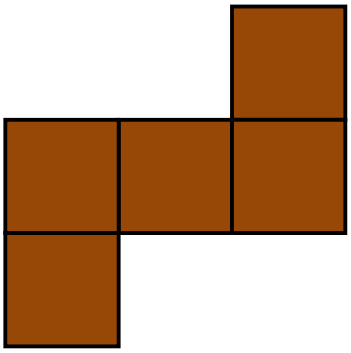


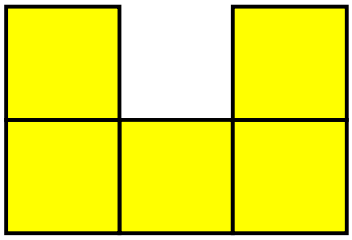


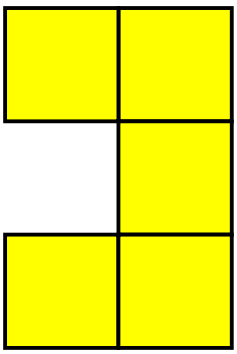


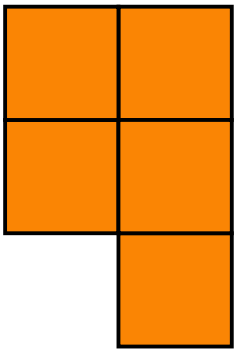


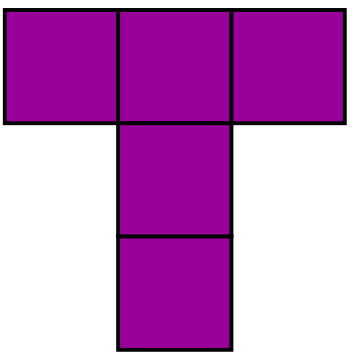


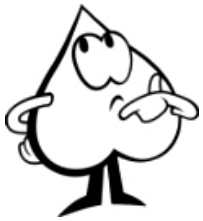




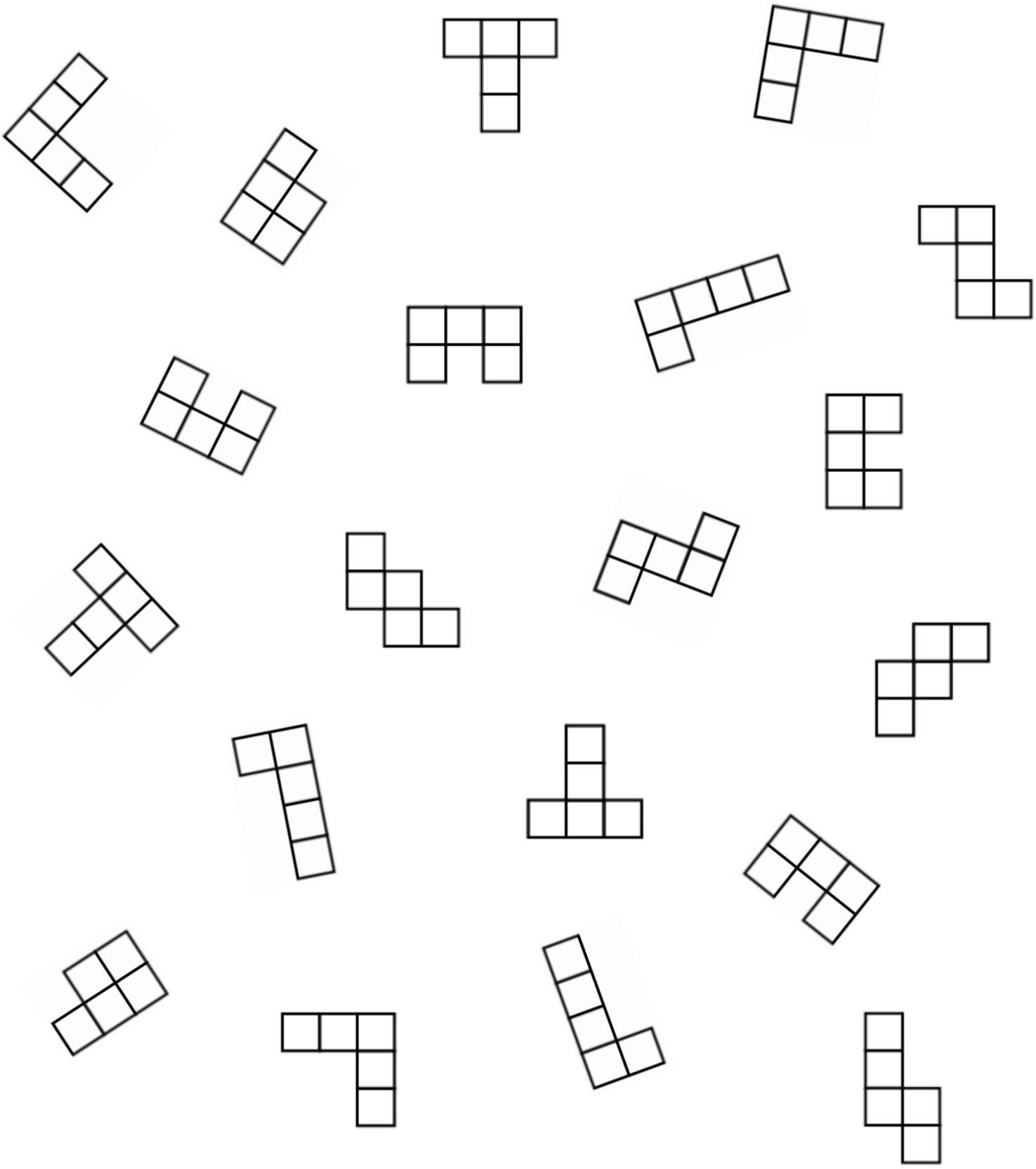






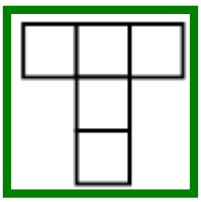
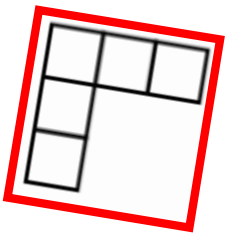
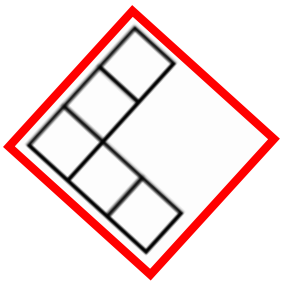
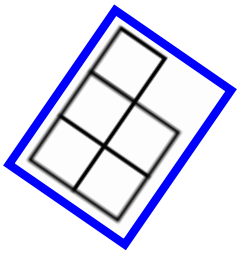
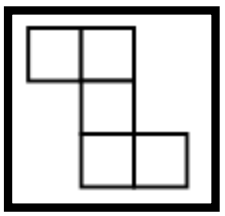
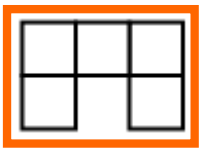
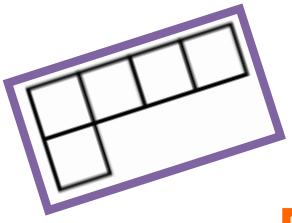
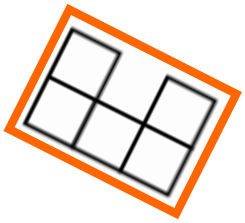
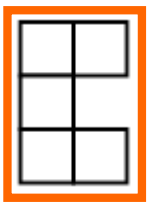
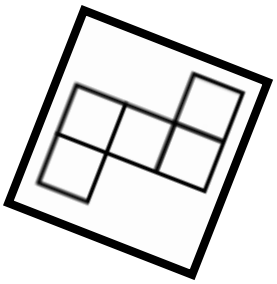
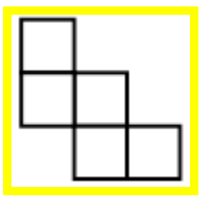
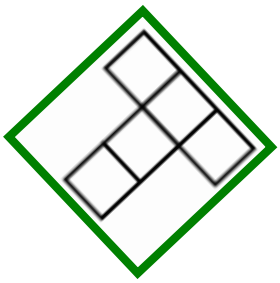
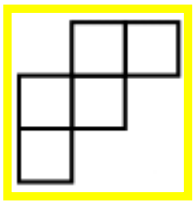
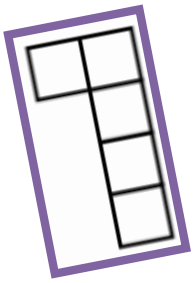
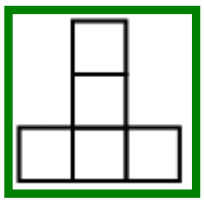
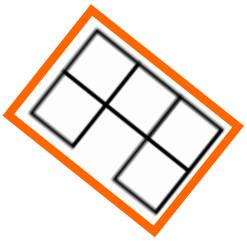
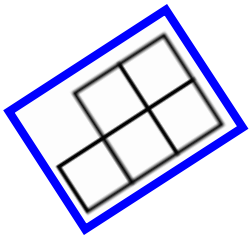
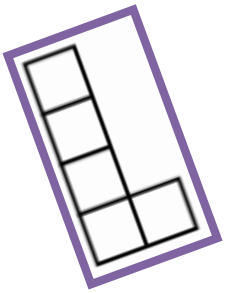
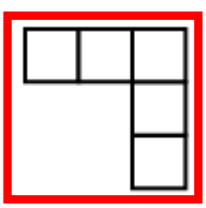
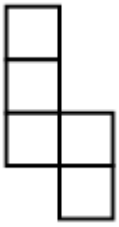


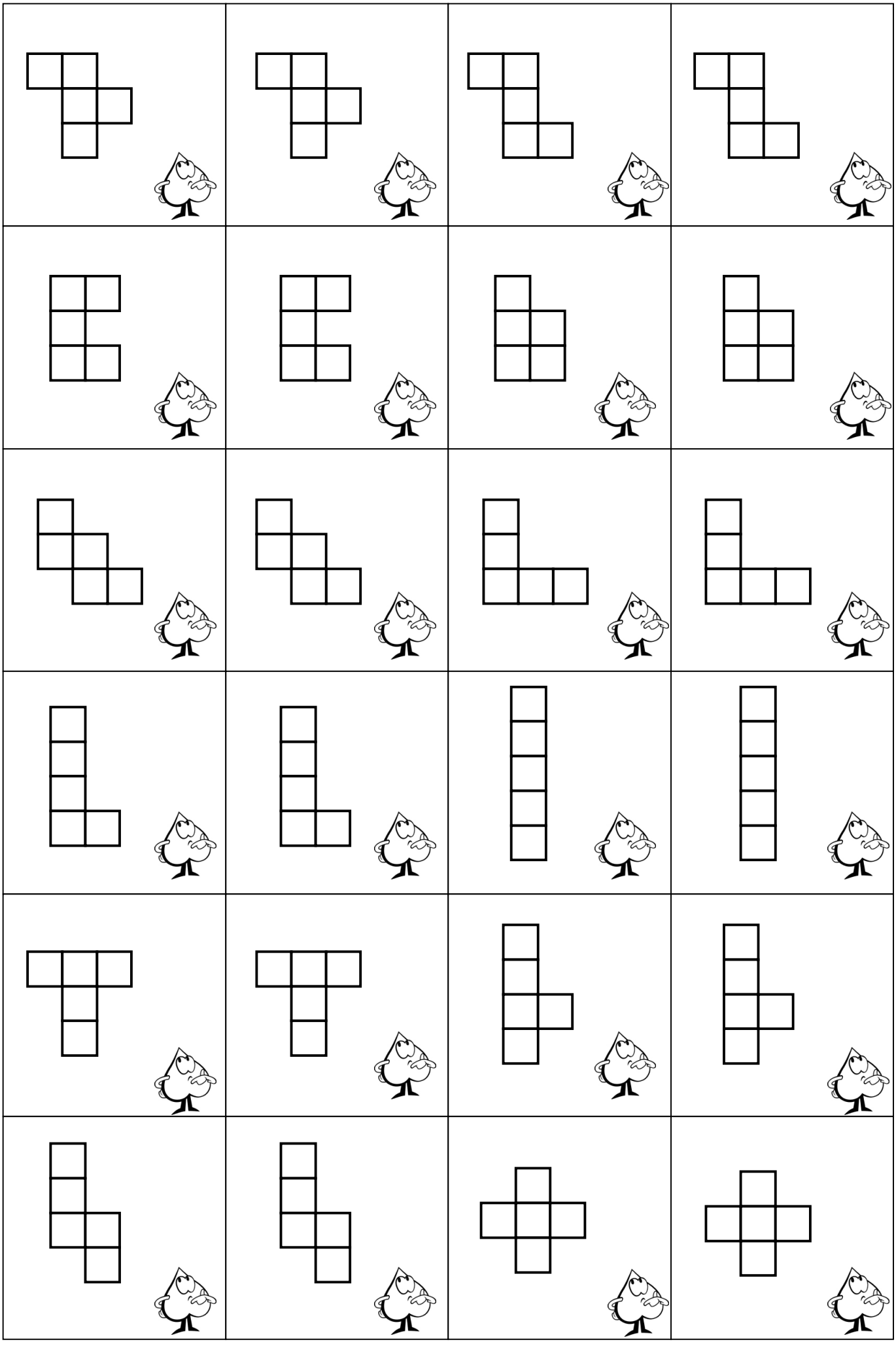
Welche Pentominos sind gleich? Male sie in der gleichen Farbe an.

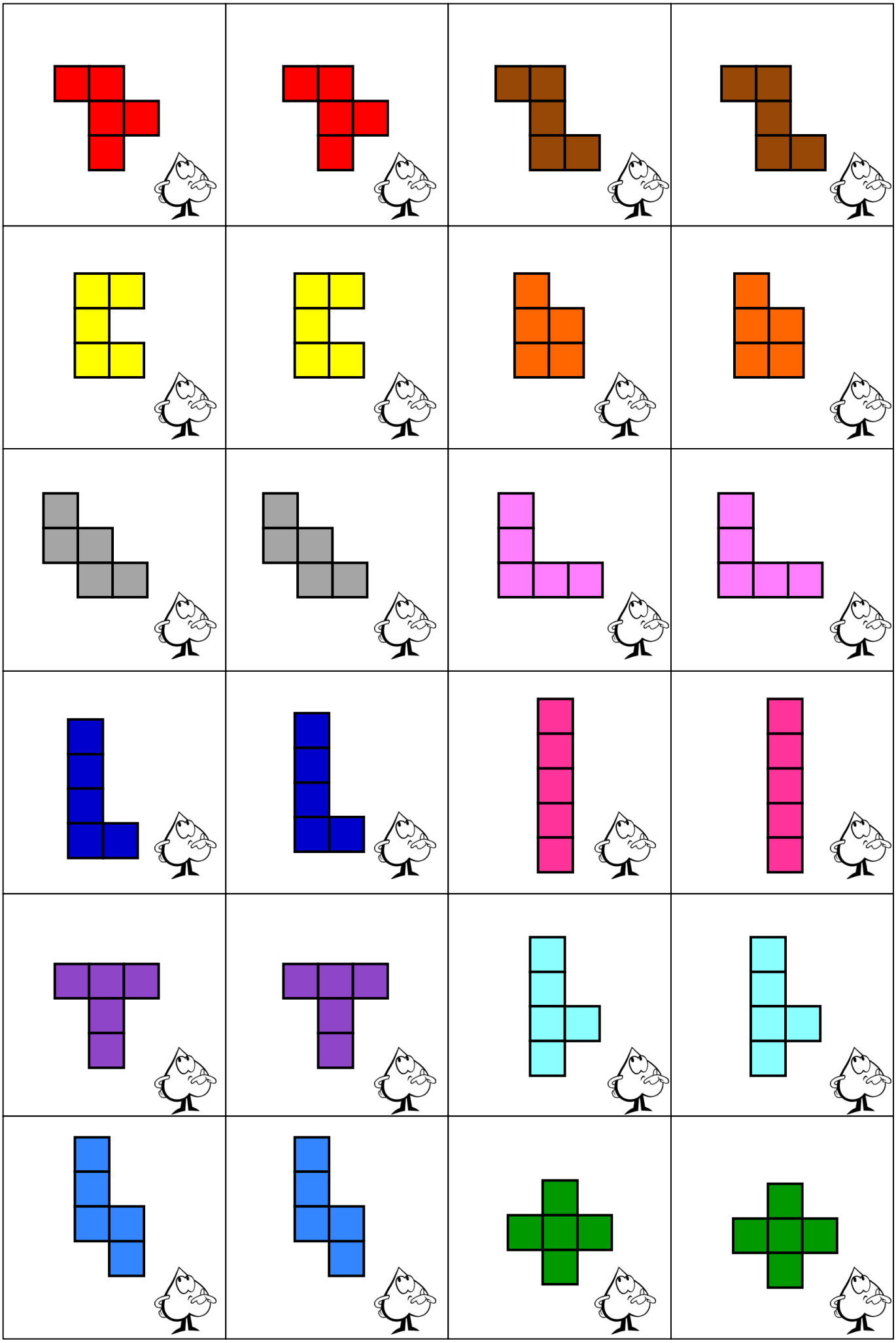




Hier kannst du deine Lösungen überprüfen!

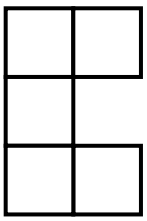





















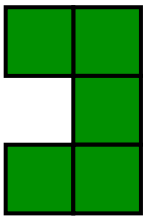


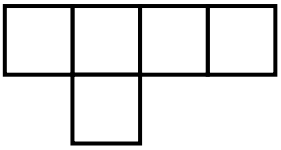


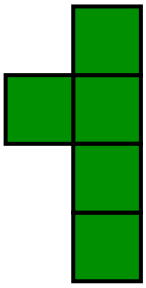


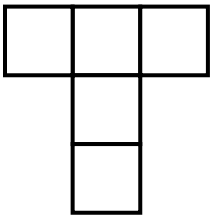
Start

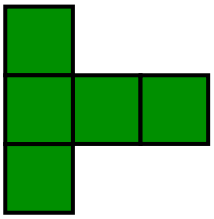


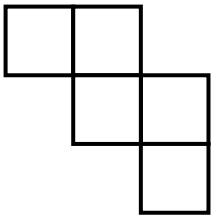


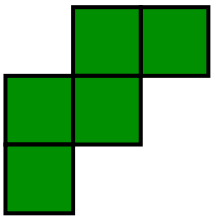


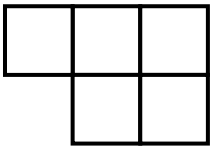


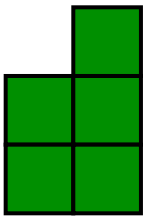


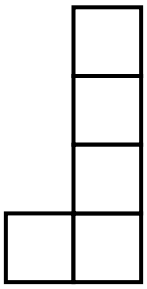


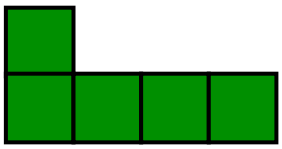


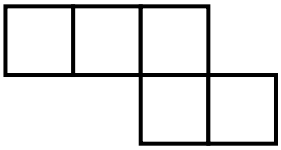


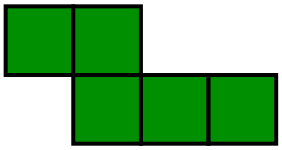


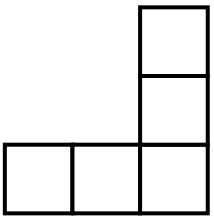


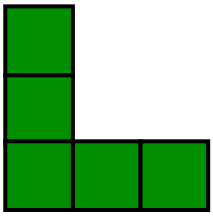


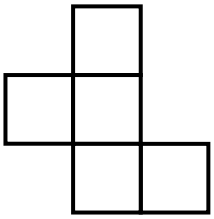


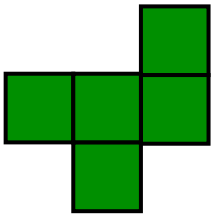










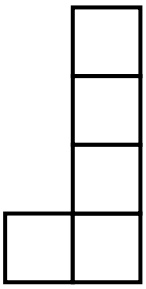


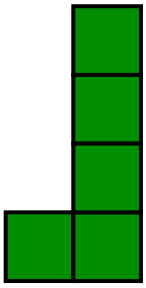


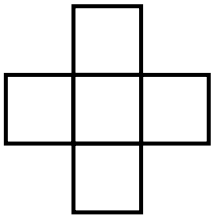
Ende

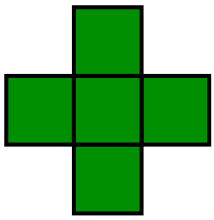


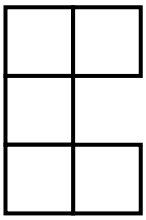
Start

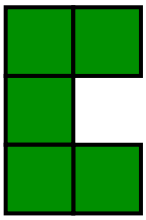


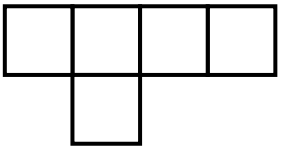


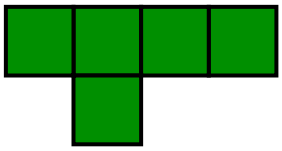


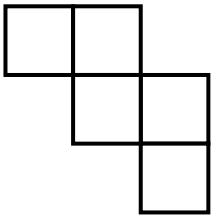


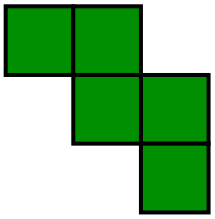


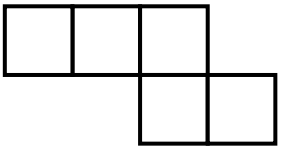


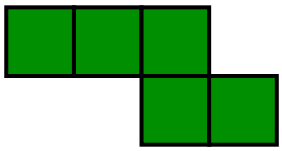


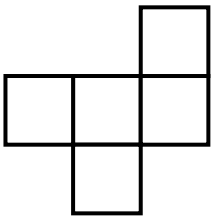


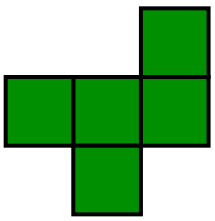


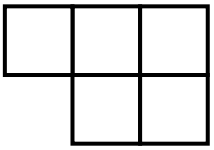


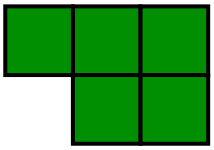


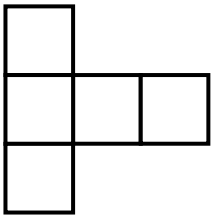


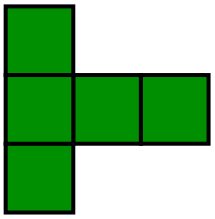








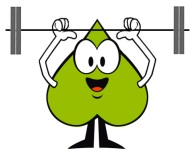
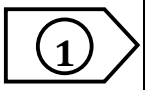
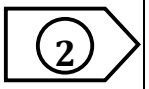
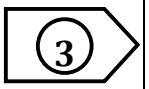
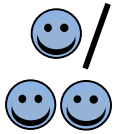






Ende

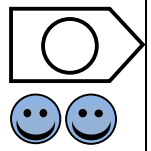
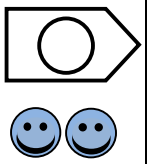
Übersicht

	Aufgabe	Intention	Differenzierung			Kontrollmöglichkeit
						
	**Tierfiguren nachlegen** Pentominos entsprechend der gefärbten Vorlage zu einer Tierfigur zusammenlegen.	… um zu erkennen, dass die Pentominos gedreht und/oder gespiegelt werden müssen … um die visuelle Wahrnehmung und das Erkennen der Lagebeziehungen zu fördern.	K. legen auf die bunte Vorlage (oder auf s/w Vorlage)	bunte Vorlage in Originalgröße, K. legen auf sw Vorlage.	verkleinerte Vorlage, K. legen auf den Tisch	Kontrolle durch das vollständige Zusammensetzen der Tierfigur.
 	**„2A“ nachlegen** Pentominos entsprechend der Vorlage (schwarz/weiß) zu „2“ und „A“ an der Tafel zusammenlegen.	… um zu erkennen, dass die Pentominos gedreht und/oder gespiegelt werden müssen. … um die Wahrnehmung der unterschiedlichen Formen zu fördern. … um die visuelle Wahrnehmung und das Erkennen der Lagebeziehung zu fördern.		Unterstützung durch die Partnerarbeit		Kontrolle durch das vollständige Zusammensetzen von „2“ und „A“
 	**Eigene Figuren mit Pentominos erfinden.** Freies Legen mit Pentominos.	… um den Umgang mit Pentominos anzuregen (kreativ sein). … um zu erproben, wie sich Pentominos zu größeren Figuren zusammenlegen lassen.			Legen und finden von Figuren ohne Zwischenräume, so dass möglichst wenige Ecken entstehen	

	**Fläche mit 2 Pentominos auslegen** Vorgebene Fläche mit 2 Pentominos auslegen, Lösung aufmalen und ggf. weitere Lösungen finden.	… um zu erkennen, welche 2 Pentominos sich eignen, um die vorgegebene Figur auszulegen. … um zu entdecken, dass verschiedene Auslegevarianten möglich sind. … um das „geschickte“ Auslegen zu üben.	mit Pentominos auslegen	mit Pentominos auslegen und Lösung aufzeichnen	mit Pentominos auslegen, Lösung aufzeichnen und weitere Lösungen finden	Kontrolle durch das lückenlose und nicht überlappende Auslegen der Umrissfigur.
	**Eigene Rätselkarte erstellen** Vorgegebene Anzahl von Pentominos zu einer Figur zusammenlegen, den Umriss zeichnen sowie die Lösung aufmalen.	… offene Aufgabe, um das Zusammenlegen von Pentominos zu üben sowie das Aufzeichnen von Umriss und Lösung. …um Rätselkarten für Mitschüler(innen) zu entwickeln.				Kontrolle, ob die Umriss- und Lösungskarte zur Ausgangsfigur passt (vergleichen oder drauflegen).

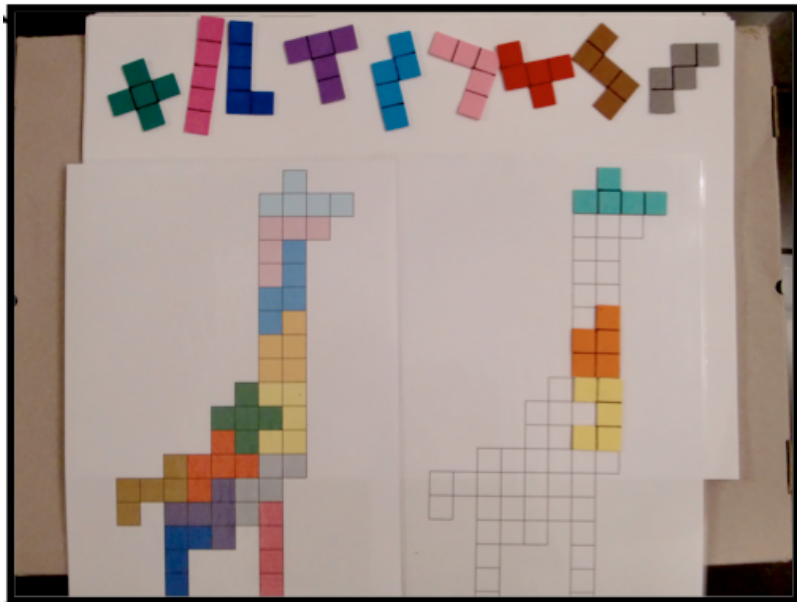
Die Aufgaben können beliebig erweitert werden. Als weitere Aufgaben bieten sich zum Beispiel die folgenden Spiele an, die im Handel erworben werden können, bei denen es nicht nur um Pentominos, sondern allgemein um Quadratmehrlinge geht.

 	**Ubongo** Fläche mit vorgegebenen Quadratmehrlingen auslegen.	… um das Operieren mit Quadratmehrlingen zu üben. ... um das schnelle und effiziente Auslegen von vorgegebenen Figuren spielerisch anzuregen (gegeneinander spielen).		jeweils 2 Quadrat-mehrlinge	jeweils 3 Quadrat-mehrlinge	Kontrolle durch das lückenlose und nicht überlappende Auslegen der Umrissfigur.

	**Penta** Vorgebene Quadrat- bzw. Rechteckflächen mit Quadrat-mehrlingen auslegen.	… um das Operieren mit Quadratmehrlingen zu üben. … um das vorausschauende Legen anzuregen (Was passiert, wenn ich x lege?).		(Farbliche Markierungen helfen bei der Auswahl und Platzierung der Steine)	(Farbliche Markierungen helfen bei der Auswahl und Platzierung der Steine)	Kontrolle durch das lückenlose und nicht überlappende Auslegen der Umrissfigur.
	**Winomino** Vorgebene Rechteckfläche mit Quadratmehrlingen auslegen.	… um das Operieren mit Quadratmehrlingen zu üben. ... um das schnelle und effiziente Auslegen von vorgegebenen Figuren spielerisch anzuregen (gegeneinander spielen).				
	**Callisto** In einer begrenzten Spielfläche gegeneinander spielen und möglichst geschickt mit Quadratmehrlingen legen.	… um das Operieren mit Quadratmehrlingen zu üben. … um das vorausschauende Legen von Quadratmehrlingen zu fördern.				

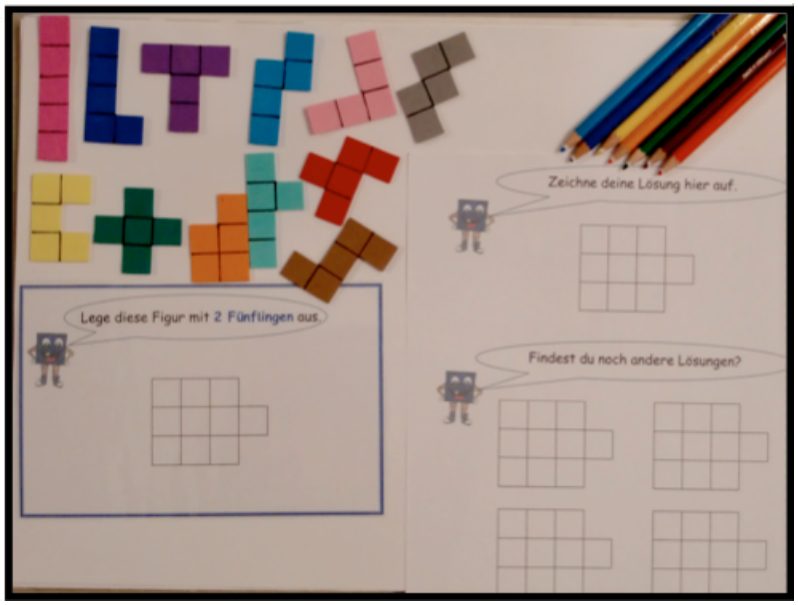


Lege die Tierfigur mit **Pentominos** nach.



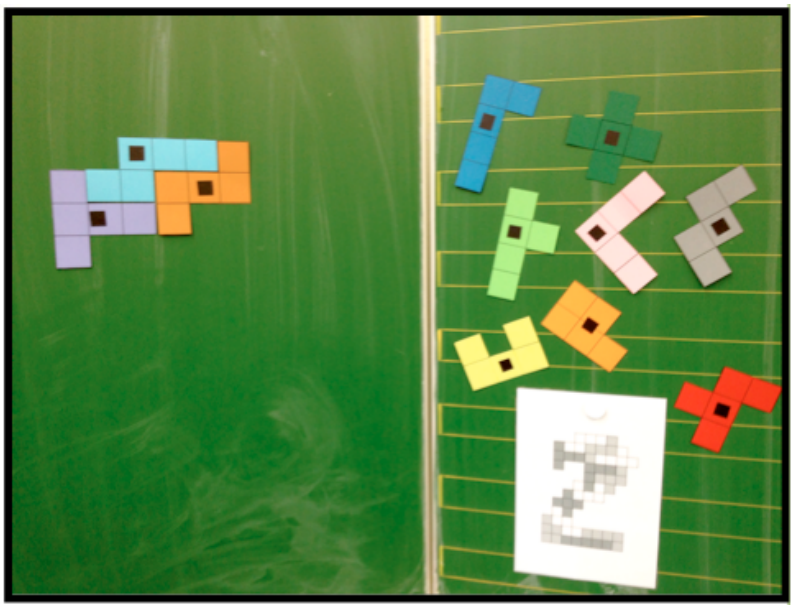


Lege die Fläche mit 2 **Pentominos** aus.



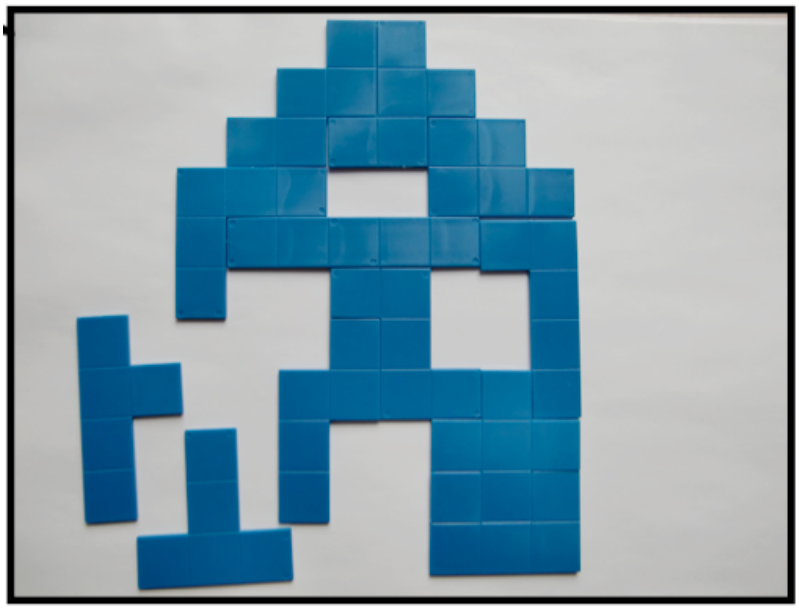


Legt **2 A** an der Tafel mit Pentominos nach.



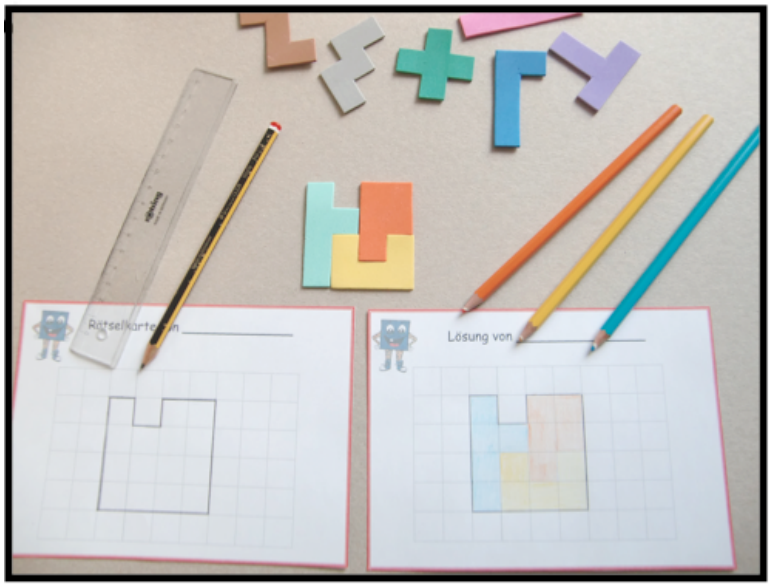


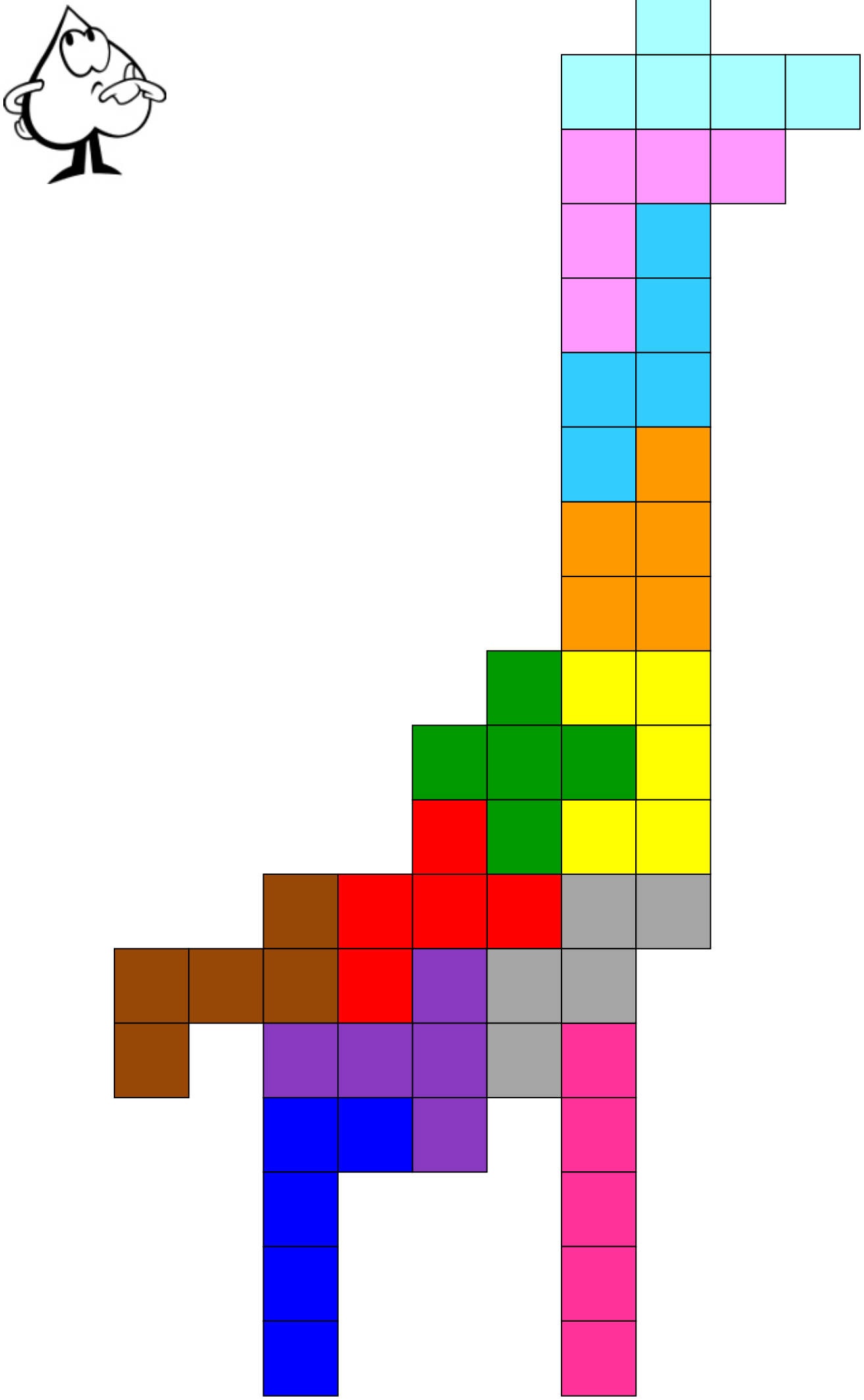
Erfinde eine eigene große Figur aus **Pentominos**.





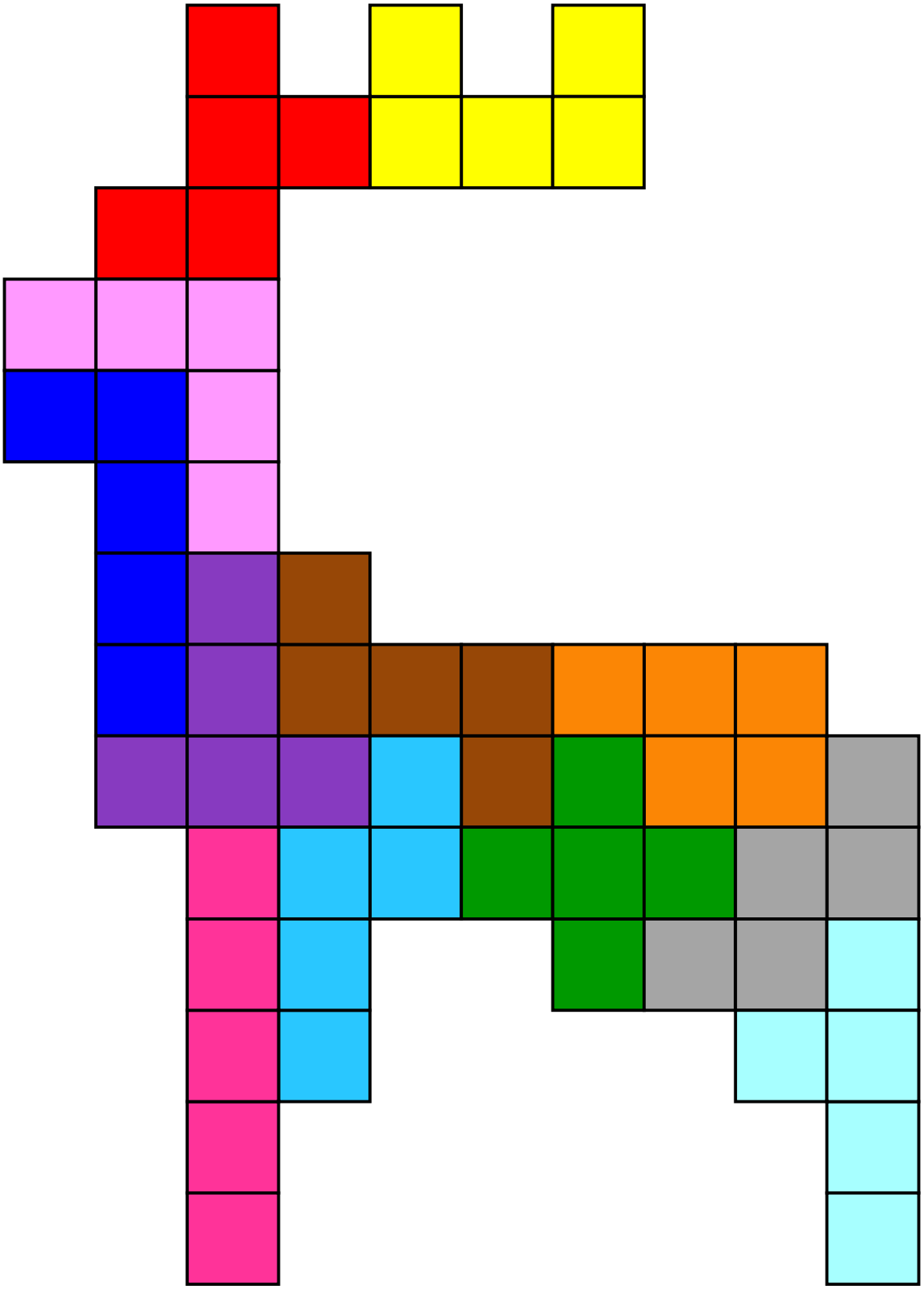
Erfinde deine eigene Rätselkarte.

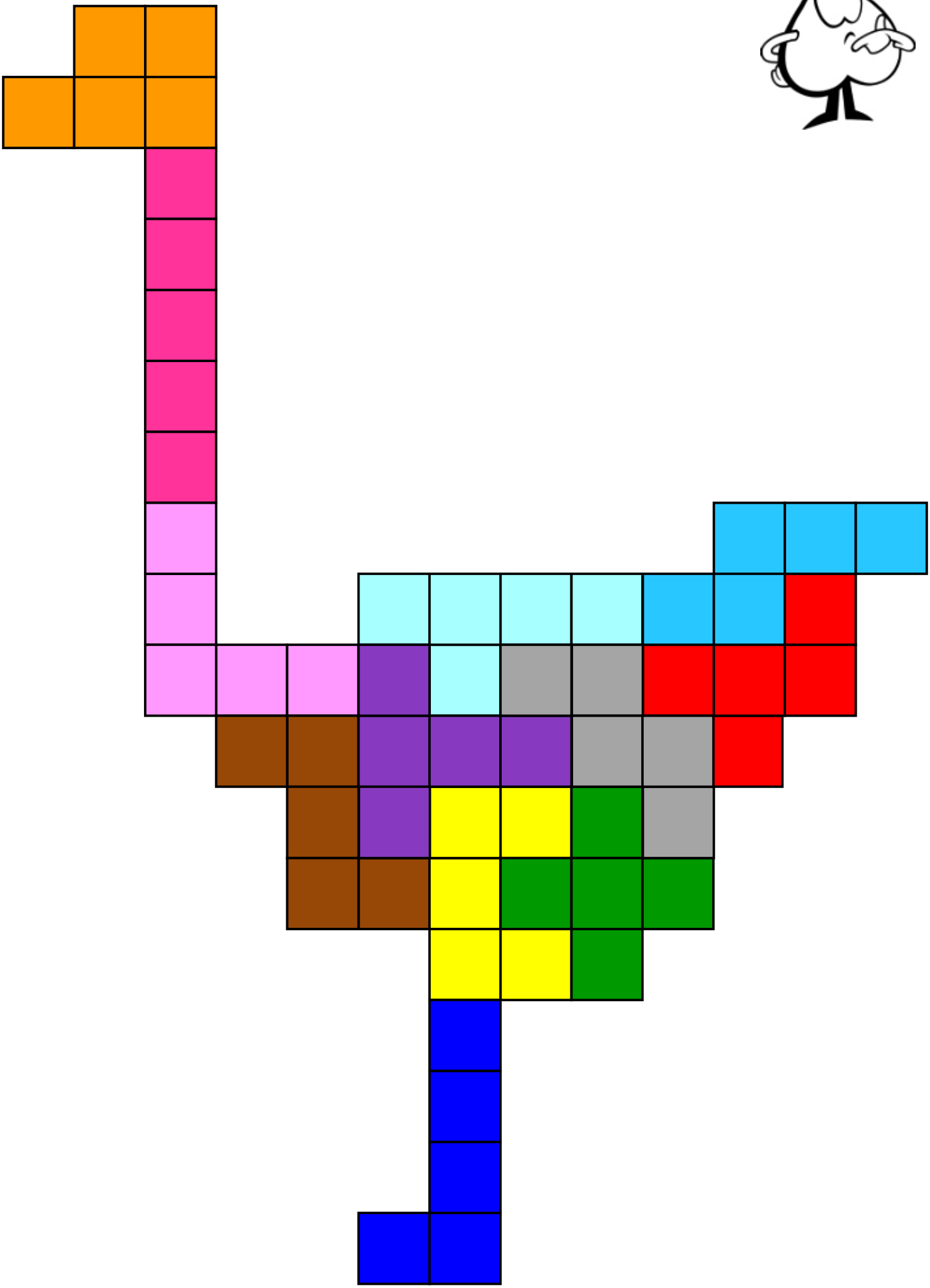








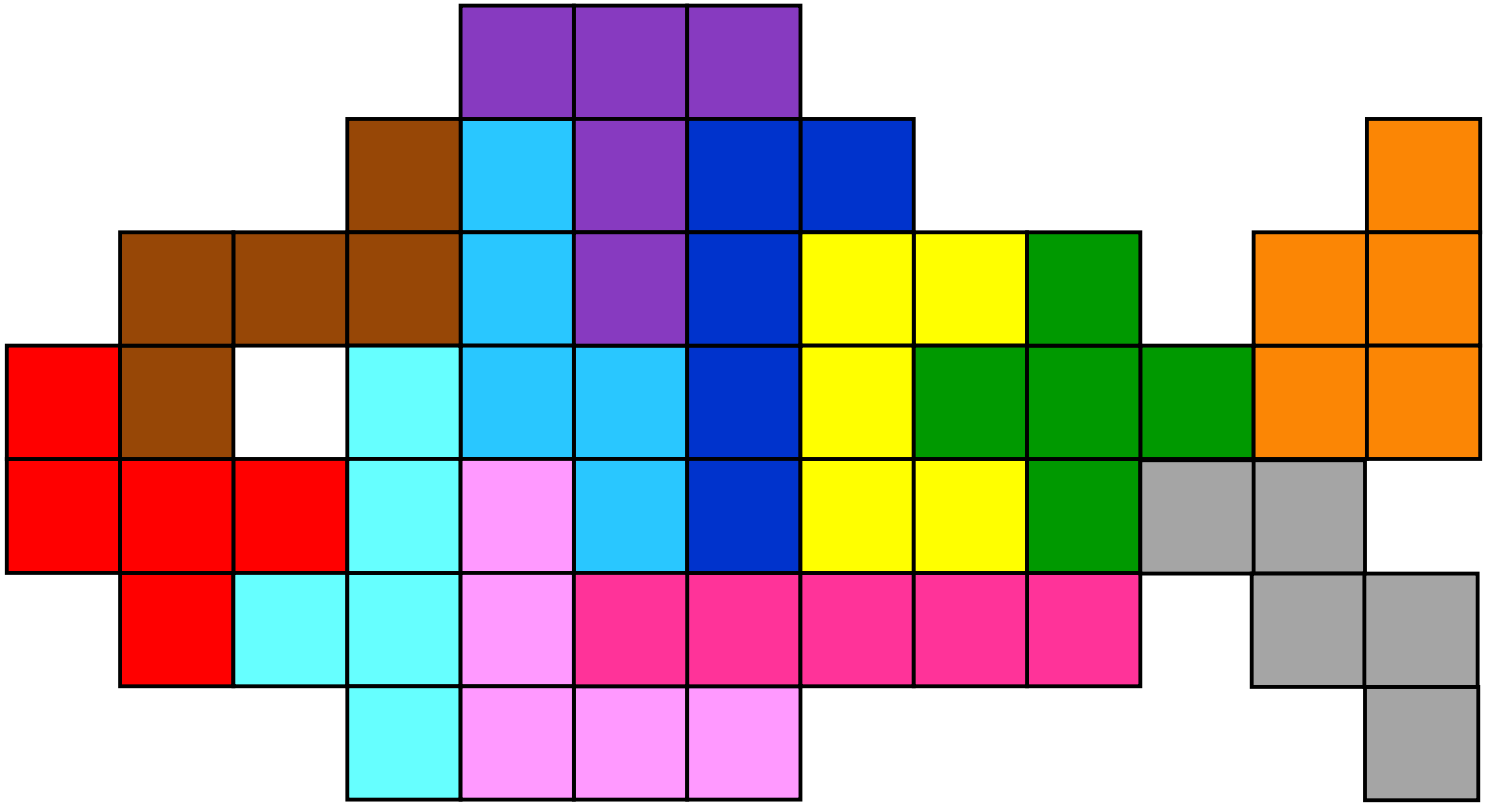




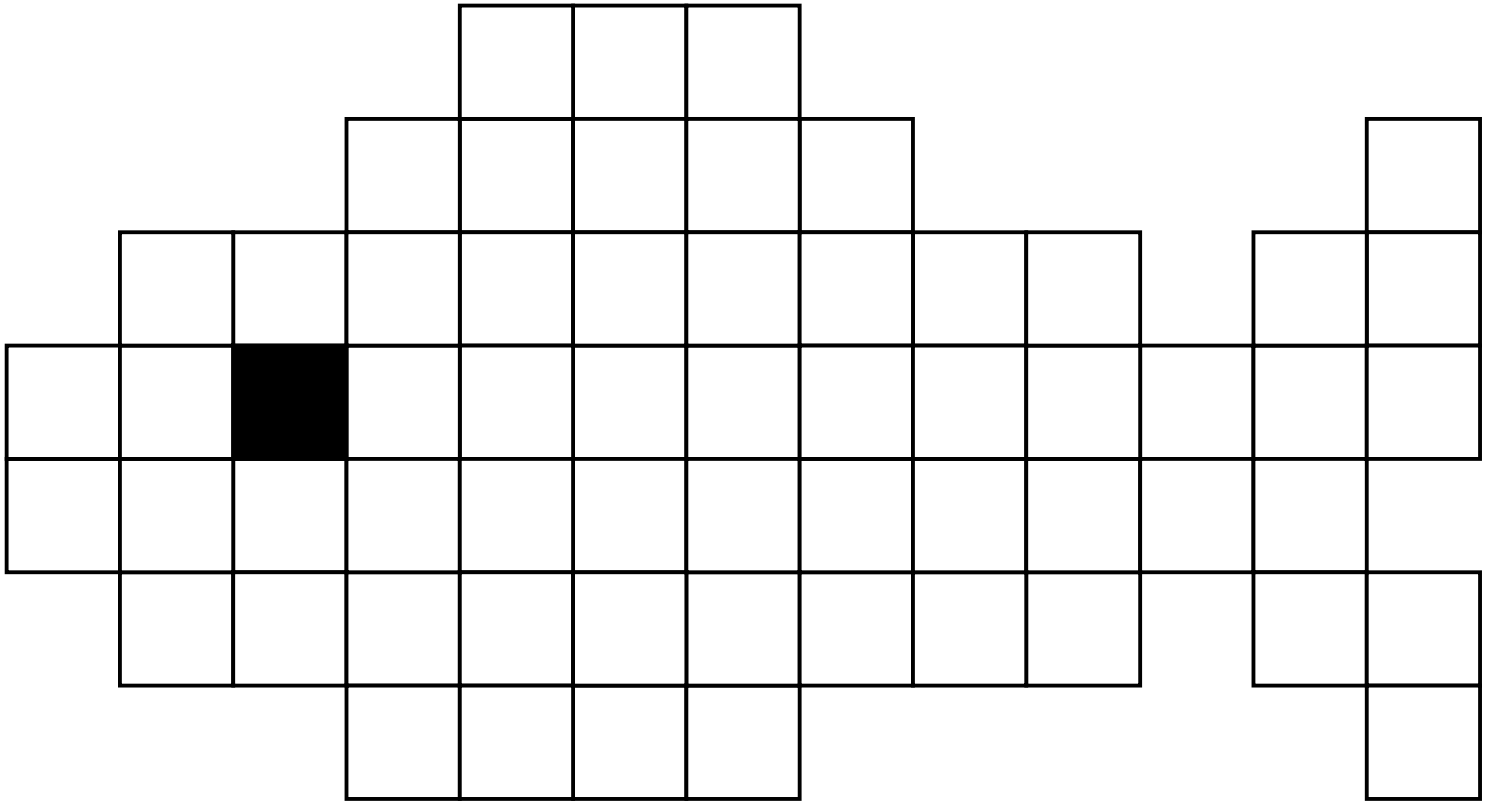




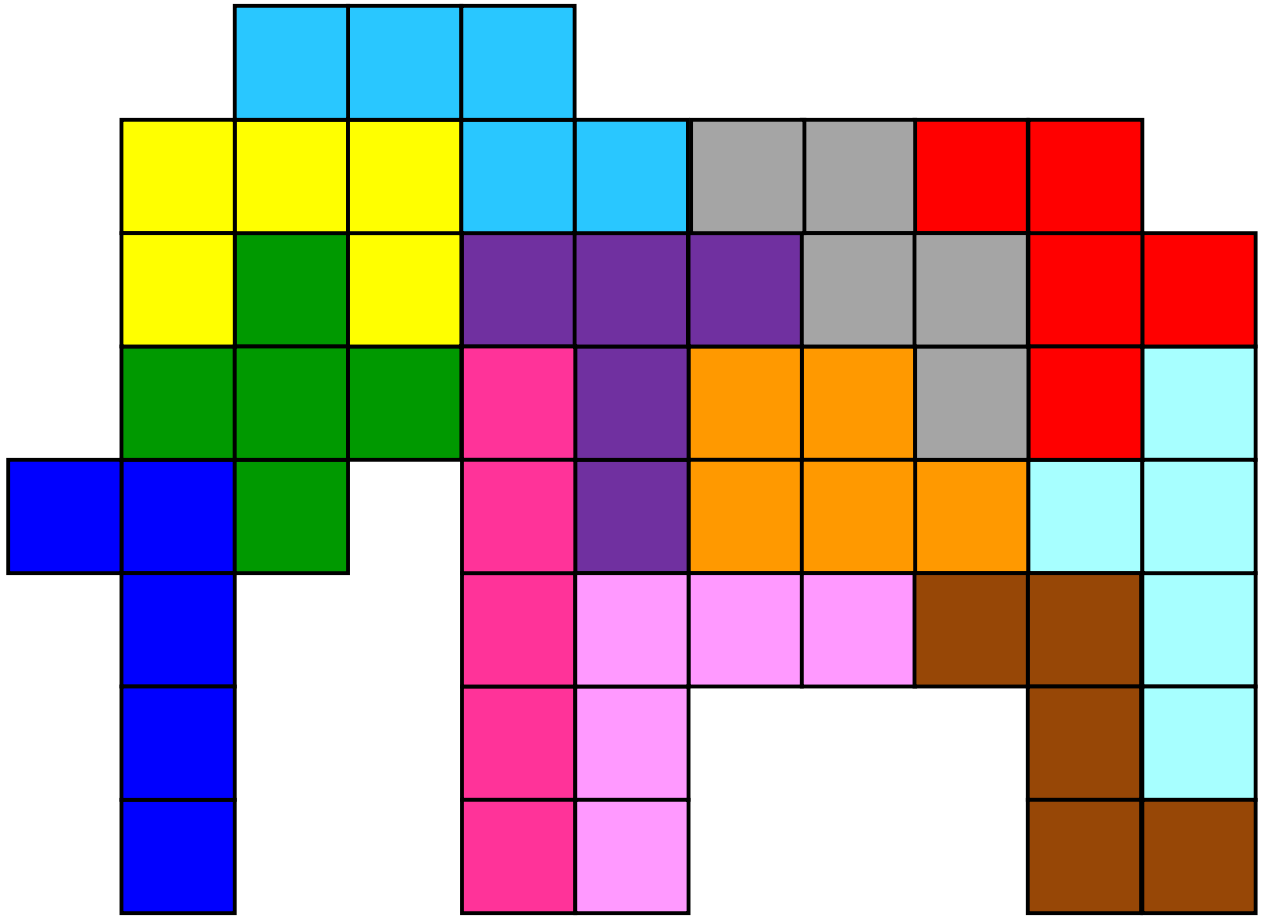




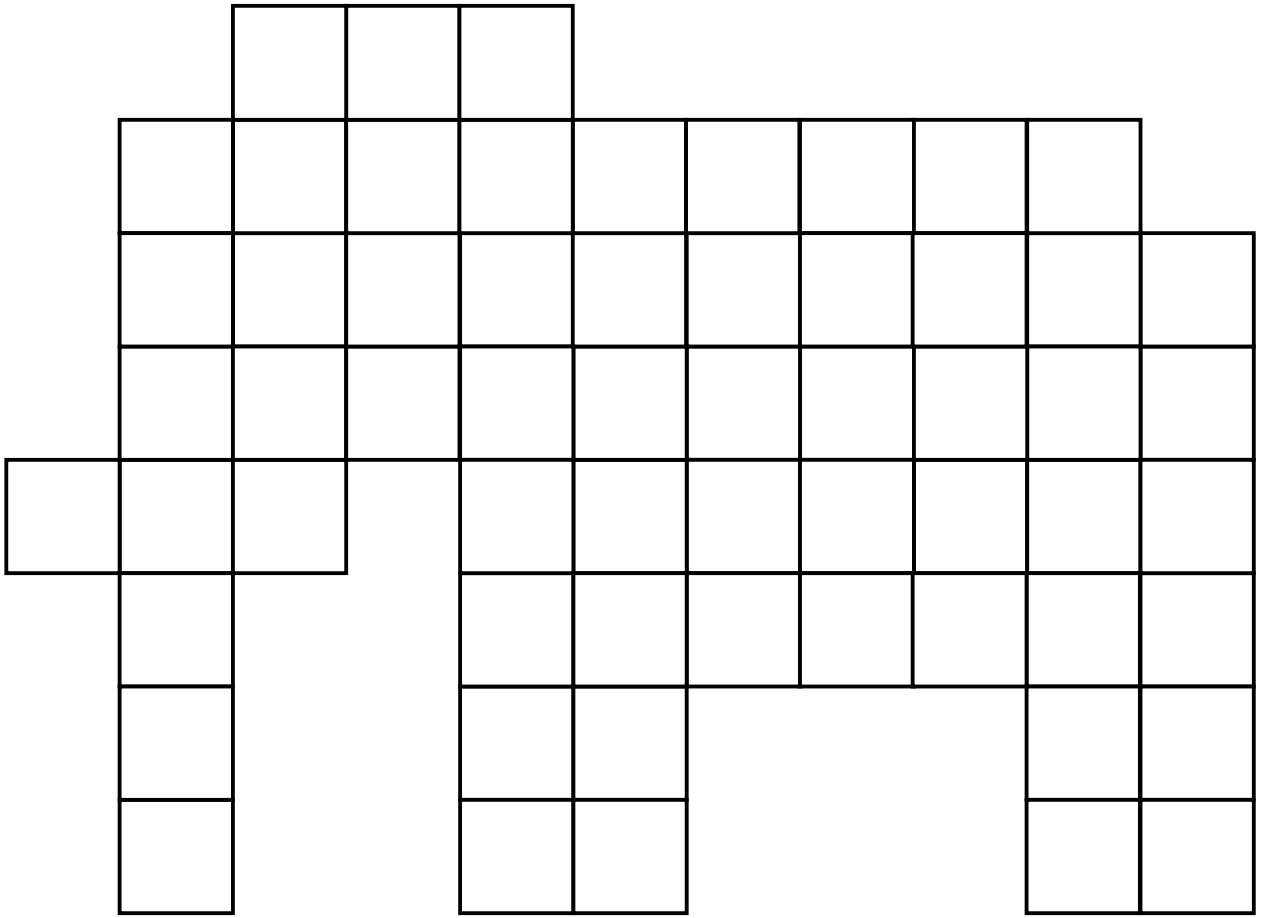


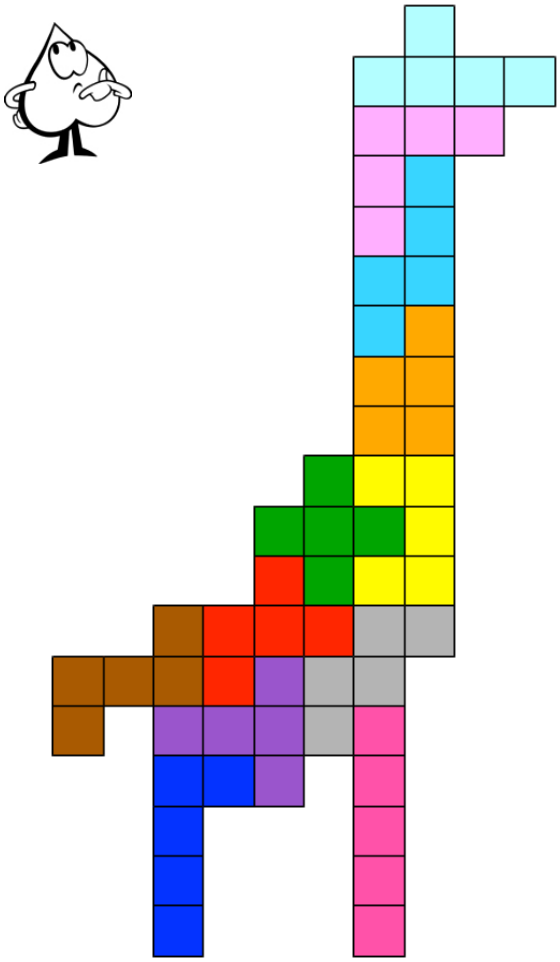


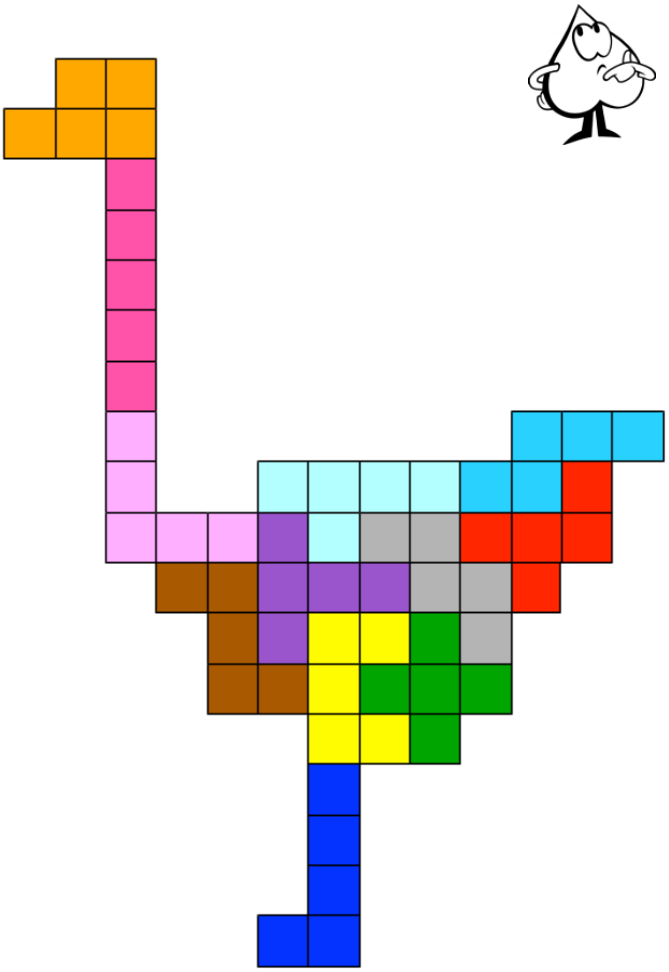


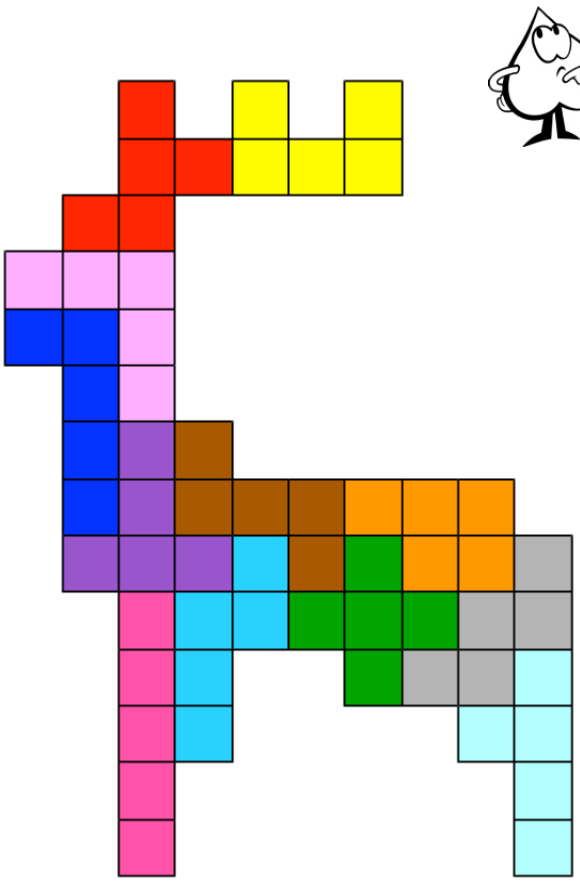


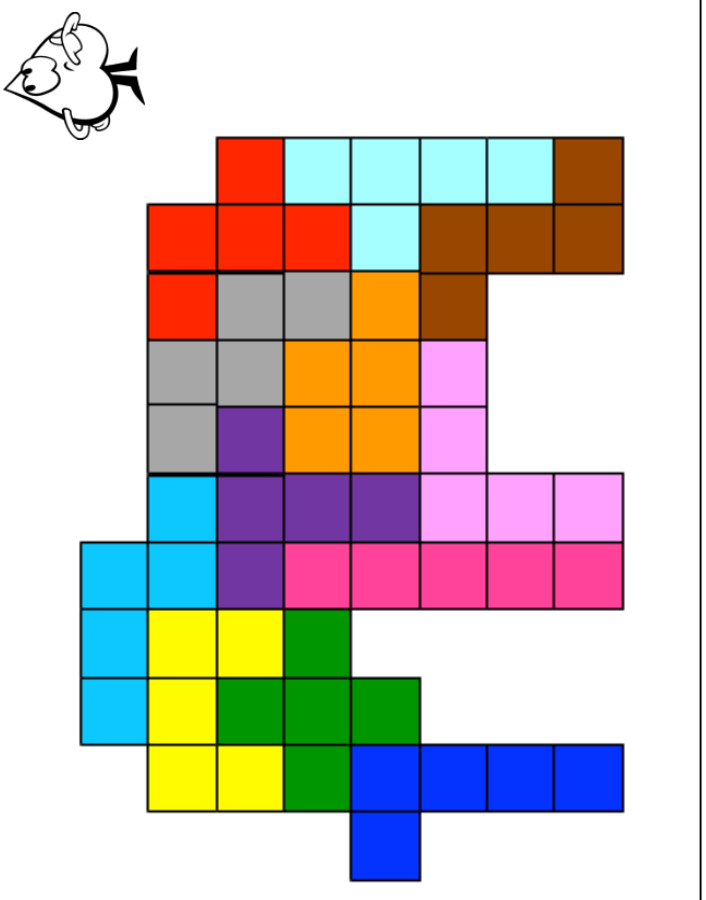




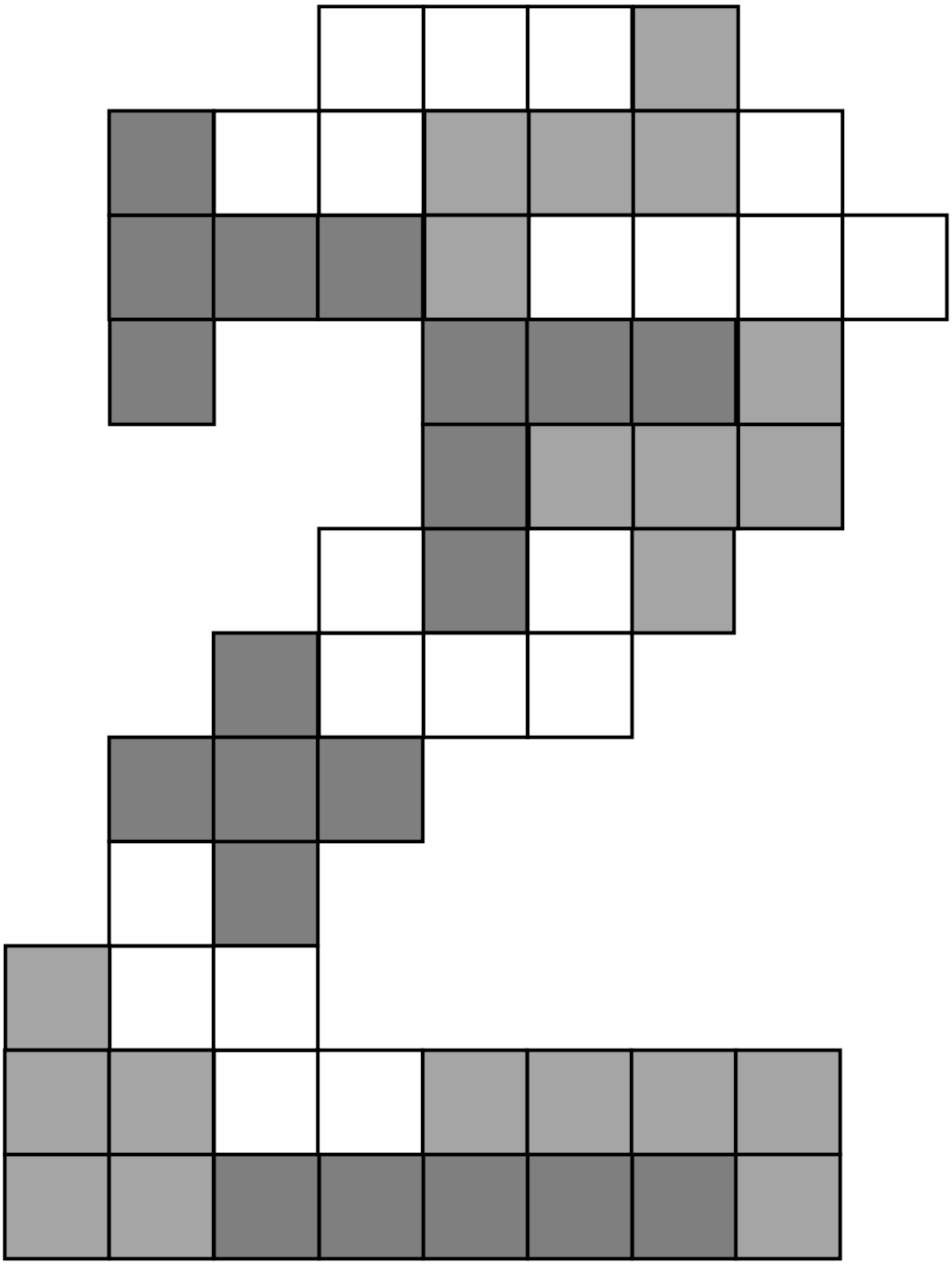




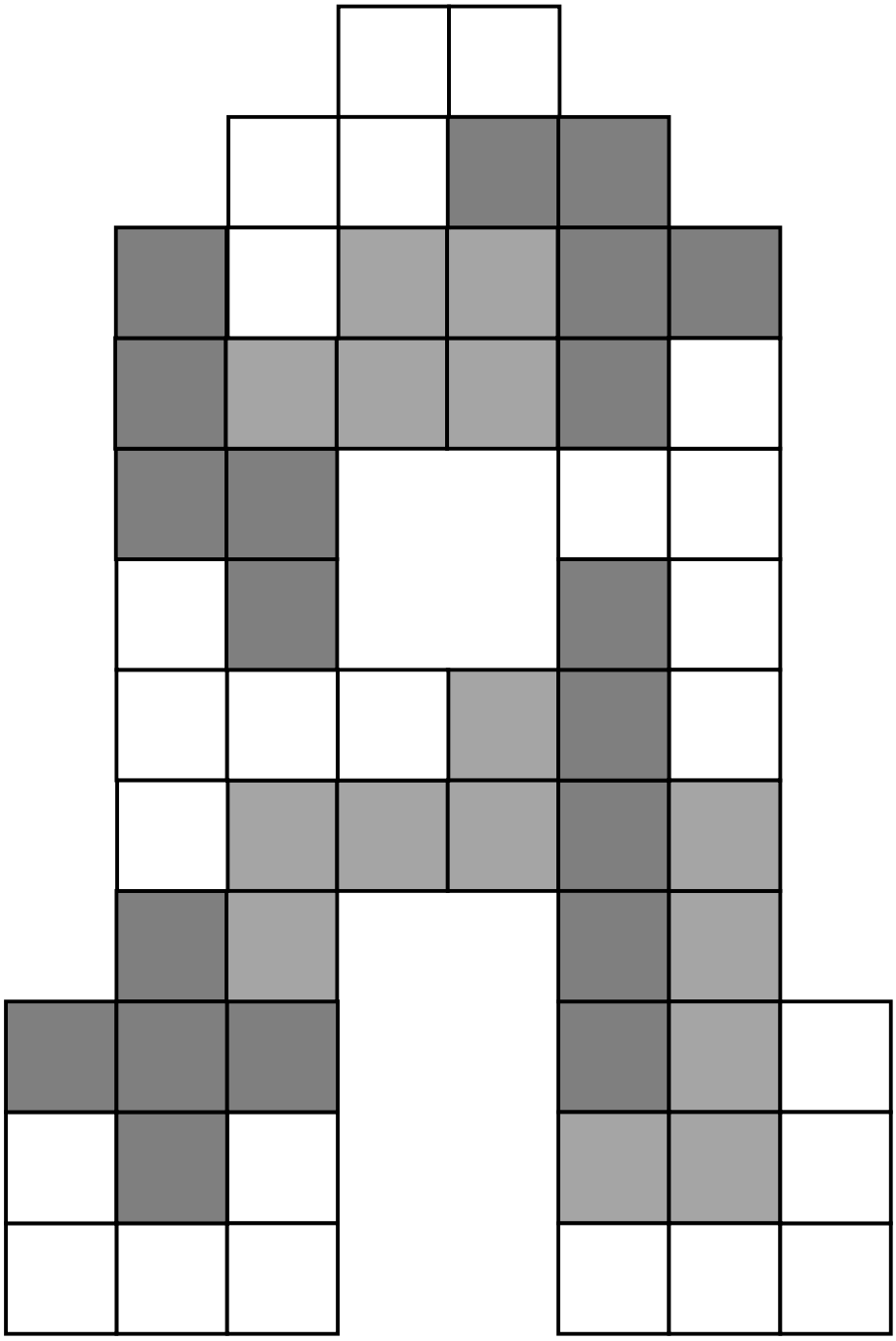






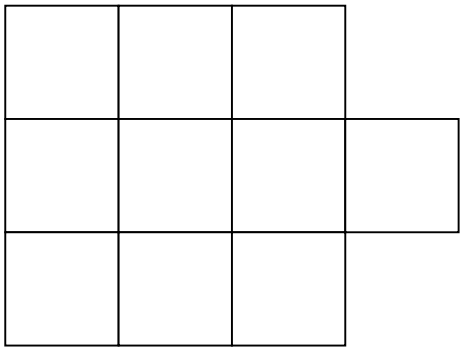






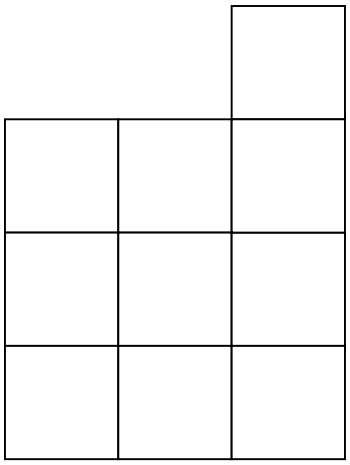
Lege diese Figur mit **2 Pentominos** aus.



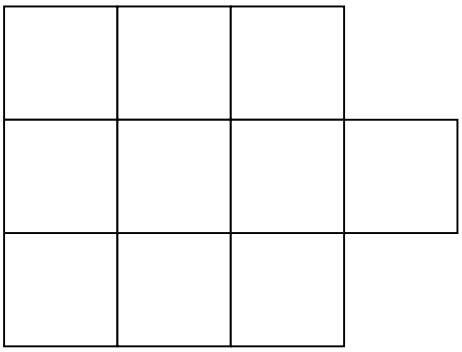


Lege diese Figur mit **2 Pentominos** aus.

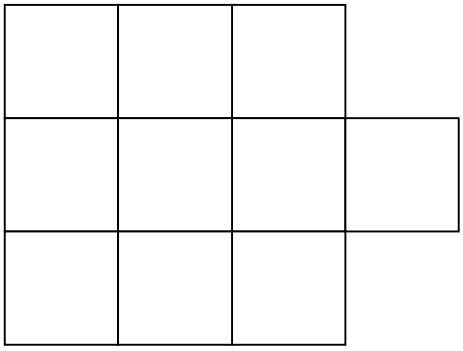


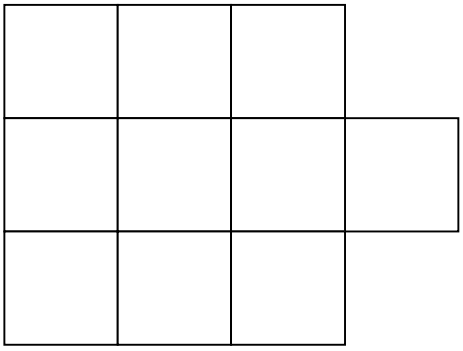


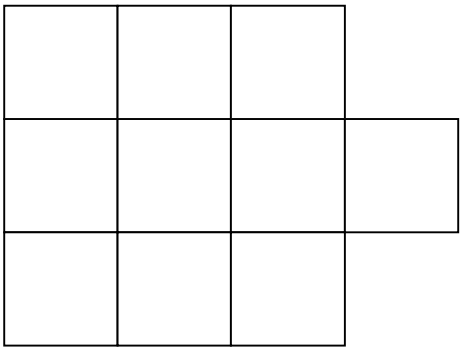
Zeichne deine Lösung hier auf.

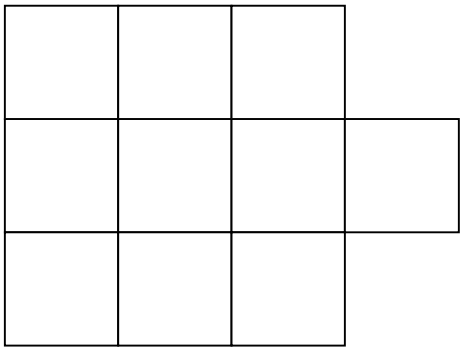


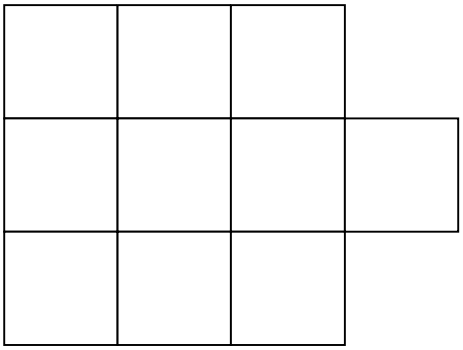
Findest du noch andere Lösungen?

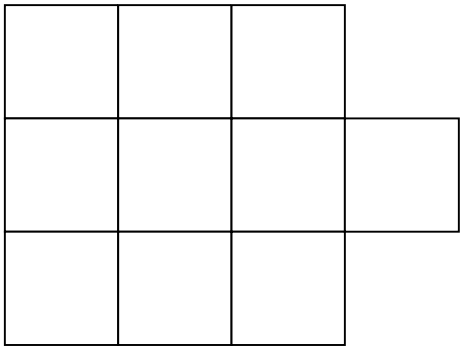




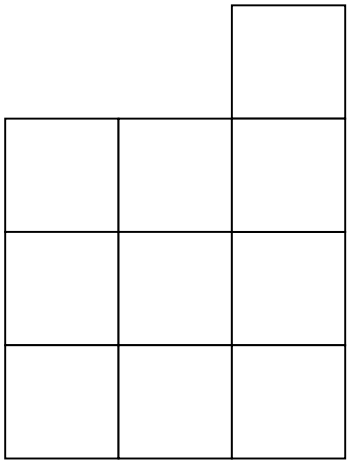




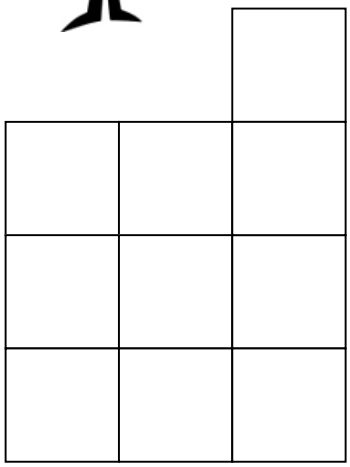


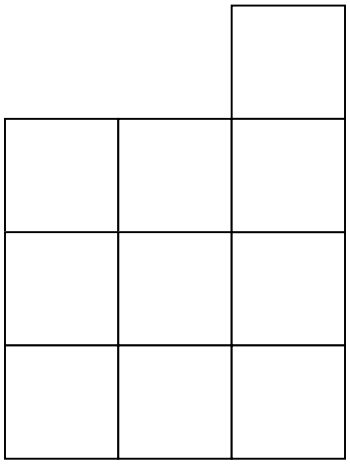


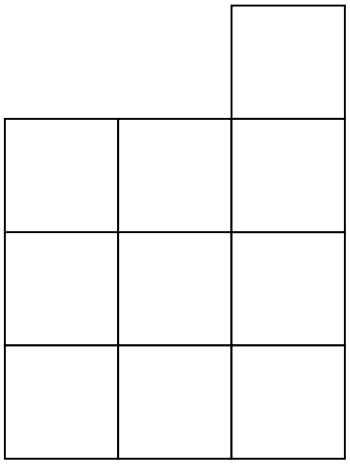
Zeichne deine Lösung hier auf.

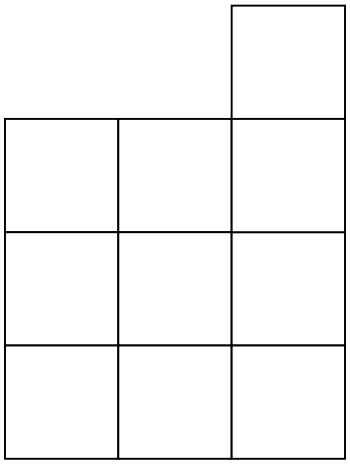


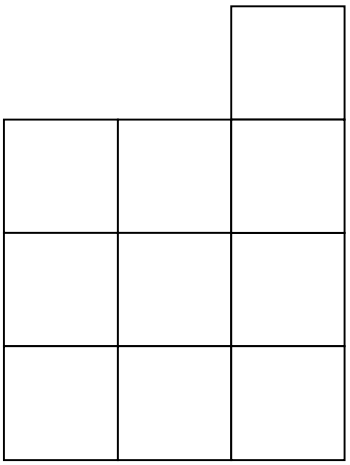
Findest du noch andere Lösungen?

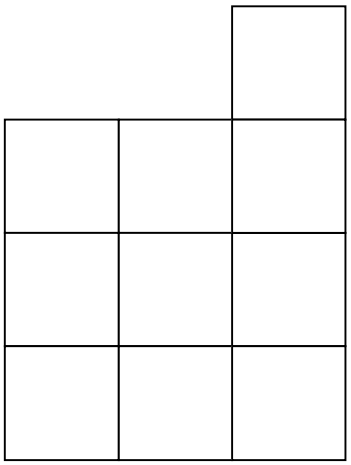






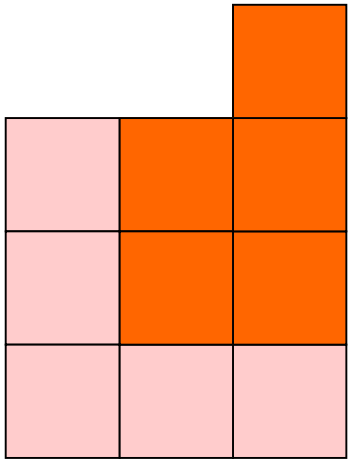


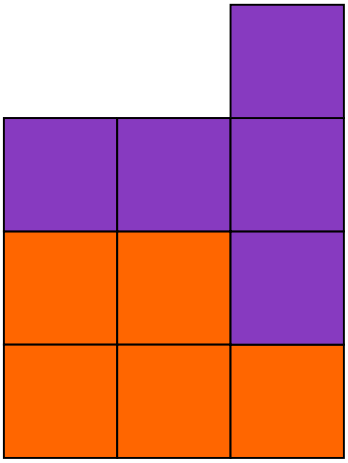


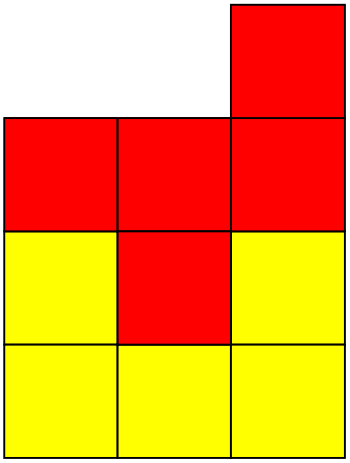


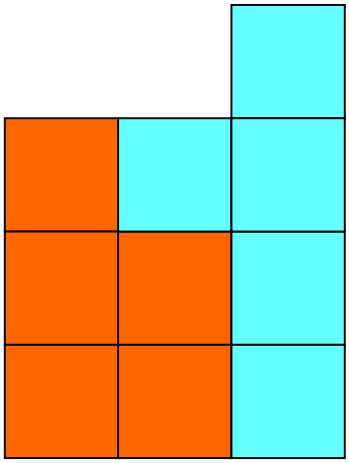


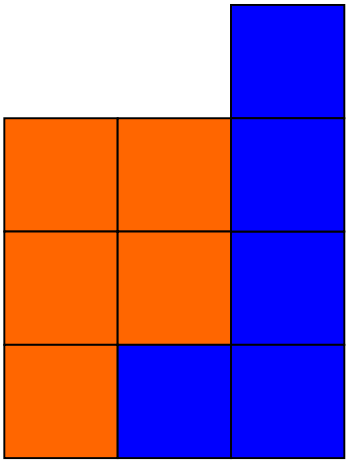
Hier kannst du deine Lösungen überprüfen!

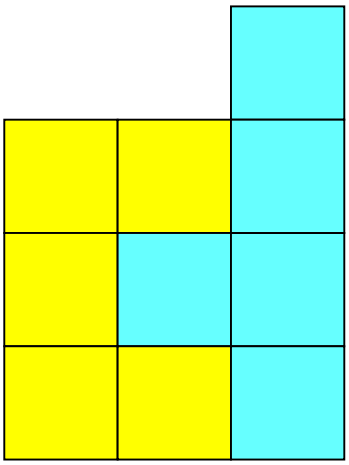






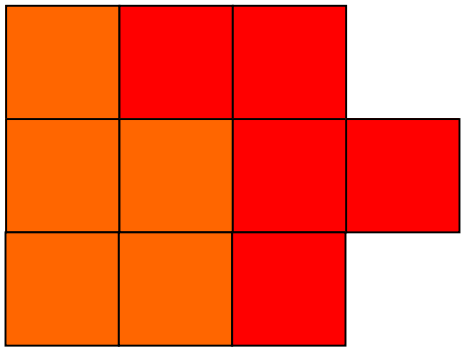


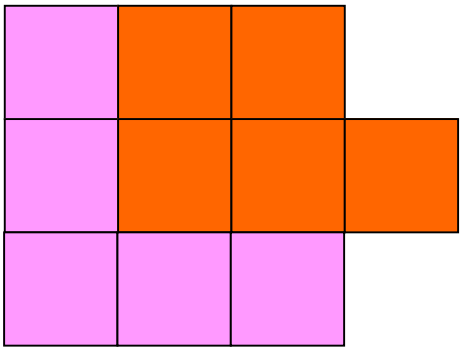


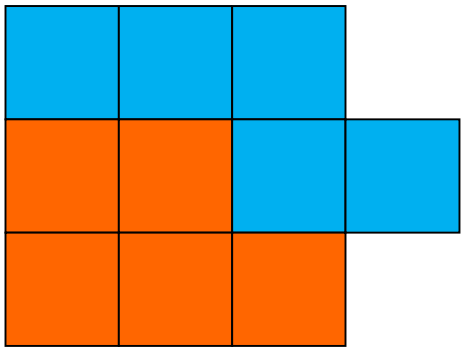


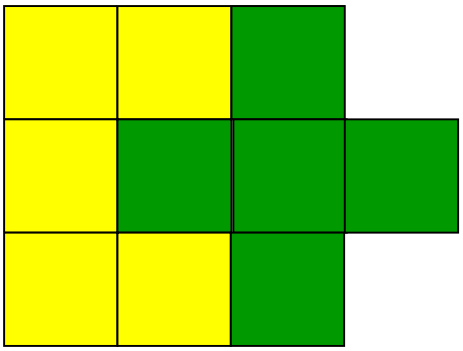


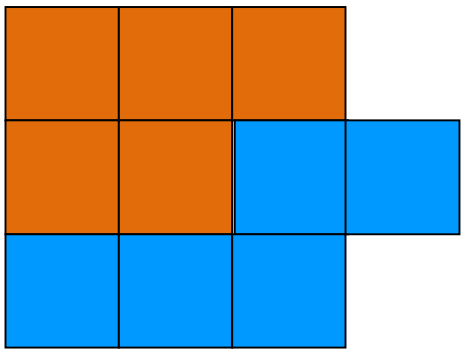
Hier kannst du deine Lösungen überprüfen!

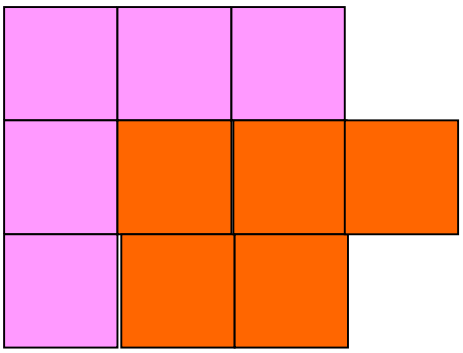














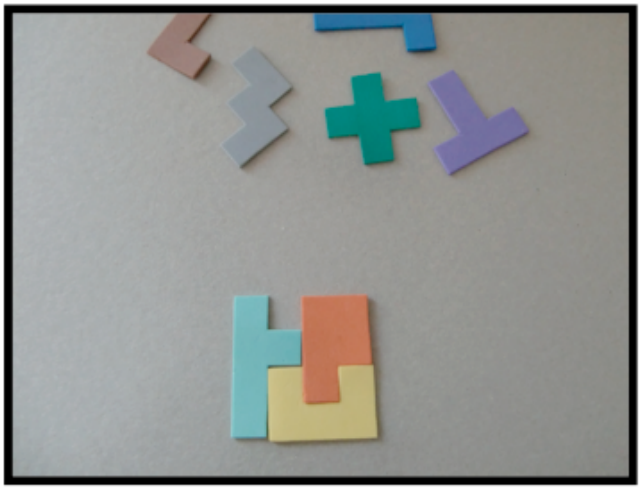
Rätselkarte von _____

Lösung von _____

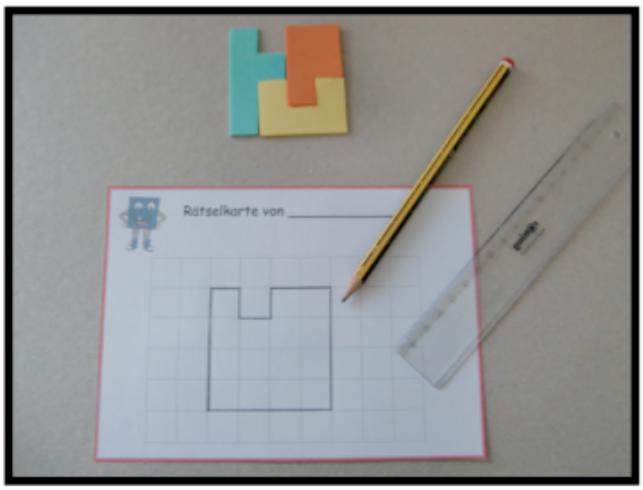
Erfinde deine eigene Rätselkarte.



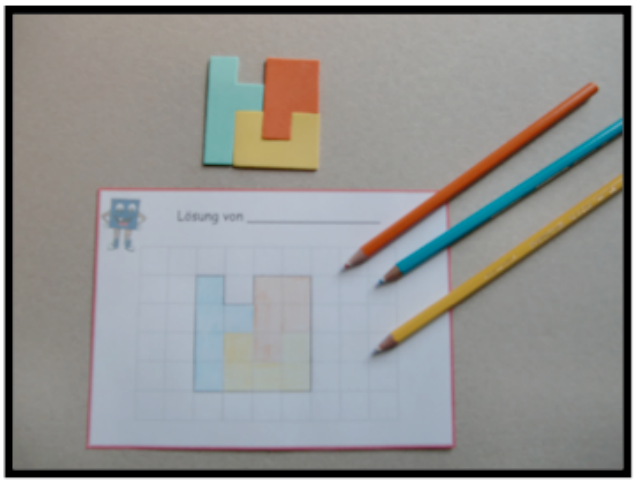
1.) Lege eine Figur mit 3 Pentominos

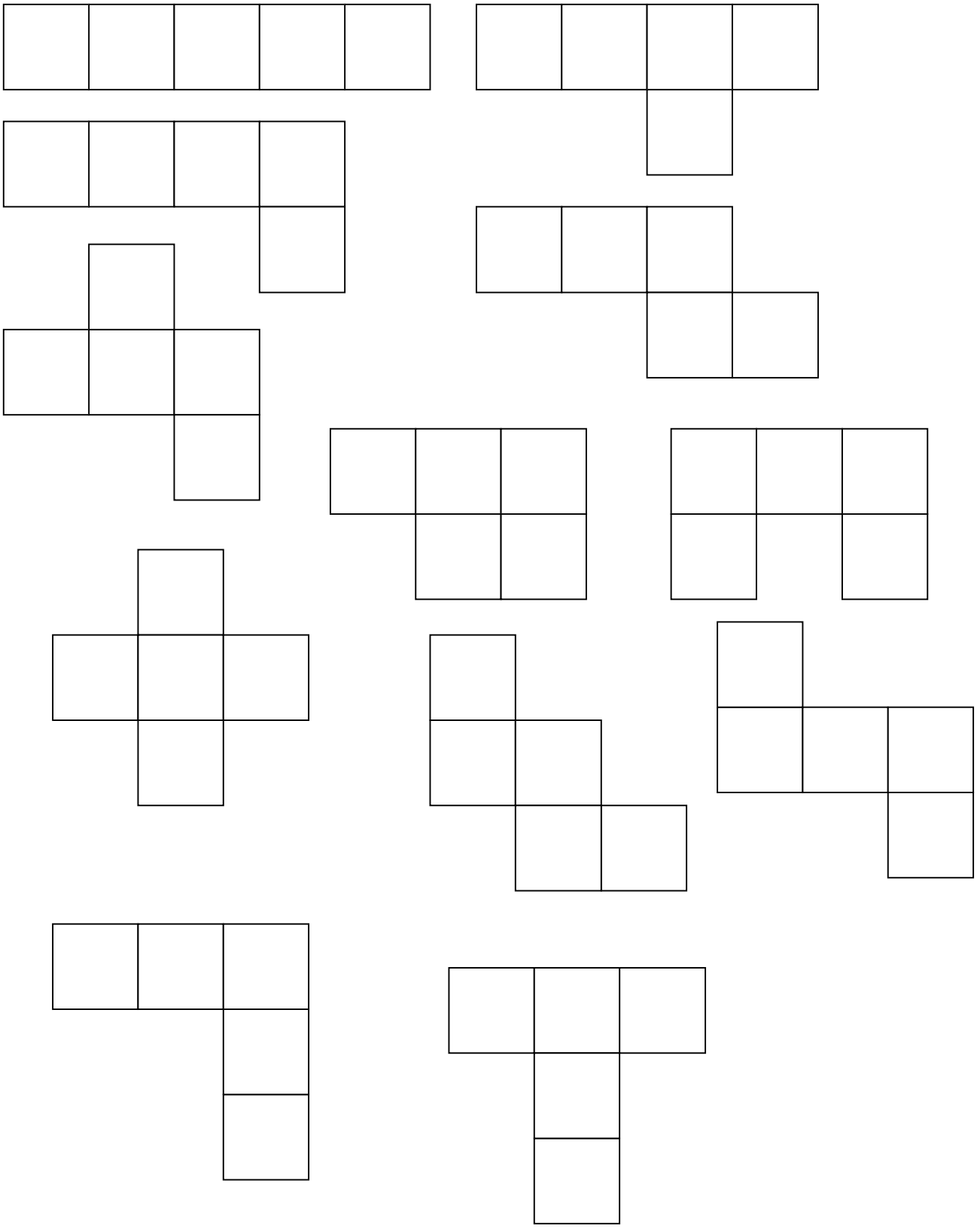


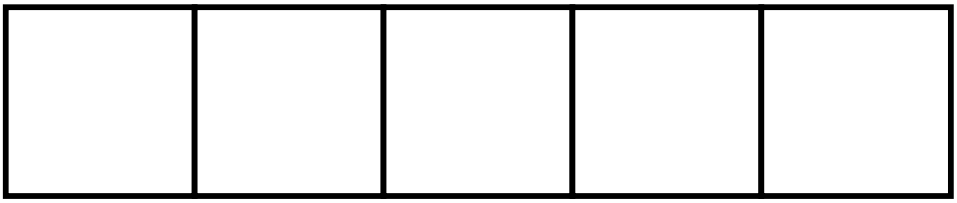
2.) Zeichne den **Umriss** auf die Rätselkarte.

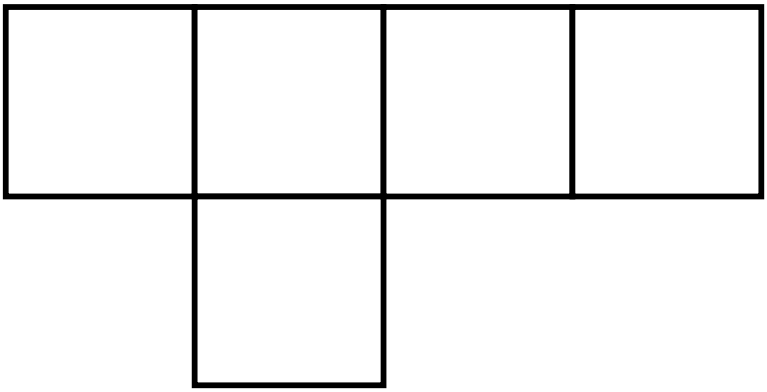


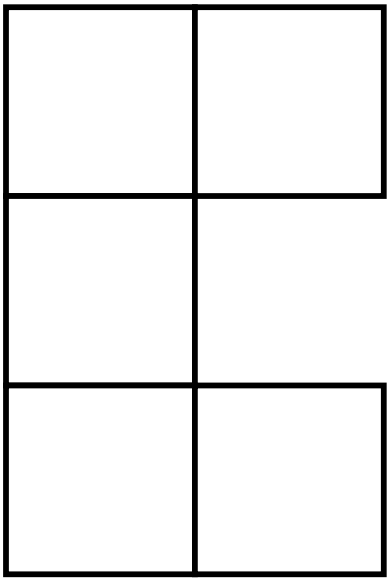
3.) Male eine Lösung zu deiner Rätselkarte.

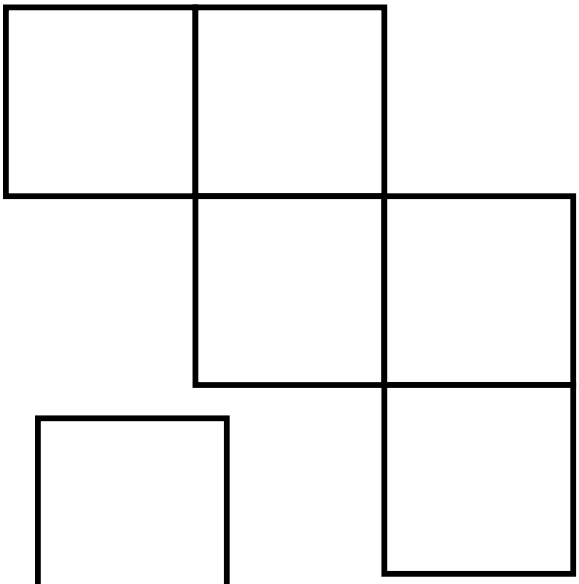


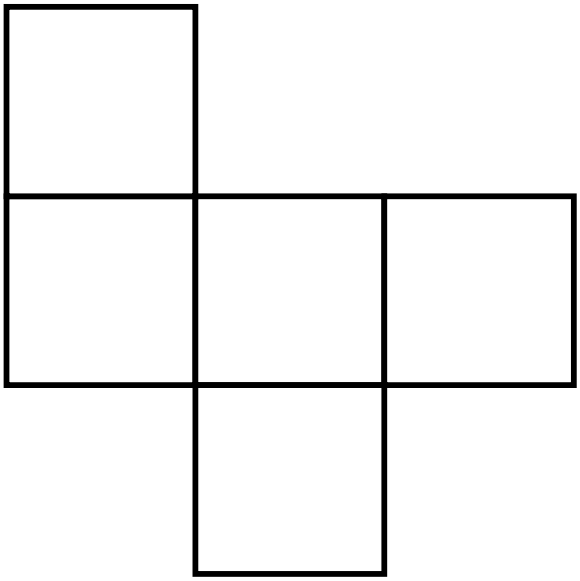


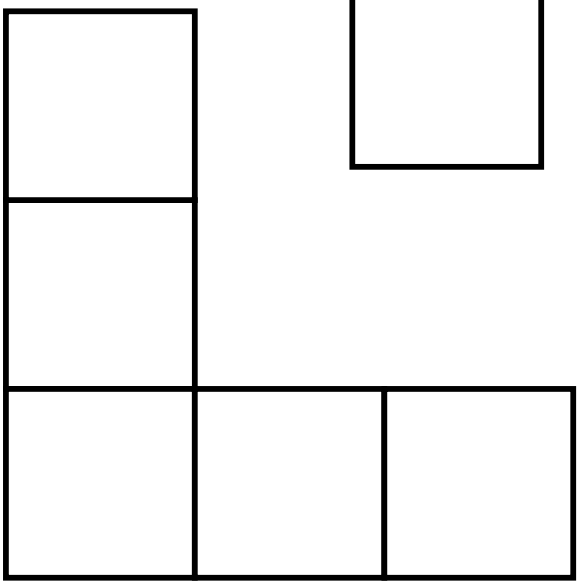


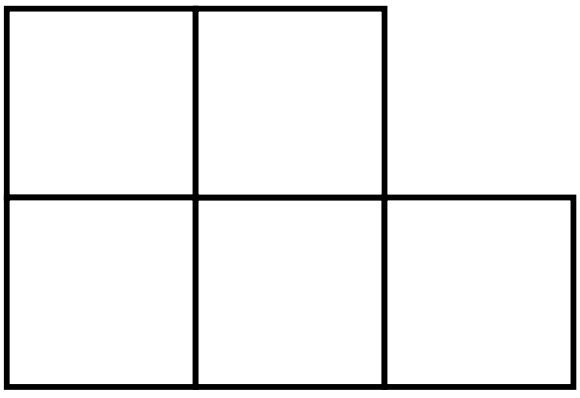


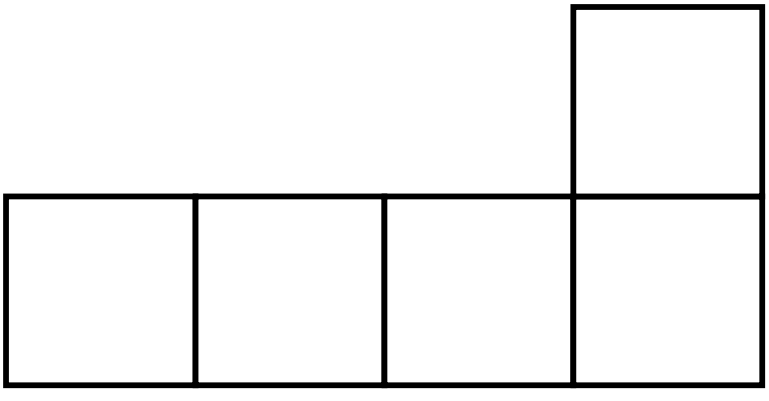


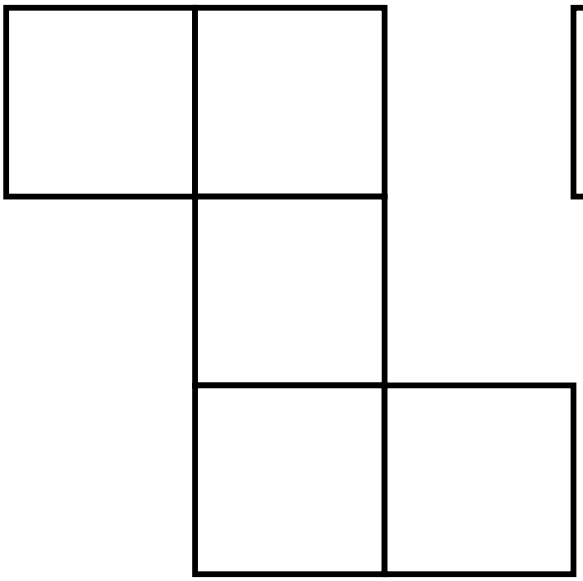


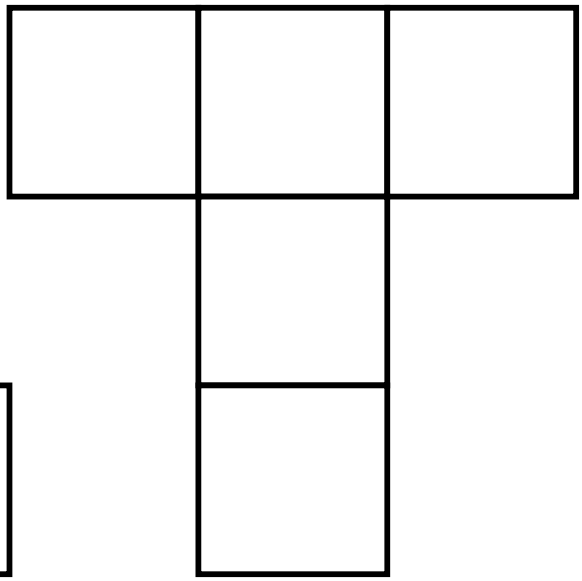


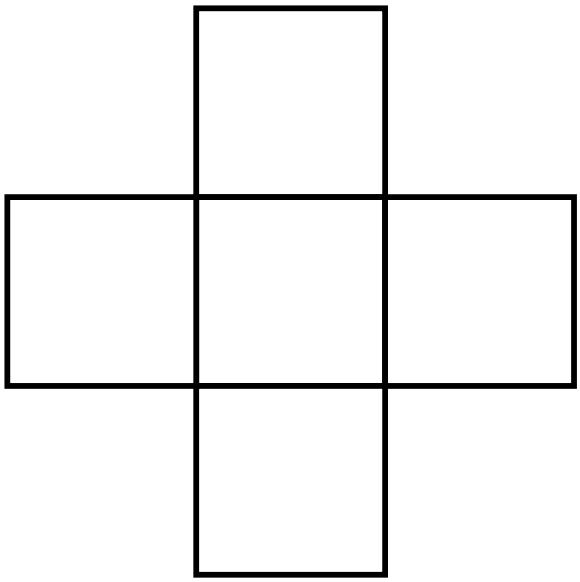


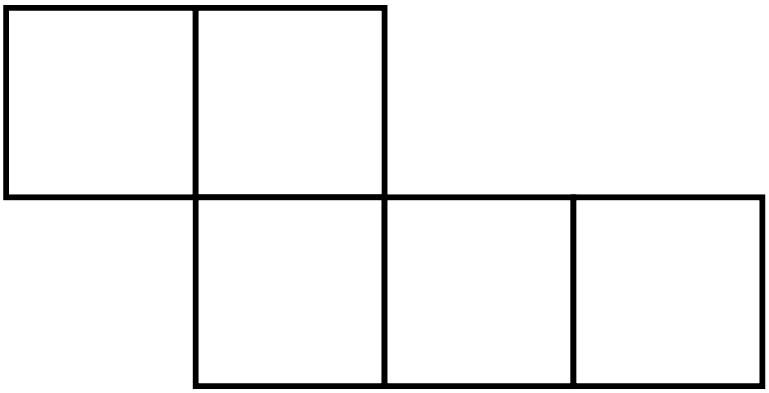












Die Raumvorstellung herausfordern mit Somawürfelnetzen

Lerntandems färben fehlende Flächen am Netz eines Somawürfels
und verbalisieren gefundene Strategien

Im folgenden Artikel soll eine Kartei vorgestellt werden, die es ermöglicht, an vorhandene Kompetenzen im Bereich „Raum und Form“ anzuknüpfen und diese weiter herauszufordern.
Um den Aufbau der Kartei zu erläutern, wird es zunächst nötig sein, den Begriff der Raumvorstellung etwas näher zu betrachten. Weiterhin wird der Somawürfel kurz vorgestellt, da diese theoretischen Hintergründe den Ausgangspunkt zur Entwicklung der hier vorgestellten Kartei bilden.

1. Theoretische Einbettung

1.1 Raumvorstellung

Da wir in einer dreidimensionalen Umwelt leben, ist unsere Raumvorstellung in zahlreichen alltäglichen Situationen von zentraler Bedeutung. Diese geht weit über das Beschreiben von Wegen oder das Orientieren in einer neuen Umgebung hinaus. Raumvorstellung ist beispielsweise auch vonnöten, „wenn man gedanklich vorwegnimmt, wie Objekte eingepackt, eingeräumt oder transportiert werden“[1] oder wenn ein zugeworfener Ball gefangen werden soll. Weiterhin heißt es z.B. bei Grassmann u.a., dass ein Bezug zwischen der Raumvorstellung und dem Erfolg im Beruf besteht, da eine gute Raumvorstellung Auswirkungen auf die persönliche Organisation von Aufgaben habe.[2] So herrscht allgemein Einigkeit darüber, dass die Raumvorstellung „eine Basiskomponente der Intelligenz“[3] ist.
Auch wird an zahlreichen Stellen in der Fachliteratur auf den engen Zusammenhang zwischen der Raumvorstellung und der Arithmetik verwiesen.[4] Erst die Vorstellung von Zahlen, deren Beziehungen sowie mathematischen Operationen ermöglichen echtes Verstehen sowie flexibles Rechnen.[5] Vor diesem Hintergrund ist es verständlich, dass Radatz/Rickmeyer die Förderung der Raumvorstellung als „eines der obersten Ziele des Geometrieunterrichts“[6] bezeichnen. Die Raumvorstellung entwickelt sich zudem „zwischen dem 7. und dem 13. Lebensjahr – verglichen mit den anderen Intelligenzfaktoren – besonders stark[...]. Damit gewinnt die Behandlung geometrischer Inhalte in der Grundschule unter dem Aspekt der Förderung der Raumvorstellung eine fundamentale Bedeutung.“[7] Krauthausen/Scherer sprechen von einer „sensiblen Phase“ in diesem Alter.[8]
Auch in den KMK-Bildungsstandards Mathematik findet die Raumvorstellung eine besondere Beachtung im Inhaltsfeld „Raum und Form“.[9]
Der Begriff der „Raumvorstellung“ bzw. des „räumlichen Vorstellungsvermögens“ wird in der Fachliteratur jedoch nicht einheitlich definiert.[10]
An dieser Stelle sollen die **fünf** von Grassmann u.a. genannten **Teilaspekte** vorgestellt werden, da in diesen wesentliche Komponenten anderer Ansätze aufgegriffen, konkretisiert und voneinander abgegrenzt werden.[11]

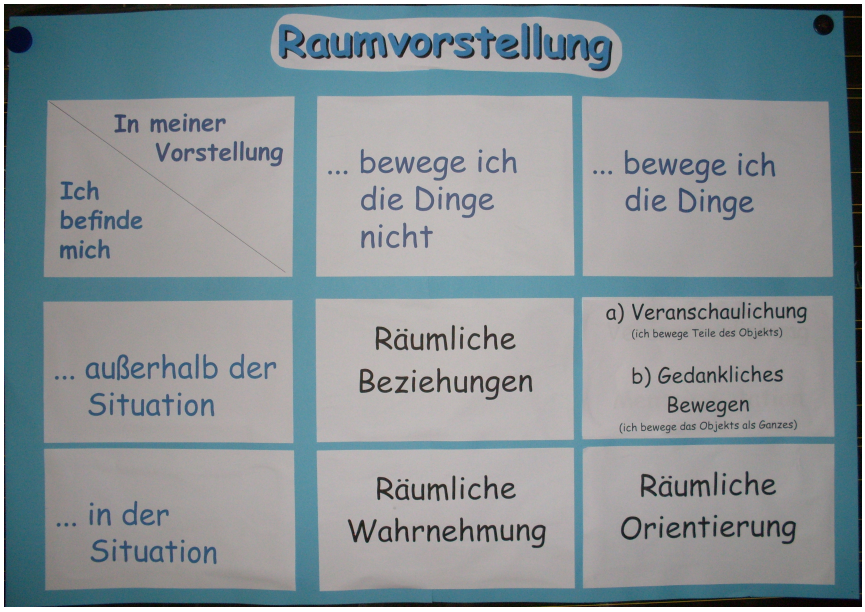
1. Die **„räumliche Wahrnehmung“** betrifft alle Fähigkeiten, „Objekte, Lagebeziehungen zwischen

1 Eichler/Eipert 2005, S. 15.
2 Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 99.
3 Ebd; Vgl. auch Krauthausen/Scherer 2007, S. 59.
4 Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 98f; Lorenz 2006, S. 10f; Krauthausen/Scherer 2007, S. 60f; Jansen 2007; Merschmeyer-Brüwer 2011, S.5; Winkler 2006, S.5.
5 Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 98f; Lorenz 2006, S. 10f.
6 Radatz/Rickmeyer 1991, S. 17.
7 Ebd; S. 145; Vgl. auch Carniel/Knapstein/Spiegel 2002, S. 4; Winkler 2006, S. 5.
8 Krauthausen/Scherer 2007; S. 59.
9 Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) 2005, S.10.
10 Bspw. die Teilfähigkeiten nach Besuden 1979, Radatz/Rickmeyer 1991, Linn und Petersen 1985. Vgl. hierzu Radatz/Rickmeyer 1991, S. 17, 144f; Franke 2007, S. 55f; Schipper 2009, S. 250ff.
11 Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 99f; Eine mit der Lerngruppe aufgestellte Übersicht über die fünf Komponenten in Anlehnung an Ruwisch 2006 findet sich unten.

Objekten und [...] Lagebeziehungen von Objekten bezüglich des eigenen Körpers wahrzunehmen“[12]. Sie umfasst die fünf Bereiche nach Frostig.[13]

2. Die Teilfähigkeit **„räumliche Beziehungen“** umfasst das Vorstellen und Beschreiben von räumlichen Lagebeziehungen unbewegter Objekte, wie z.B. darüber – darunter, dahinter – davor. Der Standort der Betrachterin bzw. des Betrachters befindet sich bei dieser Teilkomponente außerhalb der räumlichen Situation.
3. Die **„räumliche Orientierung“** beinhaltet die „Fähigkeit, die eigene Person gedanklich richtig in eine räumliche Situation einzuordnen, sich real und mental im Raum zurechtzufinden.“[14]
4. Fähigkeiten, wie das gedankliche Falten oder Zerschneiden von Objekten, also das mentale Operieren mit Teilen eines Objektes, werden dem Bereich der „räumlichen Visualisierung“ oder auch **„Veranschaulichung“** zugeordnet.
5. Die Teilkomponente **„mentale Rotation“** umfasst die Fähigkeit, sich Rotationen eines Objektes als Ganzes „schnell und präzise“[15] vorstellen zu können.

Die folgende Grafik gibt einen Überblick über die Einordnung verschiedener Situationen und Aufgabenstellungen:



1.2 Der Somawürfel

In der Fachliteratur wird der Somawürfel in Zusammenhang mit der Schulung unterschiedlicher Teilaspekte der Raumvorstellung erwähnt und im Kontext entsprechender Aufgabenstellungen vorgestellt.[16]
Der Somawürfel wurde 1936 von dem dänischen Mathematiker Piet Hein erfunden. Ausgangspunkt waren alle Würfelmehrlinge, die sich mit einem, zwei, drei und vier Würfeln bilden lassen. „Wenn zwei, drei und vier Würfel so miteinander verbunden werden, dass sich immer zwei Flächen berühren, entstehen mit zwei Würfeln ein Würfelzwilling, mit drei Würfeln zwei Würfeldrillinge, mit vier Würfeln acht Würfelvierlinge.“[17] Die auf diese Weise gewonnenen sieben irregulären Körper – sechs Würfelvierlinge und ein Würfeldrilling – bestehen aus genau 27 Einzelwürfeln und lassen sich, Symmetrien ausgenommen, auf 240 Weisen zu einem 3x3x3-Würfel zusammensetzen.

[12] Grassmann u.a. 2010, S. 99.
[13] Vgl Ebd; S. 111ff.
[14] Ebd; S. 100.
[15] Ebd.
[16] Vg. Hirt/Luginbühl 2003, Winkler 2006, Rickmeyer 1996.
[17] Hirt/Luginbühl 2003, S. 4.

2. Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für den Mathematikunterricht?

Durch die obige Betrachtung der fünf definierten Teilaspekte der Raumvorstellung können Aufgabenstellungen aus Schulbüchern oder bisheriger Lernumgebungen eingeschätzt und verglichen werden. Meist wurden in einer vierten Jahrgangsstufe, für welche die Kartei konstruiert wurde, die Raumvorstellung bereits in verschiedenen Kontexten geschult. Man denke z.B. an Lernumgebungen zu Würfelnetzen im Fach Mathematik, aber auch an Wegbeschreibungen, Zeichnungen des eigenen Schulwegs, Aufgaben zur Orientierung auf der Karte sowie der Beschäftigung mit und der praktischen Anwendung von Verkehrsregeln im Rahmen der Mobilitätserziehung im Sachunterricht. Betrachtet man Lerninhalte aus vergangenen Schuljahren, so ermöglicht dies, im Mathematikunterricht andere Schwerpunkte zu setzen und so neue Aspekte der Raumvorstellung einzubringen.
Anhand von Netzen des Somawürfels werden bei der hier vorgestellten Kartei insbesondere die Teilkomponenten „**Mentale Rotation**“ und „**Veranschaulichung**“ auf unterschiedlichen Niveaustufen geschult.

2.1 Was fordert die Kartei „Somawürfelnetze“?

Die Kartei[18] besteht aus insgesamt 40 Karten in vier Schwierigkeitsstufen. Diese Karten zeigen unterschiedliche Netze eines Somawürfels. Diese Netze sind jedoch an jeweils einer oder mehreren Flächen nicht gefärbt. Im Folgenden soll erläutert werden, was durch die zugehörige Aufgabenstellung „Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes und notiert eure Strategien!“ von den Lernenden gefordert wird.

a) „Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes...“

Durch diesen Teil der Aufgabenstellung werden zwei Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens gefordert. Durch die Darstellung des Somawürfels in Form seines (unvollständigen) Netzes, muss, um die fehlende Fläche korrekt kolorieren zu können, gedanklich gefaltet werden (Teilaspekt: **Veranschaulichung**). Die Kinder müssen Überlegungen anstellen, welche Kanten sich beim Zusammenfalten des Würfelnetzes berühren. Aufgrund der Tatsache, dass es sich um das Netz eines Somawürfels handelt, wird es weiterhin erforderlich zu überlegen, an welchen Stellen die entsprechenden Kanten sich berühren, denn jede Kante ist durch die Zusammensetzung des Somawürfels aus 27 Einzelwürfeln in drei Abschnitte eingeteilt. Es findet somit zum einen eine Wiederholung, zum anderen aber auch eine Erweiterung der Kenntnisse und inneren Vorstellungen zu den bereits behandelten Würfelnetzen statt. Doch können mit der „Veranschaulichung“ nicht alle Felder gefärbt werden. Spätestens um das mittlere Feld einer fehlenden Fläche zu färben, wird die Fähigkeit der „**mentalen Rotation**“ gefordert. Auf Grundlage der zweidimensionalen Abbildung des Somawürfels in Form seines Netzes müssen nun Rückschlüsse auf die Raumlage einzelner Teile des Somawürfels gezogen werden. Dabei können z.B. Teile aufgrund ihrer Größe ausgeschlossen oder aber ihre Lage aufgrund der bereits gefärbten Würfelflächen des Netzes eindeutig bestimmt werden. Dafür müssen die Somateile im Kopf oder handelnd in verschiedene Lagen gebracht und jeweils mit der zweidimensionalen Darstellung des Netzes abgeglichen werden. Da nach Franke den Handlungserfahrungen eine wichtige Bedeutung bei der Entwicklung der Raumvorstellung zukommt[19] und auch Radatz/Rickmeyer davor warnen, zu schnell auf die reine Vorstellungsebene zu wechseln,[20] ist es sinnvoll, den Kindern die Teile des Somawürfels in der Arbeitsphase zur Verfügung zu stellen (fachdidaktischer Grundsatz des entdeckenden, anschaulichen und handlungsorientierten Lernens). Um dennoch das gedankliche Rotieren anzuregen, empfiehlt es sich, in der Arbeitsphase die Regel aufzustellen, dass immer nur zwei Teile des Somawürfels aufeinander gesetzt bzw. gemeinsam in Händen gehalten werden dürfen, bis das Netz vollständig gefärbt wurde. Hat ein Lerntandem das ausgewählte Somawürfelnetz vollständig gefärbt, so kann eine

[18] Die Idee entstand bei der Beschäftigung mit den Spielideen „Würfel bauen“ (Hirt/Luginbühl 2003) und „Soma-Würfel“ (Winkler 2006). Bei beiden Spielen soll der Somawürfel aufgrund unterschiedlicher Ansichten zusammengebaut, bei dem Spiel nach Winkler soll dieser zudem von unten gezeichnet werden. Ich sah in der Form der Darstellung als Somawürfelnetz den Vorteil, dass bereits behandelte Aspekte der Einheit aufgegriffen, wiederholt und vertieft werden können.

[19] Franke 2007, S. 56.

[20] Radatz/Rickmeyer 1991, S. 145.

Selbstkontrolle durch das Zusammenbauen des Somawürfels stattfinden. Dabei dient das nun vollständige Netz als Bauplan. Erneut muss dabei im Kopf ein ständiger Wechsel zwischen zweidimensionaler Abbildung und dreidimensionaler Realität stattfinden.

b) „... und notiert eure Strategien!“

In den Bildungsstandards Mathematik wird sowohl das „Kommunizieren“ als auch das „Argumentieren“ als einer von sechs Kompetenzbereichen genannt und konkretisiert.[21] „Vorgehensweisen beschreiben“ sowie „Begründungen formulieren“ werden hier u.a. als Standards genannt. „Im Mittelpunkt steht die Befähigung zur sachlich korrekten Beschreibung mathematischer Sachverhalte.“[22] Immer wieder wird in der Fachliteratur der Zusammenhang von Verstehensprozessen und Sprache betont.[23] Die Verlangsamung der Gedanken beim Schreiben kann u.U. zu einer Vertiefung von Erkenntnissen führen.[24] Gallin/Ruf sprechen davon, dass flüchtige Vorstellungen sich verdichten und durch die Strukturierung dieser bei der Verschriftlichung bleibende Spuren hinterlassen können.[25] All diese Aspekte erhalten über den zweiten Teil der Aufgabenstellung Einzug in das Arbeiten mit der Kartei. Die Aufgabenstellung fordert nun auch das Beschreiben und Begründen genutzter Strategien. Vorgehensweisen müssen von den Lernenden hinterfragt und auf ihre Effizienz hin überprüft werden. Durch den wiederholten Einsatz von Aufgaben mit derlei Zielsetzung kann sich langfristig „eine Kultur des Entdeckens und Forschens im Mathematikunterricht […] entwickeln“[26]. Neben erlangten Ergebnissen rückt so der Prozess des Lösens ins Zentrum des Interesses. Dabei kann das Beschreiben in mehrfacher Hinsicht auf unterschiedlichen Niveaustufen stattfinden. Neben der Präzision kann auch die Nutzung eingeführter Fachbegriffe differieren. Ein gemeinsam erstellter Wortspeicher kann den Kindern beim Beschreiben eine Hilfe sein.

2.2 Welche Vorteile kann das Arbeiten in Lerntandems bieten?

Die Kartei kann durchaus in Einzelarbeit bearbeitet werden, die Aufgabenstellung sieht jedoch aus verschiedenen Gründen dennoch eine Arbeit in (heterogenen) Lerntandems vor. Lerntandems werden dabei als Zweiergruppen von Kindern verstanden, die von der Lehrkraft für diese Einheit eingeteilt werden. Bildet nämlich die Lehrkraft die Tandems, so ist es ihr möglich, z.B. auf Erkenntnisse bestimmter Lernausgangslagen, Stärken und Schwächen im sprachlichen oder sozialen Bereich einzugehen. Die Kinder können sich unter Umständen gut ergänzen, sodass auf diese Weise eine Differenzierungsmaßnahme durch vorangestellte Überlegungen geschaffen werden kann, welche die Lehrkraft im Unterricht stark entlastet. Sprachliche Barrieren können gemeinsam u.U. leichter überwunden werden. Diese Möglichkeit der heterogenen, im Sinne von ergänzenden, Gruppenbildung geht z.B. bei der Methode der „Mathe-Konferenzen“ im Alltag meist verloren. Häufig bilden sich hier schnell relativ leistungshomogene Gruppen. Kinder, die lange für die Bearbeitung der gestellten Aufgabe brauchen bleiben „übrig“ und bilden oftmals eine leistungsschwache Gruppe, in der ein gewinnbringender Austausch schwierig ist.
Weiterhin fördert ein solches Einteilen der Lehrkraft das Soziale Lernen im Klassenverband. Jede(r) solle mit jeder/jedem auskommen und für eine absehbare Zeit auch zusammenarbeiten können.
Weiterhin ist bei der Verschriftlichung von Strategien zu bedenken, dass das adressatenbezogene Schreiben eine sehr anspruchsvolle Fähigkeit ist.[27] Dabei geht die Fähigkeit der mündlichen Begründung der schriftlichen meist voraus.[28] Dies gilt auch im Fach Mathematik. Durch die Zusammenarbeit wird die vorherige mündliche Kommunikation gefördert. Im Austausch wird deutlich, dass Beschreibungen eindeutiger sind, wenn eingeführte Fachbegriffe Verwendung finden. Weiterhin können Gedanken sortiert, Vermutungen überprüft und gemeinsam nach einer geeigneten Verschriftlichung zielführender Lösungswege gesucht werden. Somit wird „die sozial

[21] Vgl. Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) 2005, S. 7f.
[22] Grassmann et al. 2010, S. 29.
[23] Vgl. Gallin/Ruf 1998; Bezold 2009; Grassmann et al. 2010, S.28.
[24] Fetzer 2011, S. 25.
[25] Vgl. Gallin/Ruf 1998, S. 42.
[26] Schemel 2010, S. 4.
[27] Vgl. Textkompetenzentwicklungsmodell nach Augst et al. 2007. In: Bremerich-Foss 2009, S. 81-84.
[28] Selter 2004, S. 23.; Grassmann et al. 2010, S. 29.

konstruierte, gemeinsam geteilte Sichtweise [...] durch den Prozess des Aushandelns differenzierter und reichhaltiger als das je individuelle Vorverständnis. Lernfortschritt stellt sich dar als Teilhabe an diesem sozial konstruierten und sprachlich vermittelten Verständnis (Rogoff, 1990).“[29] Dies unterstützt die Erweiterung der allgemein mathematischen Kompetenzen des „Kommunizierens“ und „Argumentierens“.

[29] Pauli/Reusser 2000, S. 5.

Literaturverzeichnis

Bremerich-Foss, Albert, u.a. (Hrsg.) (2009): Bildungsstandards für die Grundschule: Deutsch konkret. Berlin: Cornelsen Scriptor, S. 81-84.

Carniel, Dorothee; Knapstein, Kordula; Spiegel, Hartmut (2002): Räumliches Denken fördern. Erprobte Unterrichtseinheiten und Werkstätten zur Symmetrie und Raumgeometrie. Donauwörth: Auer.

Eichler, Klaus-Peter; Eipert, Peter (2005): Zur Vorstellung von räumlichen Bewegungen. In: Grundschulunterricht, Heft 11/2005. München: Oldenbourg, S. 15-20.

Fetzer, Marei (2011): Schreiben, um Mathematik zu lernen. In: Die Grundschulzeitschrift. Lerntagebücher. Lernwege in Mathematik dokumentieren. Heft 244, Mai 2011. Seelze: Friedrich, S. 24-29.

Franke, Marianne (2007): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. München: Spektrum.

Gallin, Peter; Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Seelze: Kallmeyer.

Grassmann, Marianne; Eichler, Klaus-Peter; Mirwald, Elke; Nitsch, Bianca (2010): Mathematikunterricht. Kompetent im Unterricht der Grundschule Band 5. Hohengehren: Schneider, S. 93-160.

Hessisches Kultusministerium (Hrsg.) (1995): Rahmenplan Grundschule. Frankfurt/Main: Diesterweg, S. 144f; 164-171.

Hessisches Kultusministerium (Hrsg.) (2011): Bildungsstandards und Inhaltsfelder. Das neue Kerncurriculum für Hessen. Primarstufe. Mathematik. Wiesbaden.

Hirt, Ueli; Luginbühl, Sandra (2003): Schauen und Bauen 2. Spiele mit dem Somawürfel. Seelze: Kallmeyer.

Huhmann, Tobias (2011): Zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln. Die Inter-Netzzo-Werkstatt. In: Praxis Grundschule, Heft 5/2011. Braunschweig: Westermann, S. 46-55.

Jansen, Peter (2007): Rechnen braucht Geometrie. Die Entwicklung eines tragfähigen Zahlbegriffs beruht auf räumlicher Orientierung. In: Grundschule, Heft 12/2007. Braunschweig: Westermann, S. 8-11.

Krauthausen, Günter; Scherer, Petra (2007): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg: Spektrum, S. 53-76.

Merschmeyer-Brüwer, Carla (2011): Raum und Form. Vorstellung und Verständnis. In: Mathematik differenziert, Heft 1/2011. Braunschweig: Westermann, S. 4-5.

Radatz, Hendrik; Rickmeyer, Knut (1991): Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel.

Rickmeyer, Knut (1996): Übungen mit dem Somawürfel. Zur Entwicklung der Raumvorstellung. In: Praxis Grundschule, Heft 2/1996. Braunschweig: Westermann, S. 4-9.

Ruwisch, Silke (2006): Komponenten des Raumvorstellungsvermögens. In: Grundschulmagazin, Heft 5/2006. München: Oldenbourg, S. 13-16.

Schemel, Vanessa (2010): Zauberquadrate entdecken. Unter: http://www.pikas.tudortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-7-informationsmaterial/informationstexte/informationstexte.html (Letzter Abruf: 20.11.2011)

Schipper, Wilhelm (2009): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel, S. 248-273.

Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. S. 7-10. Pdf unter: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf (Letzter Abruf: 17.06.2013).

Selter, Christoph (2004): Erforschen, Entdecken und Erklären im Mathematikunterricht der Grundschule. Handreichung des Programms SINUS an Grundschulen. Unter: http://www.sinus-an-grundschulen.de/index.php?id=113 (Letzter Abruf: 30.09.2011).

Winkler, Dorothea (2006): Karteien zum Soma-Würfel. Bauen und Experimentieren mit dem Soma-Würfel. Braunschweig: Westermann.

?. Einheit: „Somawürfelnetze“ -

Schulung der Raumvorstellung durch Umgang mit dem Somawürfel

Lerntandems färben fehlende Flächen am Netz eines Somawürfels und verbalisieren gefundene Strategien.

ZIELE

- Die Kinder können das Netz des Somawürfels gedanklich falten und bestimmen, welche Kantenabschnitte dabei wie zusammentreffen. (Veranschaulichung)
- Die Kinder können anhand der unvollständigen zweidimensionalen Darstellung des Somawürfels mithilfe mentaler sowie handelnder Rotation der Teile des Somawürfels Rückschlüsse auf die Lage dieser ziehen. (Mentale Rotation)
- Die Kinder können ihre Strategien verbalisieren und eventuell deren Effizienz bewerten, indem sie die Reihenfolge der Nutzung begründen.

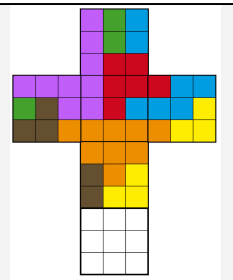
ZEIT

4 – 5 Schulstunden für die intensive Auseinandersetzung mit den Somawürfelnetzen.

Eine intensive Arbeit mit Würfelnetzen und das Kennenlernen des Somawürfels sollte vorausgegangen sein.

DARUM GEHT ES

In dieser Einheit werden die Kinder vor die Aufgabe gestellt, das unvollständig gefärbtes Netz eines Somawürfels im Lerntandem vollständig zu kolorieren. Dabei sollen die Lernenden ihre Vorgehensweisen notieren. Durch diese Aufgabenstellung werden zwei Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens im Rahmen dieser Einheit besonders gefordert:
Einerseits muss durch die Darstellung des Somawürfels in Form seines (unvollständigen) Netzes, gedanklich gefaltet werden, um die fehlende Fläche korrekt färben zu können (Teilaspekt: Veranschaulichung).
Andererseits sind alleine über das gedankliche Falten des Netzes nicht alle Felder zu färben. Die Kinder müssen somit über die bereits gefärbten Felder Rückschlüsse über die Raumlage der einzelnen Teile des Somawürfels ziehen (Teilaspekt: Mentale Rotation).
Die Kinder sollen sich in ihren Lerntandems dabei über ihre Vorgehensweisen austauschen und diese aufschreiben. Im Informationstext „Somawürfelnetze_Sachinfos“ werden die entsprechenden Anforderungen sowie fachliche Hintergründe detaillierter beschrieben.



Schuljahr 4

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Raum und Form:

- zwei- und dreidimensionale Darstellungen in Beziehung setzen
- räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen:

- Lösungswege reflektieren
- Lösungsstrategien entwickeln und auf ähnliche Sachverhalte übertragen

Kommunizieren:

- Vorgehensweisen beschreiben
- Lösungswege anderer nachvollziehen

Die Kartei eignet sich gut dazu, eine Lerngruppe, die bereits Vorerfahrungen mit Würfelnetzen hat, weiterführend herauszufordern.

SO KANN ES GEHEN

Vorangegangene Arbeit

Der hier beschriebenen Aktivität mit den Netzen eines Somawürfels sollte eine intensive Arbeit mit Würfelnetzen und das Kennenlernen des Somawürfels vorausgegangen sein. Dazu bieten sich z.B. die ebenfalls auf der Homepage des PIK-AS-Projektes zu findenden Einheiten „Würfelnetze“, „Inter-Netzzo“ und „Wir werden Würfelbaumeister“.

Ergänzung: Die vorangegangene Arbeit ist von zentraler Bedeutung, da die Kinder bei der hier beschriebenen Einheit auf die bereits gemachten Erfahrungen, die erworbenen räumlichen Kompetenzen und das daraus gewonnene Wissen aufbauen *müssen*.

Es hat sich außerdem bewährt, dass die Kinder in Vorbereitung auf diese Einheit die Teile ihres Somawürfels selbst aus 27 Holzklötzchen (1,5cm x 1,5cm x 1,5cm) leimen und färben. Dies hat zum Einen den Vorteil, dass den Kinder die Klötze zur systematischen Entwicklung aller Würfelvierlinge (vgl. „Wir werden Würfelbaumeister“) zur Verfügung stehen (Achtung: Die Kinder sollten zu zweit arbeiten, sonst reichen deren Holzklötze des Bausatzes für einen Somawürfel für die Herleitung nicht aus!). Zum Anderen setzen sich die Kinder durch das eigene Leimen und Färben ihrer Teile des Somawürfels sehr intensiv mit deren Aufbau auseinander. Als Anschauungsobjekt für Plenumsphasen ist es sinnvoll, einen großen Somawürfel (z.B. mit 27 Klötzen der Maße 5cm x 5cm x 5cm) herzustellen (z.B. aus einer Dachlatte im Baumarkt zusägen lassen). Dieser kann mündlicher Erläuterungen der Kinder unterstützen.

Die vorliegende Einheit sieht das Arbeiten in leistungsheterogenen Lerntandems vor. Bei der Einteilung der Lerntandems sollte darauf geachtet werden, dass die beiden Kinder sich möglichst gut ergänzen, sodass beide von der gemeinsamen Arbeit profitieren und ein „ermutigendes Lernklima mit gegenseitiger Unterstützung und Hilfestellung“52 entstehen kann.53 Bei der Einteilung sollten vor allem die Fähigkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens, Kompetenzen im Hinblick auf die Verbalisierung von Gedankengängen sowie Aspekte des Arbeitsverhaltens ins Gewicht fallen. Es ist sinnvoll, dass die Kinder für diese Einheit nebeneinander sitzen.

Zum methodischen Einsatz des Materials

Zunächst wird den Lernenden das Netz eines Somawürfels als stummer Impuls im Kinositz präsentiert (Somawürfelnetz_gross-Demonstration“). Die Kinder äußern sich nun dazu und begründen ihre Annahmen um was es sich handeln könnte. Dabei wiederholen die Kinder kennengelernte Fachbegriffe des Wortspeichers. Die Lehrkraft benennt nun das Stundenthema „Somawürfelnetze“ und schreibt dieses an die Tafel. Dann erläutert sie den Arbeitsauftrag „Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes und notiert eure Strategien!“. Dabei nutzt sie die großen Karteikarten und Arbeitsblätter, um zu zeigen, wie eine Karteikarte über dem AB 1 auf dem Klemmbrett platziert wird. Nachdem ein Kind den Arbeitsauftrag wiederholt hat, gehen die Schülerinnen und Schüler an die Plätze und arbeiten in ihren Lerntandems an der

- Lösungswege gemeinsam reflektieren
- eingeführte mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden

Argumentieren:
- Begründungen formulieren
- Lösungswege vergleichen und bewerten

Kinder sprechen über...

… ihre eigenen Vorgehensweisen.
… Lösungswege ihrer Partnerin/ihres Partners.
… die Effizienz einzelner Strategien.
… Würfel und deren Netze. Dabei nutzen sie entsprechende Fachbegriffe (Kante, Fläche, Ecke).
… bereits gefärbte Felder und ziehen Rückschlüsse auf die Raumlage eines bestimmten Teils des Somawürfels.

Material

Ein Lerntandem benötigt:
- 1 bis 2 Somawürfel mit entsprechender Farbgebung
- 1 Klemmbrett (DIN A4)

Aufgabenstellung.

Problemstellung/Leitfrage

Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes und notiert eure Strategien!

Arbeitsphase

Zu Beginn der Arbeitsphase erhält jedes Lerntandem ein Klemmbrett, AB 1 und AB 2 in einfacher Ausfertigung. Da die Lerntandems unter Umständen mehrere Karteikarten bearbeiten, sollte AB 1 öfter kopiert und ein Vorrat neben der Kartei platziert werden. Die Kinder bedienen sich an der differenzierten Kartei und beginnen mit einer beliebigen Karte. Während des Arbeitens können sie ihre Somawürfel nutzen. Da diese bei der Verwendung von 27 Würfeln der Größe 1,5cm x 1,5cm x 1,5cm den Maßen der Kartei entsprechen, können diese auch von den Kindern auf der gewählten Karteikarte platziert werden, um deren Lage besser zu veranschaulichen. Um die Kinder jedoch zum gedanklichen Falten anzuhalten, sollte auf die Regel hingewiesen werden, dass immer nur zwei Teile des Somawürfels aneinander gehalten bzw. auf der Karteikarte platziert werden dürfen. Die Kinder dürfen den Somawürfel also erst nach dem Färben des Netzes vollständig aufbauen.

Durch das Arbeiten zu zweit werden die Kinder dazu angeregt, im Austausch Begründungen dafür zu finden, warum bestimmte bereits gefärbte Flächen auf eine gewisse Raumlage des entsprechenden Teils des Somawürfels hinweisen. Dadurch werden eigene Erkenntnis für die Partnerin bzw. den Partner nachvollziehbar. Sie beschreiben so ihre Strategien und vollziehen die ihres Gegenübers nach. Dabei kommen sie u.U. dazu unterschiedliche Vorgehensweisen und Strategien zu bewerten. Bei der schriftlichen Fixierung ihrer Strategien können die Begriffe der individuellen und gemeinsam entwickelten Wortspeicher den Kindern behilflich sein.

Die Lehrkraft hält sich im Hintergrund und beobachtet. Ggf. bringt sie den Austausch einzelner Kinder durch Fragen in Gang oder unterstützt Lerntandems durch das Bereithalten zugeschnittener blanko Somawürfelnetze („Somawürfelnetz_blanko_Differenzierung“).

Differenzierung

Differenzierung findet in dieser Stunde auf vielfältige Weise statt. Durch die Einteilung der Lerntandems findet bereits eine Differenzierung durch die Art der Zusammenarbeit mit der entsprechenden Partnerin/dem entsprechenden Partner statt. Weiterhin kann aus der vierfach differenzierten Lerntheke selbst der Schwierigkeitsgrad gewählt und je nach Lerntempo unterschiedlich viele Karten bearbeitet werden (qualitative und quantitative Differenzierung). Bei der Verbalisierung der Strategien findet weiterhin eine natürliche Differenzierung insofern statt, als dass die Kinder jedes Lerntandems die genutzten Strategien ihres Könnens entsprechend beschreiben und in der Strategiekonferenz ggf. von treffenderen Verbalisierungen desselben Gedankens profitieren. Weiterhin kann die Lehrkraft als Maßnahme zur Differenzierung bereits ausgeschnittene blanko Würfelnetze des Somawürfels bereithalten. Diese können bei Bedarf an einzelne Gruppen verteilt

- 1 blanko AB pro Karteikarte (AB 1)
- 1 Karte aus der Kartei
- 1 Strategiepapier (AB 2)
- 7 Buntstifte (lila, gelb, blau, grün, braun, orange und rot)

Die Lehrkraft benötigt:

- Klemmbrett DIN A3
- AB 1 und AB 2 in DIN A3
- großes Somawürfelnetz („Somawürfelnetz_gross_Demonstration“)
- großer Somawürfel
- 4 große Beispielkarten der Kartei
- 4-fach differenzierte Kartei „Somawürfelnetze“ (40 Karten)
- ausgeschnittene Somawürfelnetze blanko als zusätzliche Differenzierungsmöglichkeit („Somawürfelnetz_blanko_Differenzierung“)

werden. Sie können von den Gruppen entsprechend ihrer Karteikarte gefärbt und gefaltet werden und da sie die Originalgröße des Somawürfels der Kinder haben, sowohl bei der Veranschaulichung *(Wie wird der Würfel zusammengefaltet? Wie berühren sich die Kanten?)* als auch bei der mentalen Rotation *(Wie liegt das Teil, wenn die entsprechende Farbe an diesen Stellen zu sehen ist? Welche Teile können ausgeschlossen werden?)* unterstützen. Es empfiehlt sich, diese Netze nicht auszulegen, sondern gezielt bei Bedarf als zusätzliche Unterstützung anzubieten. Sonst besteht die Gefahr, dass einige Kinder zu schnell zu der genannten Hilfe greifen und so das Falten und Rotieren im Kopf von vorn herein umgehen.

Schlussphase / Reflexion

Abschließend findet eine Strategiekonferenz im Kinositz statt. Je nach Erfahrung der Lerngruppe mit dieser Methode können die Strategiekonferenzen auch an Gruppentischen stattfinden (eine Konferenz pro Tischgruppe). Dies hätte den Vorteil, dass mehr Kinder zu Wort kämen und so aktiv beteiligt wären. Bei einer Lerngruppe, die noch wenig Erfahrung mit dieser Methode hat, besteht der Vorteil in der Durchführung im Plenum darin, dass sie auf diese Weise den Ablauf einer solchen Konferenz zuvor an einigen Beispielen kennenlernen können. Unter der Leitfrage „Wie seid ihr vorgegangen, um das Somawürfelnetz zu färben?“ berichten einzelne Lerntandems von den notierten Strategien. In der Konferenz entsteht auf diese Weise ein Austausch über die Vorgehensweisen der Kinder. Dabei können die Lernenden je nach Art der Beteiligung entweder durch das Erläutern und beispielhafte Darstellen ihrer Strategien oder aber durch das Nachvollziehen nicht genutzter Strategien bzw. anderer Formulierungen ebenfalls genutzter Strategien profitieren. Es ist hilfreich, wenn die großen Karten aus der Lerntheke (eine Karte pro Schwierigkeitsgrad auf DIN A 3 vergrößert) an der Tafel aufgehängt werden, anhand derer die mündlichen Erläuterungen zusätzlich von den Kindern veranschaulicht werden können.

Je nach Lerngruppe sind folgende weiterführende Reflexionsanstöße möglich:

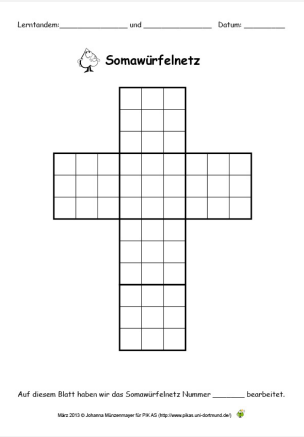
- Die Kinder können dazu angehalten werden, die Reihenfolge der Nutzung ihrer Strategien zu begründen und reflektieren dadurch über deren Effizienz.
- Die Kinder werden anhand von Beispielkarten dazu aufgefordert, die vier Schwierigkeitsgrade zu begründen. Dabei Verbalisieren die Lernenden die unterschiedlichen Anforderungen der Kartei.
- Die Kinder werden dazu aufgefordert Möglichkeiten zu nennen, die Anforderungen der Kartei weiter zu erhöhen.
- Die Kinder ordnen ihre Tätigkeiten den Teilkompetenzen der Raumvorstellung zu (vgl. Lernplakat „Raumvorstellung“)

Weiterarbeit

Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens sollte am Ende der Stunde ein Ausblick auf das weitere Arbeiten gegeben werden.

In den Folgestunden wird zunächst das Arbeiten mit der Kartei fortgesetzt. Stattfindende Vorgänge im Kopf können dabei als

- Wortspeicher zum Beschreiben von Strategien („Wortspeicher_Strategien“)
- Wortspeicher zum Somawürfel (Wortspeicher_Somawürfel“)
- Plakat „Raumvorstellung“


Lerntandem: _____ und _____ Datum: _____

Somawürfelnetz

Auf diesem Blatt haben wir das Somawürfelnetz Nummer _____ bearbeitet.

März 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

AB1_Somawürfelnetze_Arbeitsblatt

Einstieg, in Zwischenreflexionsphasen oder zum Abschluss der Stunde eingesetzt werden.

Nachdem die Kinder intensiv mit den vorgegebenen Karteikarten gearbeitet haben, kann über die zweite Reflexionsfrage dazu übergeleitet werden, dass die Lernenden selbst die Kartei erweitern. Zum Erstellen eigener Karteikarten können sie beliebige Würfelnetze (nicht nur das „Kreuz“) nutzen. Die Lerntandems erhalten hierfür AB 3 und schneiden sechs Flächen für ein Somawürfelnetz aus.

Die Lernenden gehen nun von einem beliebig zusammengesetzten Somawürfel aus und überlegen, auf welche Weise sie diesen zweidimensional darstellen wollen, wie viele Flächen sie ungefärbt lassen und mit welchem Schwierigkeitsgrad sie ihre Karte bewerten. Hierfür wählen sie eine Schwierigkeitsstufe aus der Auswahl des ABs 4 und kleben das entworfene Somawürfelnetz darauf.

Die so entstandenen Karteikarten können mit anderen Lerntandems ausgetauscht werden. Die fehlenden Flächen können dabei direkt auf der Karteikarte gefärbt werden, Im Anschluss daran kann ein Feedback hinsichtlich der Einordnung in den entsprechenden Schwierigkeitsgrad erfolgen.

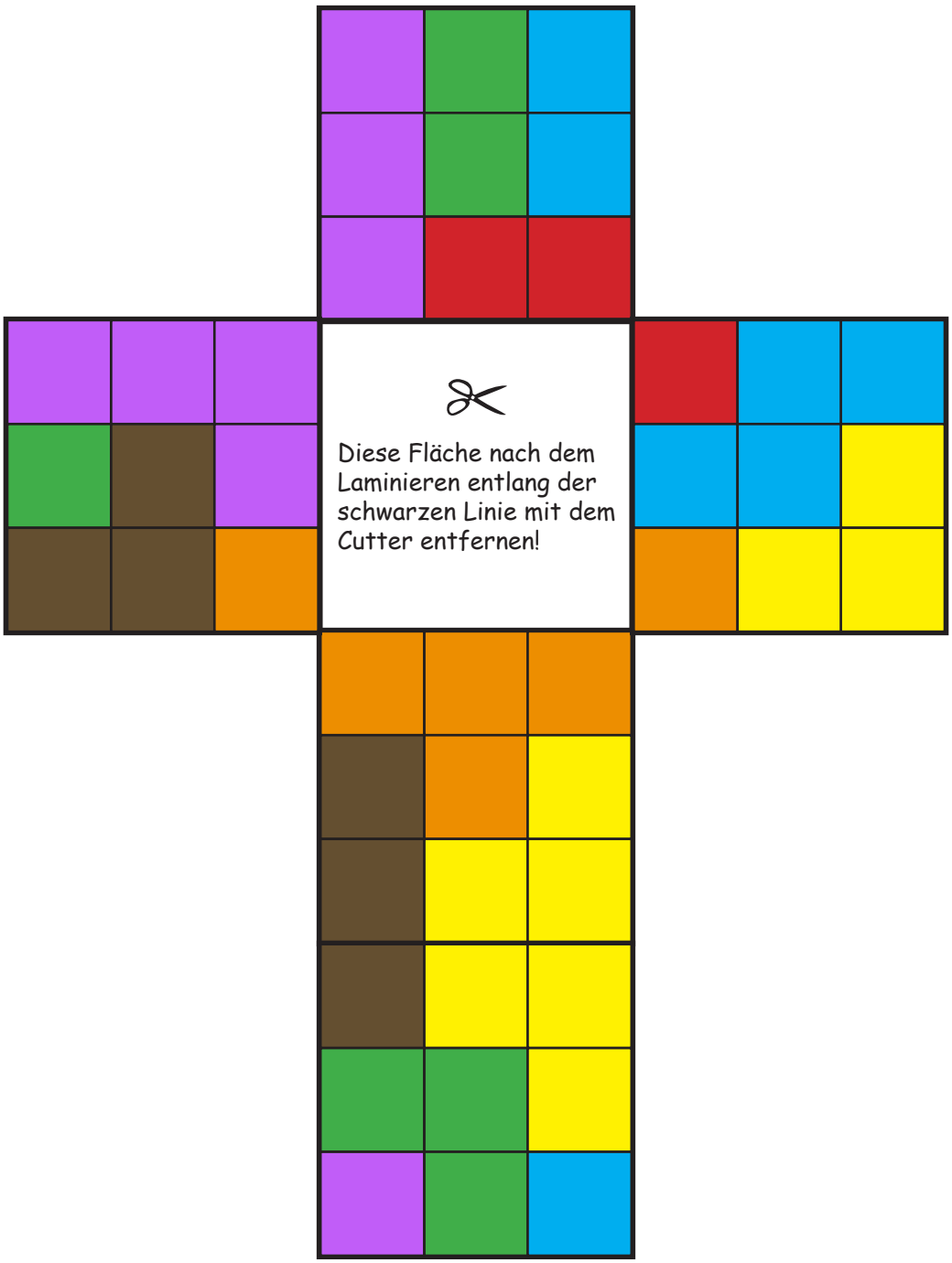
Hier können Sie sich weiter informieren zu ...

... *„Würfelnetze“* : Haus 7 - Inhaltsbereich „Raum und Form“ für den Einsatz im Unterricht der Klassen 3 und 4

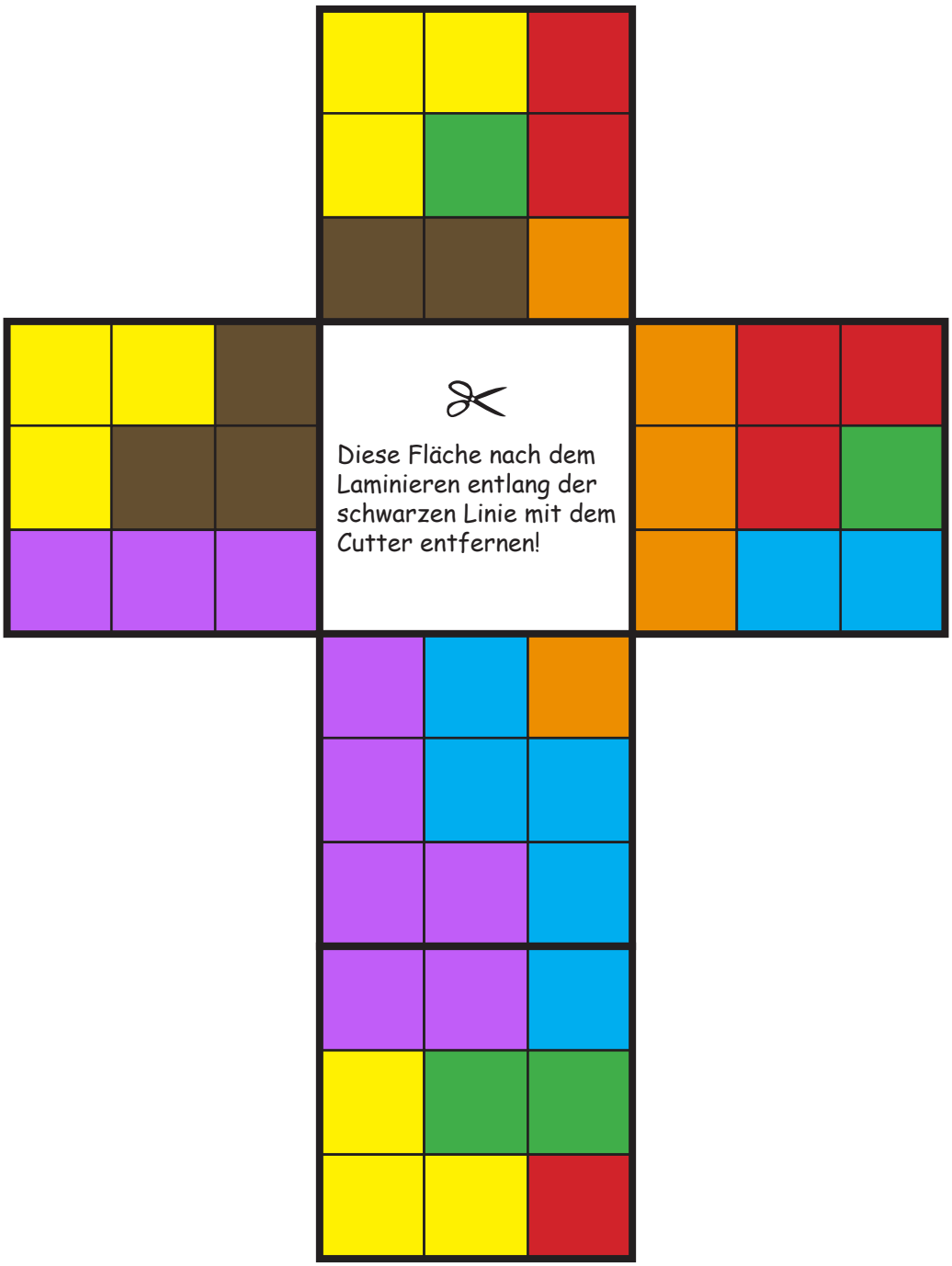
… *„Inter-Netzzo“*: Haus 7 - Inhaltsbereich „Raum und Form“ für den Einsatz im Unterricht der Klassen 3 und 4

... *„Wir werden Würfelbaumeister“*: Haus 7 - Inhaltsbereich „Raum und Form“ für den Einsatz im Unterricht der Klassen 3 und 4

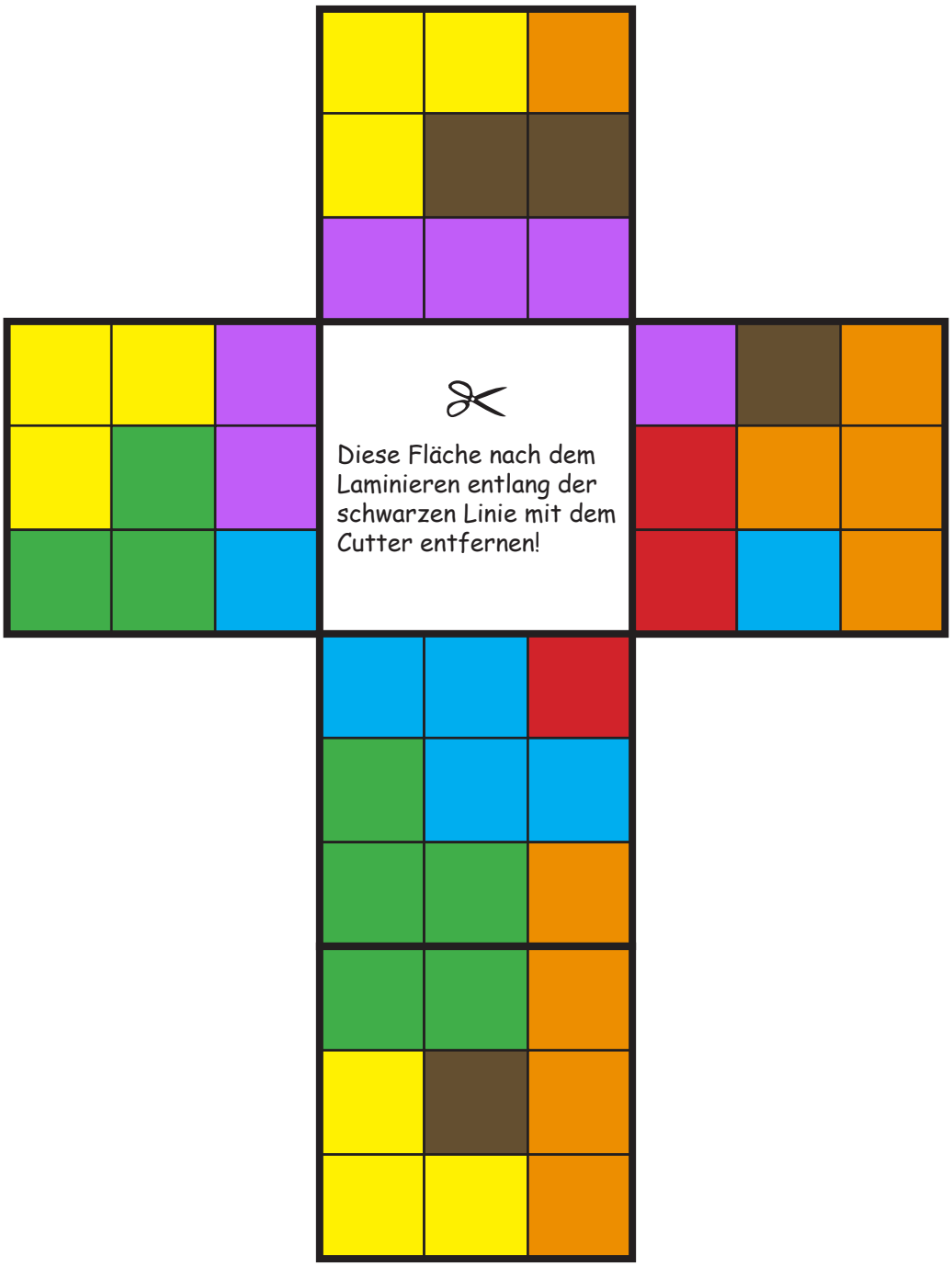
Somawürfelnetz



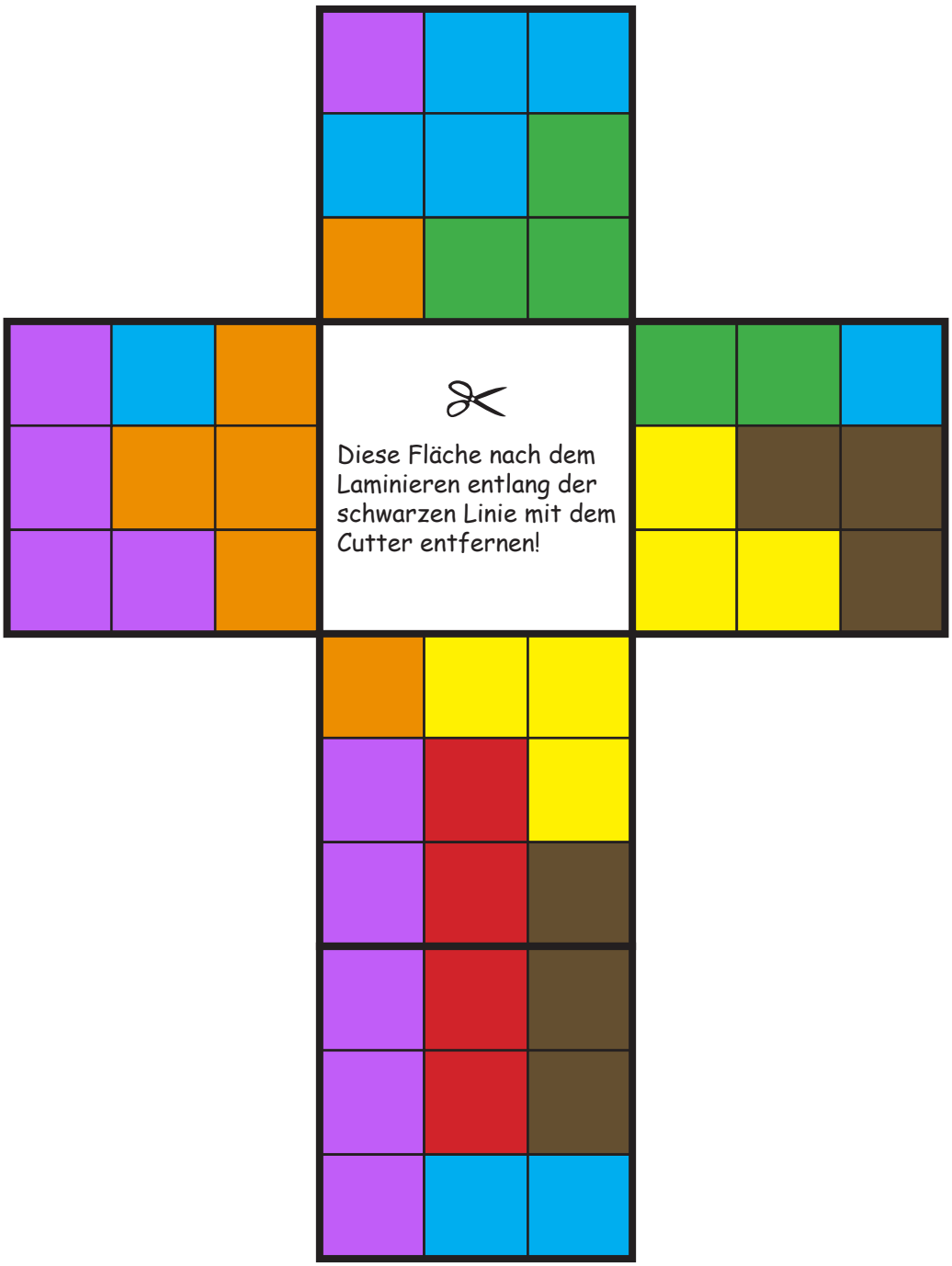
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



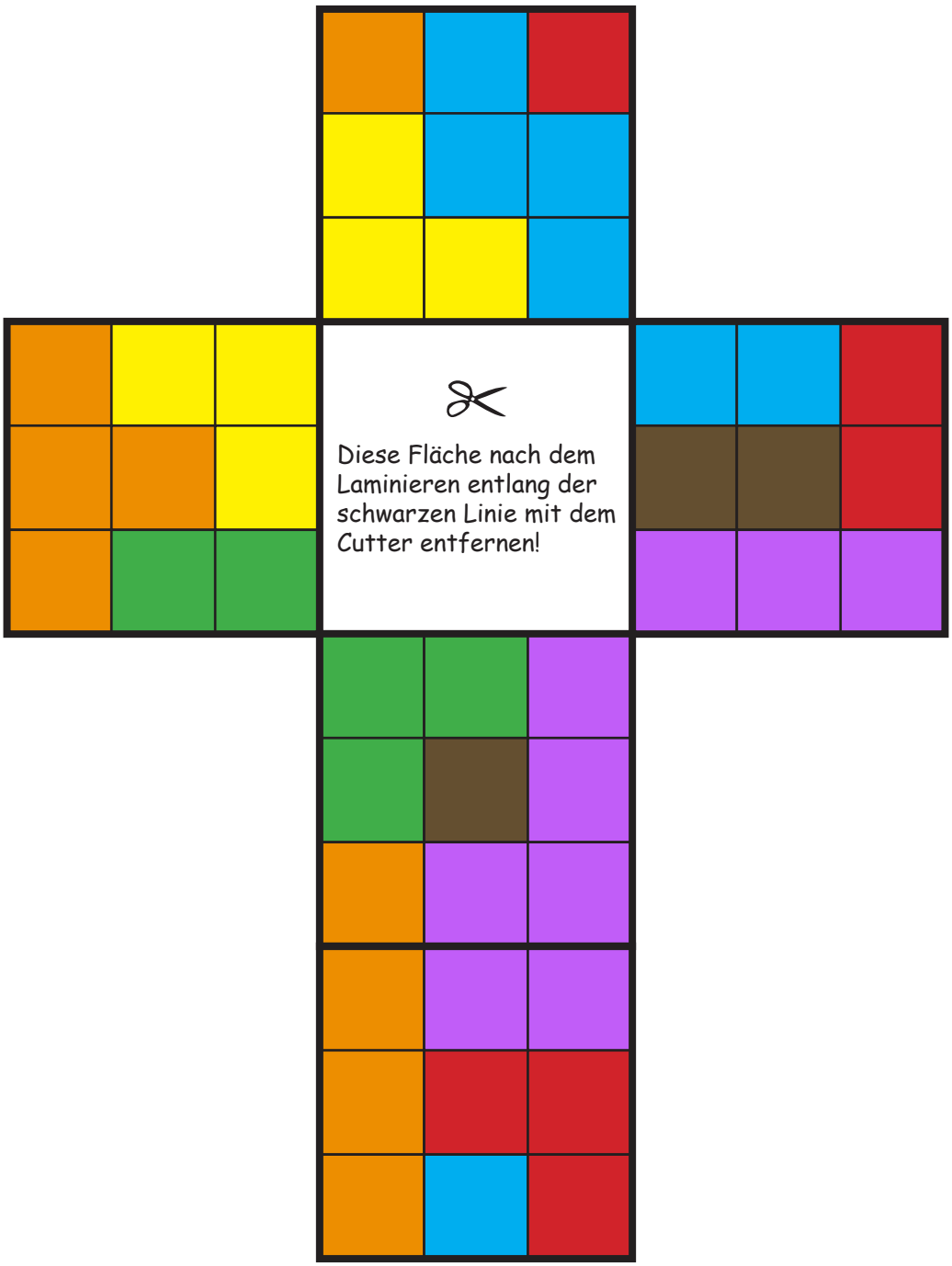
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



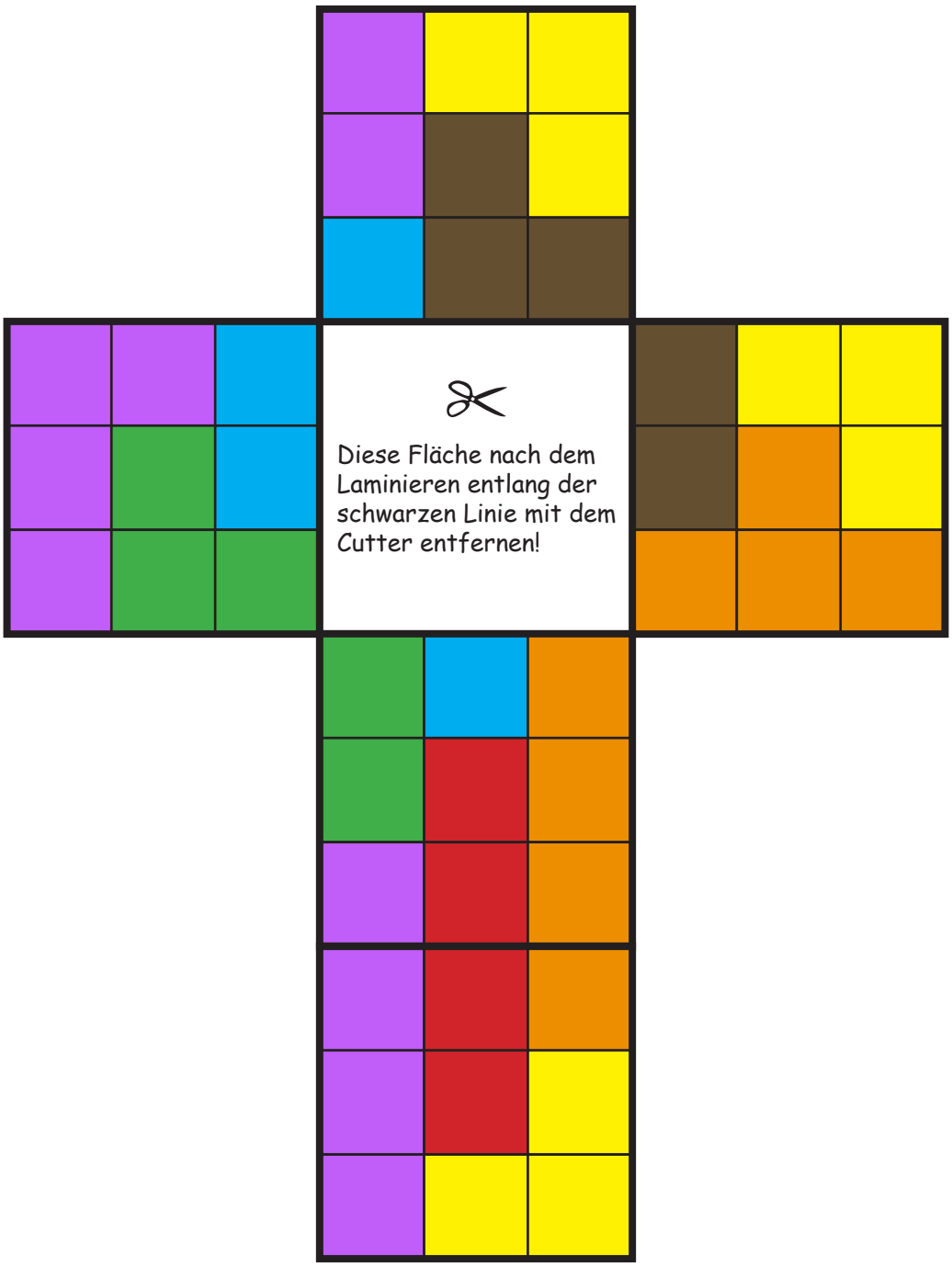
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



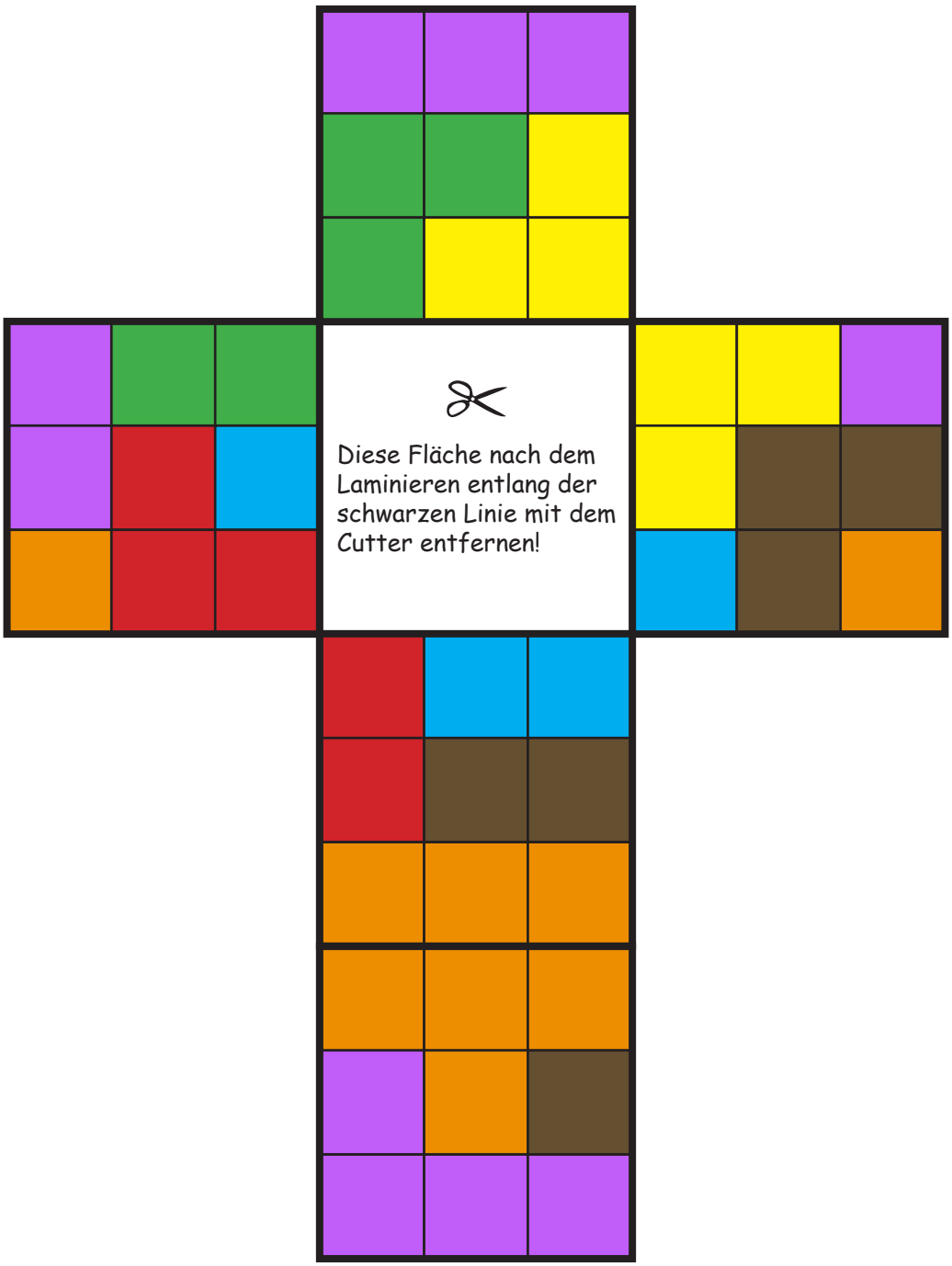
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



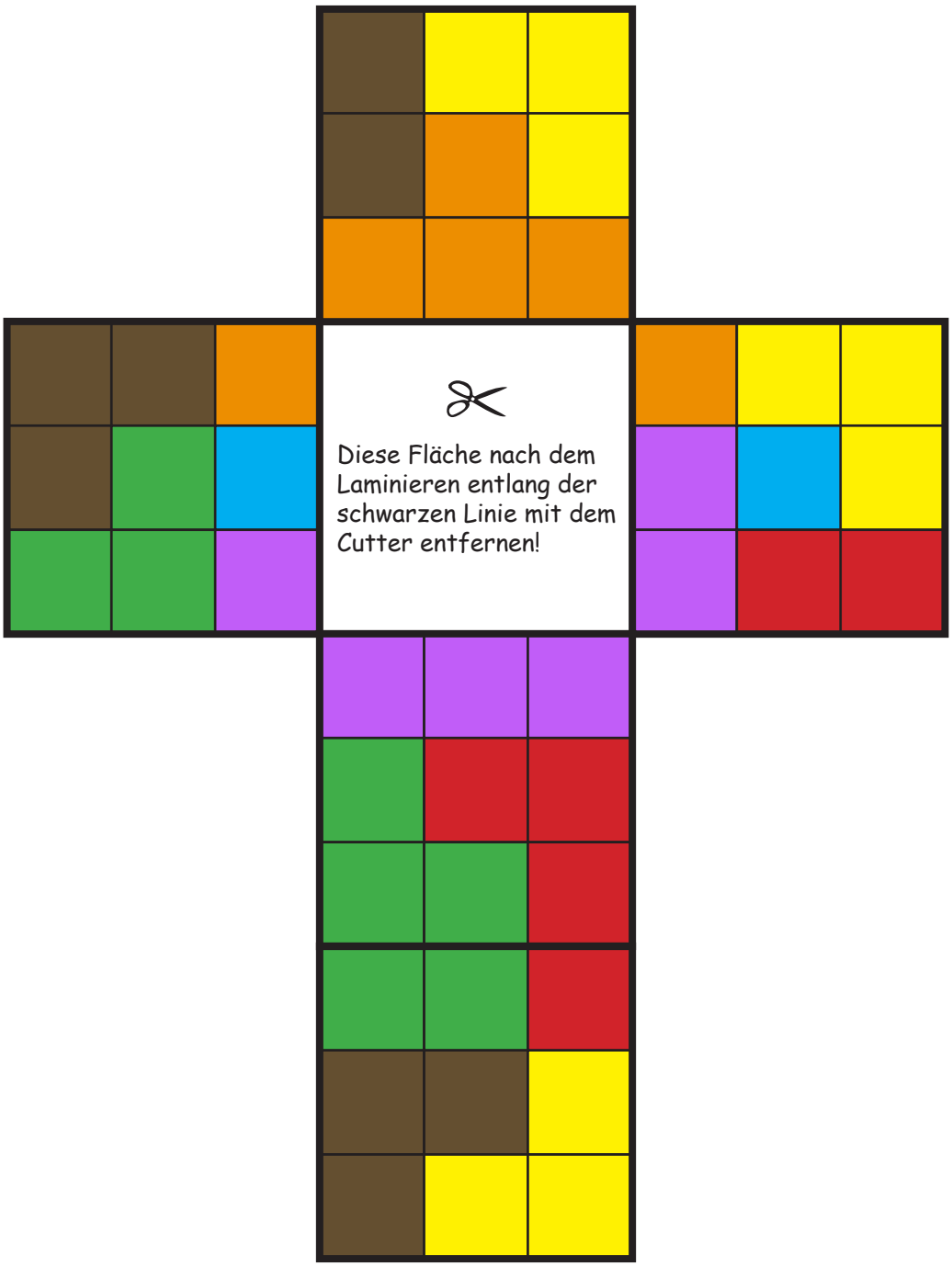
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



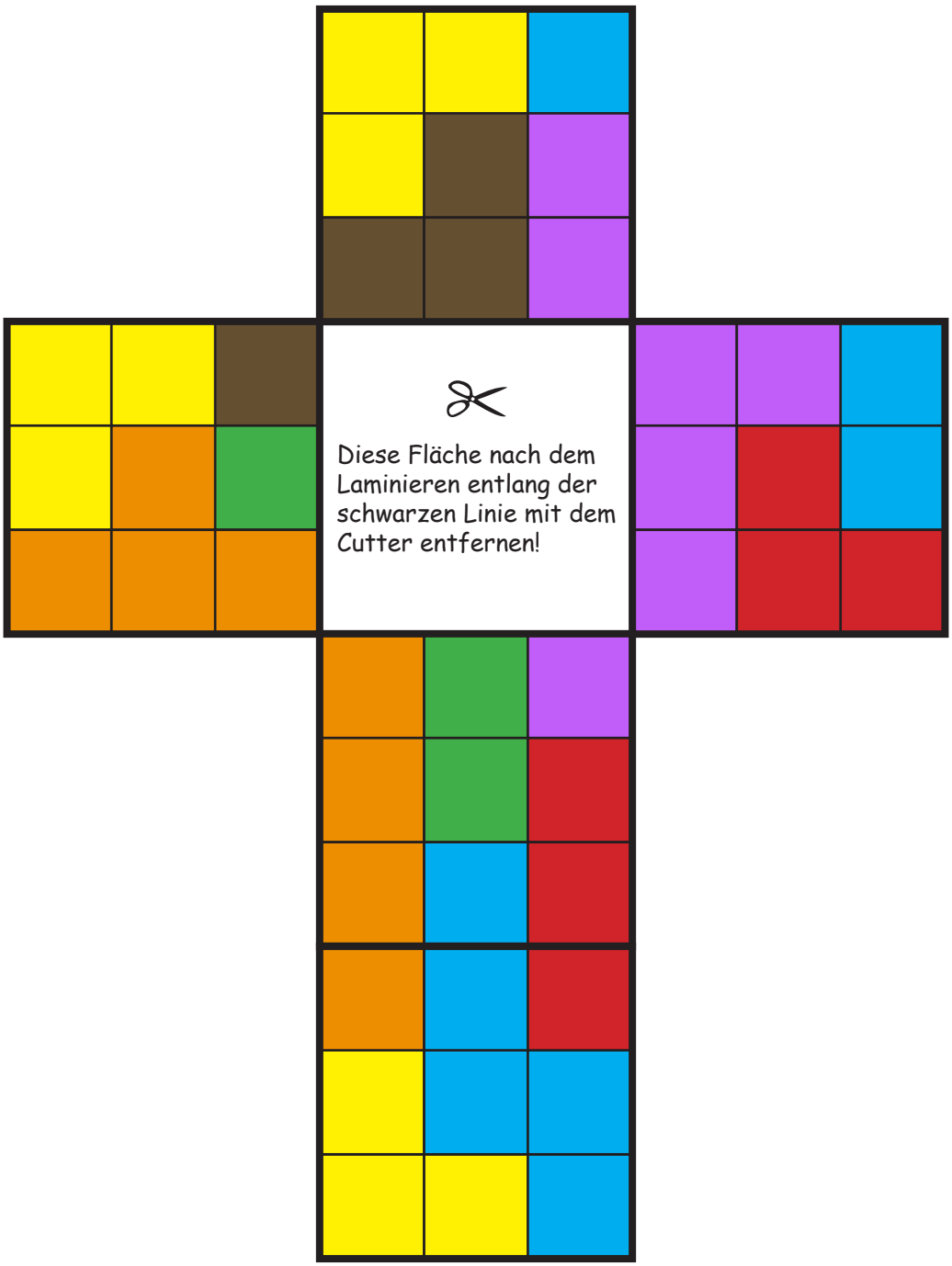
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



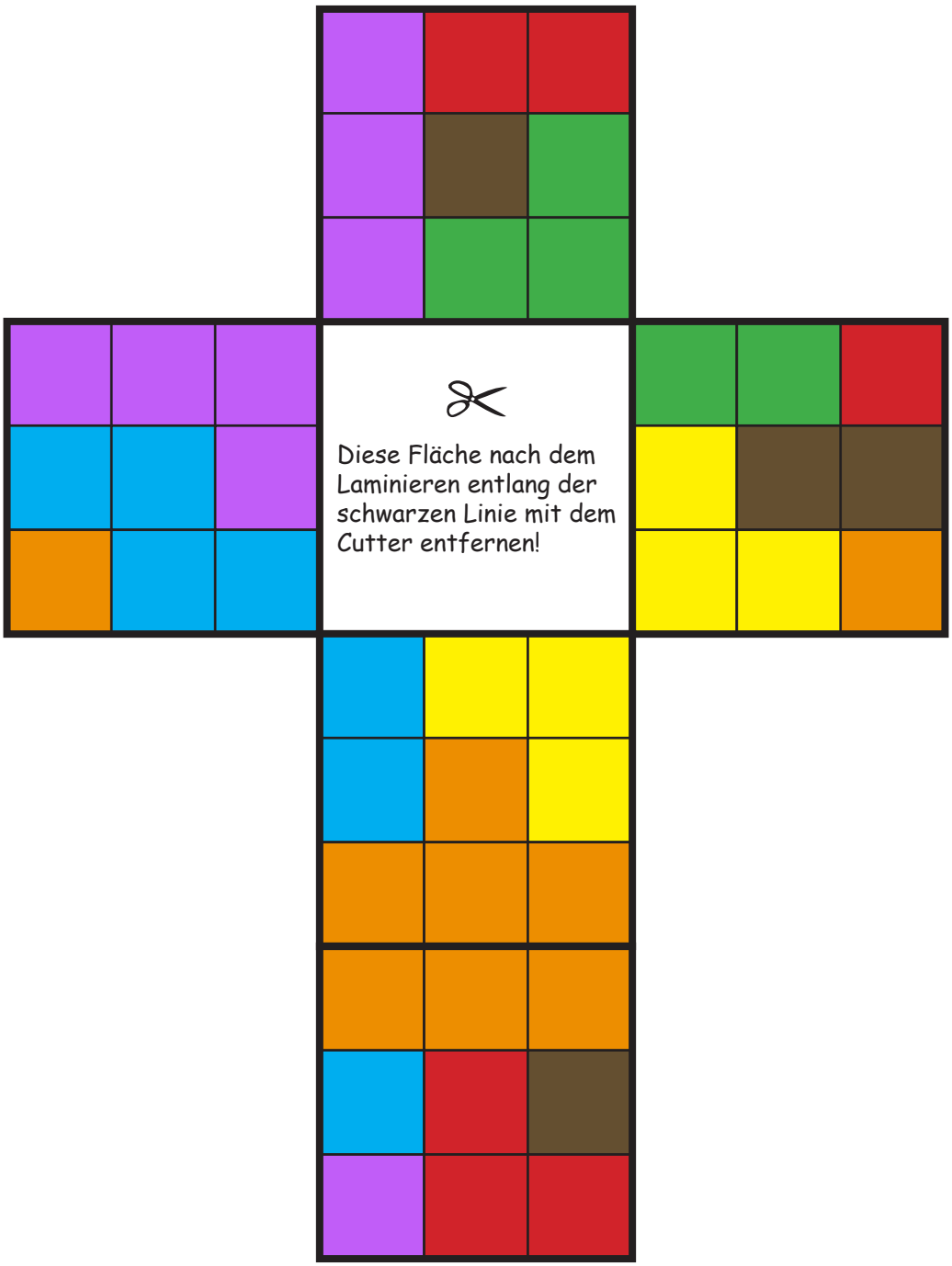
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



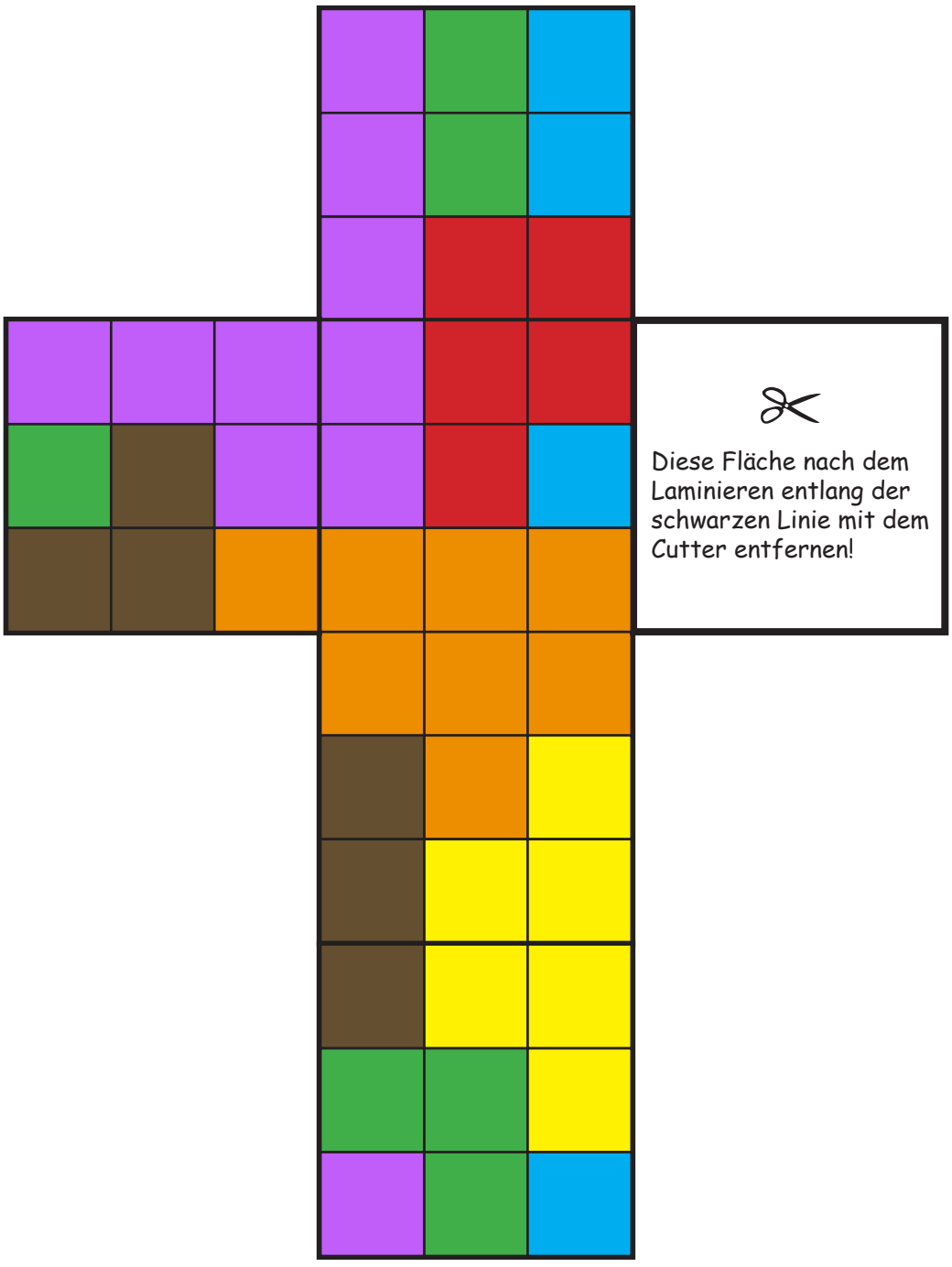
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



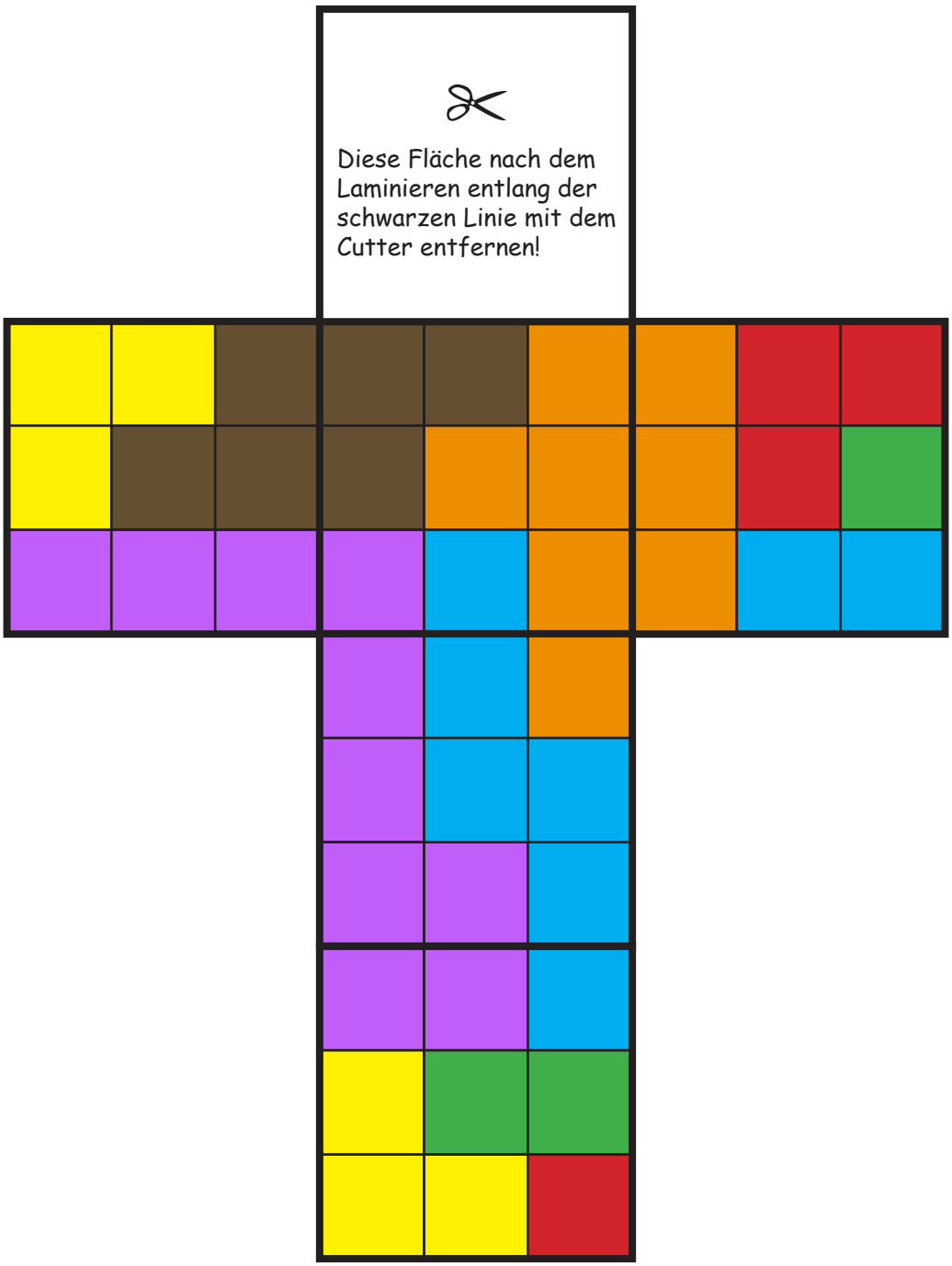
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



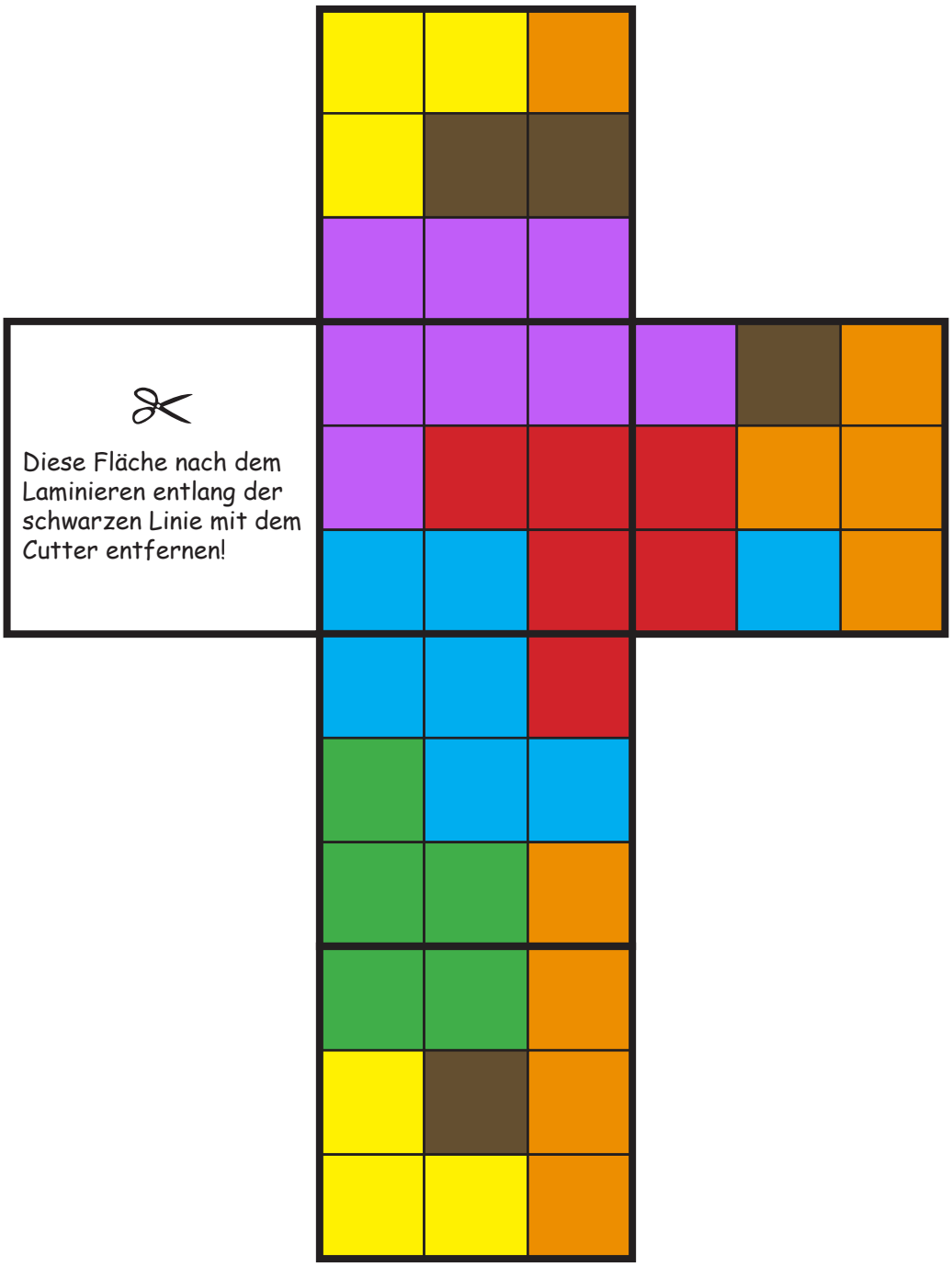
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



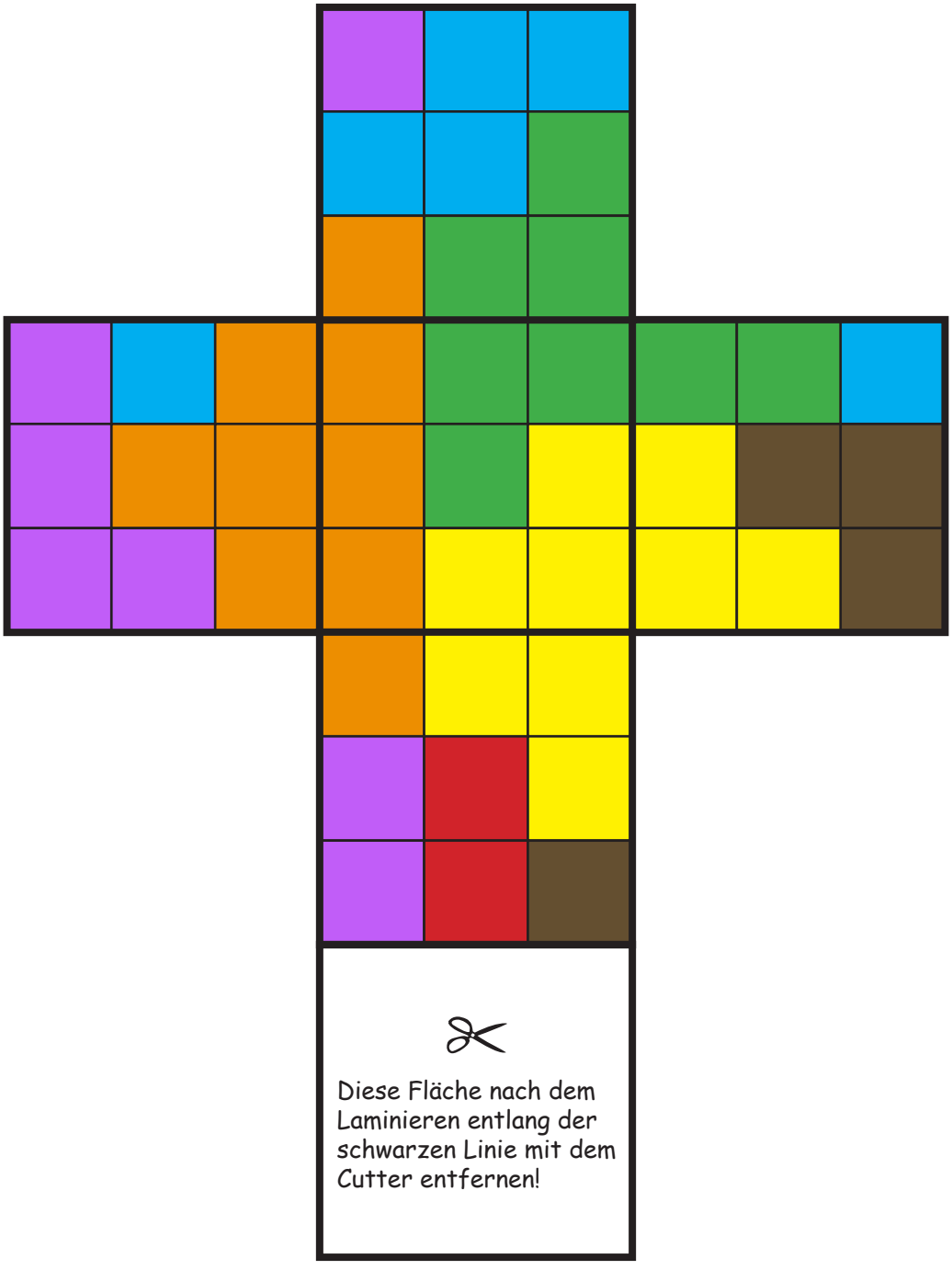
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



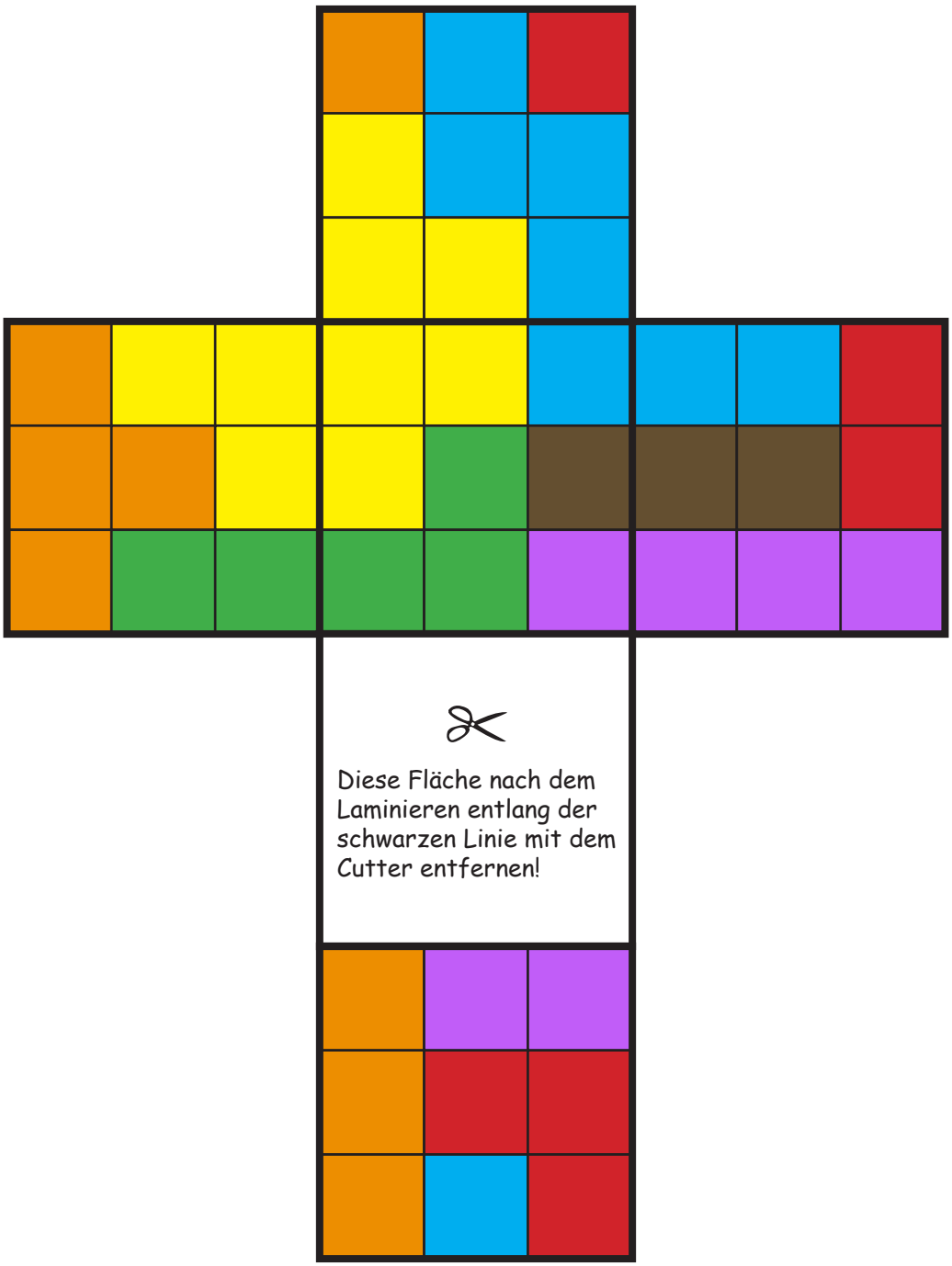
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



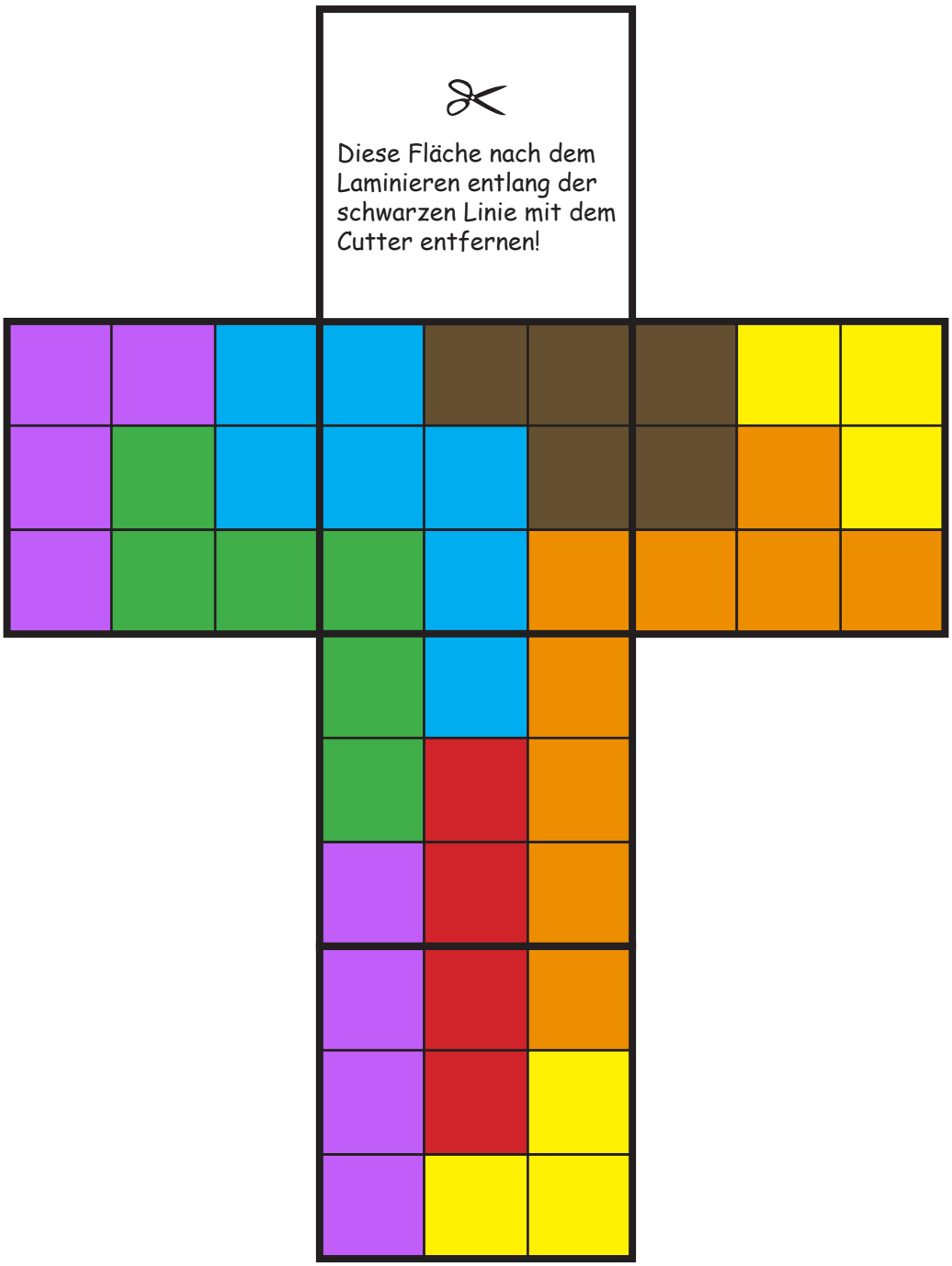
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



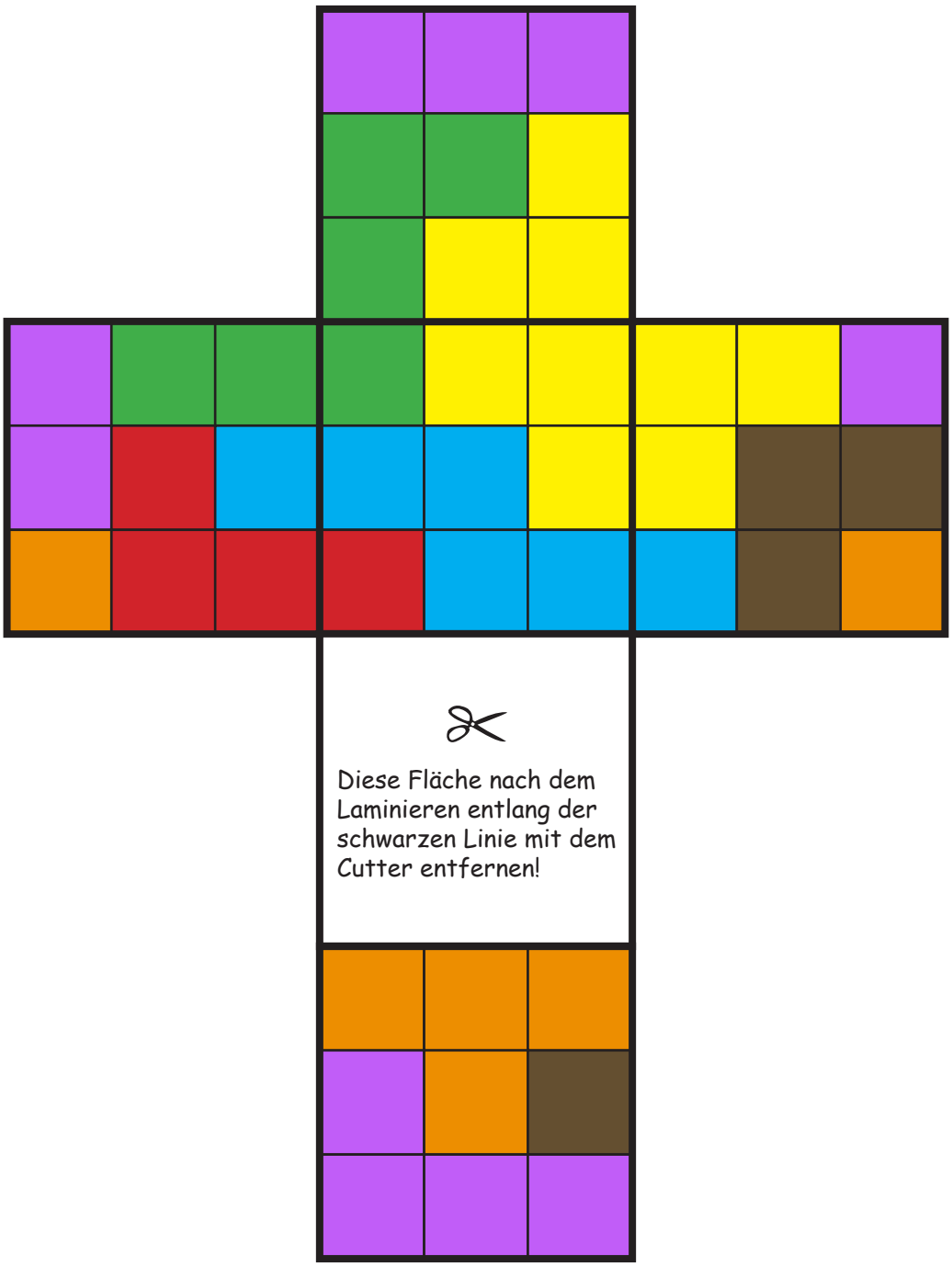
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



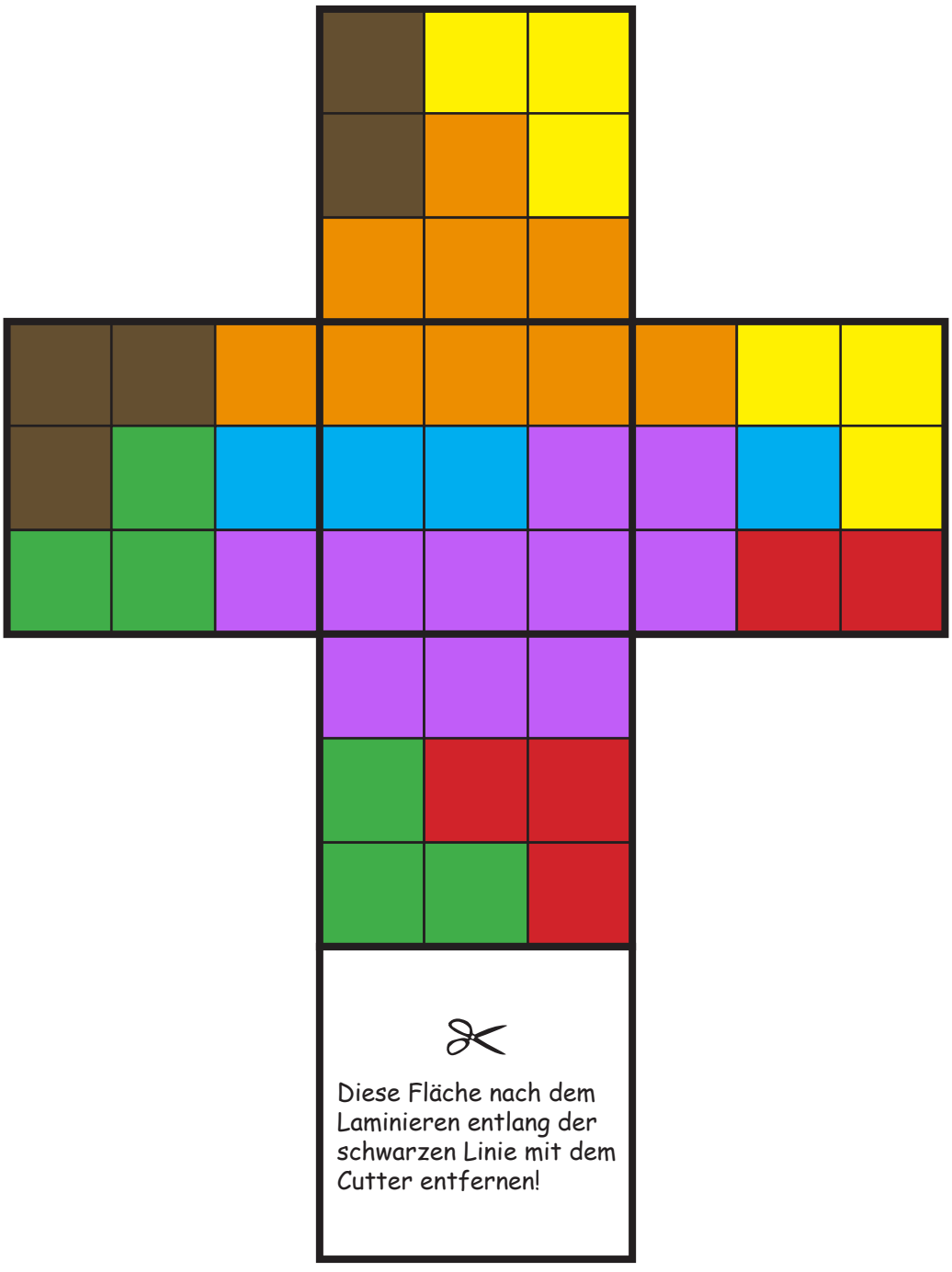
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



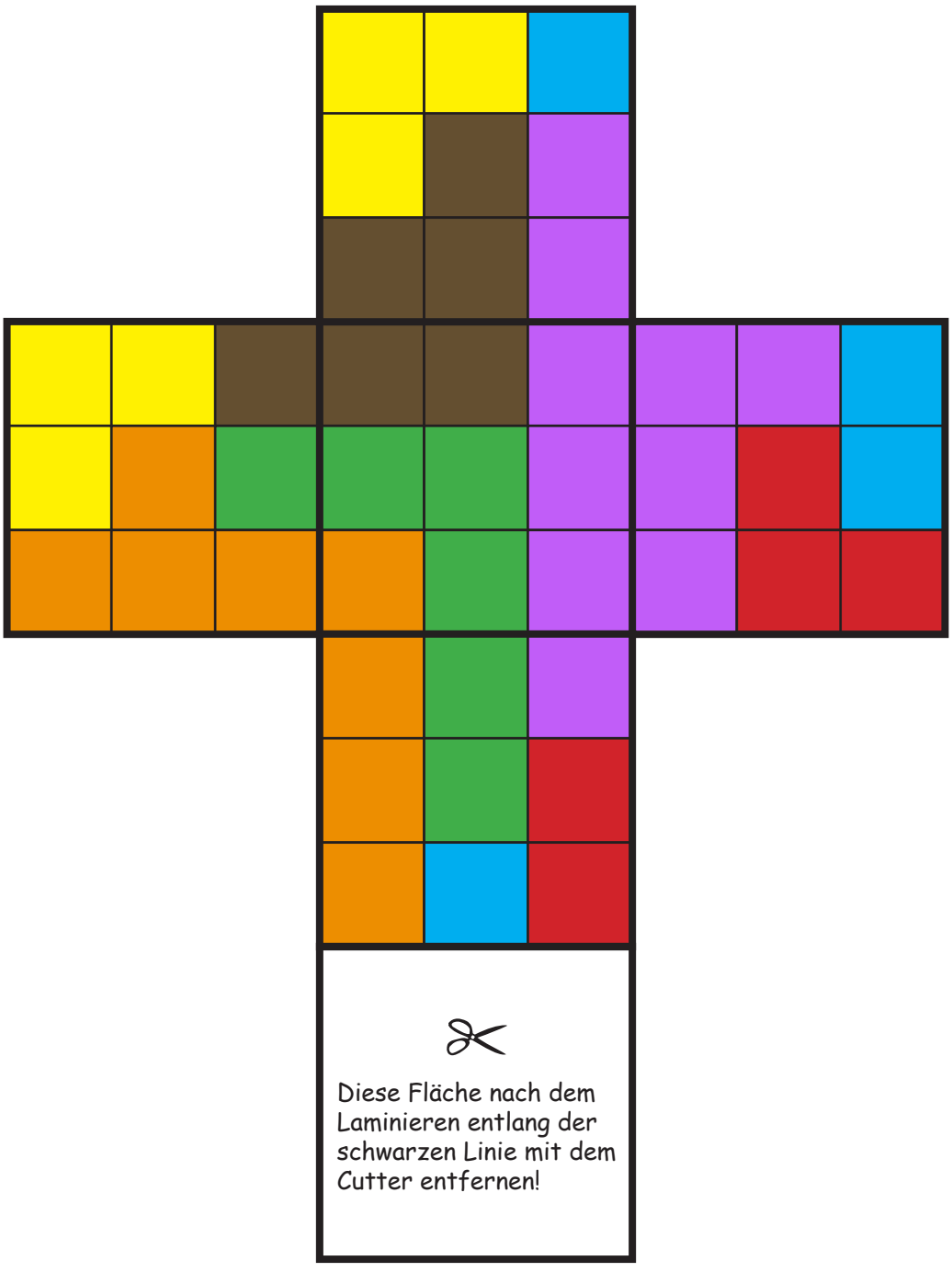
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



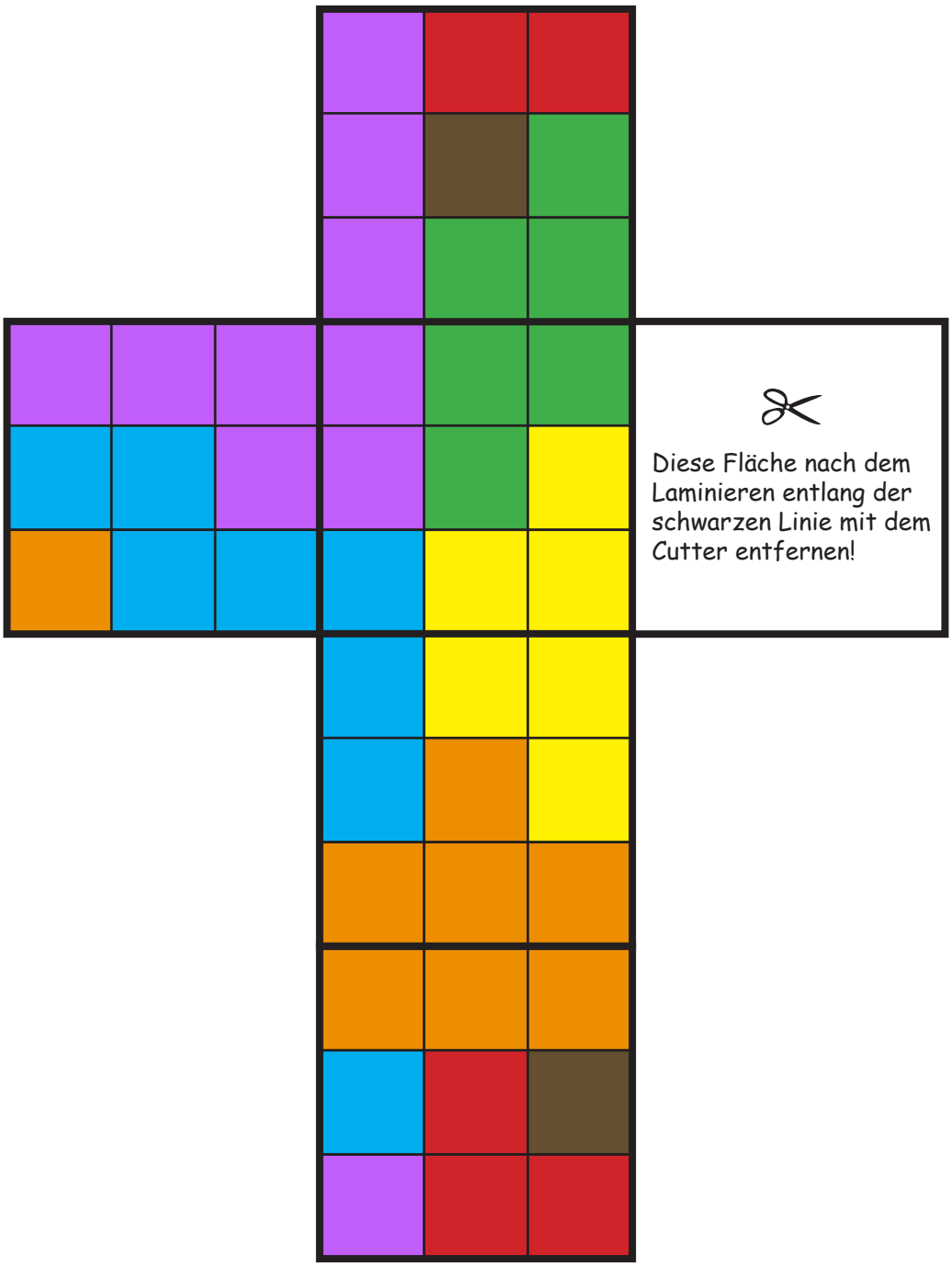
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



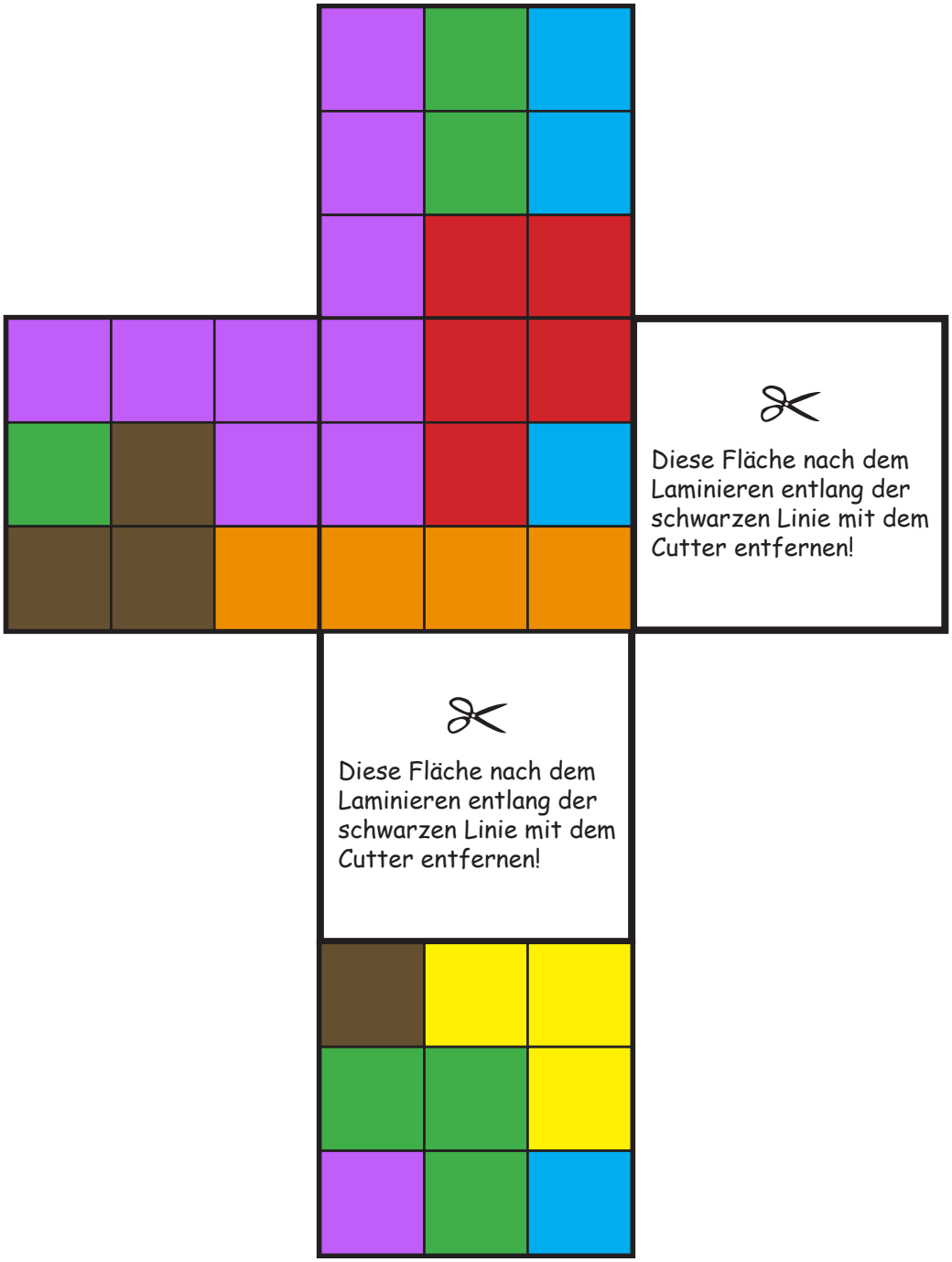
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



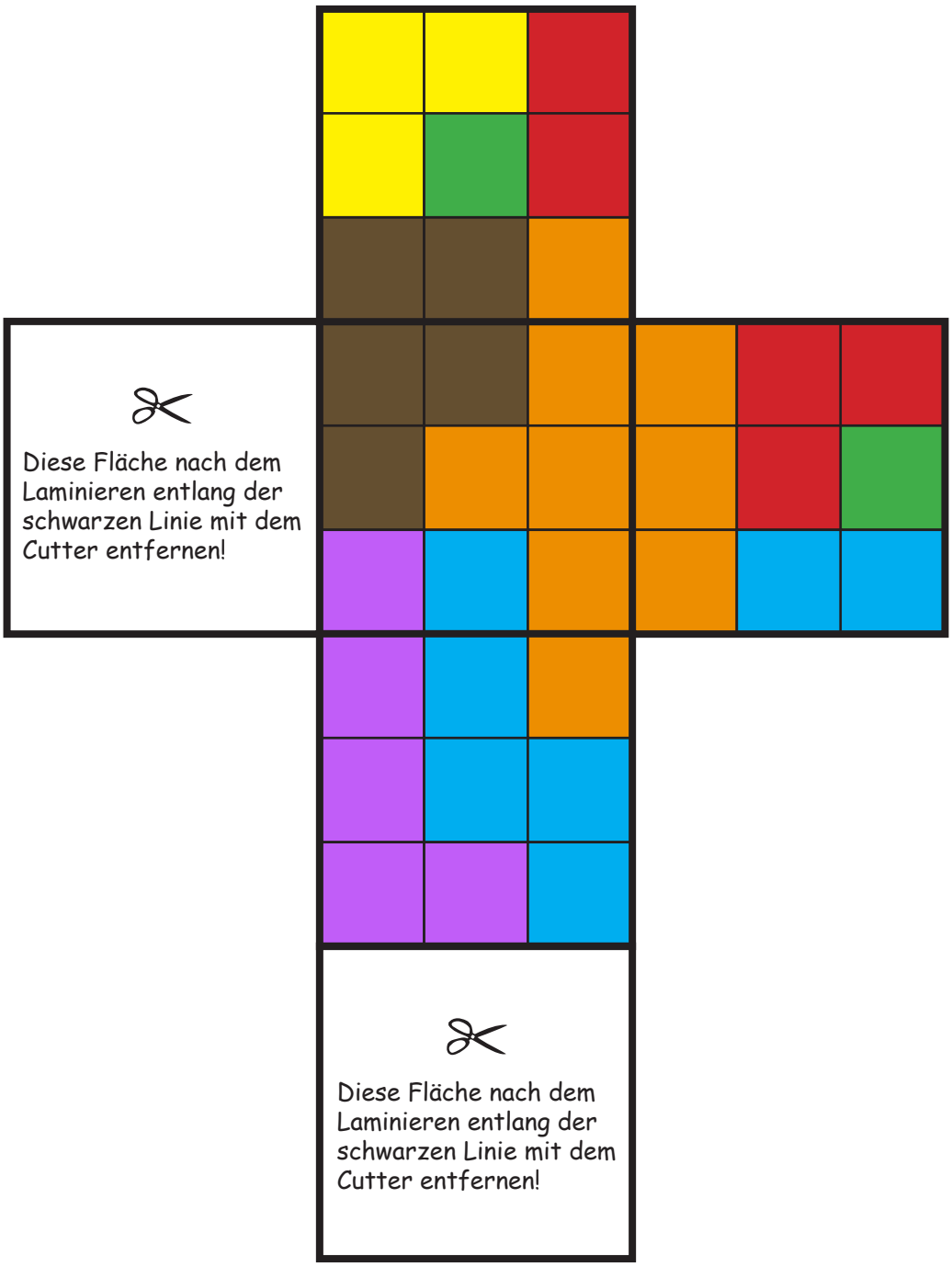
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



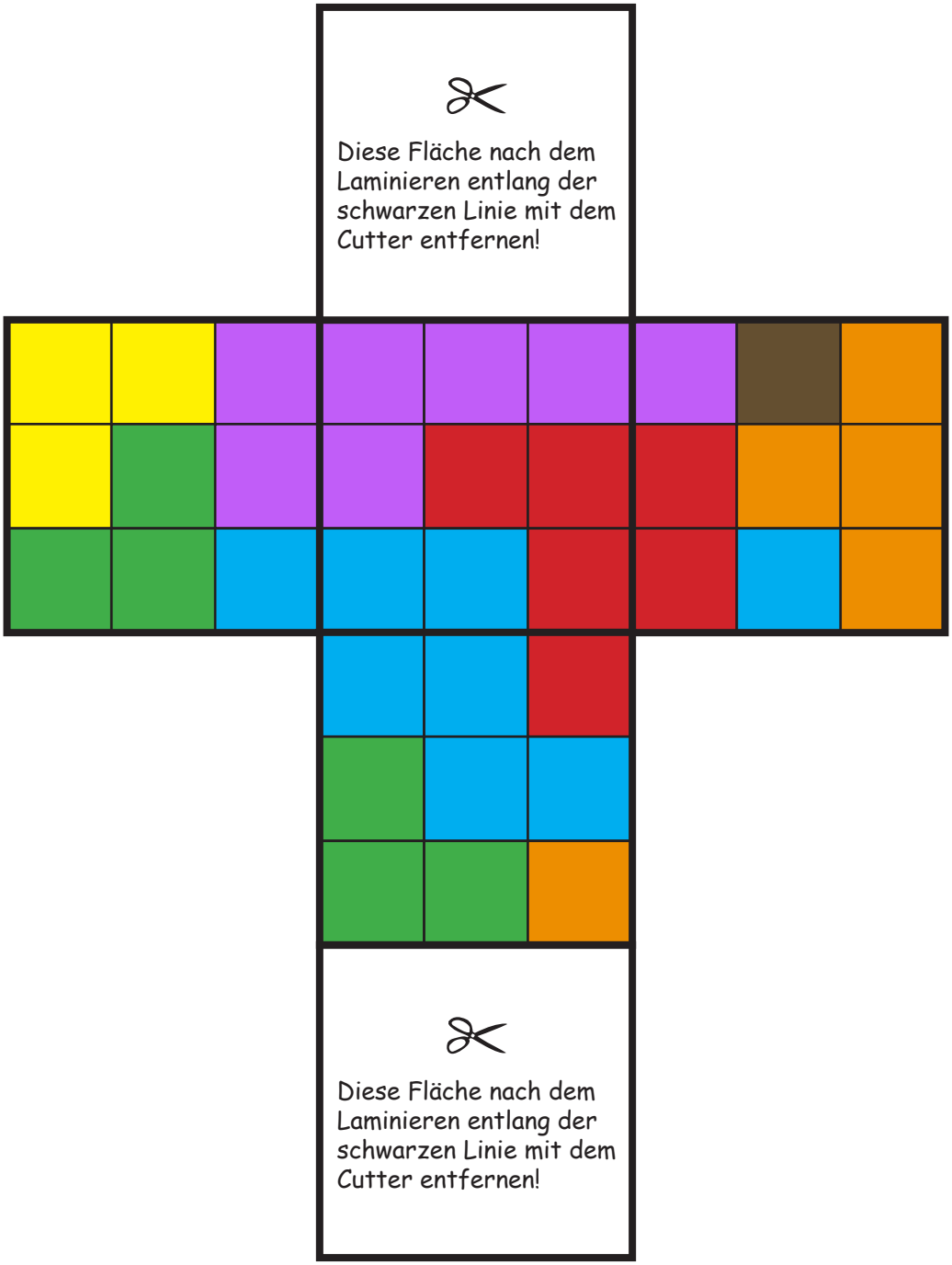
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



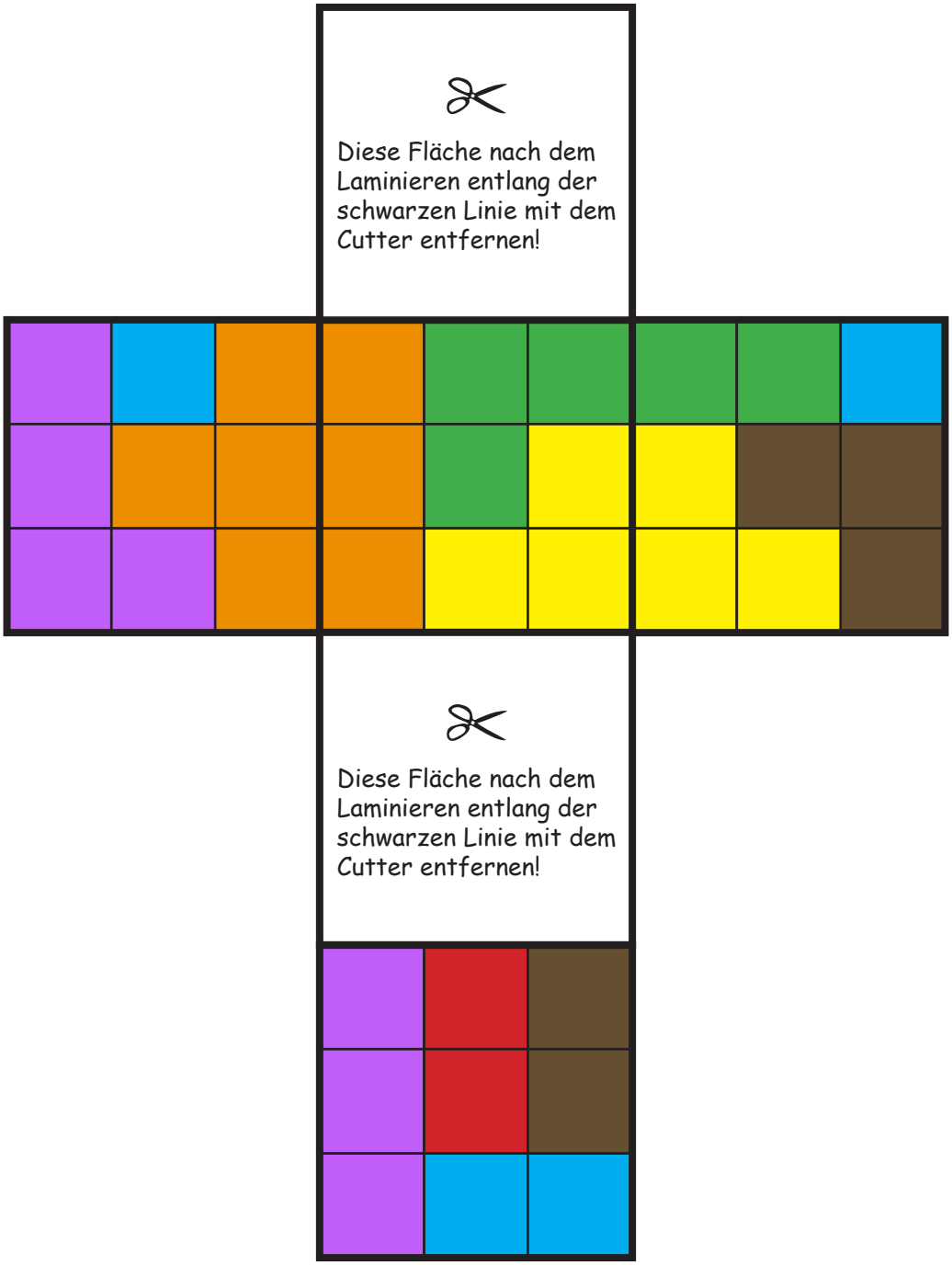
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



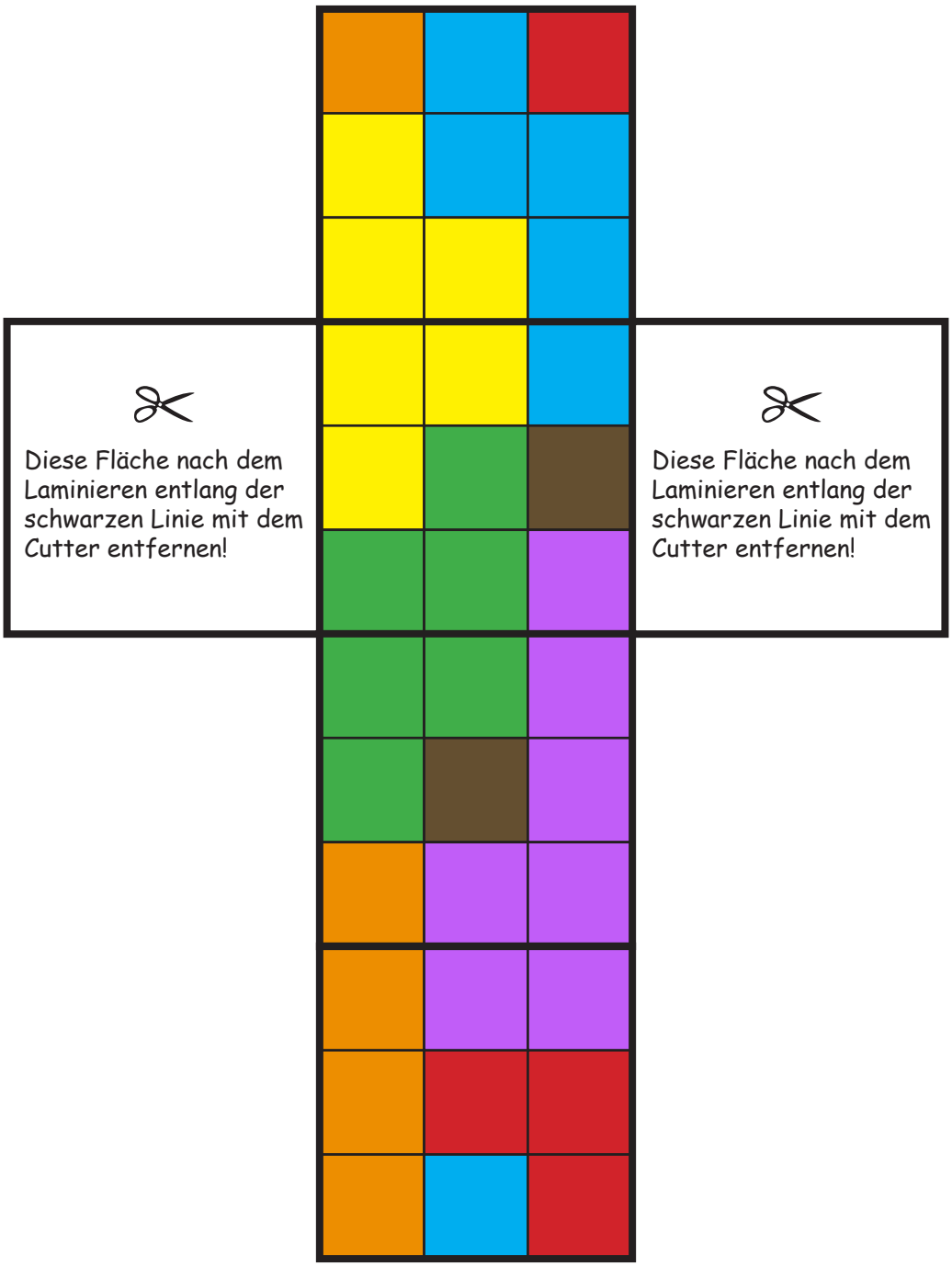
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



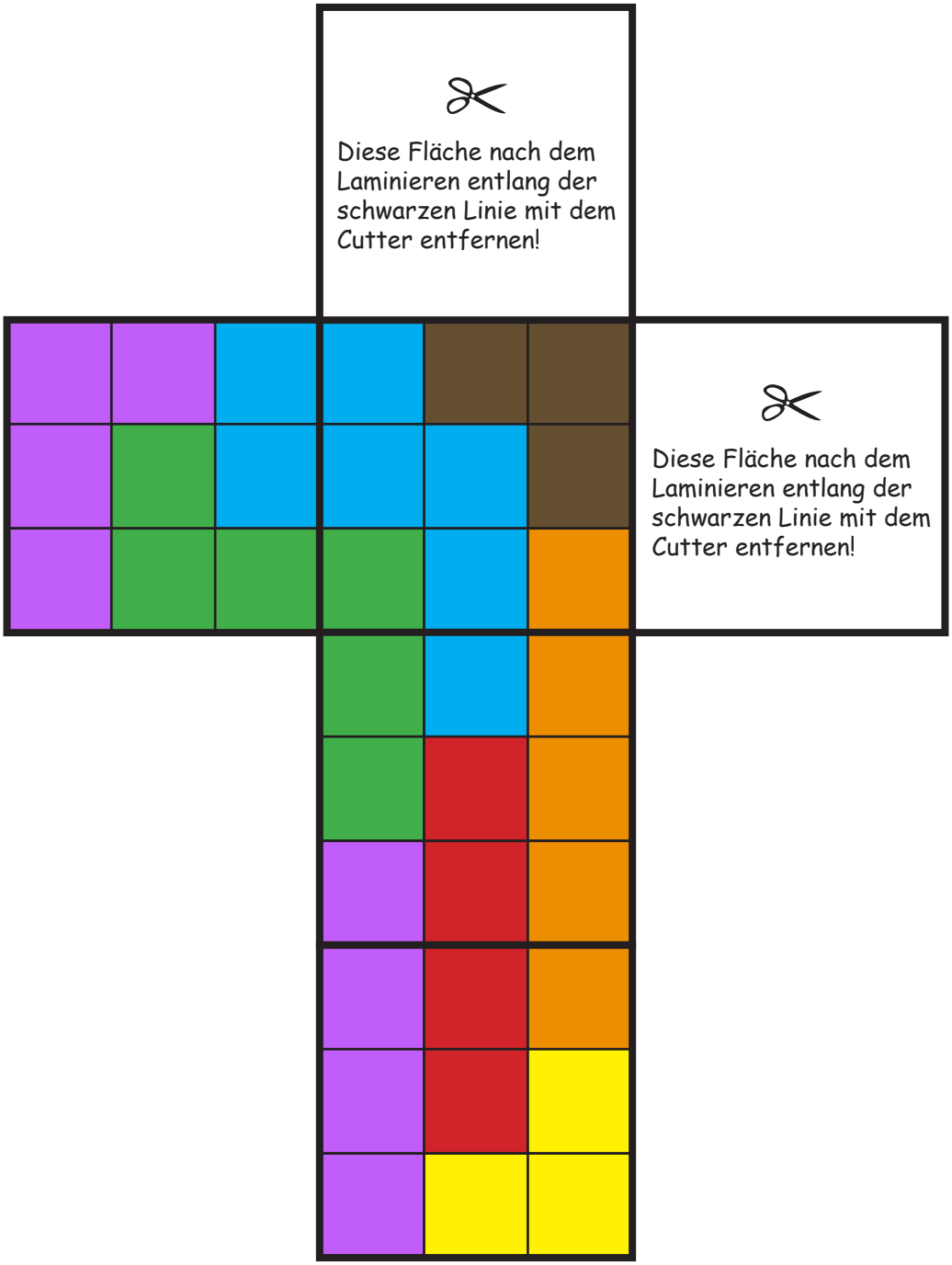
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



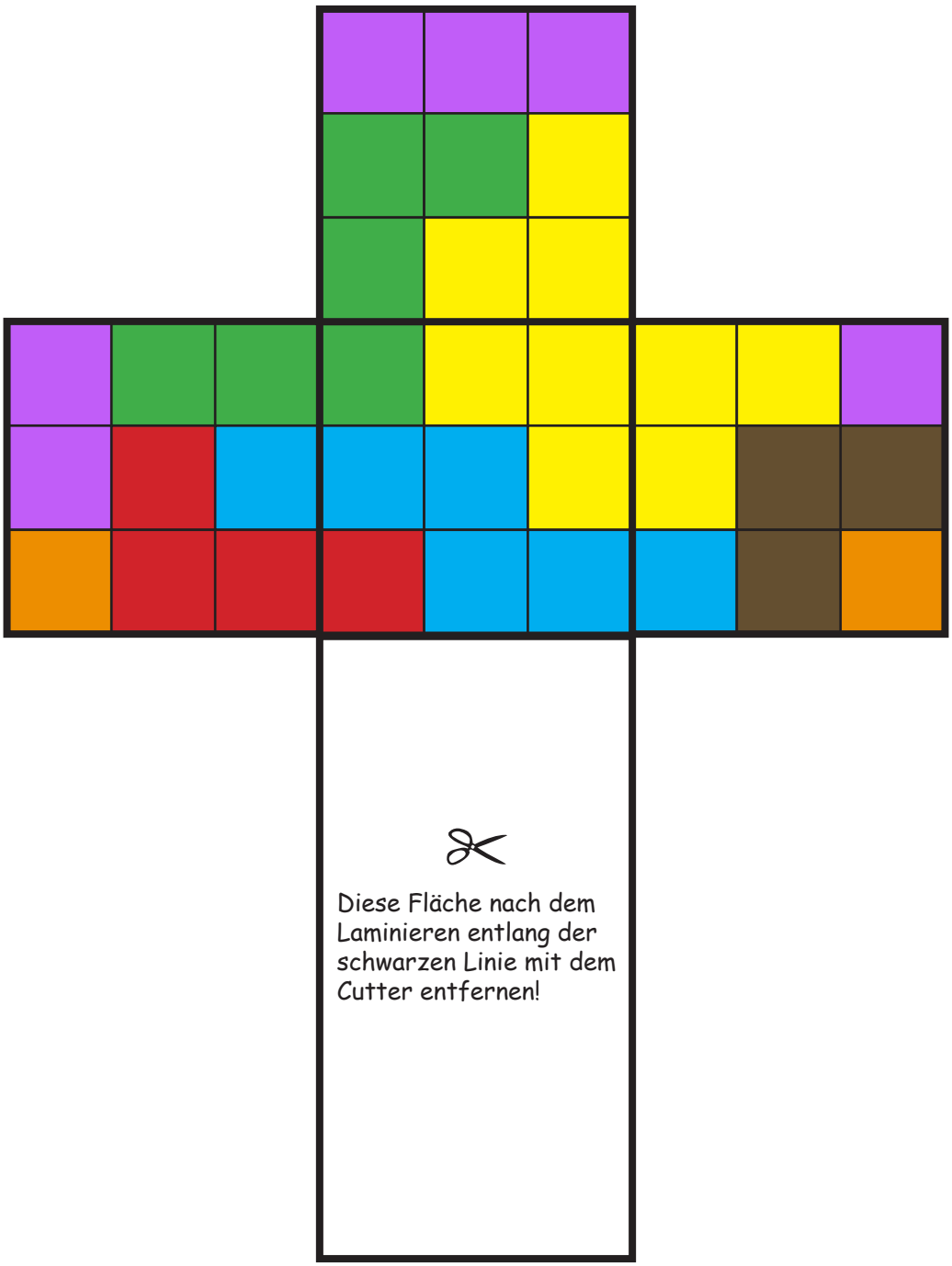
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

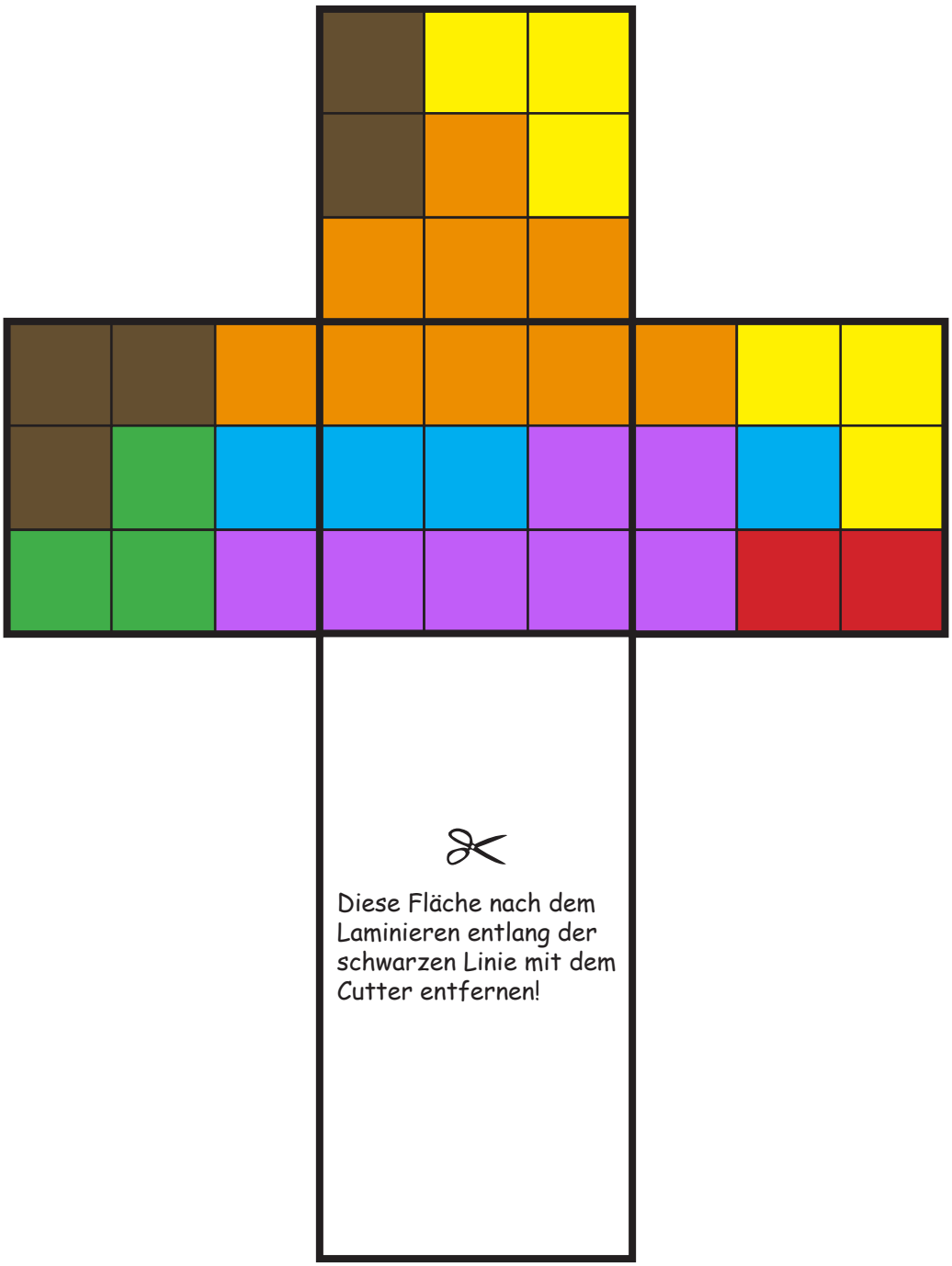


Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



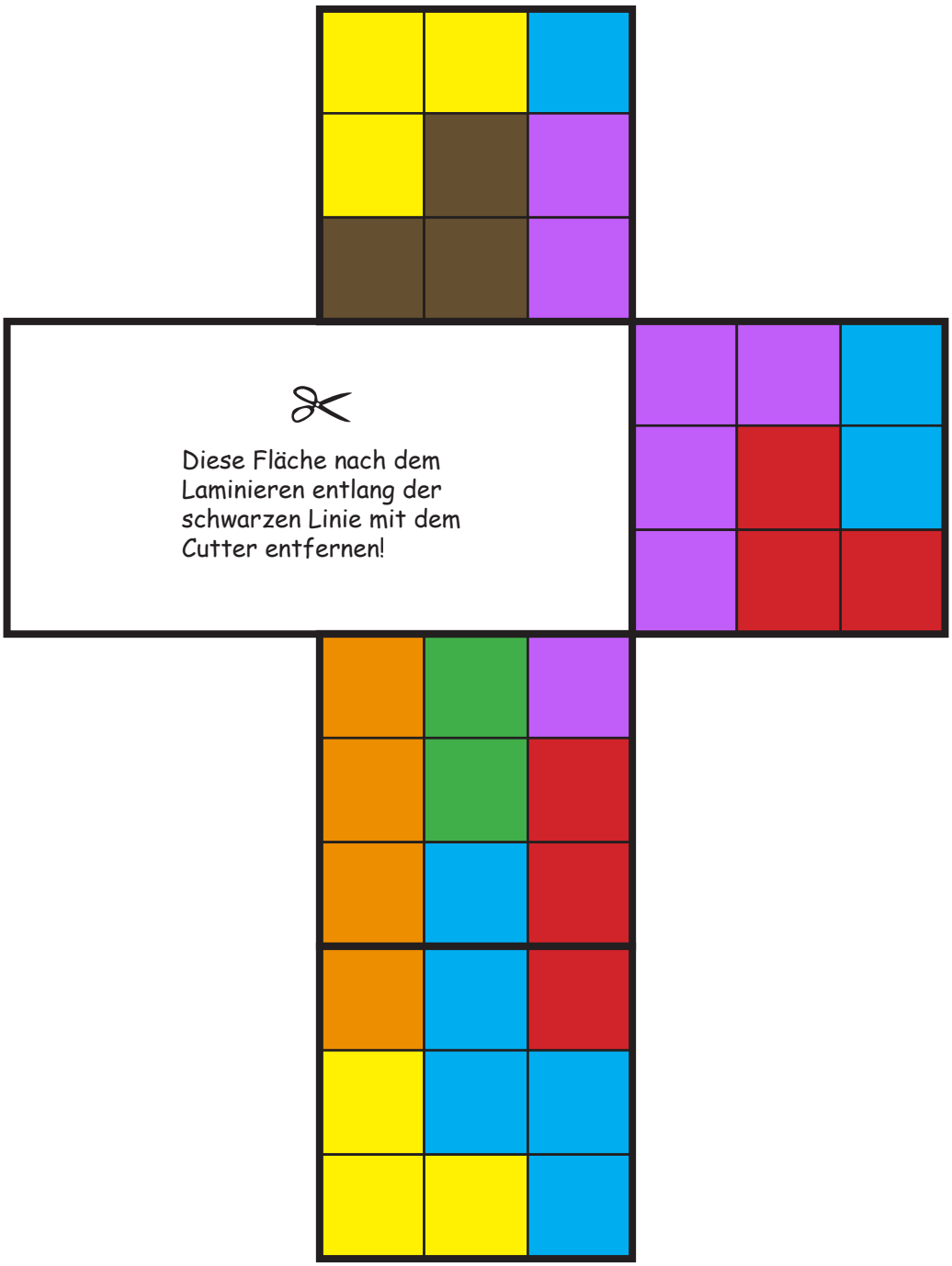
Diese Fläche nach dem Laminieren entlang der schwarzen Linie mit dem Cutter entfernen!

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

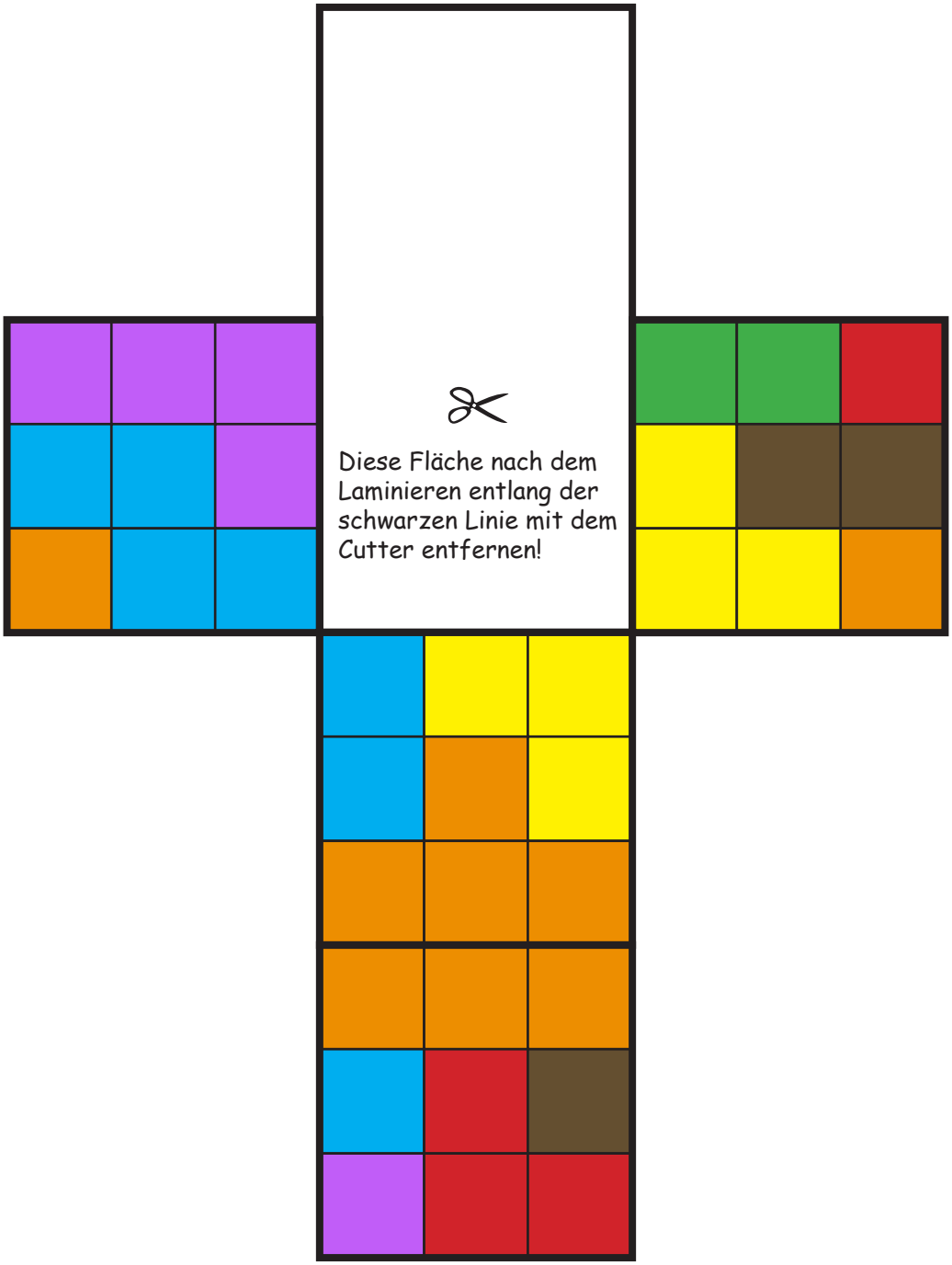


Diese Fläche nach dem Laminieren entlang der schwarzen Linie mit dem Cutter entfernen!

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

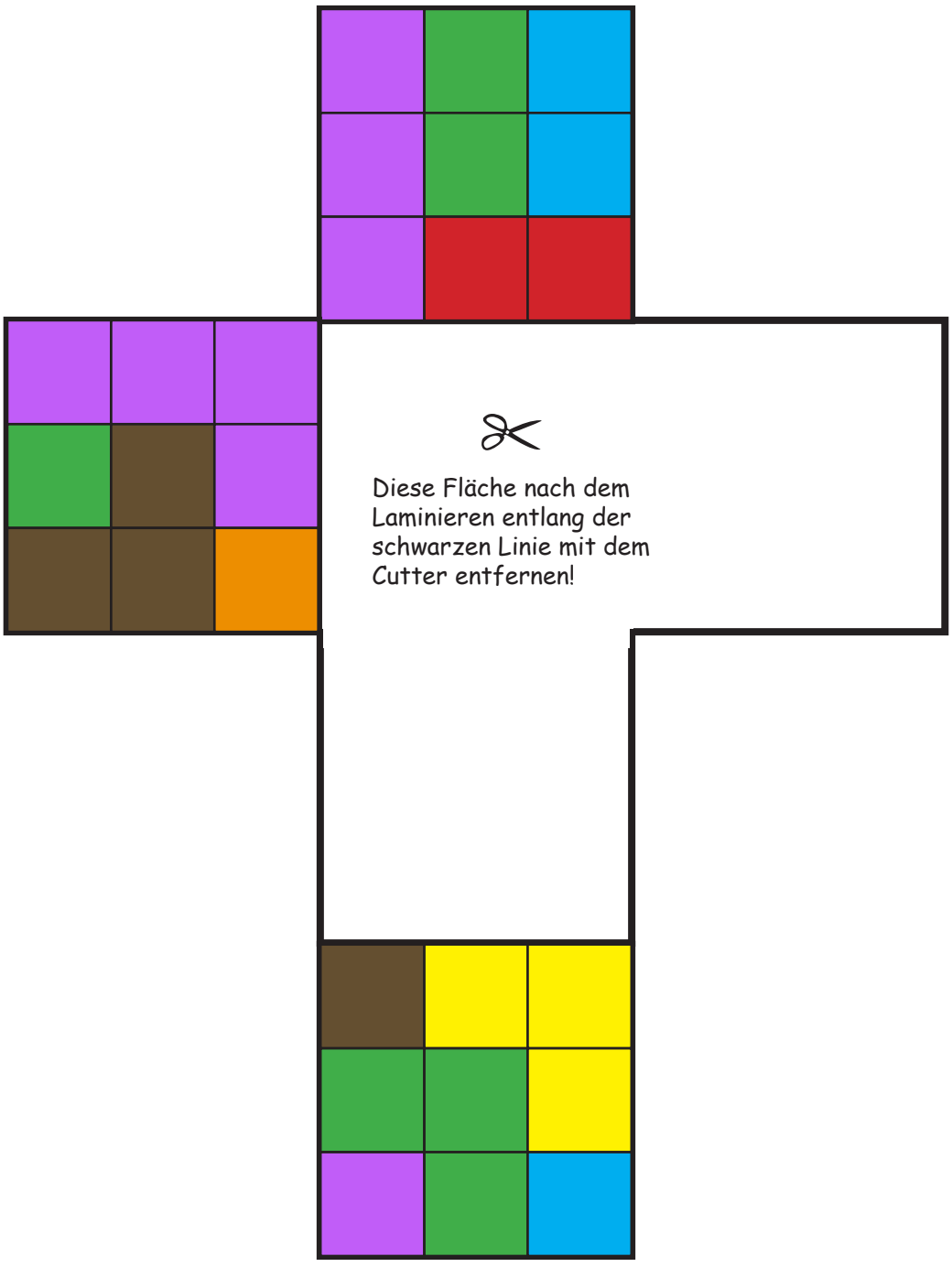


Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



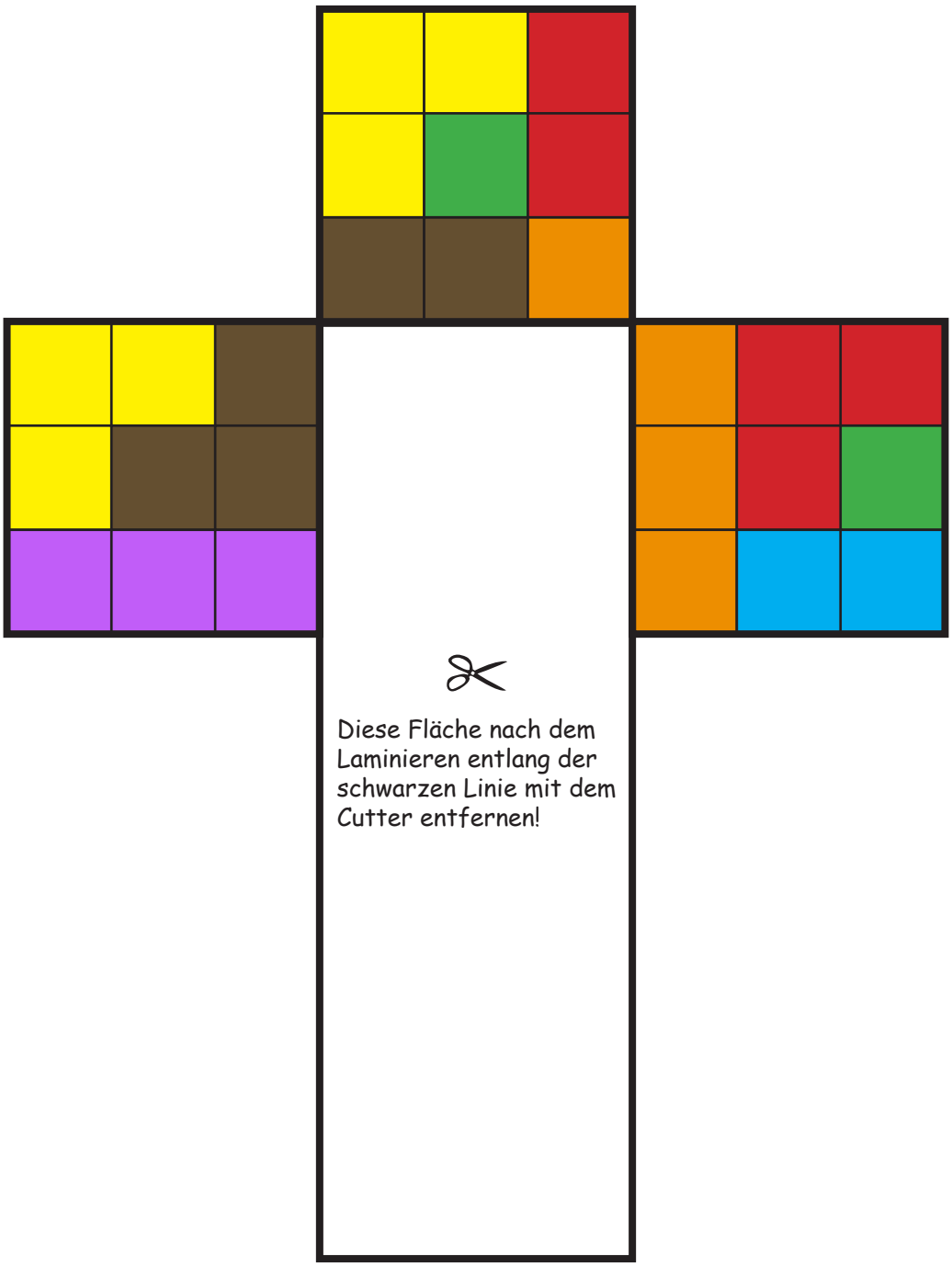
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Somawürfelnetz



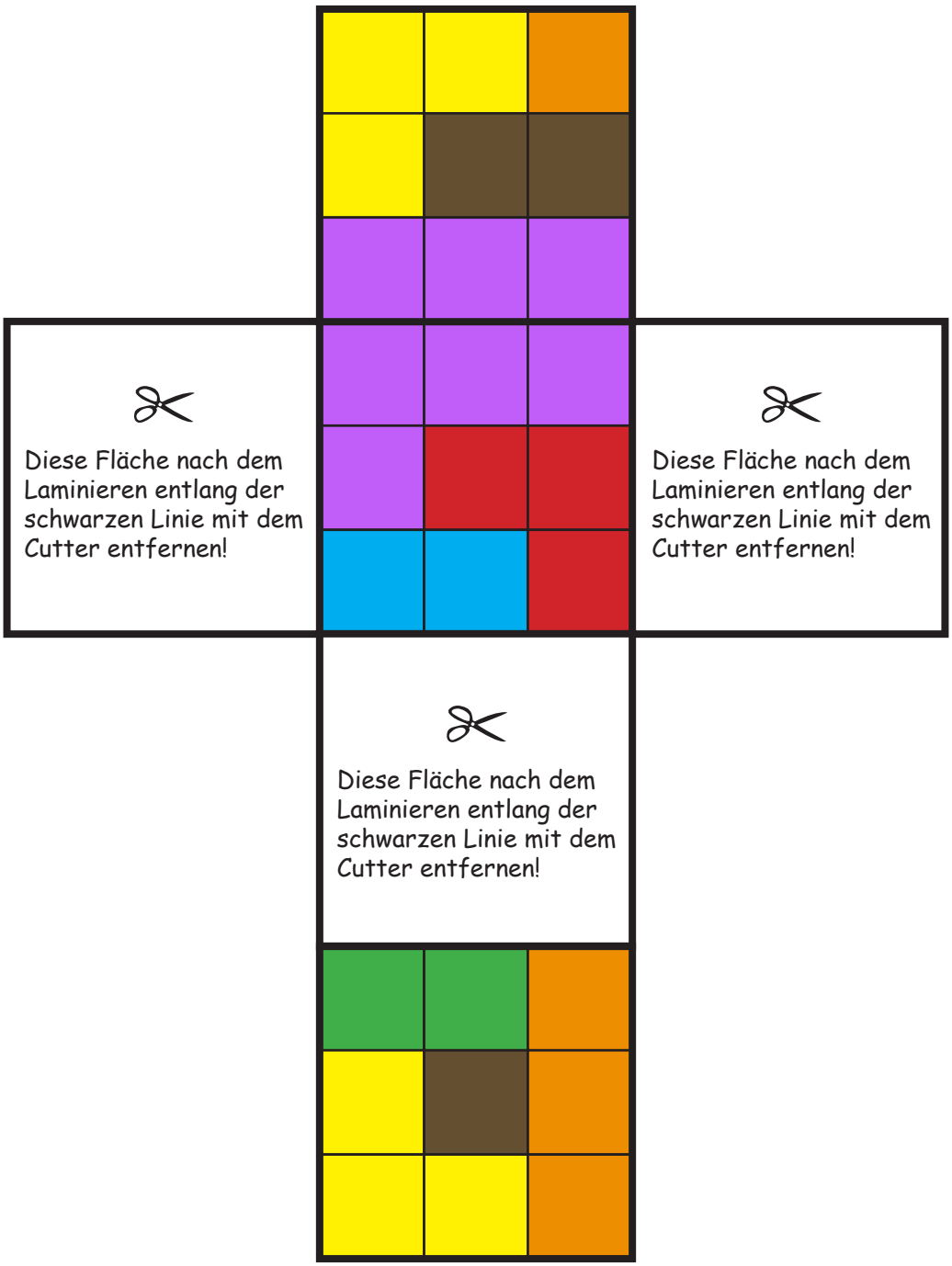
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Somawürfelnetz

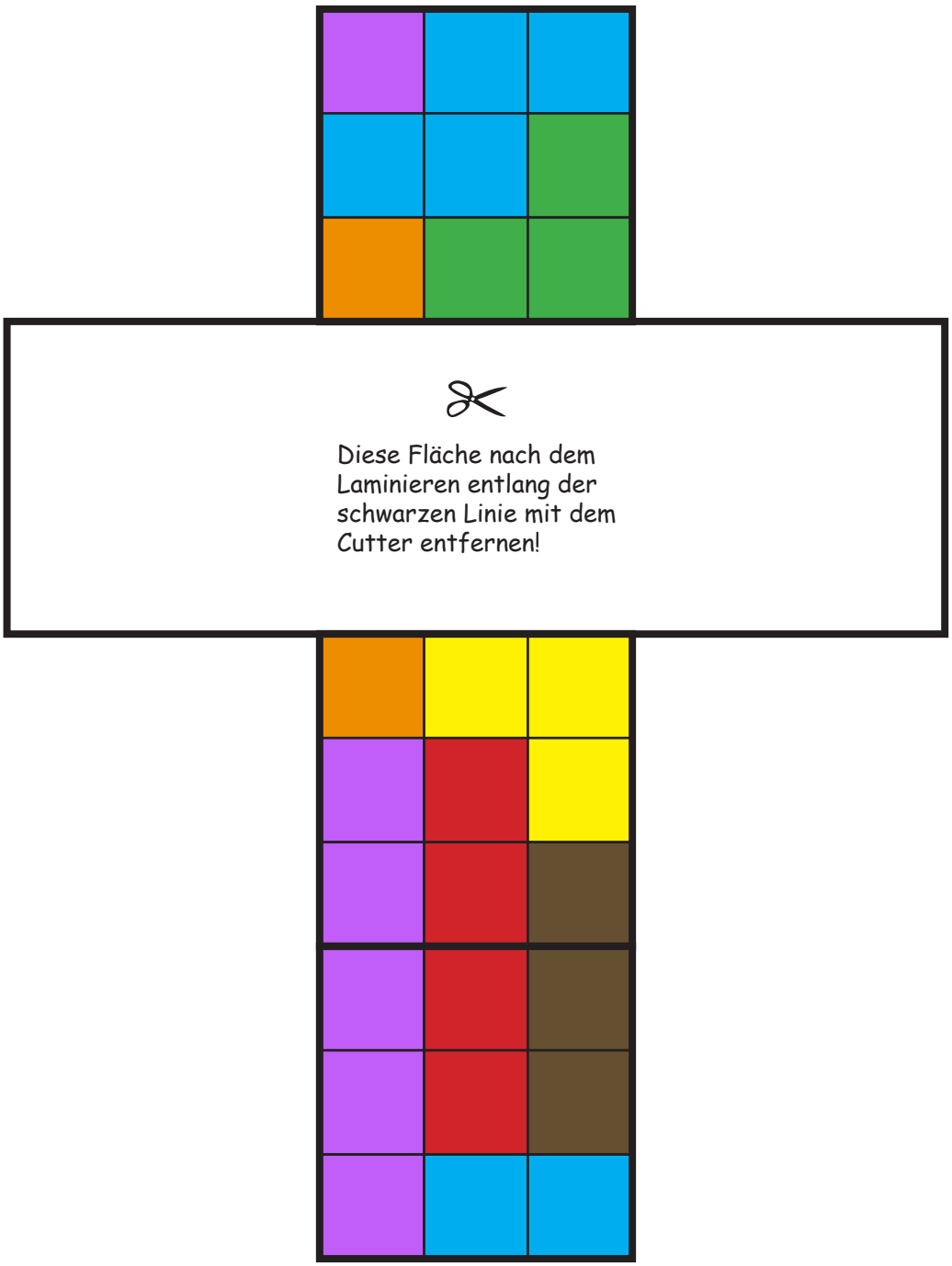


Diese Fläche nach dem Laminieren entlang der schwarzen Linie mit dem Cutter entfernen!

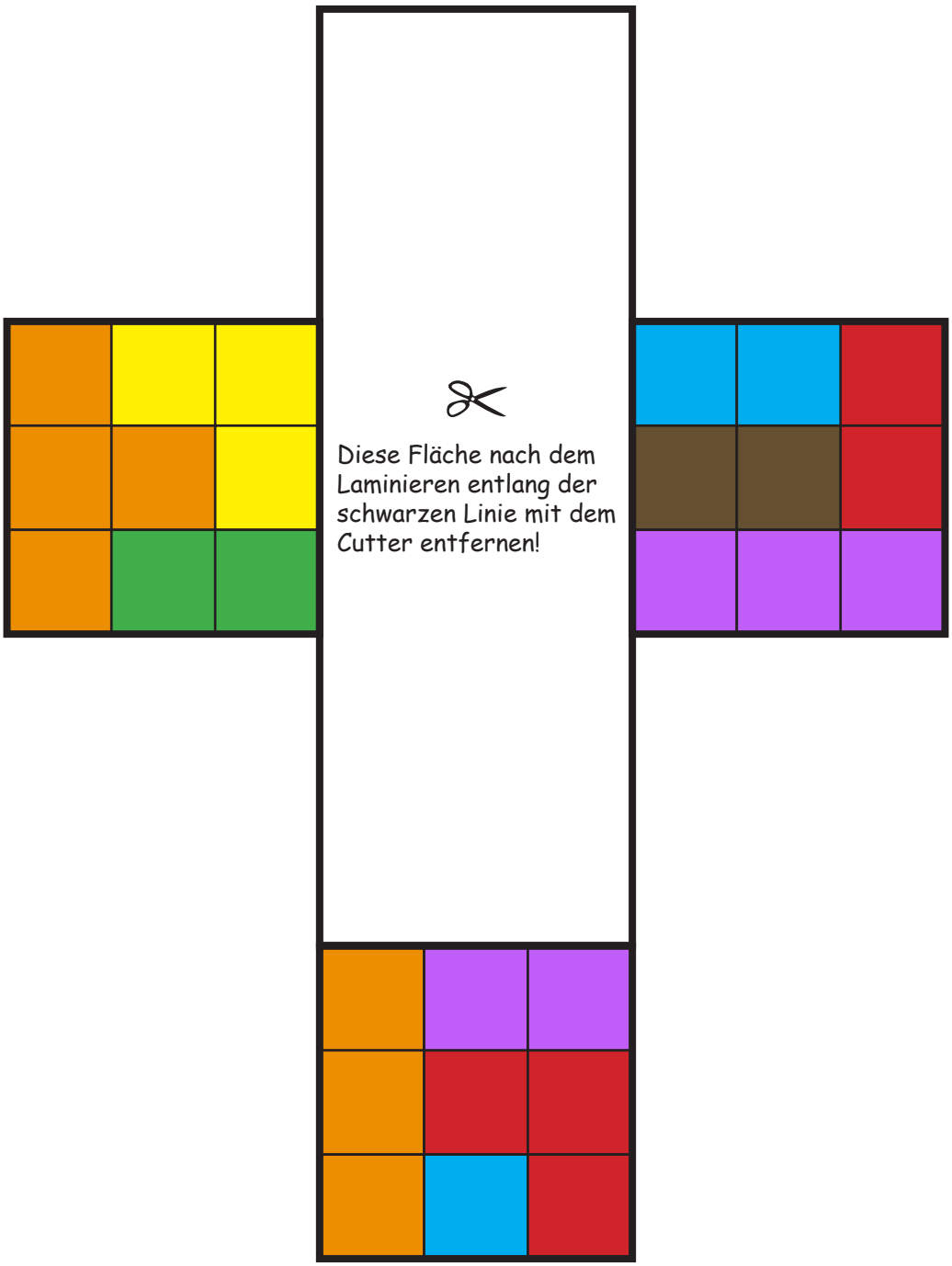
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



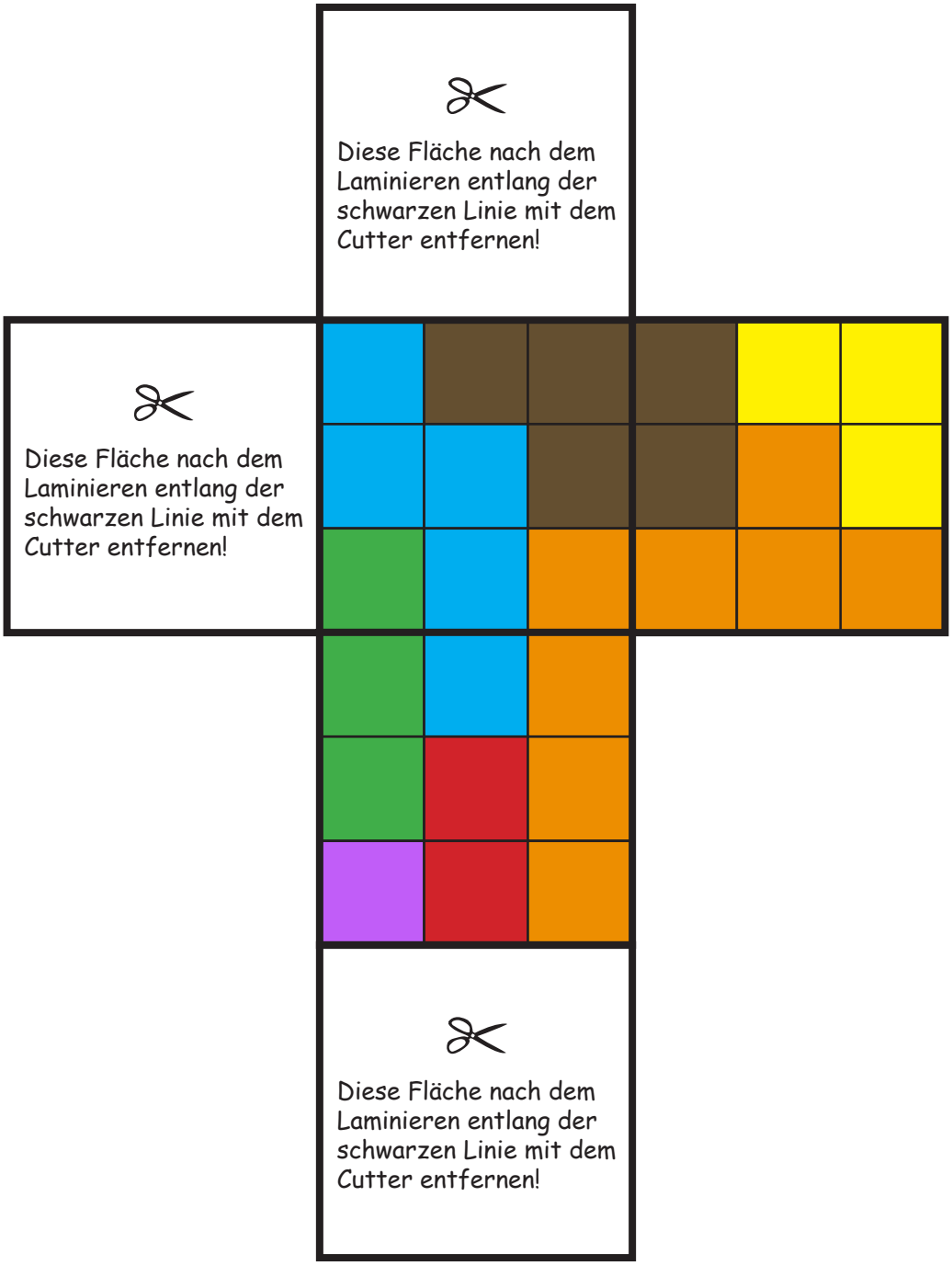
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



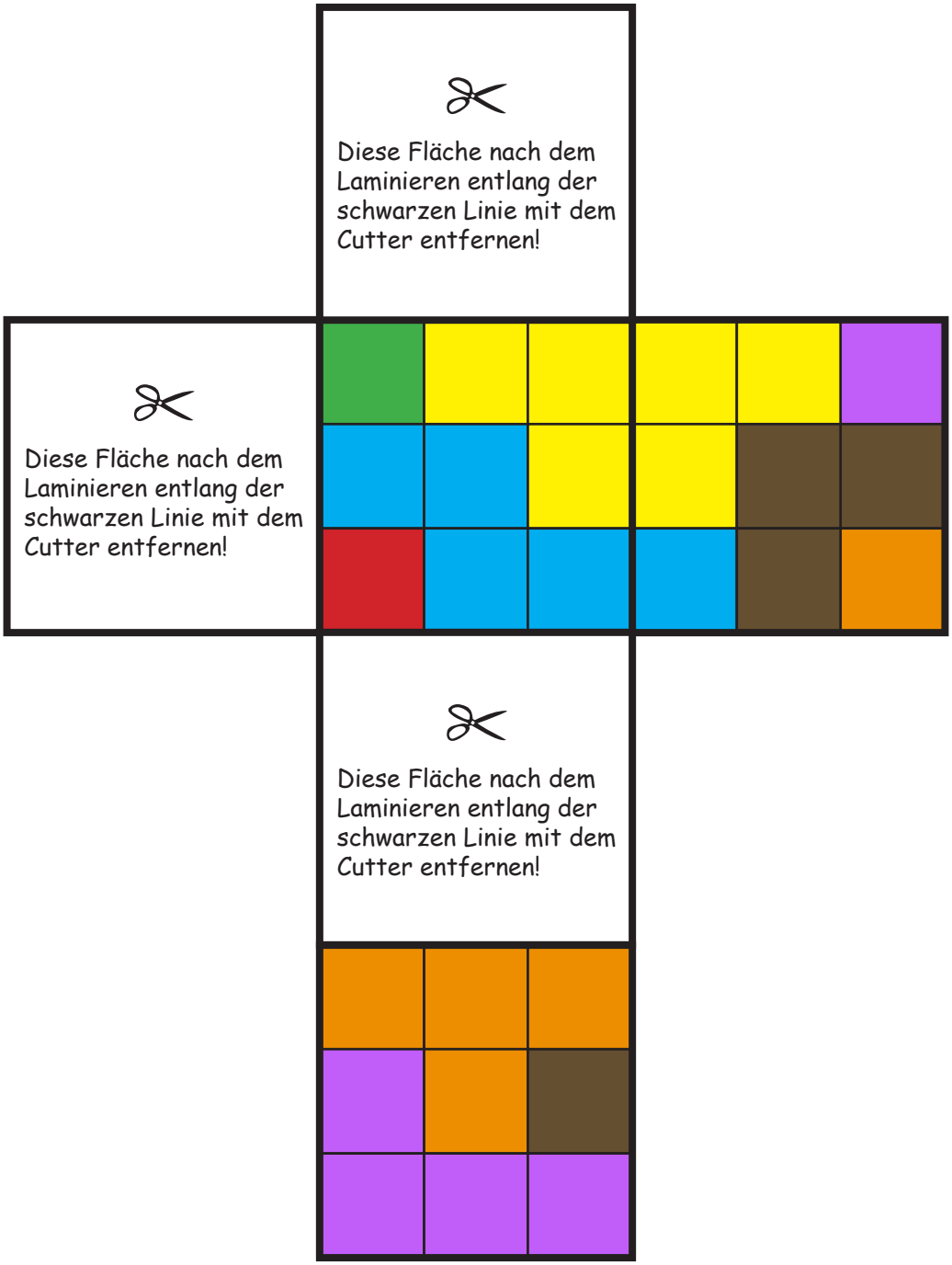
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



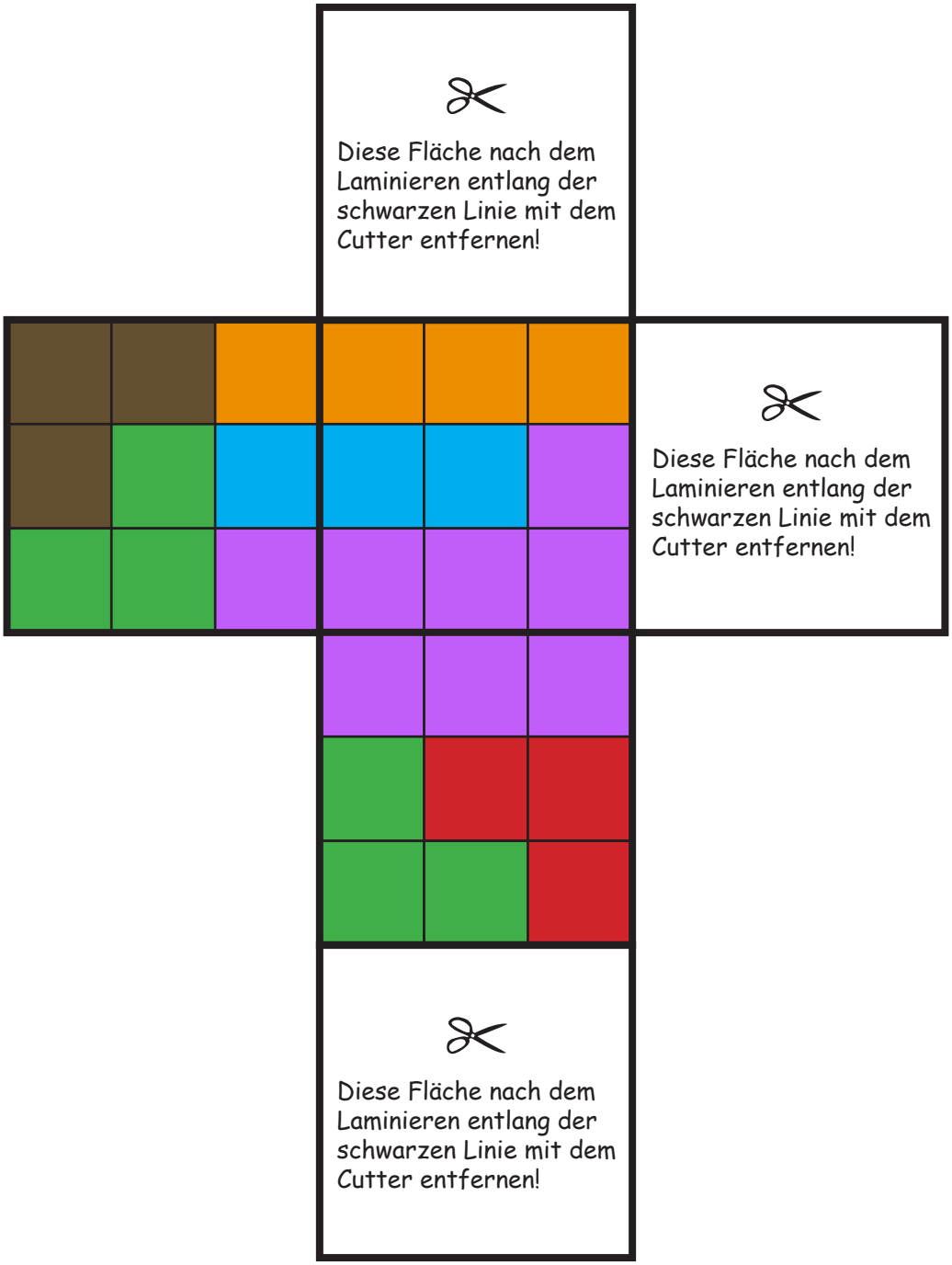
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



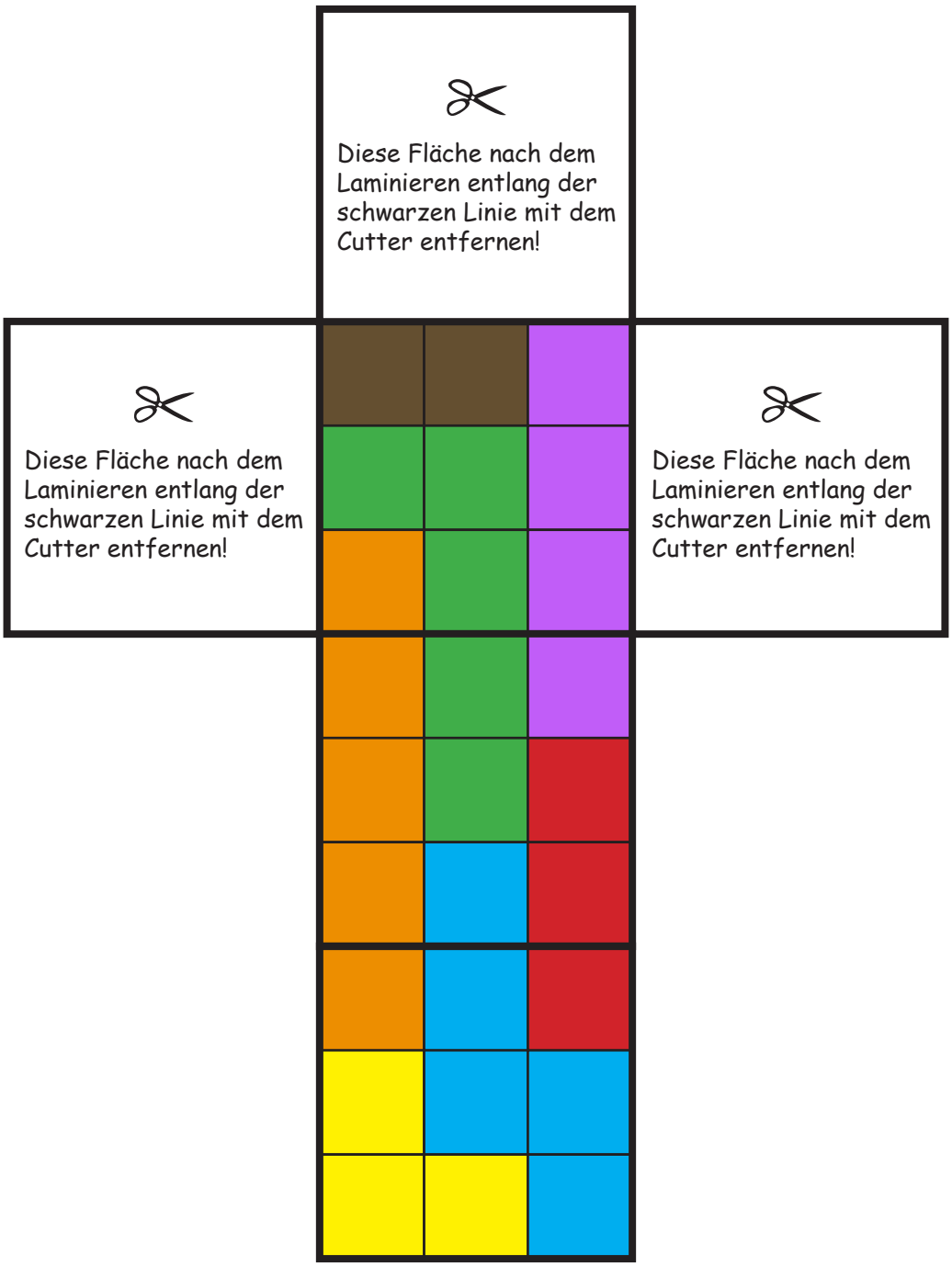
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

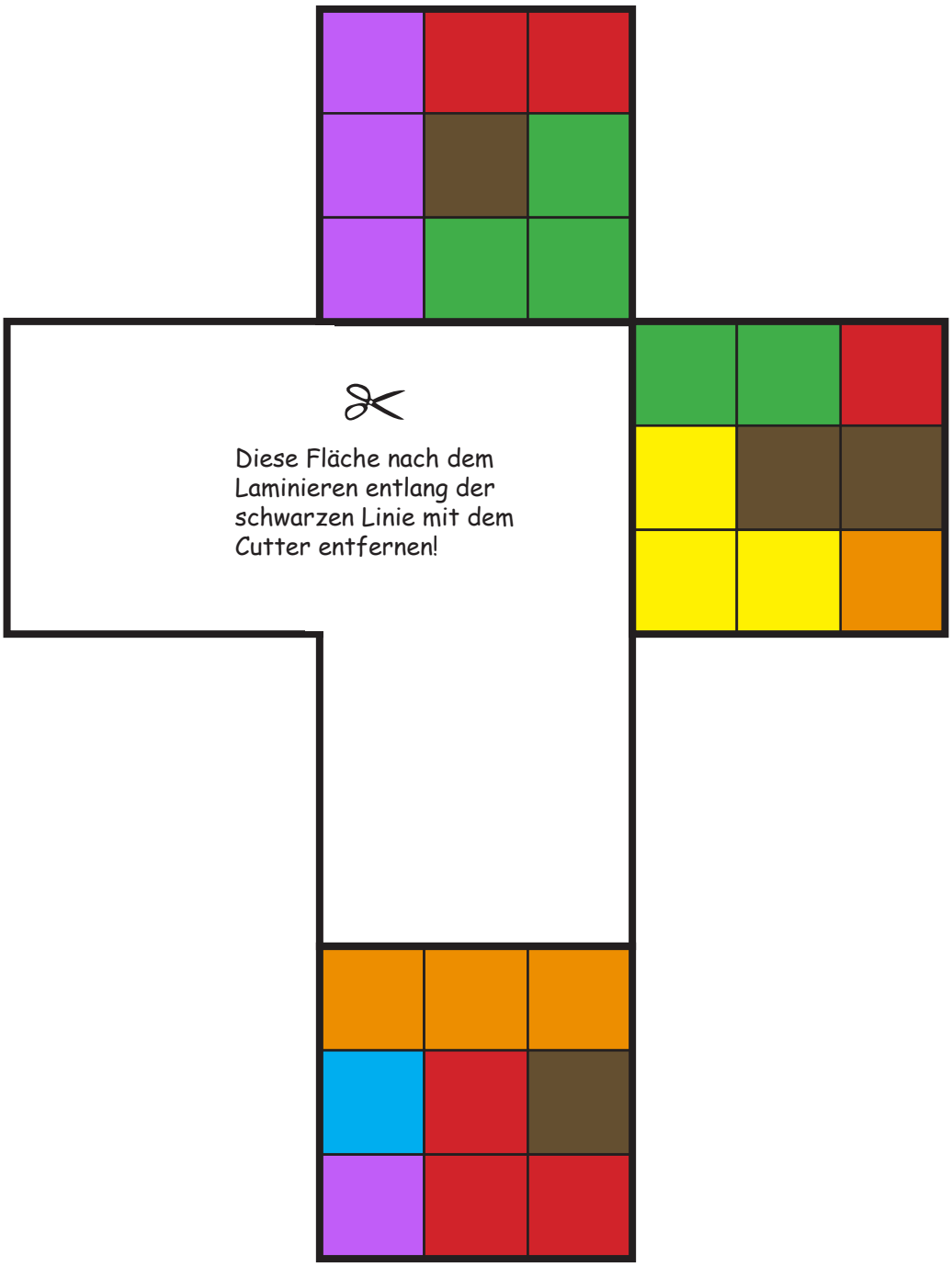


Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



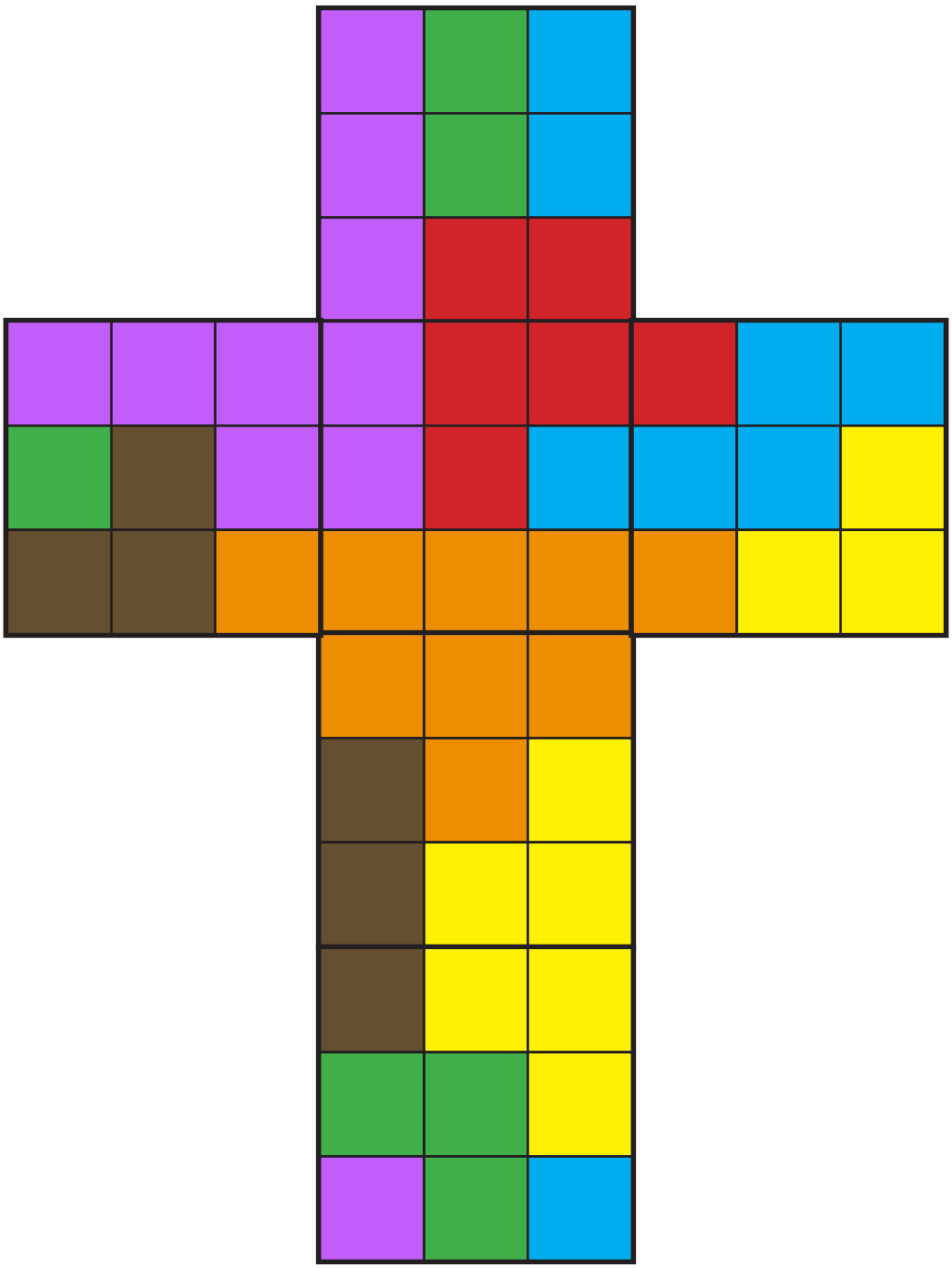
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Somawürfelnetz



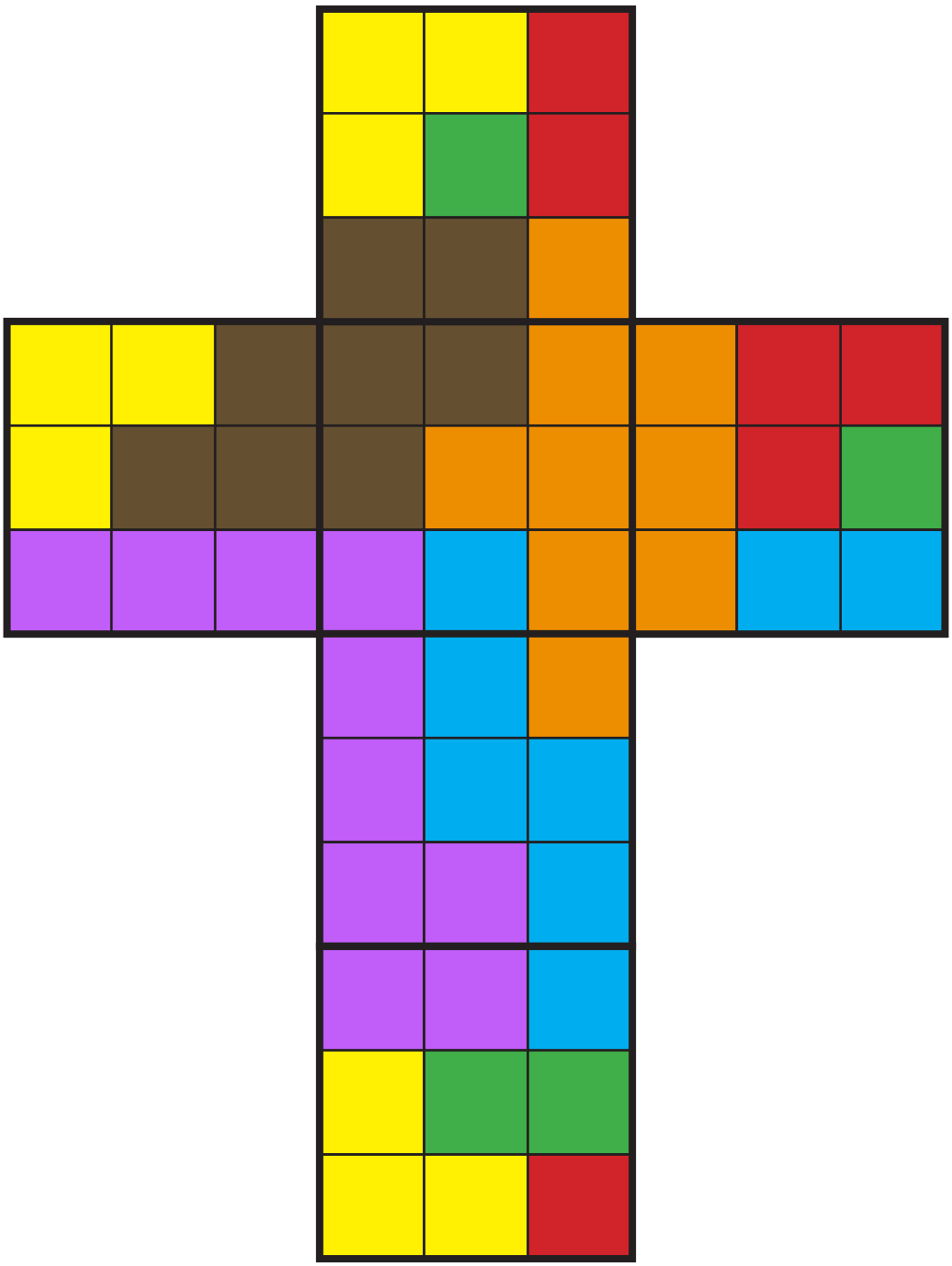
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 1,11,21,31



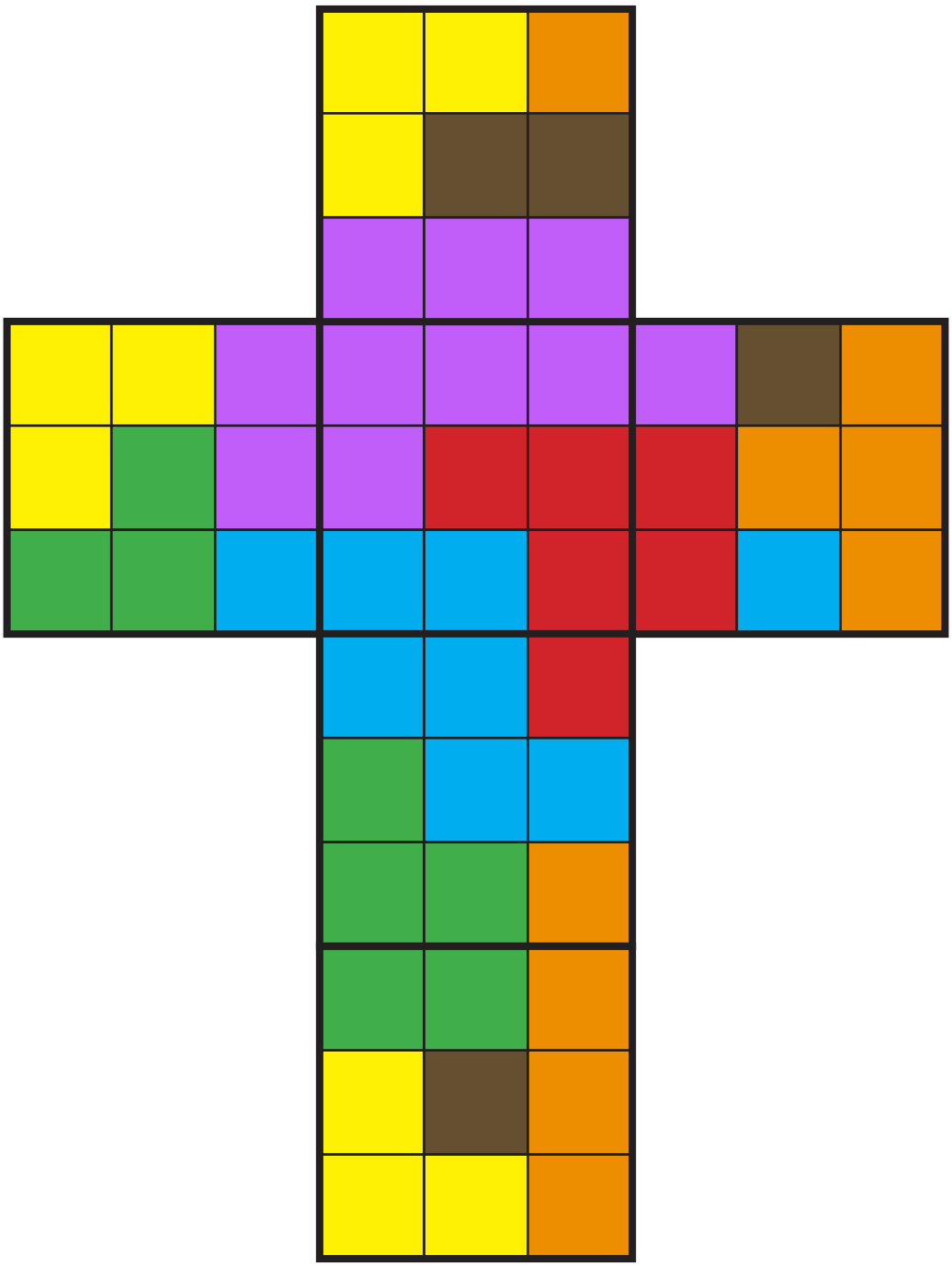
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 2,12,22,32



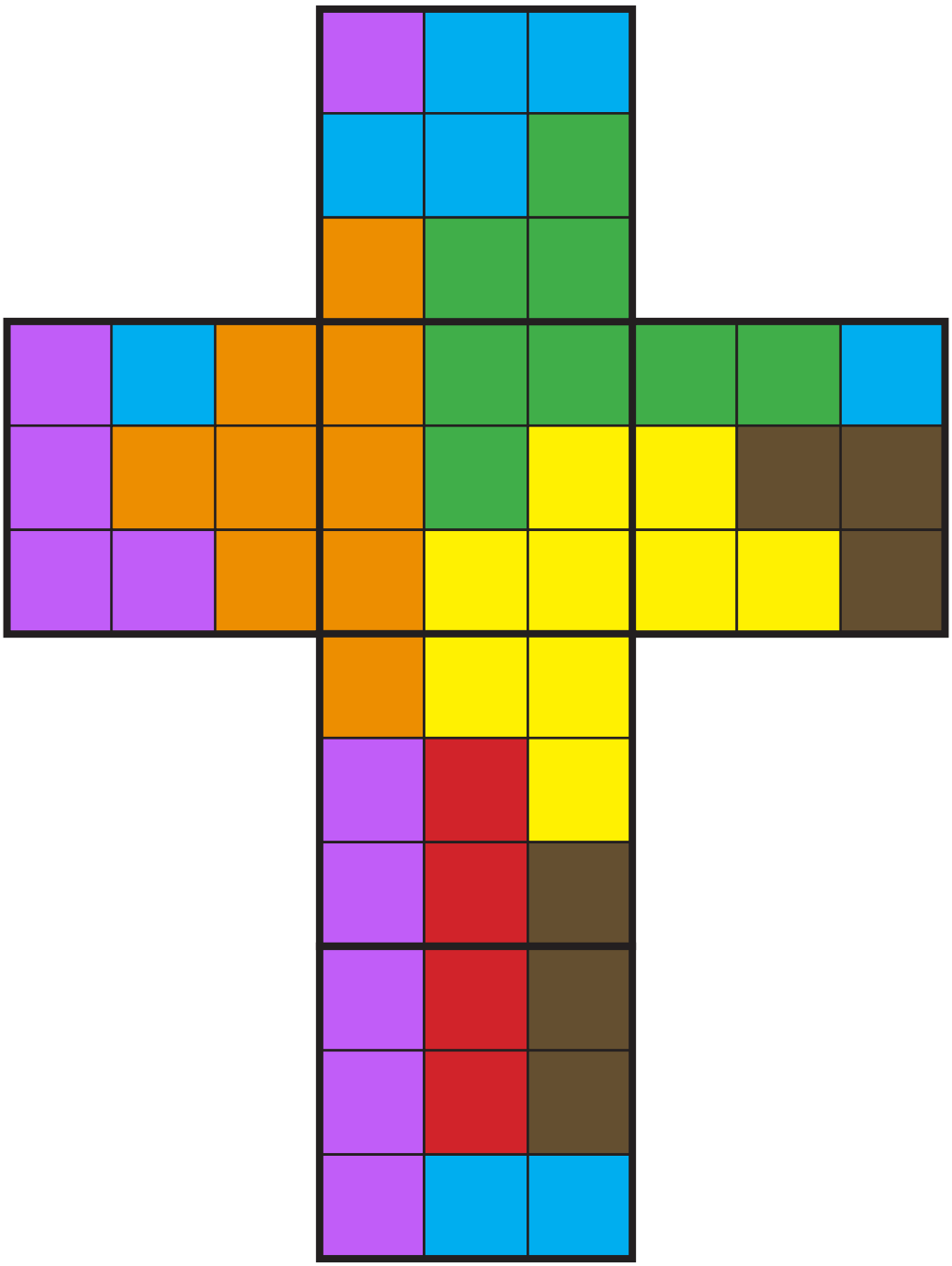
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 3,13,23,33



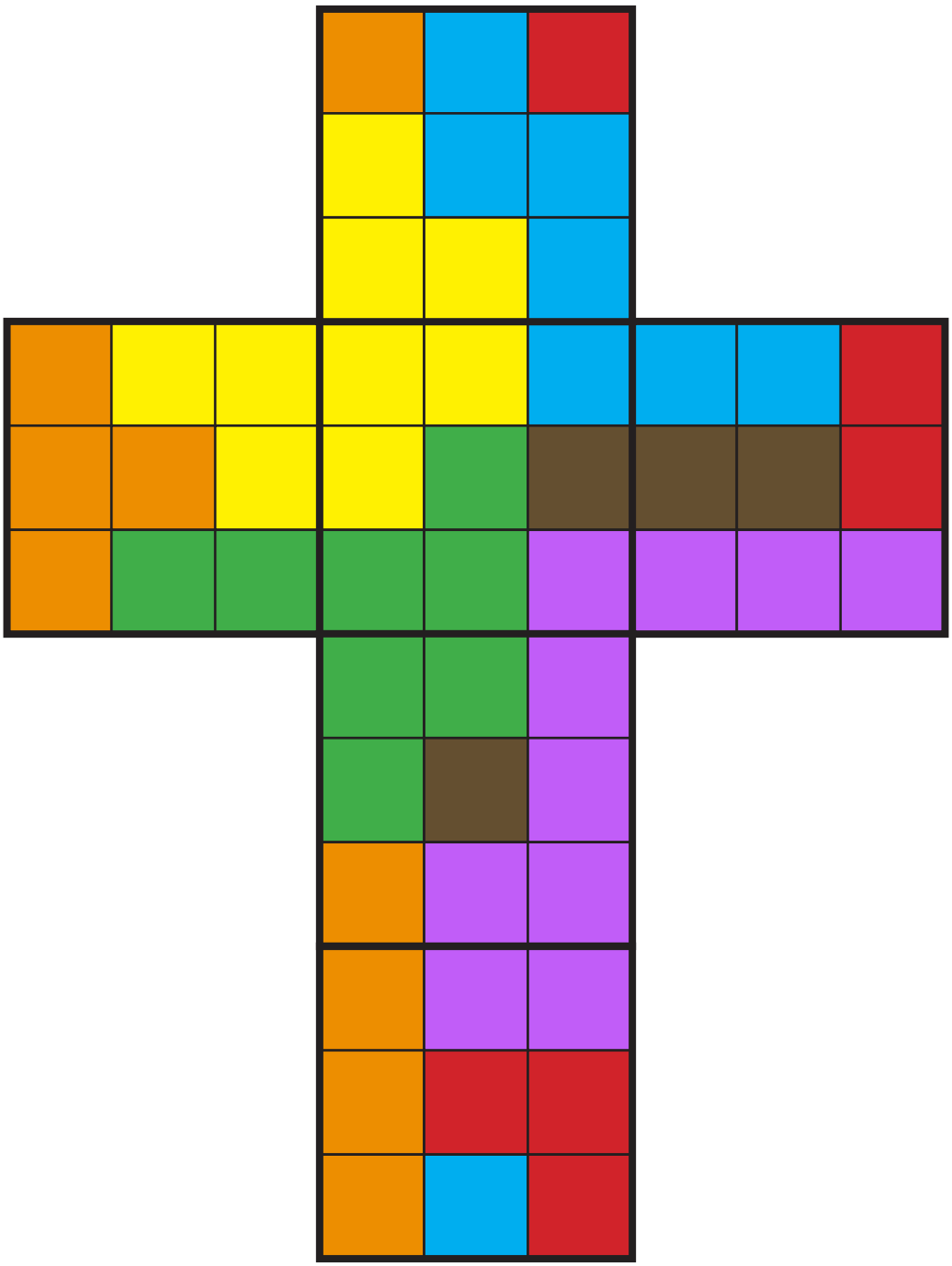
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 4,14,24,34



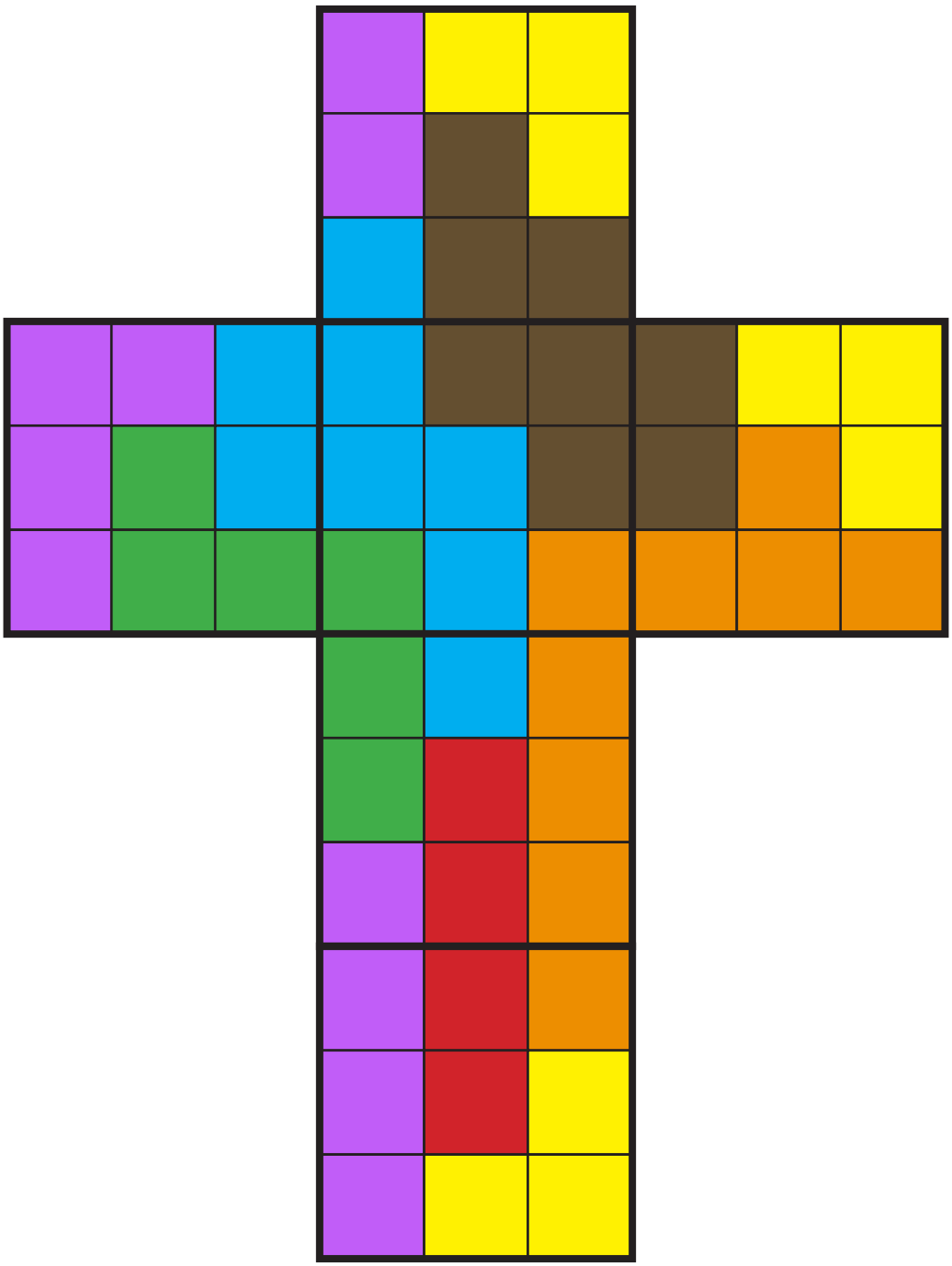
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 5,15,25,35



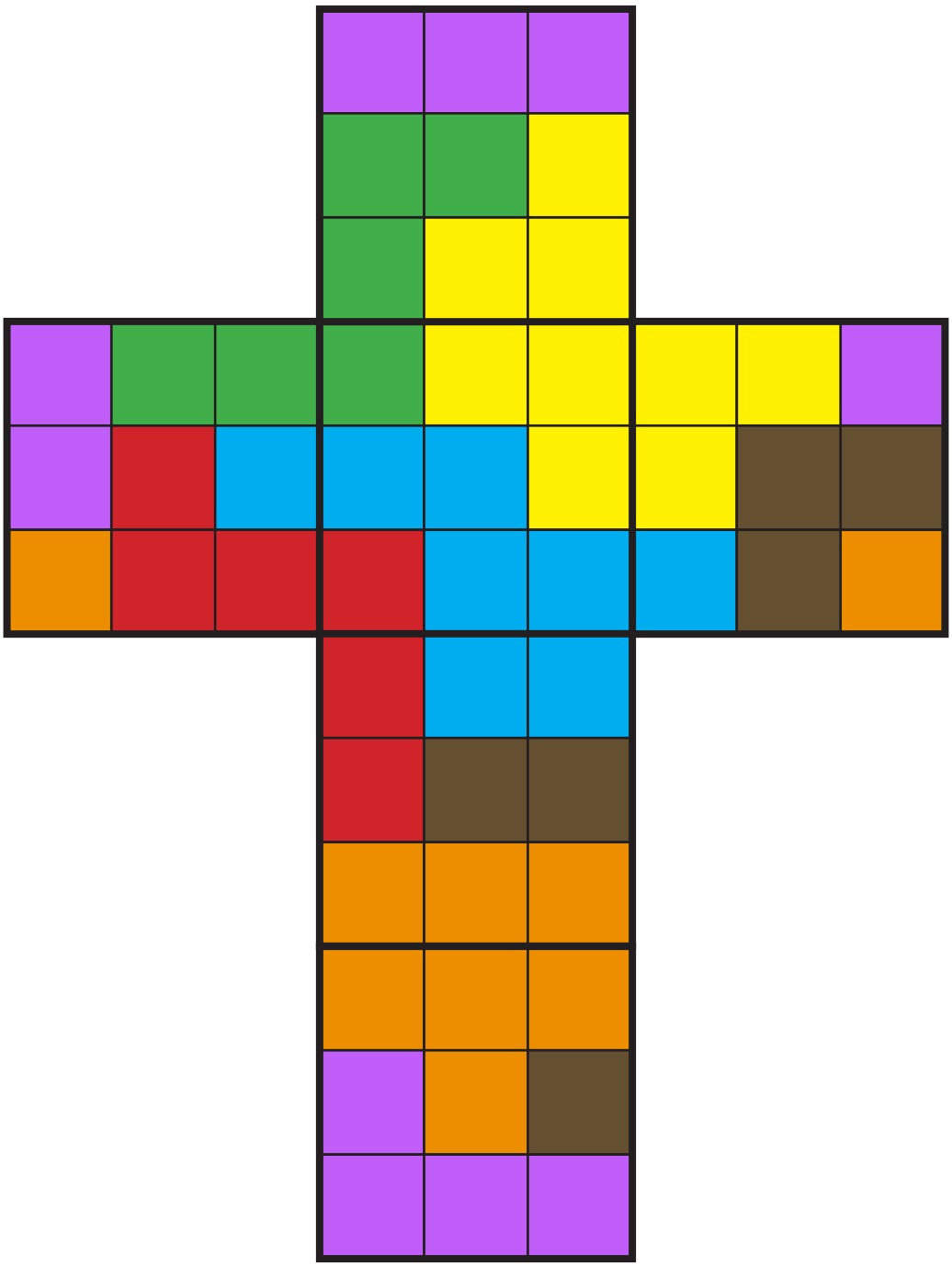
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 6,16,26,36



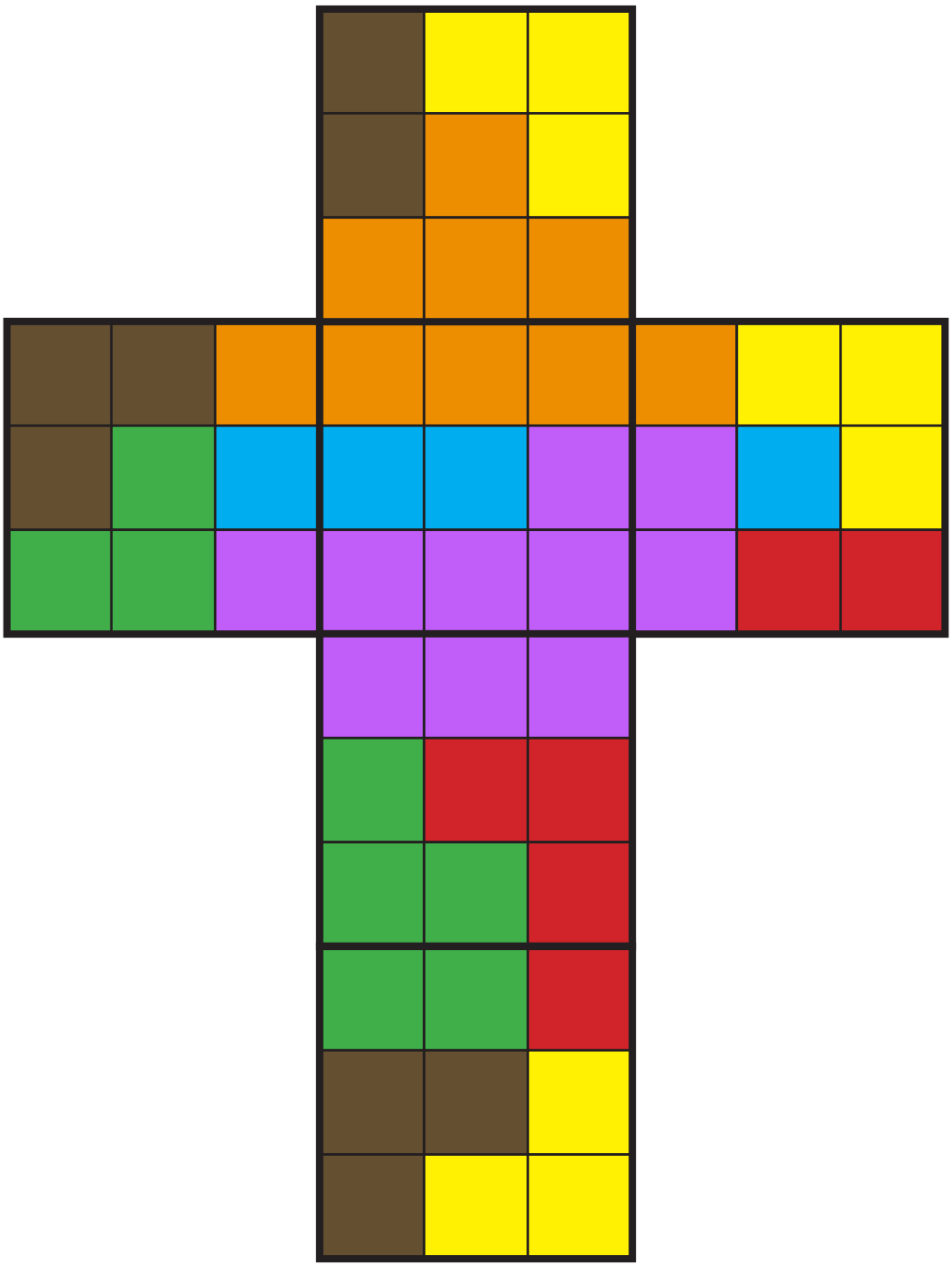
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 7,17,27,37



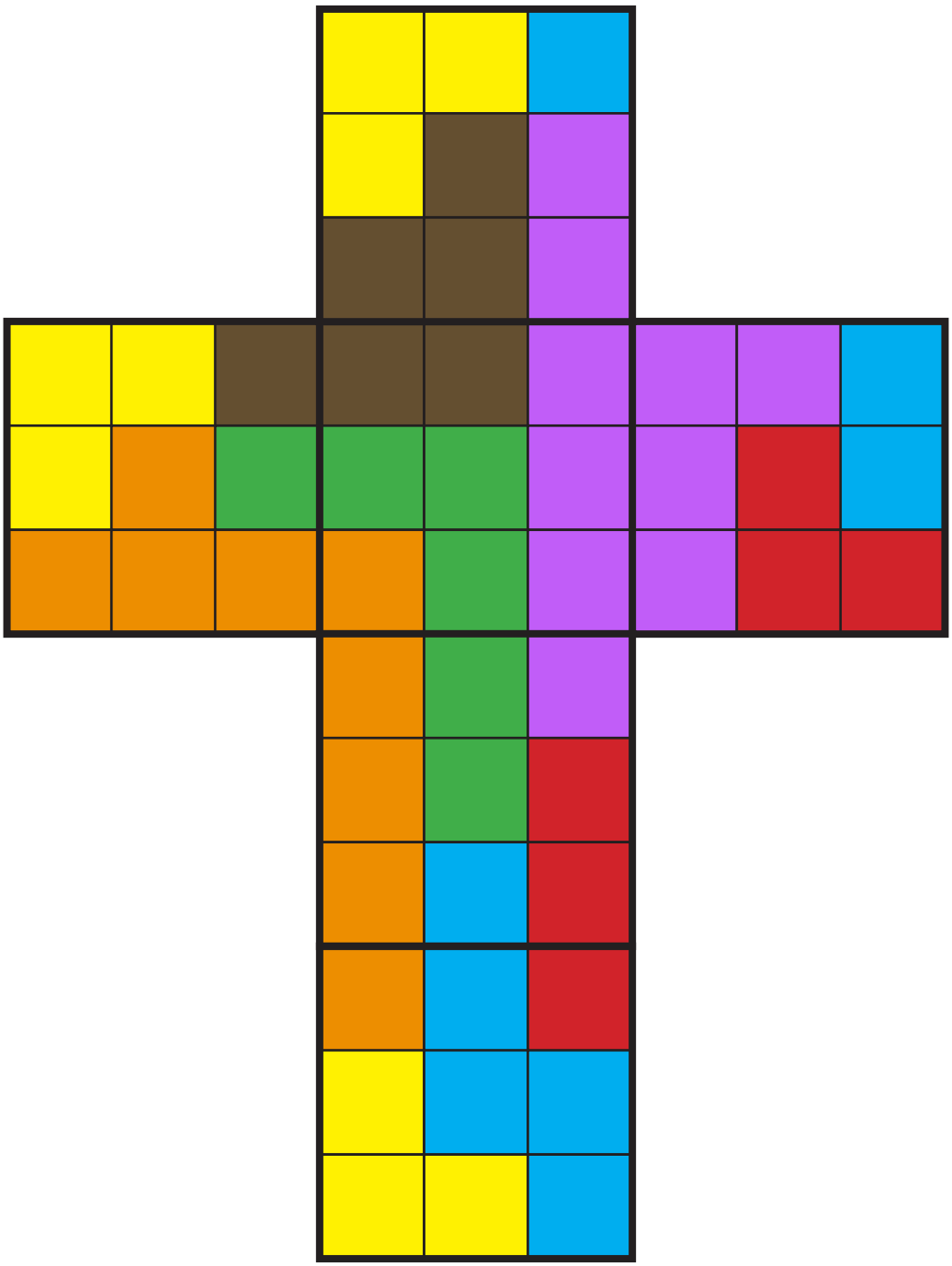
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 8,18,28,38



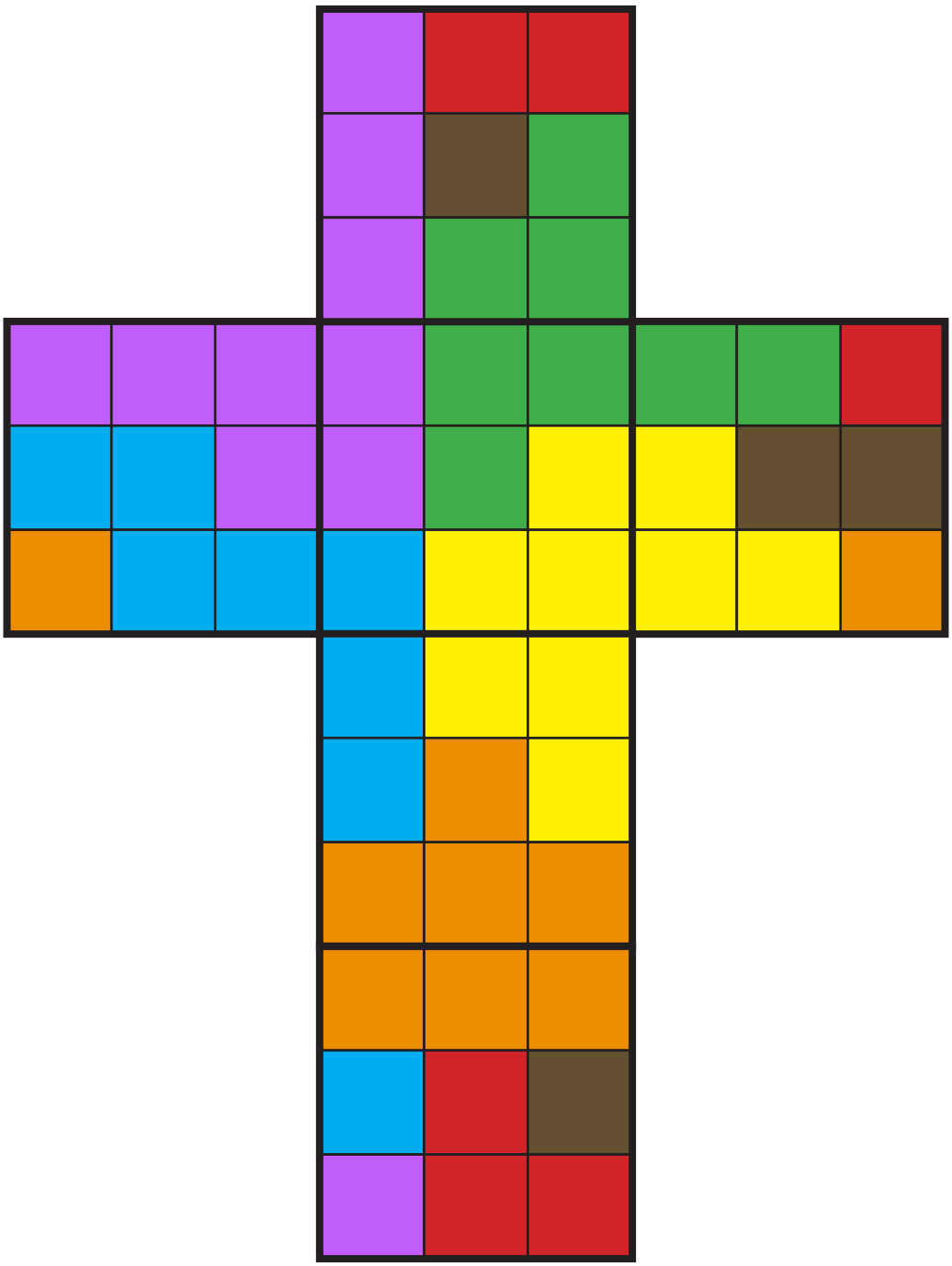
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 9,19,29,39



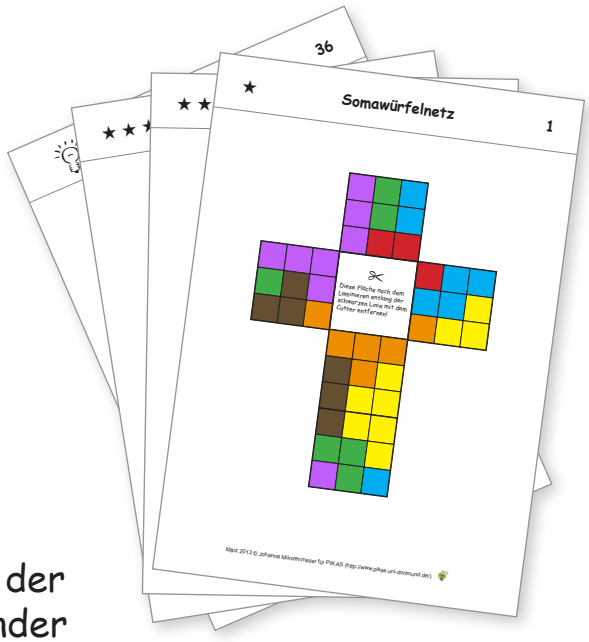
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lösung 10,20,30,40



Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Herstellung der Kartei



1. **Drucken** Sie die folgenden Dateien (DIN A4) farbig aus:

   „Kartei01_Somawuerfelnetze_leicht.pdf"
   „Kartei02_Somawuerfelnetze_mittel.pdf"
   „Kartei03_Somawuerfelnetze_schwer.pdf"
   „Kartei04_Somawuerfelnetze_experte.pdf"

2. **Laminieren** Sie die 40 ausgedruckten Karteikarten.

3. Entfernen Sie die gekennzeichneten Flächen der Würfelnetze, indem Sie die Karten nacheinander auf eine Unterlage legen und die entsprechende(n) Fläche(n) mit Hilfe eines Lineals und eines Cutters **herausschneidenn**.

4. Zur **Aufbewahrung** der fertigen Karteikarten eignen sich Stehsammler aus Pappkarton, die auf halber Höhe abgeschnitten und innen beschwert werden (z.B. kleine Fliesen).

5. Die Kinder überprüfen die Richtigkeit ihrer **Lösung** durch Zusammenbauen des Somawürfels. Zusätzlich können Sie für sich die Datei „Kartei05_Somawuerfelnetze_loesungen.pdf" ausdrucken.

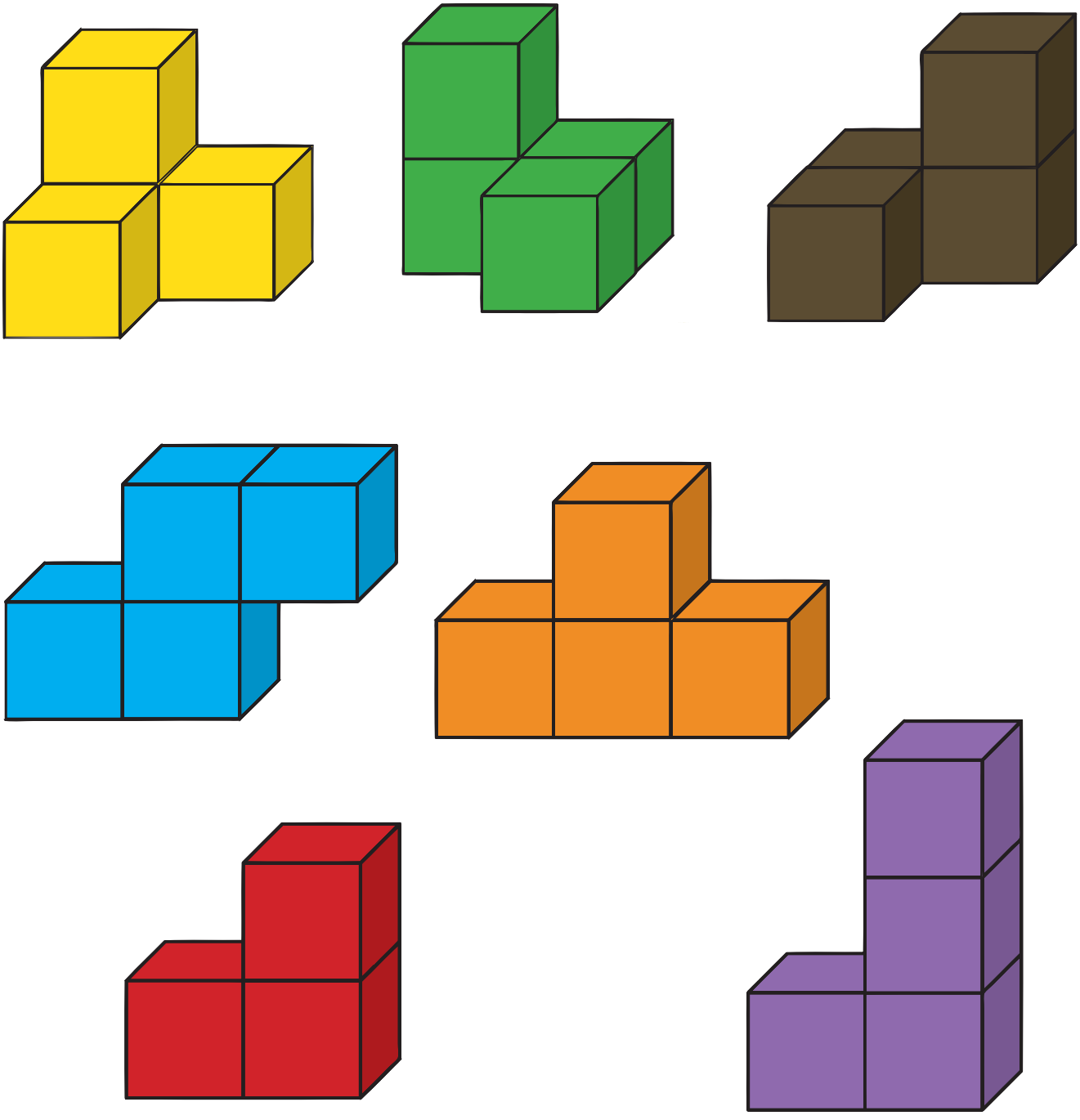
6. Zur **Demonstration** des Umgangs mit den Karteikarten, den Arbeitsblättern und den Klemmbrettern drucken Sie sich zusätzlich am Besten eine Karteikarte jeder Schwierigkeitsstufe auf DIN A3 aus. Wählen Sie Karteikarten, die nicht dieselbe Lösung haben. Sinnvoll wäre es z.B. die Karten 1, 12, 23, 34 auszudrucken. Kopieren Sie weiterhin je einmal das Strategiepapier sowie AB1 auf DIN A3 und besorgen Sie sich ein Klemmbrett in entsprechender Größe. Diese Materialien können auch in Reflexionsphasen eingesetzt werden und die Erklärungen der Kinder unterstützen.

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Herstellung des Somawürfels

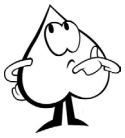
Die 27 Holzklötzchen (1,5cm x 1,5cm x 1,5cm) entsprechend der Abbildungen zusammenleimen und färben (z.B. mit Acrylfarben).

Die Abbildungen stehen auch in groß unter dem Namen „Somawuerfelteile_gross_demonstration.pdf“ zur Verfügung.



Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lerntandem:_____ und _____ Datum: _____



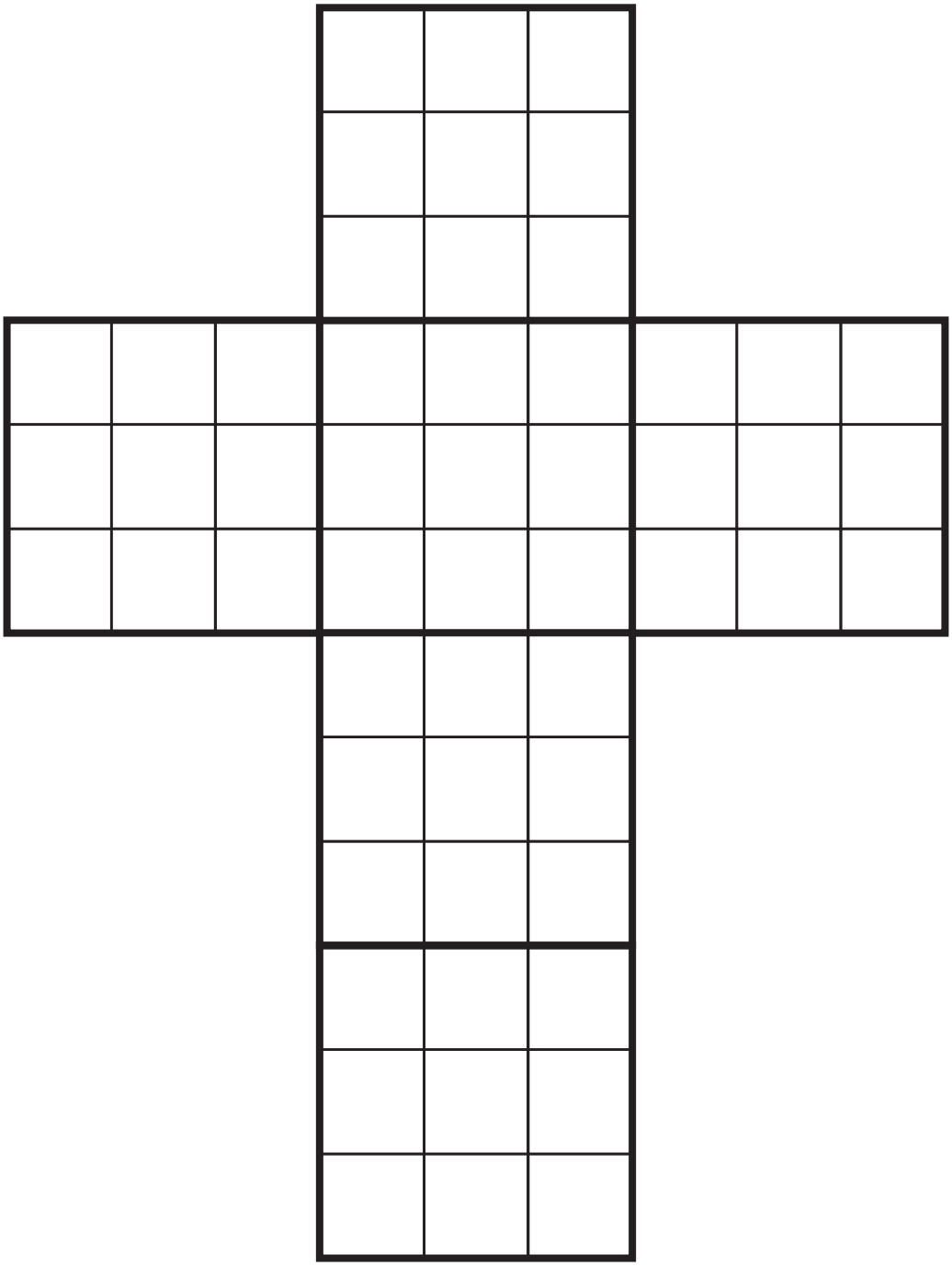
Somawürfelnetz

Auf diesem Blatt haben wir das Somawürfelnetz Nummer _____ bearbeitet.

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

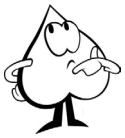
Differenzierungsmaterial

Dieses Somawürfelnetz kann auf dickeres (weißes) Papier kopiert und anschließend ausgeschnitten werden. Es kann von den Kindern beliebig gefärbt und gefaltet werden und so der Differenzierung dienen.



Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Lerntandem:_____ und _____ Datum: _____



Strategiepapier

Diese Vorgehensweisen haben uns beim Lösen der Aufgabe geholfen:

Denkt an den Wortspeicher! Die Formulierungen dort können euch helfen!

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Wortspeicher zum Somawürfel

der Würfel

die Kante

die Ecke

die Fläche

das Würfelnetz

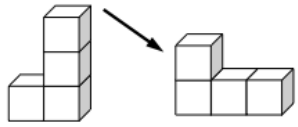
das Würfelgebäude

der Würfelzwilling

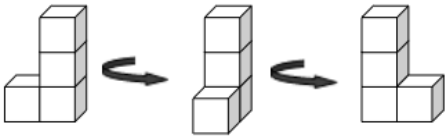
der Würfeldrilling

der Würfelvierling

der Somawürfel



kippen

drehen 

falten

klappen

nach hinten, vorne, links, rechts

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Wortspeicher zum Beschreiben von Strategien



die Vorgehensweise

die Strategie

zuerst

danach

immer

sicher

vermuten

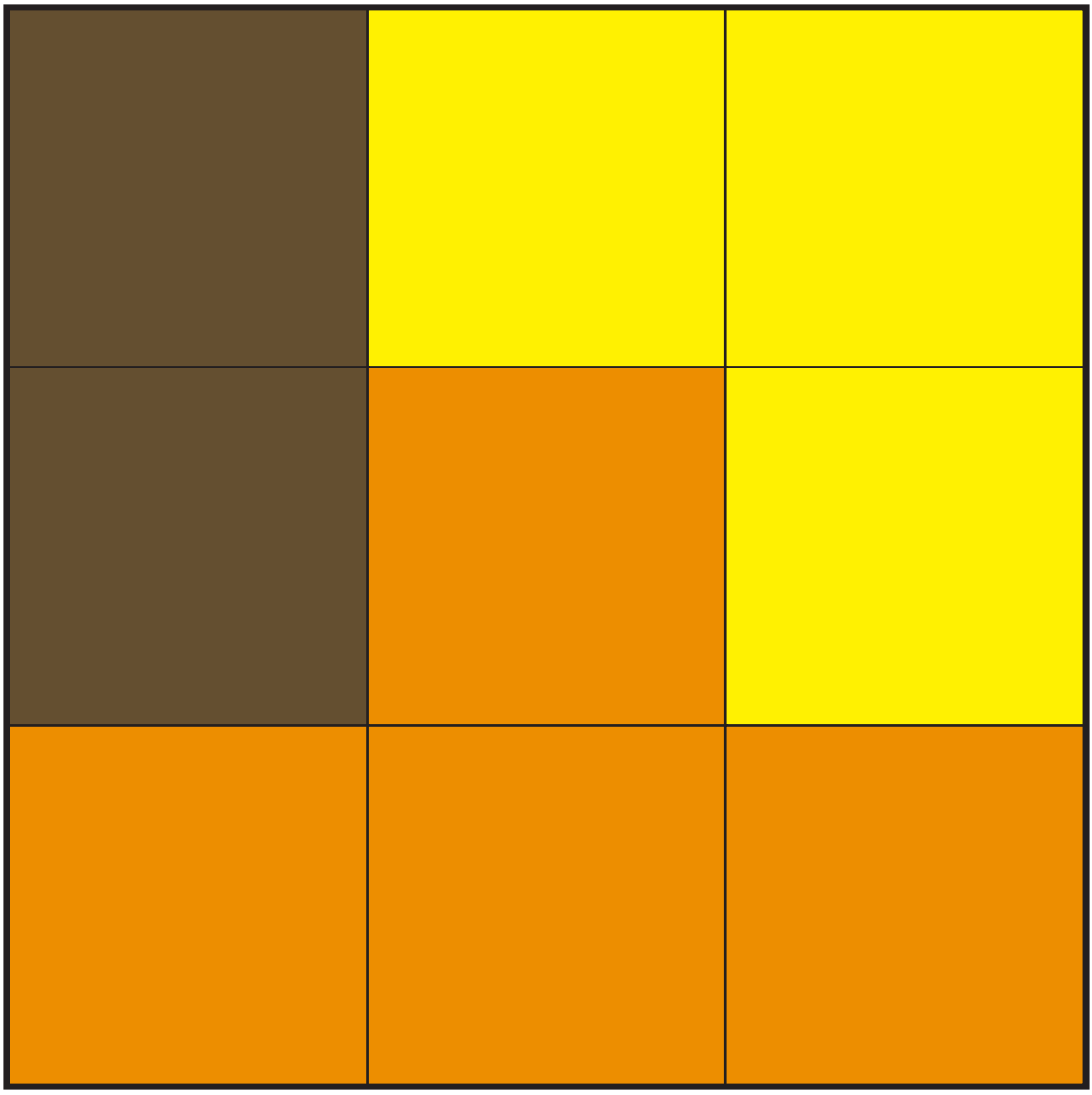
überprüfen

ausschließen

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



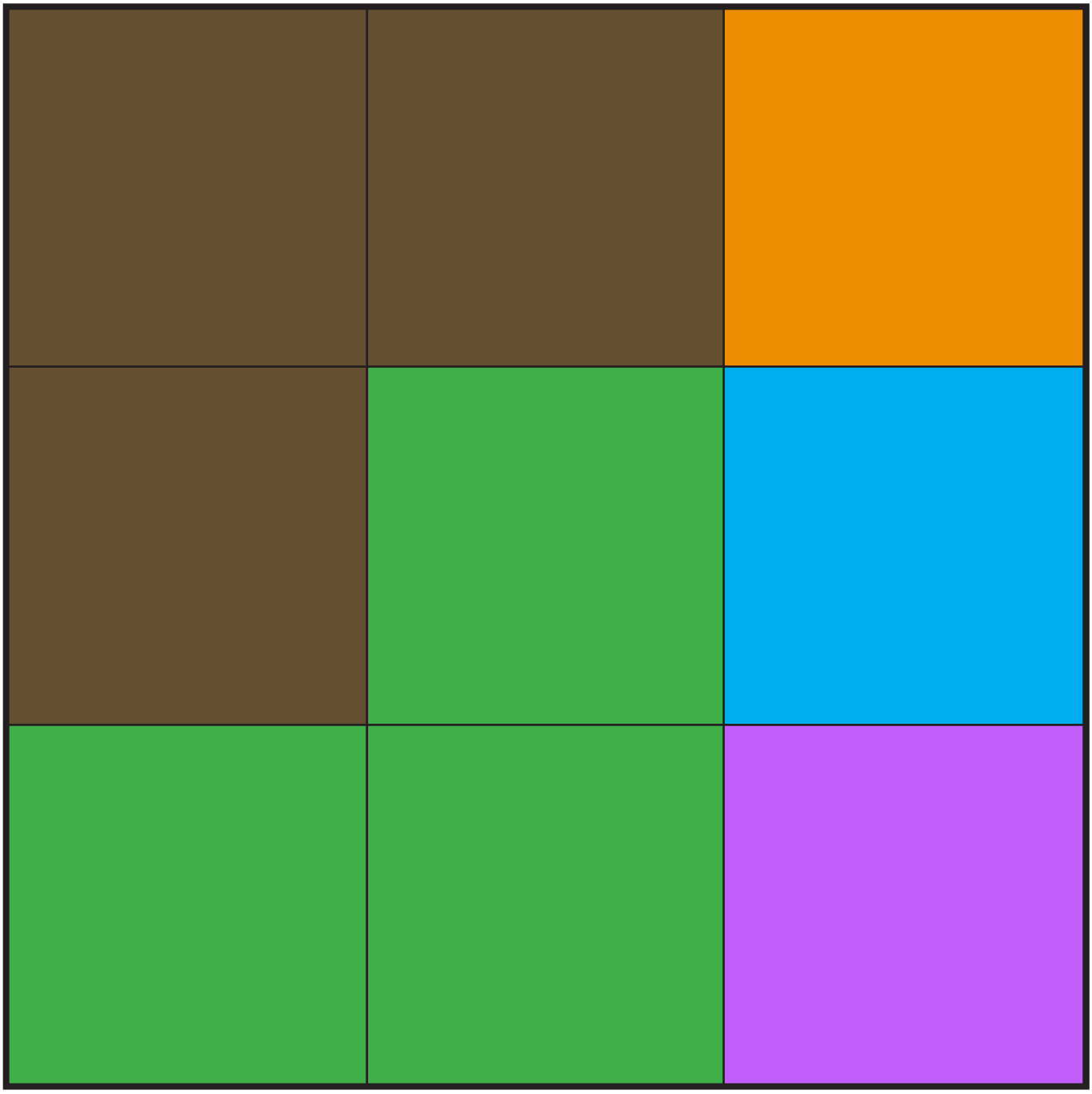
Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



Alle Flächen dieses Somawürfelnetzes (Kartei Nr. 8) auf dickeres (weißes) Papier ausdrucken, ausschneiden und an den entsprechenden Seiten mit Tesafilm zusammenkleben. Evtl. können auf der Rückseite Magnetblättchen befestigt werden, um das Aufhängen an der Tafel zu erleichtern.

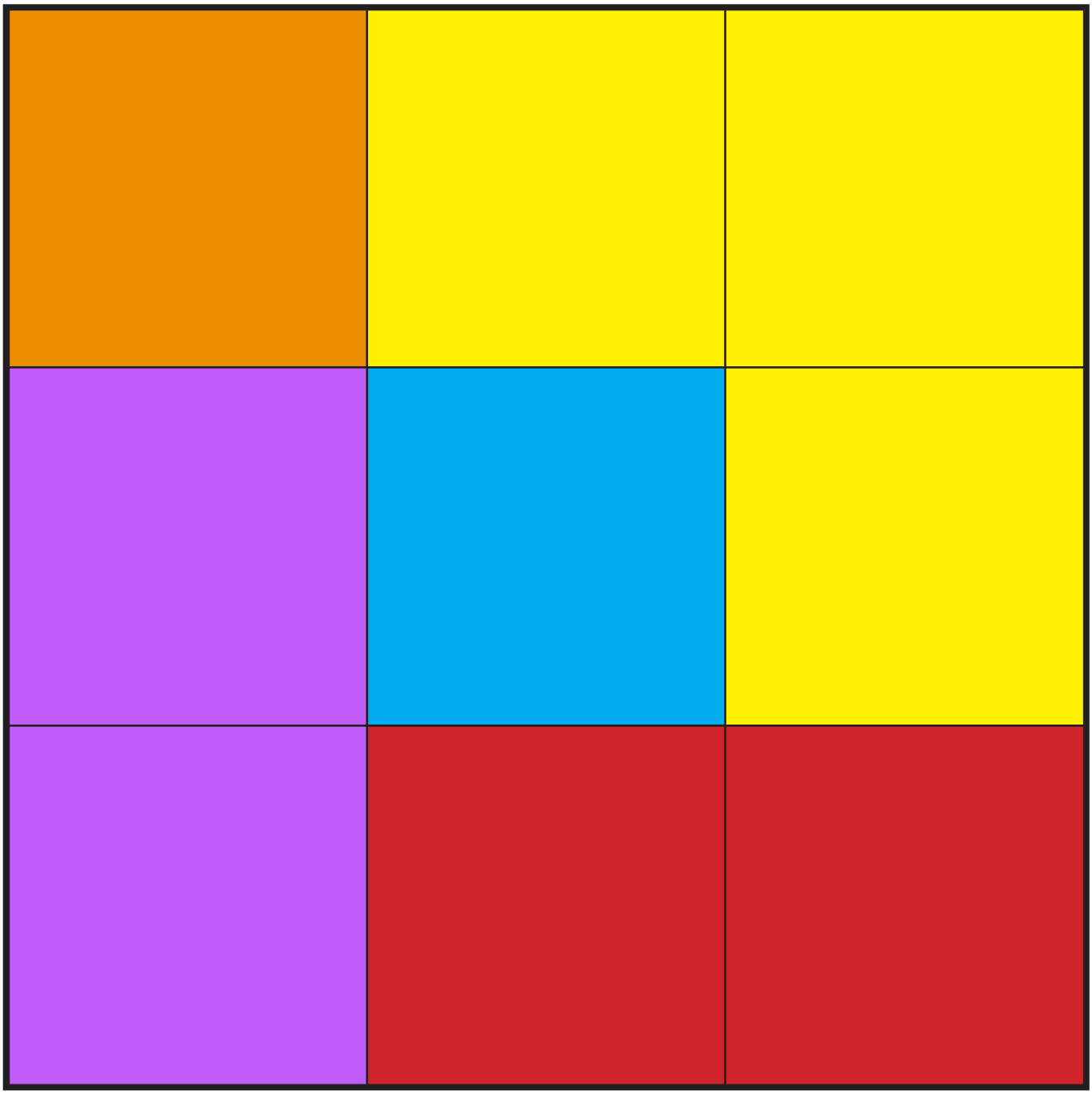
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



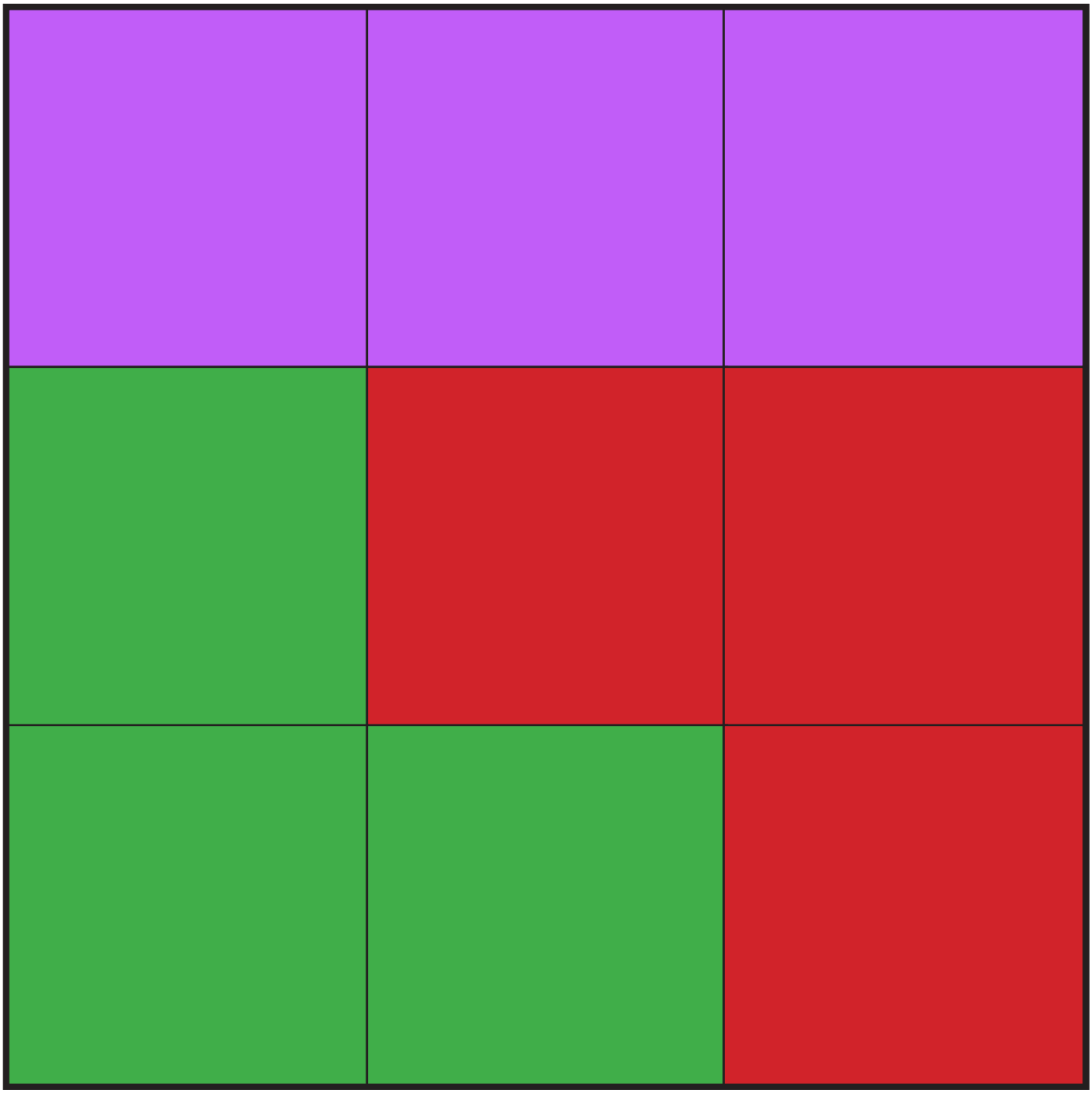
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



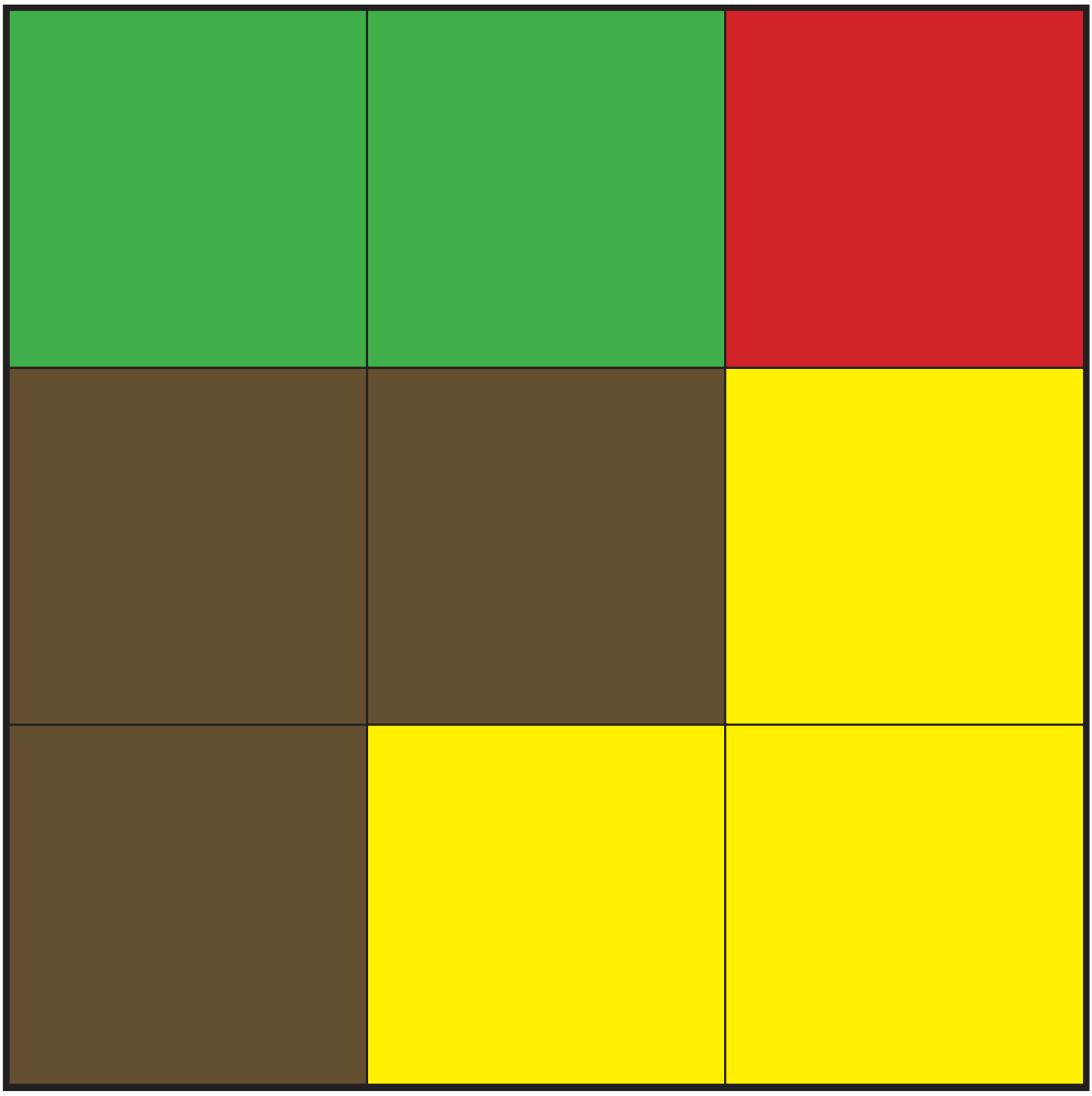
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



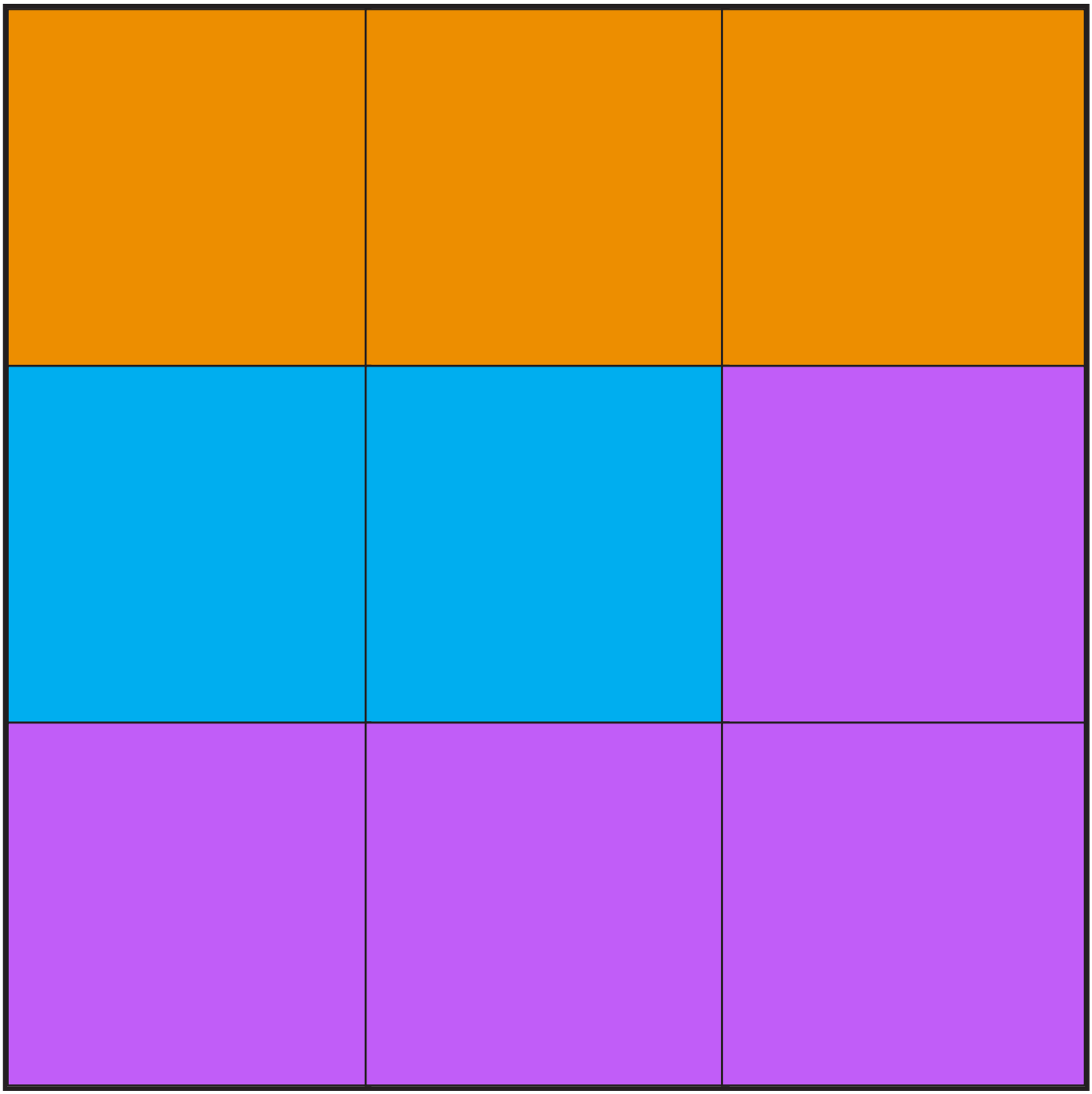
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



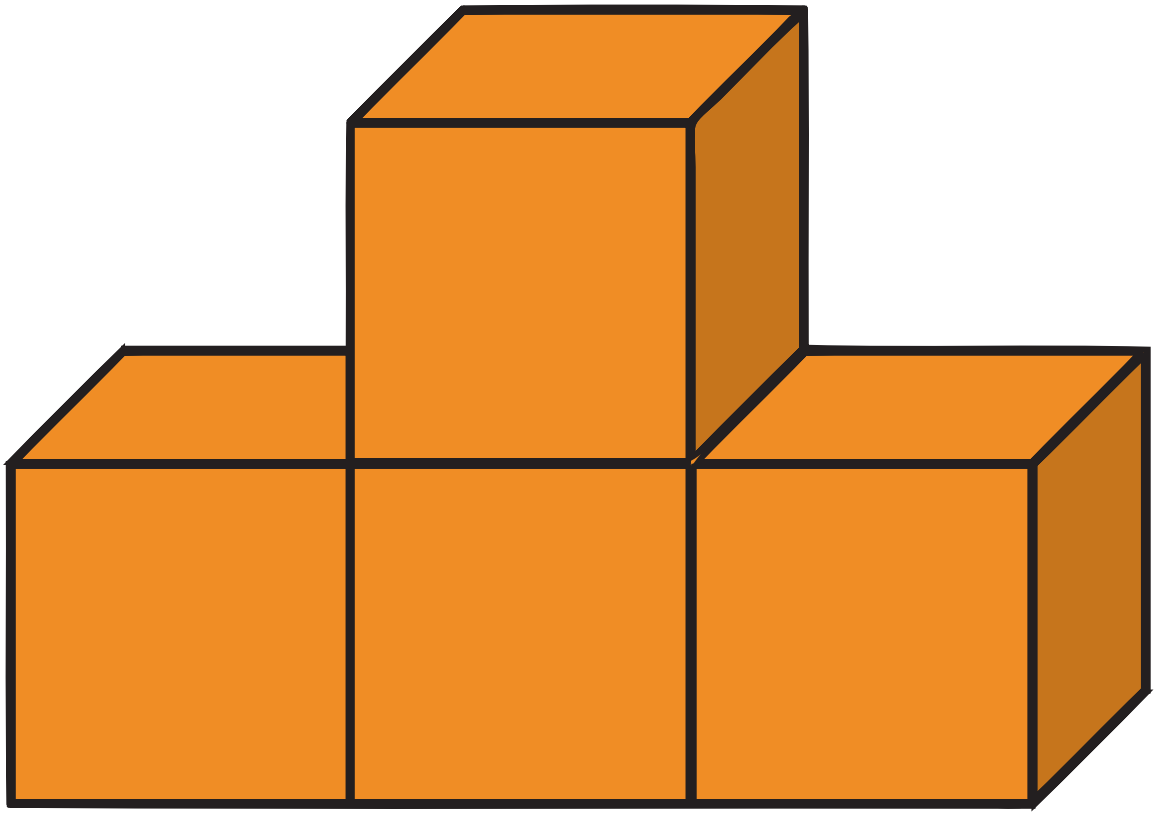
Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

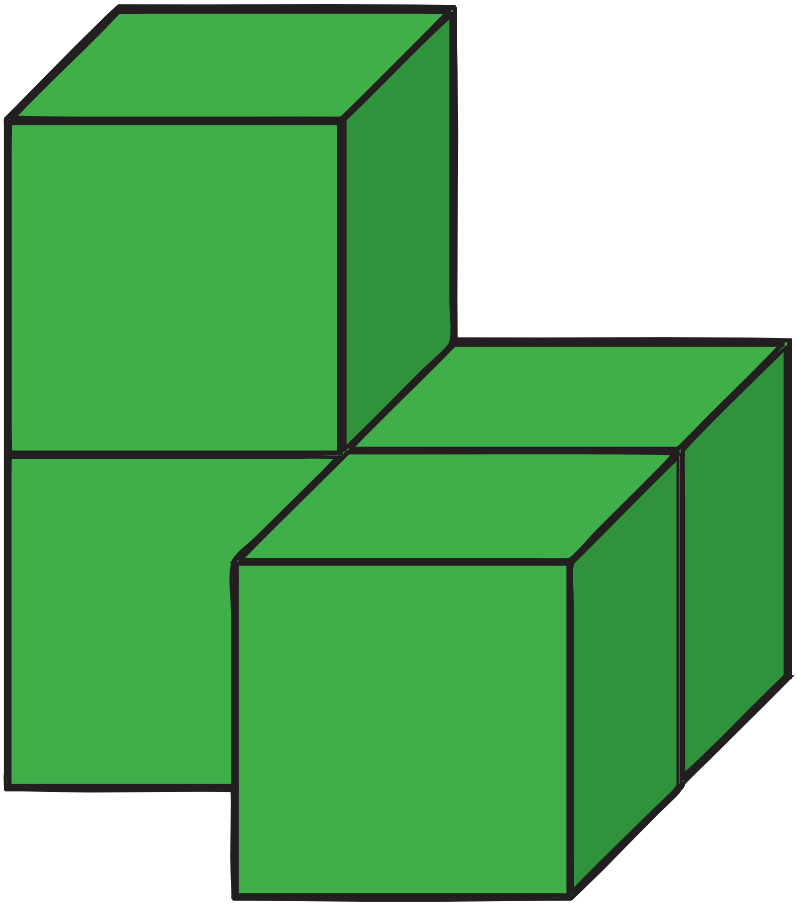
Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

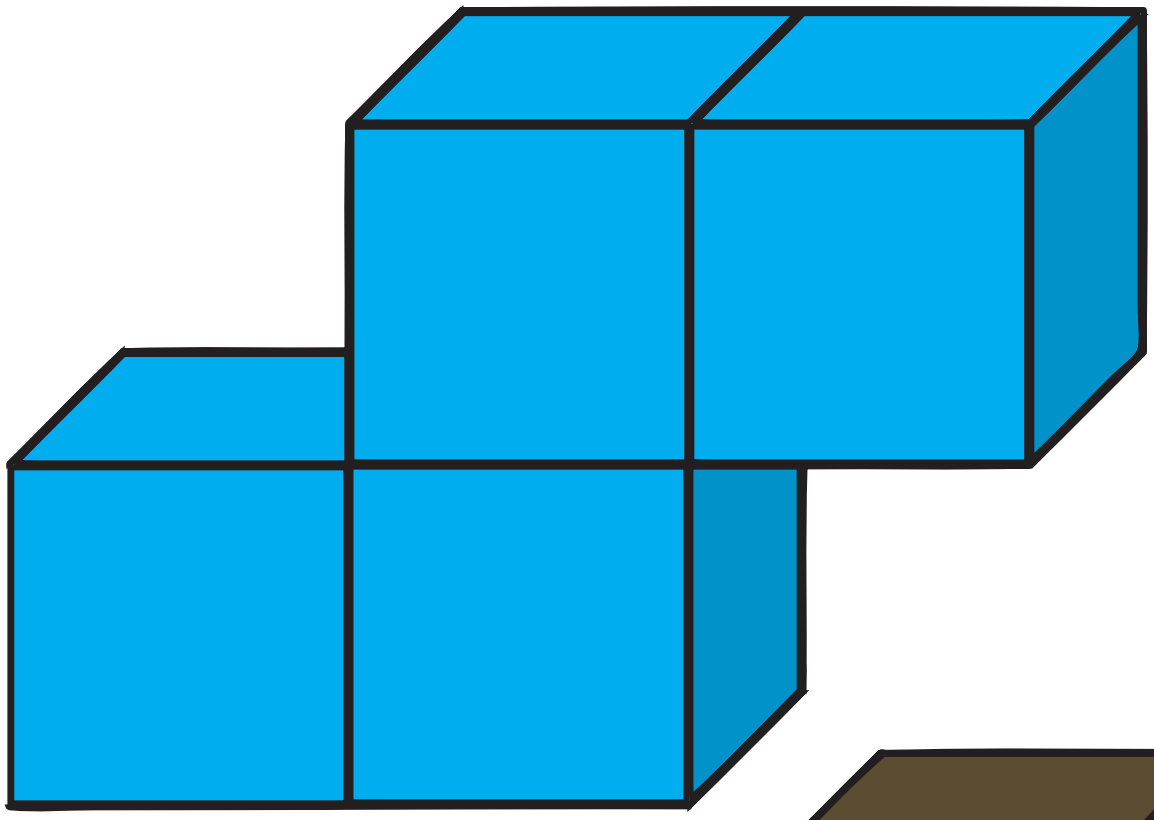
Somawürfelteile Demonstrationsmaterial

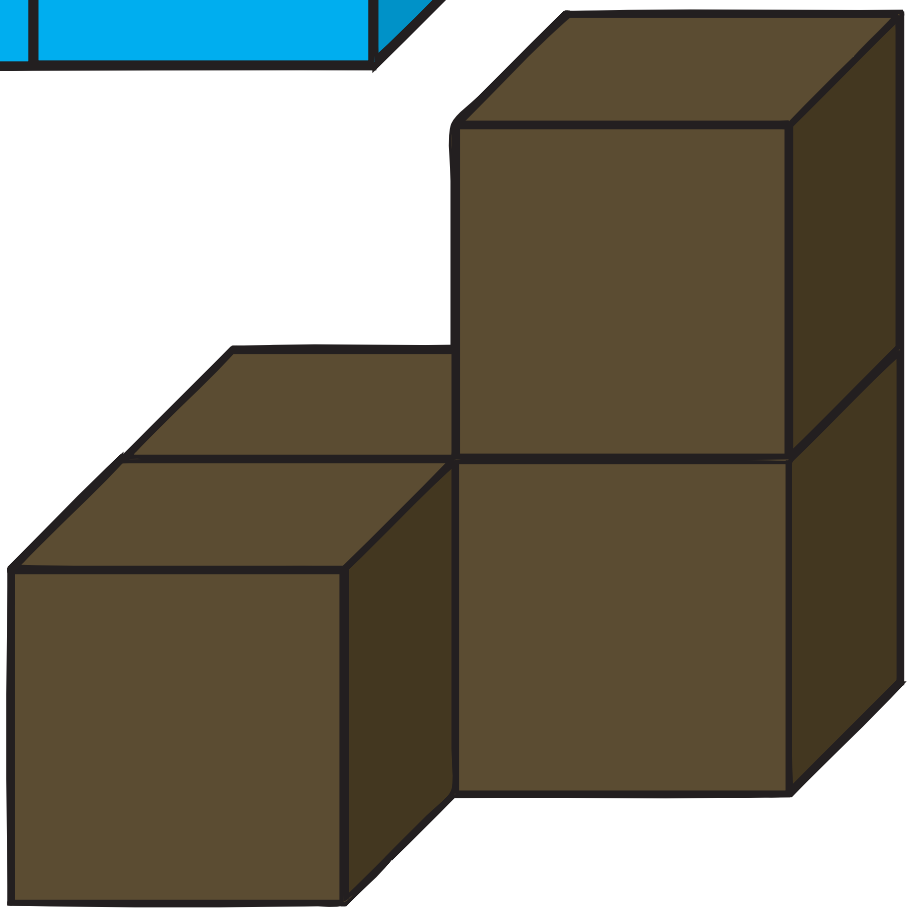




Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

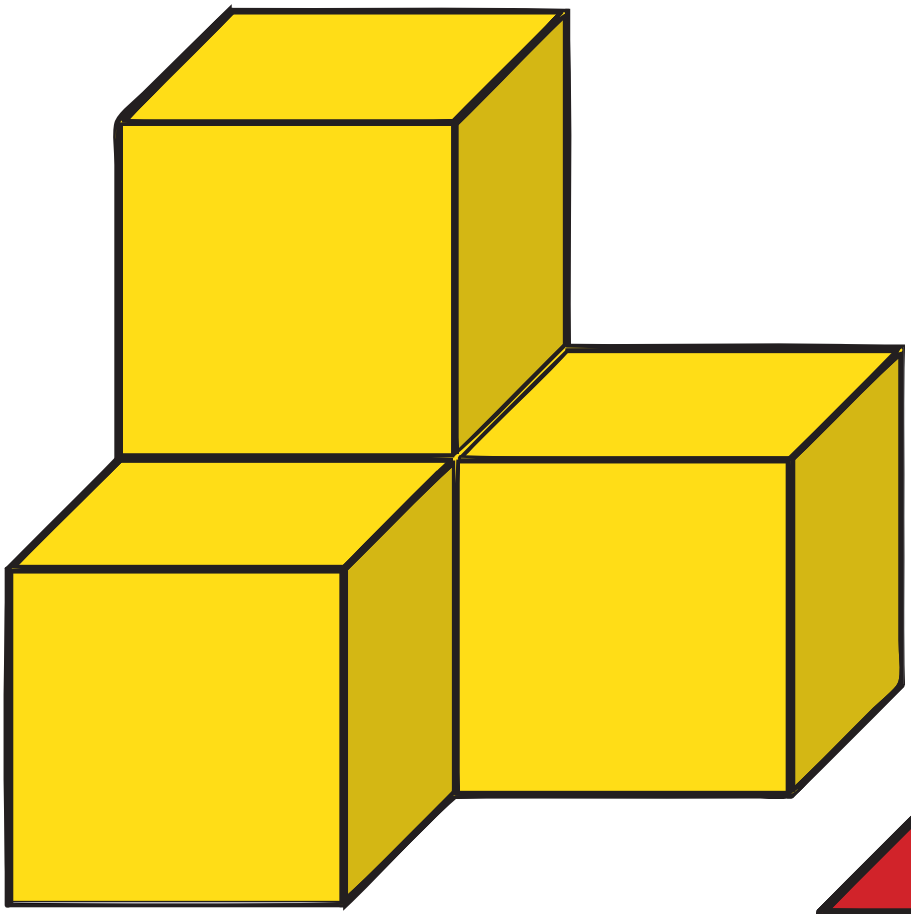
Somawürfelteile Demonstrationsmaterial

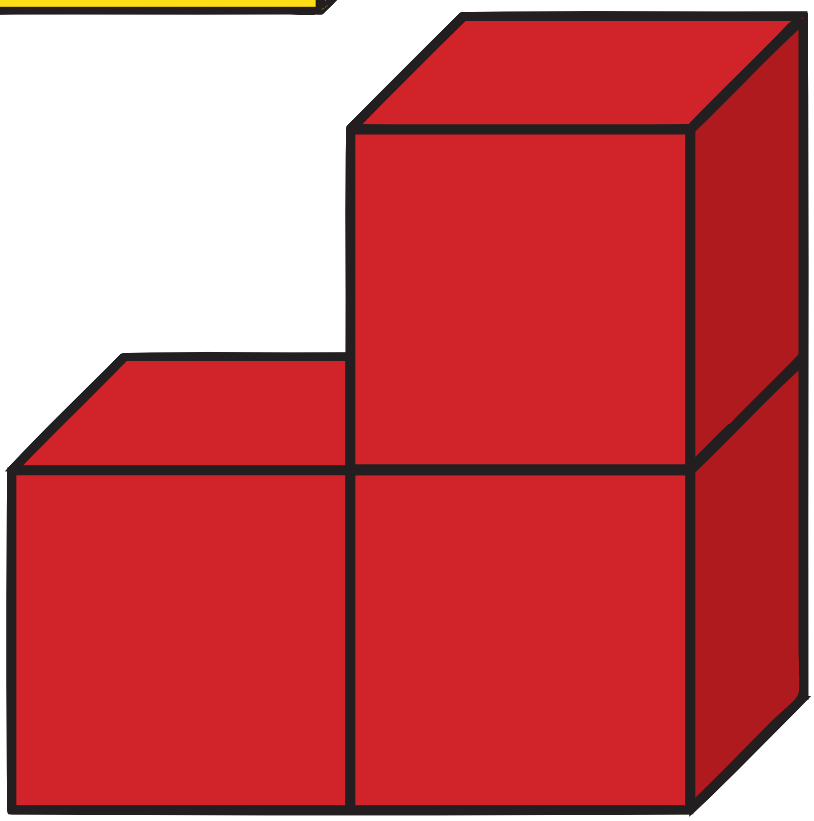




Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

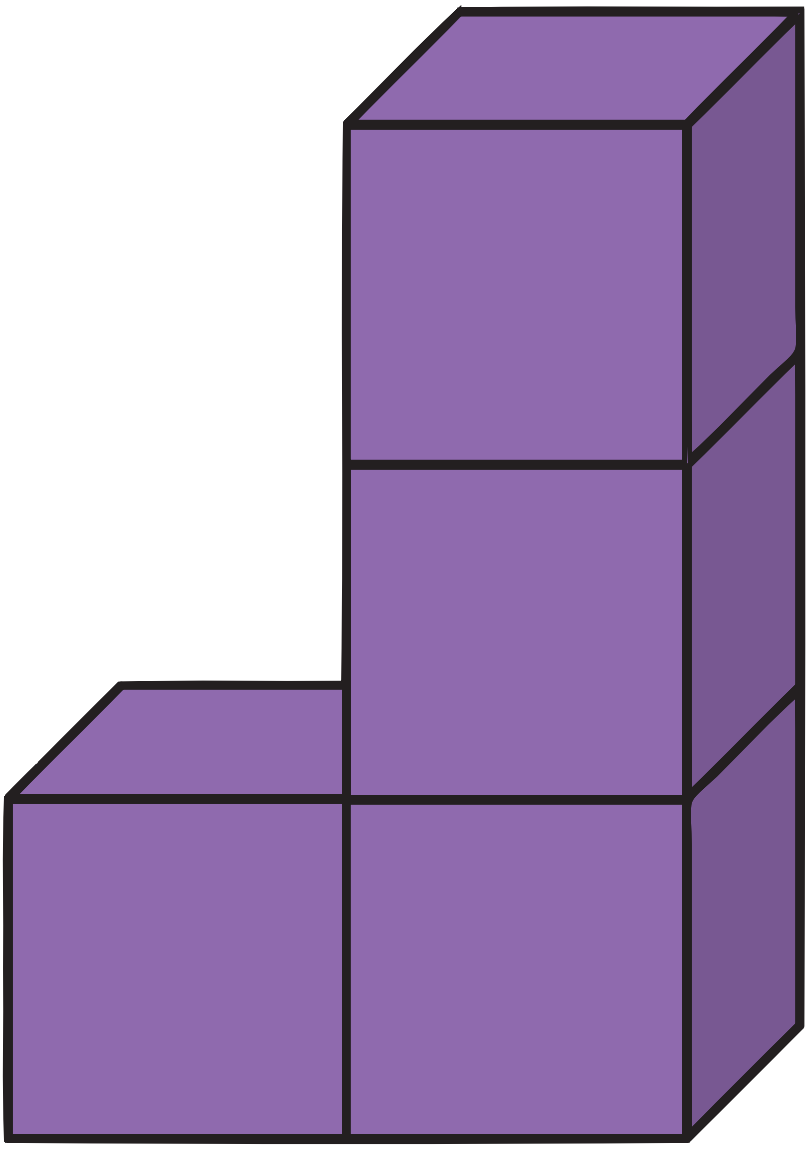
Somawürfelteile Demonstrationsmaterial





Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Somawürfelteile Demonstrationsmaterial



Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



Baut eigene Somawürfelnetze!

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



★ Somawürfelnetz

Lerntandem: _____ und _____

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

★ ★

Somawürfelnetz

Lerntandem: _____ und _____

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)



★ ★ ★ Somawürfelnetz

Lerntandem: _____ und _____

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Somawürfelnetz

Lerntandem: _____ und _____

Juni 2013 © Johanna Münzenmayer für PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Geometrie mit Vierlingen

Dorothee Carniel/Hartmut Spiegel

Wie aus einem Missverständnis Neues entstehen kann

Not macht bekanntlich erfinderisch. Und was tun, wenn der nächste Unterrichtsbesuch ansteht? Die Lösung kann zum Beispiel heißen: Ehemalige Lehrende befragen. Herausgekommen sind Streichholzvierlinge.

Wer kennt ihn nicht, den Hilfeschrei der Lehramtsanwärterinnen, wenn es darum geht, einen Unterrichtsbesuch vorzubereiten. Neue Ideen wären schön, möglichst mit nicht allzuviel Materialaufwand und wenn es geht, sollen sie auch noch den Unterrichtsalltag widerspiegeln. Widerspiegeln – Spiegel – Spiegelgeometrie – wozu gibt es Leute wie *Hartmut Spiegel*, die man oder frau in solchen Situationen fragen kann. Mit einer ungefähren Vorstellung zu meinem nächsten Unterrichtsbesuch konfrontierte ich also meinen ehemaligen Professor. „Streichholzdomino" möchte ich einführen, verkündete ich ihm und erntete ein großes Fragezeichen. Es dauerte eine Zeit, bis wir das Missverständnis aufklärten und er mich darauf hinwies, dass ich wohl das Spiel „Digit" meinen würde. Jetzt stand das Fragezeichen auf meiner Stirn und es lag an ihm, mir zunächst „Digit" zu erklären.

Digit

Digit ist ein Spiel, das man über den Spielwarenhandel beziehen kann. Es enthält alle Karten zu den Streichholzfünflingen. Ein Streichholzfünfling besteht aus fünf Streichhölzern (logisch), die unter Einhaltung bestimmter Regeln aneinander gelegt werden. Es gilt: Immer nur Ecke an Ecke und nur im rechten Winkel oder linear. Bei diesem Spiel werden Spiegelbilder nicht unterschieden – sonst würden es zu viele, es sind ja so schon 55.

Jeder Spieler bekommt fünf Karten, eine Karte wird als Ausgangskarte offen auf den Tisch gelegt und mit fünf Hölzern wird der entsprechende Streichholzfünfling daneben gelegt. Wer am Zug ist, prüft, ob bei seinen Karten ein Streichholzfünfling dabei ist, den man erzeugen kann, indem man bei der Ausgangsfigur genau ein Streichholz umlegt. Ist das der Fall, legt er es um und legt seine Karte offen auf der Ausgangskarte ab. Ist das nicht der Fall, muss man eine neue Karte aufnehmen. Dann ist der nächste Spieler am Zug – egal, ob der Vorgänger ablegen konnte oder nicht. Gewonnen hat, wer als erster keine Karten mehr hat.

In der Spielanleitung dazu findet man auch noch eine Variante der obigen Spielregel, die das Spiel anspruchsvoller und interessanter macht: Man darf so lange Karten ablegen, wie man kann – im Idealfall alle, die man hat. Anschließend zieht man so viele Karten nach, bis man wieder fünf hat, und dann kommt der nächste Spieler. Da hier am Ende gewinnt, wer im Laufe des Spieles die meisten Karten abgelegt hat, legt jeder die Karten, die er ablegt, nicht in die Mitte, sondern auf einen eigenen Stapel. Wer dran ist und nicht ablegen kann, muss eine Karte nachziehen. So kann es vorkommen, dass man auch mehr als fünf Karten in der Hand hat. Aber vielleicht wird man sie beim nächsten Mal alle los.

„Puh", dachte ich, das wird zu schwer für mein erstes Schuljahr, aber vielleicht geht es ja auch mit Streichholzvierlingen. Also entwickelten wir Streichholzvierlinge. Jeder nach seinem System, denn ohne System konnten wir uns nicht sicher sein, alle Streichholzvierlinge zu haben. Vorab aber mussten wir noch vereinbaren, was wir als verschieden ansehen wollen und was nicht. Aus didaktischen Gründen, die nachher noch aufgeführt werden (vgl. S. 39), bot es sich zunächst an, Figuren, die Spiegelbilder voneinander sind, als verschieden zu betrachten – wie z. B. bei den Buchstaben, wo man b und d unterscheidet. Aber Achtung – der Vergleich mit den Buchstaben trifft nicht ganz: Dort unterscheidet man auch d und p, von denen man eines nur drehen muss, damit es aussieht wie das andere. Bei den Streichholzvierlingen unterscheiden wir so etwas nicht.

Was mit Streichholzvierlingen möglich ist

Wie viele Streichholzvierlinge wir erhalten haben? Holen Sie sich ruhig vier Streichhölzer und nehmen Sie sich die Zeit, selbst alle verschiedenen Streichholzvierlinge zu legen und skizzieren. Warum? Genau das haben wir nämlich die Kinder auch machen lassen.

Nachdem ich zwei Streichholzvierlinge in den Sitzkreis gelegt hatte, äußerten die Kinder Formbeschreibungen. Björn: „Das sieht aus wie ein T." Patrik: „Das andere wie ein Stuhl." Sarah: „Wenn man bei dem, der wie ein Stuhl aussieht, einen umlegt, dann ist es ein Quadrat." Ich forderte Sarah auf, es zu tun und erklärte dann, dass sie nun einen neuen Streichholzvierling gefunden hatte. Nun wollten die anderen auch. Anhand von einigen Fehlversuchen (ein E und ein Pfeil) wurden die Legeregeln für Streichholzvierlinge erarbeitet. Die beiden im Sitzkreis entstandenen Streichholzvierlinge wurden jeweils auf einem quadratischen Zettel aufgemalt. Mit dem Arbeitsauftrag: „Finde alle Streichholzvierlinge!" und mit quadratischen Schmierzetteln sowie jeweils vier Streichhölzern wurden die Kinder in die Partnerarbeit entlassen.

Die Kinder gingen folgendermaßen vor: Sie legten einen Streichholzvierling, malten ihn auf ihren Schmierzettel und verglichen dann ihr Ergebnis mit den schon gefundenen an der Tafel. Entdeckten sie ihren Streichholzvierling an der Tafel nicht, kamen sie zum Pult und ließen sich ihre Zeichnung auf ein größeres Blatt übertragen. Das durften sie dann an die Tafel kleben. Innerhalb einer halben Stunde hatten die Kinder sämtliche Streichholzvierlinge entdeckt. Zunächst waren es noch ein paar mehr als 25, da einige Kinder Figuren, die sich nur durch eine Drehung unterschieden, nicht als gleich betrachteten.

Ließ man diese Kinder die Zeichnung mit Streichhölzern nachbauen und gingen sie dann um den Tisch herum, fiel ihnen die Gleichheit auf. Dass Figuren, die zueinander spiegelbildlich sind, unterschieden werden müssen, stellte für die Kinder kein großes Problem dar. Es reicht ja nicht aus, um den Tisch herum zu gehen, man mußte mindestens ein Streichholz bewegen, um die andere Figur zu erhalten. Zum Abschluss übertrugen die Kinder die Streichholzvierlinge von der Tafel auf ein Arbeitsblatt. Das stellte für einige Kinder noch ein großes Problem dar. Es waren viele Streichholzvierlinge und die Tafelanordnung war nicht besonders übersichtlich. So versuchte Sadia, sich dadurch zurechtzufinden, dass sie die Streichholzvierlinge mit vertrauten Buchstaben in Verbindung brachte. Dementsprechend erhielt sie ein A, ein Z und zweimal F.

Vorstellung einer Spielregel: Spielen des Spiels

In der nächsten Stunde – wiederum im Sitzkreis – holte ich vier Streichhölzer hervor und fragte die Schüler/innen nach den Aktivitäten vom Vortag. Wir haben Streichholzvierlinge[1] „gebaut", erklärte *Maike* kurz und präzise. „Heute will ich euch ein Spiel vorstellen, das man mit den Streichholzvierlingen spielen kann." Ich teilte die Klasse in zwei Hälften und legte in jeden Halbkreis fünf Karten mit Streichholzvierlingen.[2] In die Mitte legte ich eine weitere Karte. „Ihr habt sechs und wir haben nur fünf", beschwerte sich *Patrik* umgehend. „Nein, das ist die Anfangskarte", erwiderte ich und forderte sogleich ein Kind auf, sie mit Streichhölzern nachzubauen. „Jetzt seid ihr dran. Ihr dürft nur ein Streichholz umlegen. Wenn dann ein Streichholzvierling entsteht, den ihr auf einer eurer Karten habt, dürft ihr die Karte ablegen." Eine Schülerin wiederholte die Regel. Nun begann das Spiel: Gleich bei der ersten Karte legte *Julia* das Spiegelbild einer Karte, die sie ablegen wollte. Protest. *Julia* musste die Karte zurücknehmen. *Klaus* sprang hilfreich ein. „Guck mal, wenn du das Streichholz nach hier legst, dann geht's." Zwei weitere Karten wurden abgelegt, dann stockte das Spiel wiederum.

Sandra erzeugte zwar ein wunderschönes Quadrat, aber bei den Karten ihrer Mannschaft war kein Quadrat dabei. Als sie darauf aufmerksam gemacht wurde, legte sie einen weiteren Vierling, aber wiederum entstand dabei keine der zur Verfügung stehenden Figuren. Auch der dritte Versuch brachte keinen Erfolg, und so legte ein anderes Kind einen Streichholzvierling, der zu einer Karte passte. Als eine Schülerin zwei Streichhölzer umlegen wollte, protestierten sofort alle, und als *André* einmal nicht weiter kam, half *Sarah* ihm. Sie drehte den Vierling, den *André* legen wollte, und hielt das Streichholz, das er umlegen musste, zu. So konnte *André* gut erkennen, was er schon hatte und auf was er sich konzentrieren musste. Ungefähr nach der Hälfte der Spielzüge fragt *Gesa* dann: „Und wer gewinnt?" „Na der, der zuerst alle seine Karten abgelegt hat." „Aber dann gewinnt ja immer der, der anfängt." „Nein, nicht immer, manchmal kann man auch keine Karte ablegen, aber das könnt ihr ja selber mal in Gruppen ausprobieren."

Beim Spiel halfen sich die Kinder gegenseitig und ich hatte kaum das Gefühl, dass sie gegeneinander spielten. *Sandra* und *Melanie* änderten die Spielregeln. Sie legten eine Anfangskarte in die Mitte und gruppierten die restlichen 24 Streichholzvierlinge darum. Dann legten sie ein Streichholz um und suchten den erzeugten Vierling in den vorhandenen Karten. War die Karte schon abgelegt, konnte man eben keine Karte ablegen. Auf diese Art tasteten sich *Melanie* und *Sandra* an den eigentlichen Spielgedanken heran. Betrachtet man *Sandras* unsicheres Verhalten im Sitzkreis, so ist es phantastisch, wie Kinder Möglichkeiten schaffen, sich einem Problem anzunähern.

Aufgaben gezielt bearbeiten

Unmittelbar im Anschluß an das Spiel konnten die Kinder vorbereitete Arbeitsblätter bearbeiten (vgl. ab S. 40)[3]. Etwa die Hälfte der Kinder machte von diesem Angebot Gebrauch. Dabei fiel mir ein Schüler besonders auf, der sonst eher zu den langsameren gezählt wird. Noch nie hat *Tobias* eine Aufgabe in solcher Geschwindigkeit gelöst. Nach knapp zwei Minuten zeigte er mir eine fehlerfreie Bearbeitung seines Arbeitsblattes vor. Sein Tischnachbar tat sich da schwerer, half sich dann aber nach kurzer Zeit mit einer selbstentwickelten Strategie. Er malte die Ausgangskarte auf die Zielkarten auf. Lagen drei Striche aufeinander, konnte man die Karte ablegen. Leider war diese Strategie bei den Abbildungen fehleranfällig, bei denen auch noch eine Drehung vollzogen werden musste. Die meisten Kinder nahmen die Streichhölzer zu Hilfe, was ihnen gleichzeitig die Möglichkeit zu einer Selbstkontrolle gab. Wer während dieser Stunde keine oder nicht alle Blätter bearbeitet hatte, konnte dies noch zu Hause oder in späteren Freiarbeitsstunden tun.

Was Kinder dabei lernen können

Für uns hat der Verlauf dieser beiden Stunden bestätigt, dass durch die beschriebenen Aktivitäten eine Reihe von Fähigkeiten der Kinder gefordert und gefördert werden. Einerseits werden ganz konkrete geometriespezifische Fähigkeiten gefördert, andererseits aber auch solche wie: sich kreativ verhalten, argumentieren, ordnen, klassifizieren. Skeptiker, die vielleicht noch nicht ganz vom Wert dieser Aktivität überzeugt sind, mögen mit Hilfe folgender Liste prüfen, ob wir mit unserer Einschätzung richtig liegen. Die Liste ist gegliedert nach den o. a. Bereichen.

Vorstellung von Figurentypen:

- aus einem oder mehreren Beispielen die Bildungsregel erkennen,
- die Bildungsregel in Teilen oder vollständig sprachlich beschreiben,
- neue Streichholzvierlinge erzeugen, die der Regel entsprechen,
- rechte Winkel von anderen unterscheiden,
- die gelegten Streichholzvierlinge durch eine Zeichnung darstellen,
- erfahren, dass es eine Sache der Festlegung ist, welche Streichholzvierlinge man als gleich bzw. verschieden betrachtet,
- gleiche bzw. verschiedene Streichholzvierlinge, die in unterschiedlichen Lagen abgebildet sind, als gleich bzw. verschieden erkennen,
- erfahren, dass es Streichholzvierlinge gibt, deren Spiegelbild durch eine Drehung erzeugt werden kann.

Vorstellung von Spielregeln:

- die mitgeteilte Spielregel verstehen und korrekt umsetzen,
- für zwei Streichholzvierlinge entscheiden, ob die eine sich durch Umlegen eines Streichholzes in die andere überführen lässt oder nicht (verschiedene Strategien) und die Entscheidung begründen,
- Strategien entwickeln und anwenden, die die Erfolgschancen beim Spiel erhöhen, z. B. Streichholzvierlinge erzeugen können, aus denen bestimmte andere Streichholzvierlinge nicht durch Umlegen eines Streichholzes erzeugt werden können oder Streichholzvierlinge danach unterscheiden können, ob sie mehr oder weniger Figuren besitzen, aus denen man sie erzeugen kann.

Jede dieser Lernmöglichkeiten ist ein Spezialfall, der auch in anderen Bereichen sowohl des Geometrieunterrichts als auch des übrigen Mathematikunterrichts von Bedeutung ist.

Wichtig ist uns in diesem Zusammenhang, dass die Streichholzvierlinge kein Unterrichtsgegenstand sind, der um seiner selbst willen von Bedeutung wäre. Sie stellen nur eine relativ einfach zu schaffende Möglichkeit zur Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens dar. Wir sehen auch keinen Sinn darin, sich vorzunehmen, die Kinder in einer Entscheidungsstrategie zu unterweisen, z. B.: „Suche nach einer Figur aus drei Streichhölzern, die die beiden Vierlinge gemeinsam haben!" Eine solche oder andere Strategien selbst zu entdecken, das ist ja gerade eine der wesentlichen Lernchancen, die das Spiel bietet – eine vorgesagte Strategie wird kaum Erlebnisse beim Kind hervorrufen, die Grundlage sind für einen dauerhaften Lerneffekt.

Was wir noch sagen wollten ...

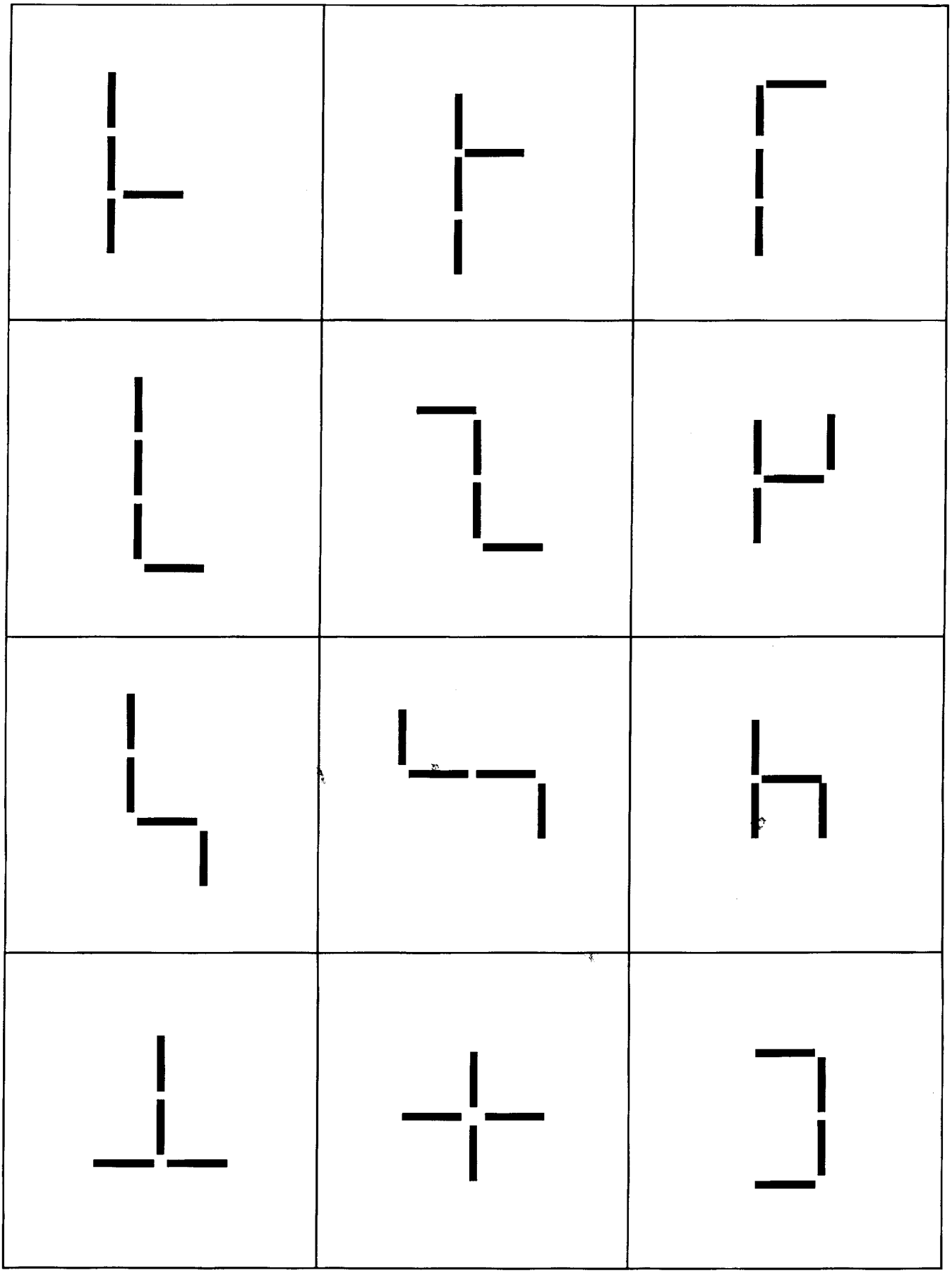
Das Original-Digit (Streichholzfünflinge) – mit den vielen Varianten, die man selber noch erfinden kann, stellt auch für viele Erwachsene noch eine Herausforderung dar. Das bedeutet, dass in der Spanne zwischen dem von uns vorgestellten Konzept und der Originalvariante eine Vielfalt von Aktivitäten denkbar sind, bei denen für jedes Schuljahr etwas dabei ist. Lassen Sie Ihrer Phantasie freien Lauf ... ●

[1] Ich hätte nicht gedacht, dass Erstklässler ein so schweres Wort behalten können, wenn es zuvor nur einmal erwähnt wurde.

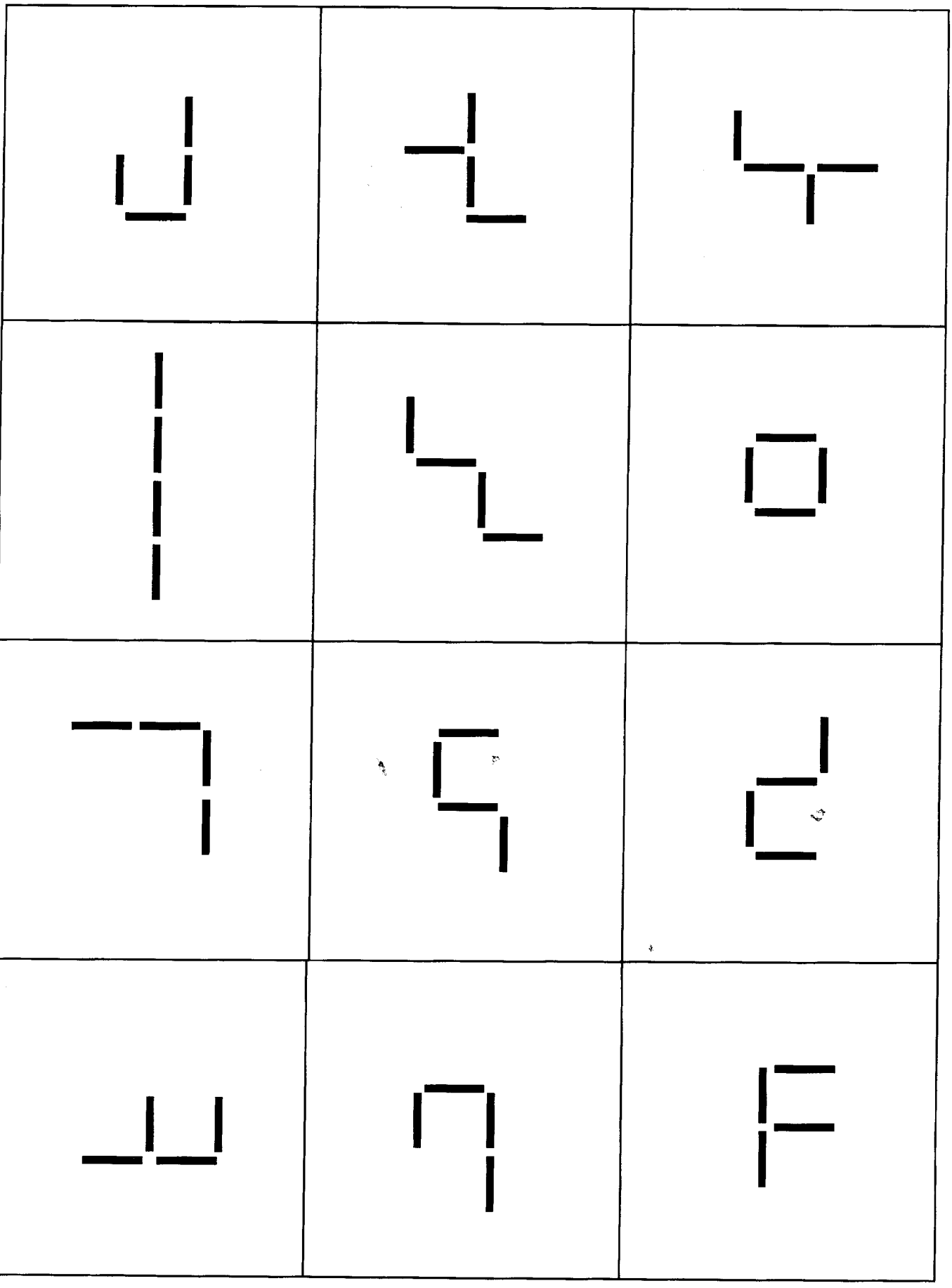
[2] Die erwähnten Karten kann sich die Leserin mit Hilfe der diesem Text beigefügten Kopiervorlagen herstellen.

[3] Auch ohne Arbeitsanweisung wussten die meisten Kinder, wie das Arbeitsblatt bearbeitet werden sollte: Diejenigen Streichholzvierlinge, die man ablegen kann, sollen angekreuzt werden. (Es war uns nicht möglich, die einzelnen Aufgaben nach einem objektiven Schwierigkeitsgrad zu unterscheiden, da es von der individuellen Strategie der Kinder abhängt, welche Aufgabe mehr oder weniger schwierig ist.)

COPY

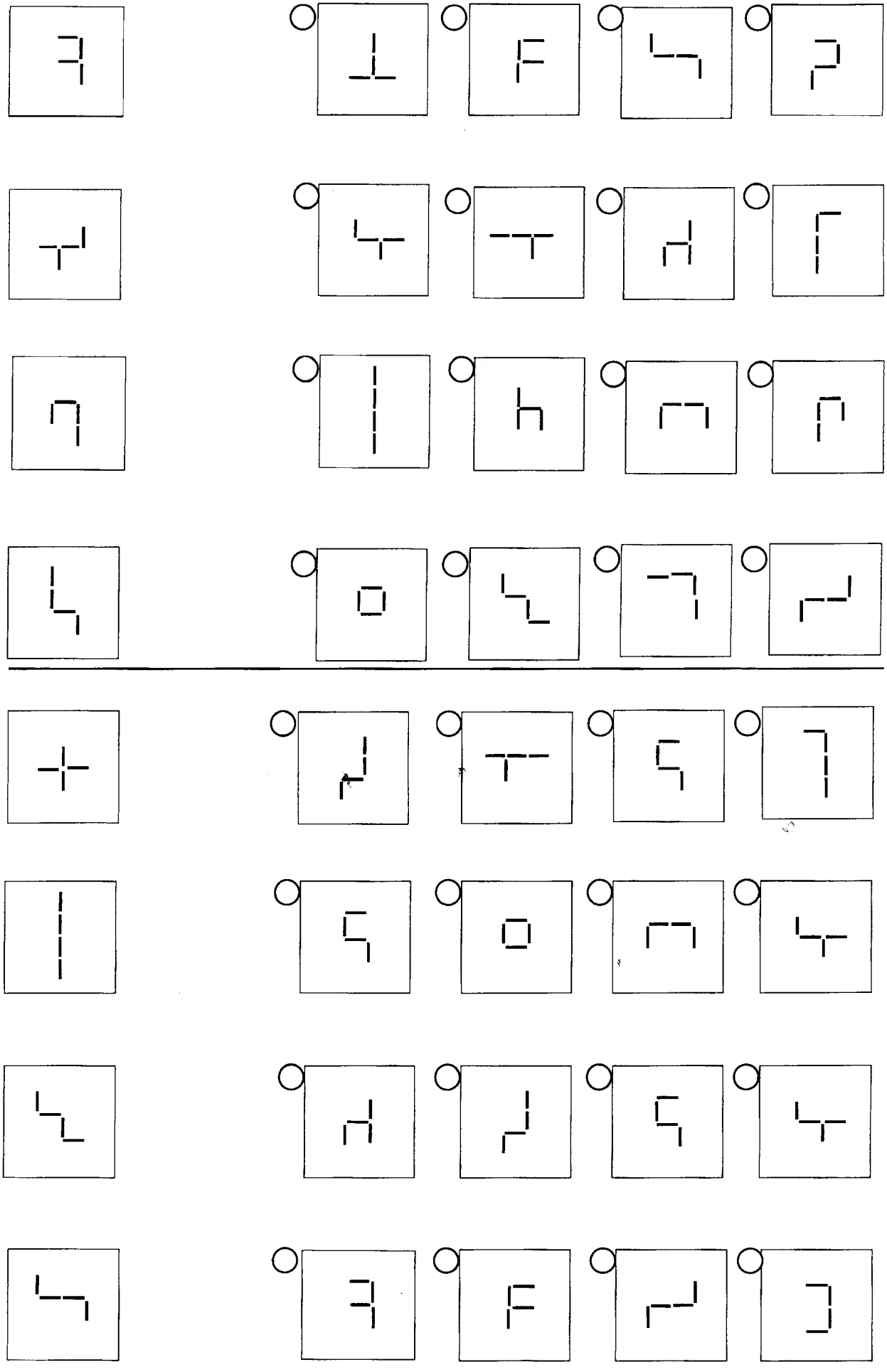


COPY



westermann®

COPY

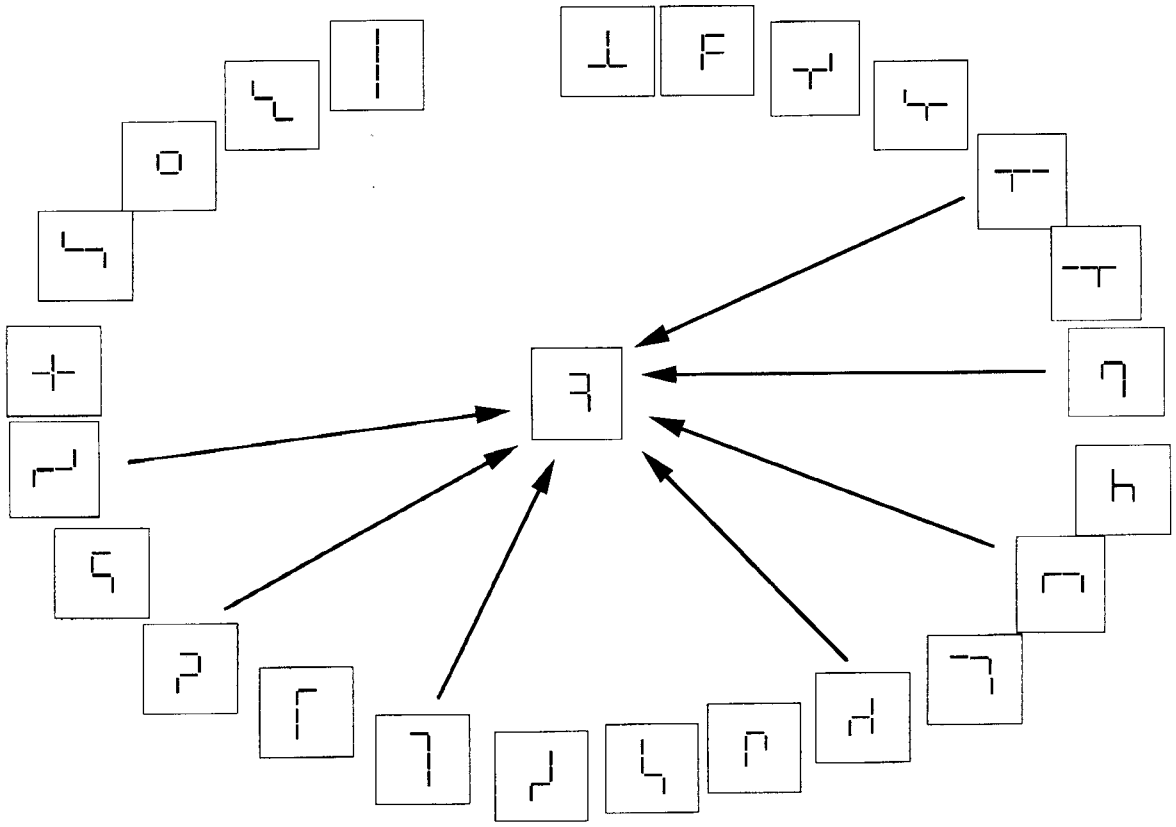


westermann®

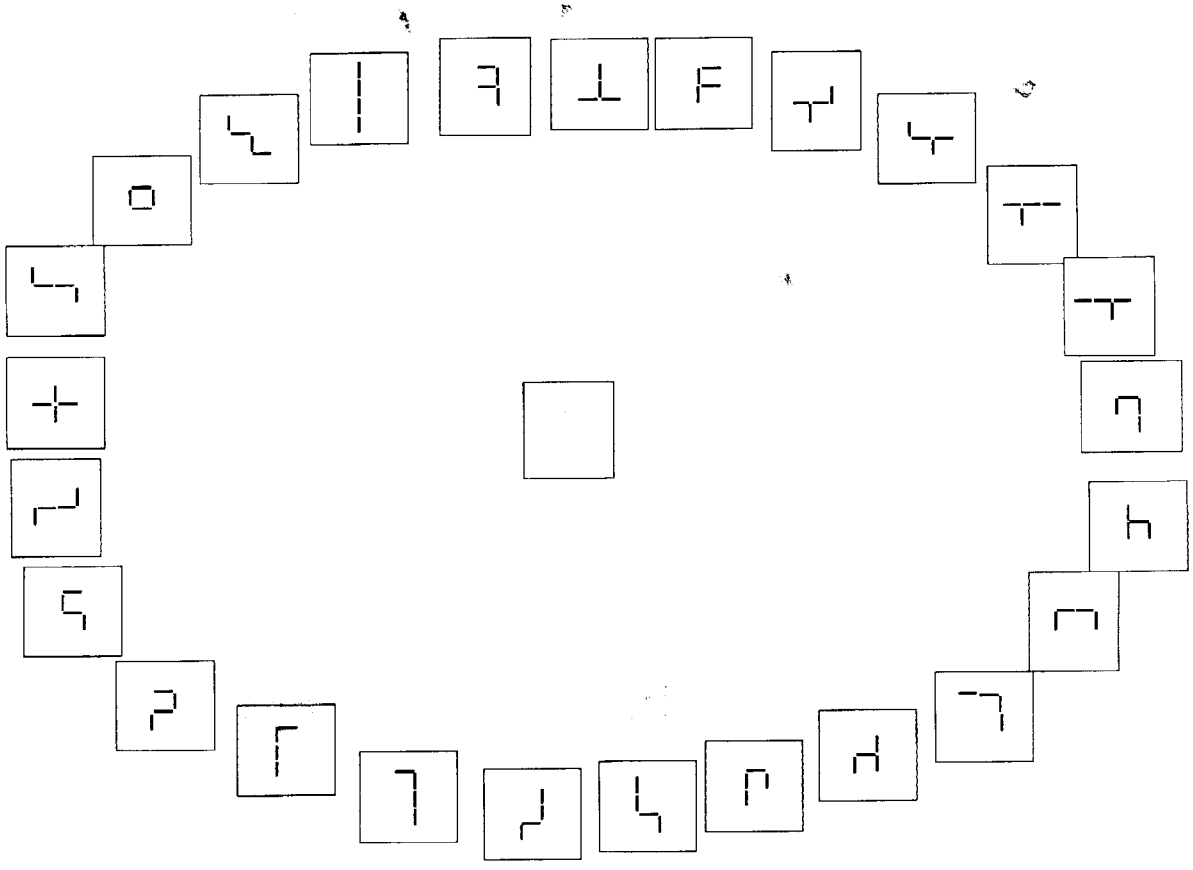
COPY

Die Pfeile zeigen dir, welche Karten du ablegen kannst.

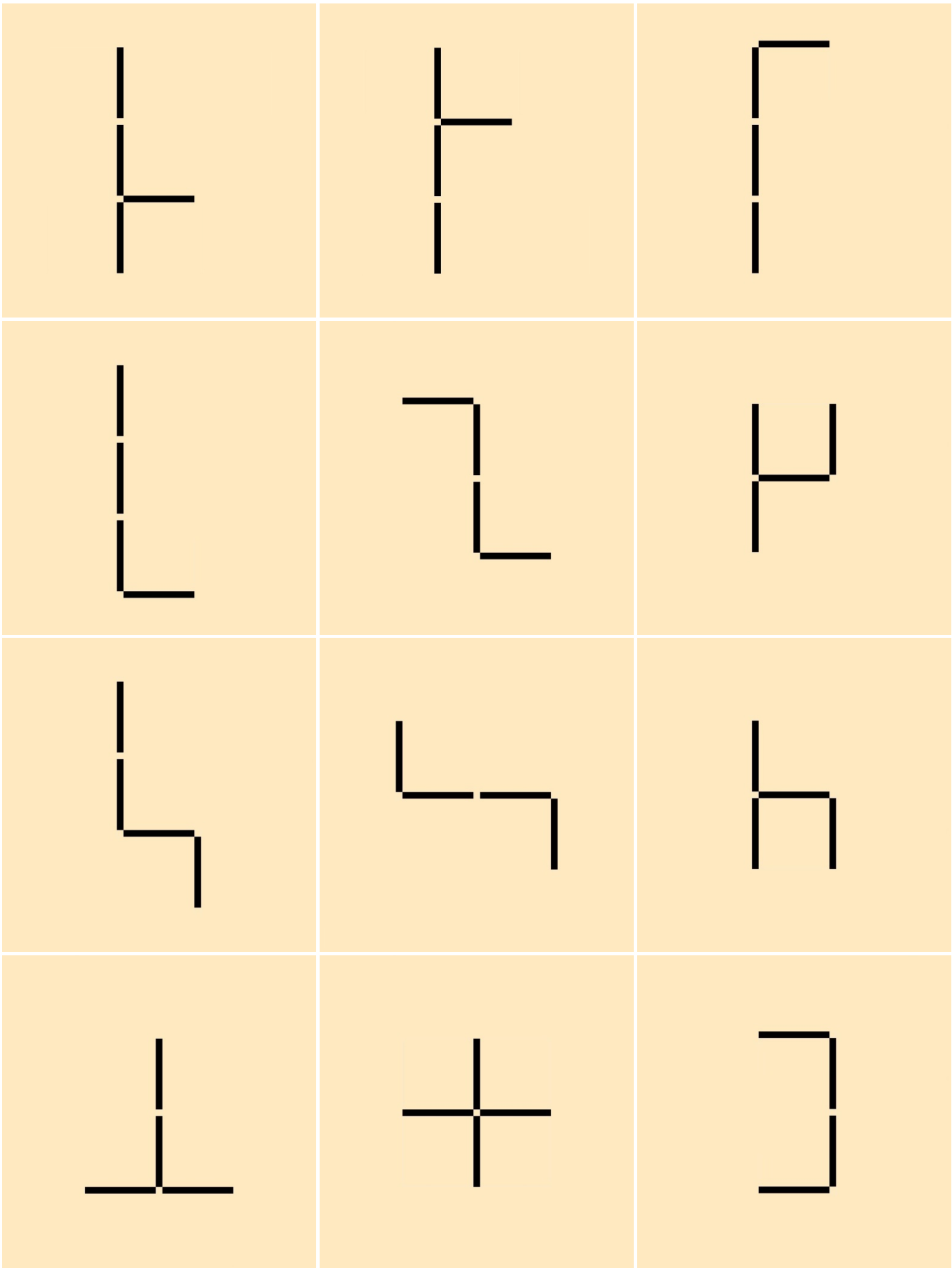
Ergänze die fehlenden Pfeile.

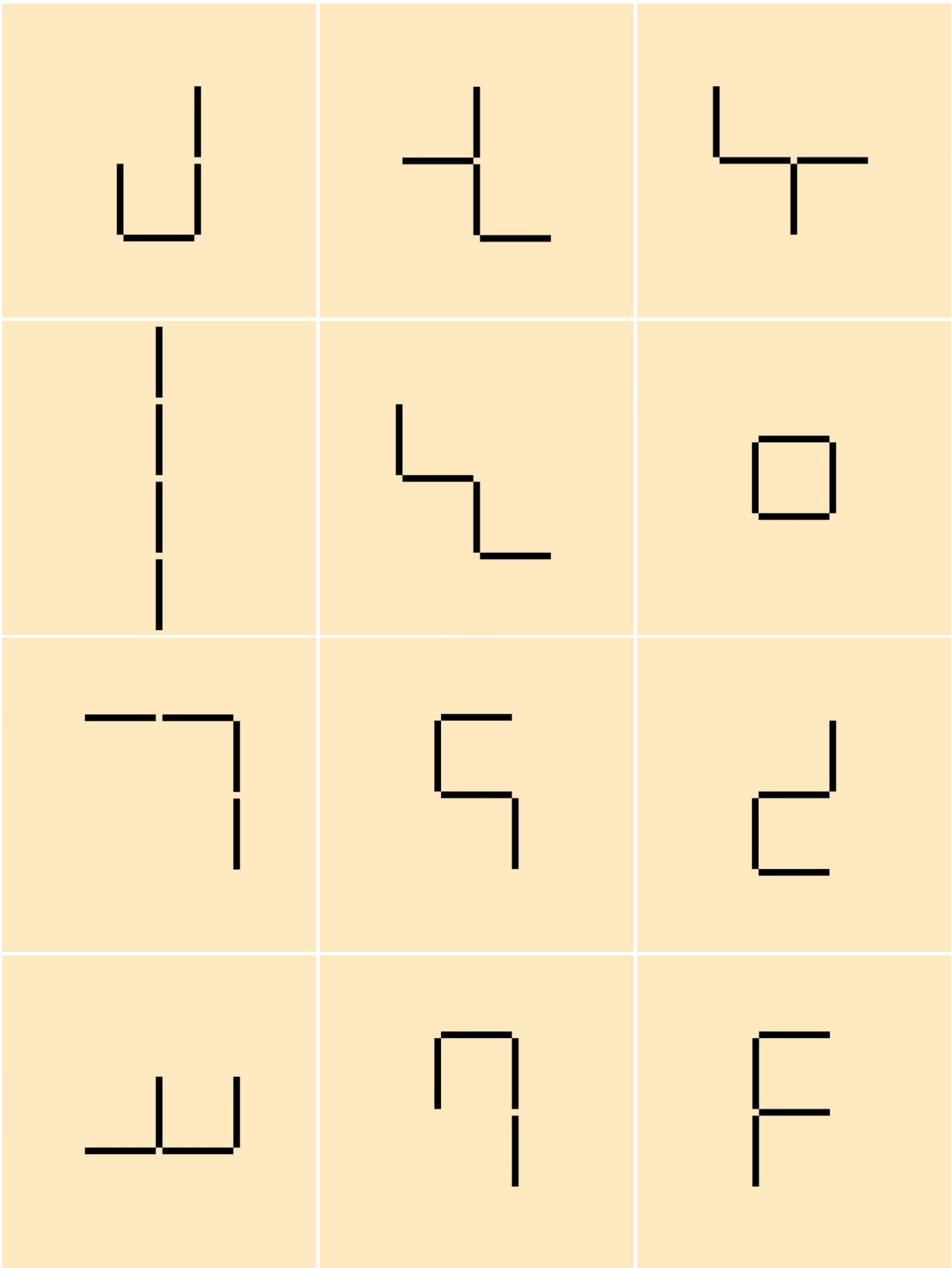


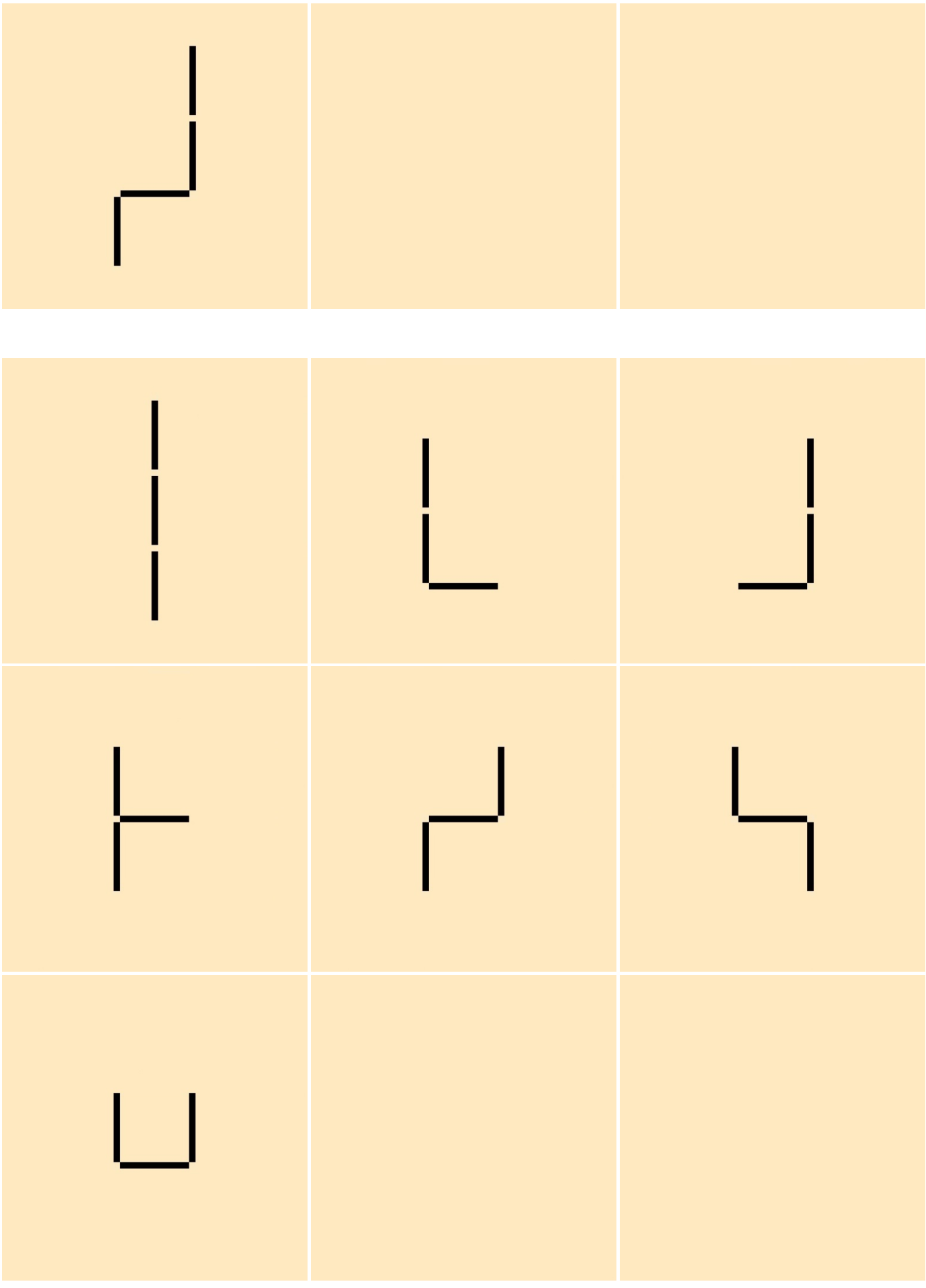
Male einen selbst ausgewählten Streichholzvierling in die Mitte. Zeichne alle Pfeile ein.

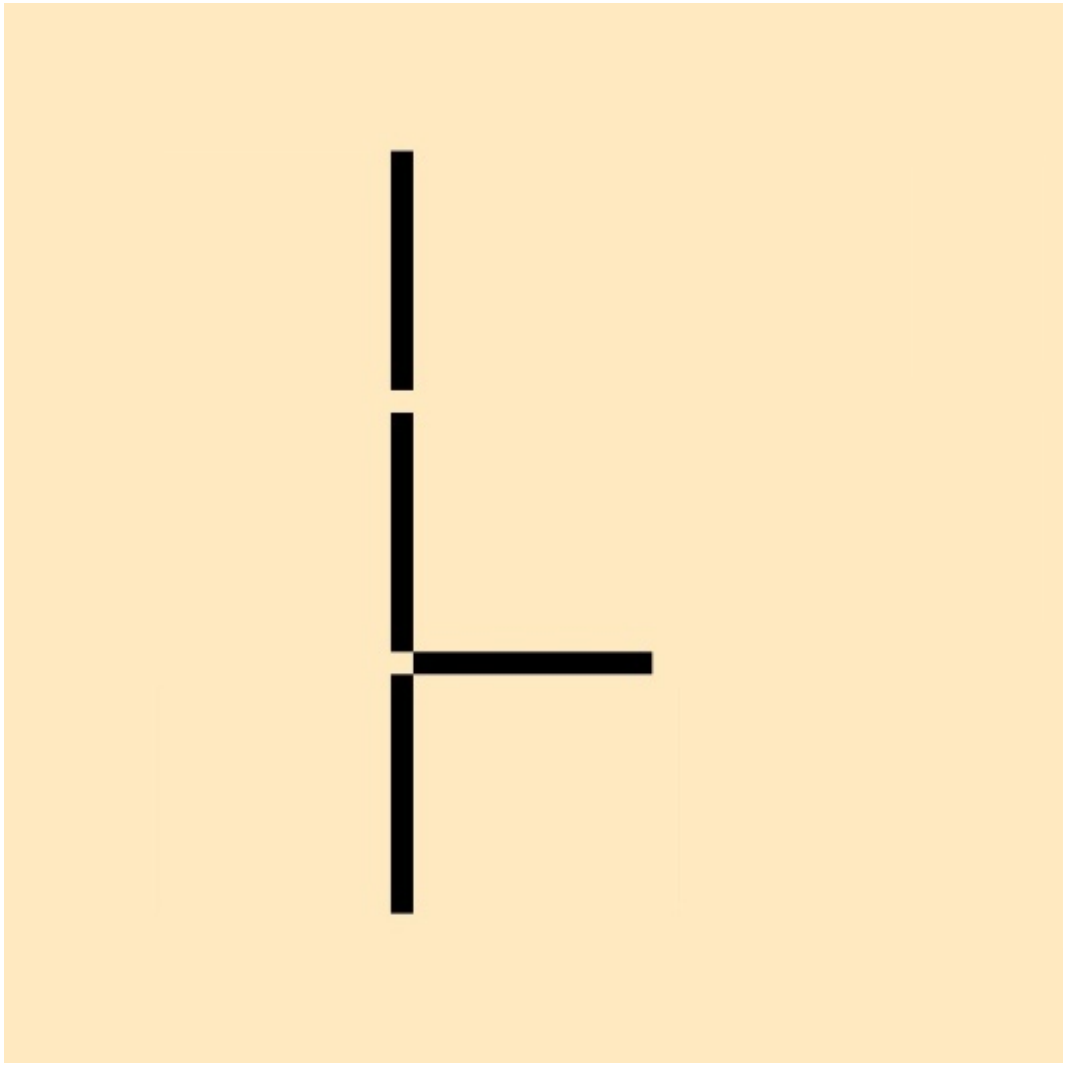


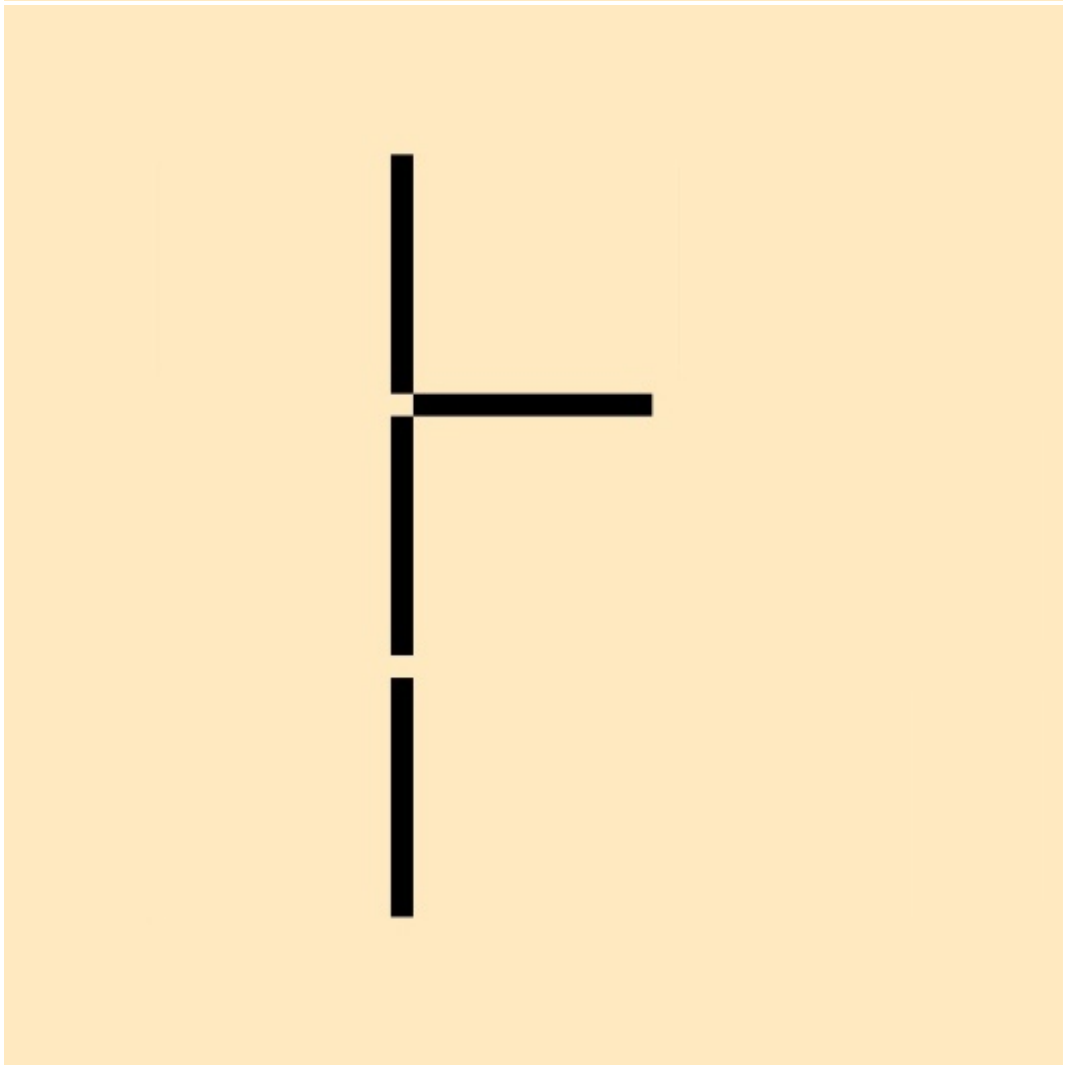
westermann®

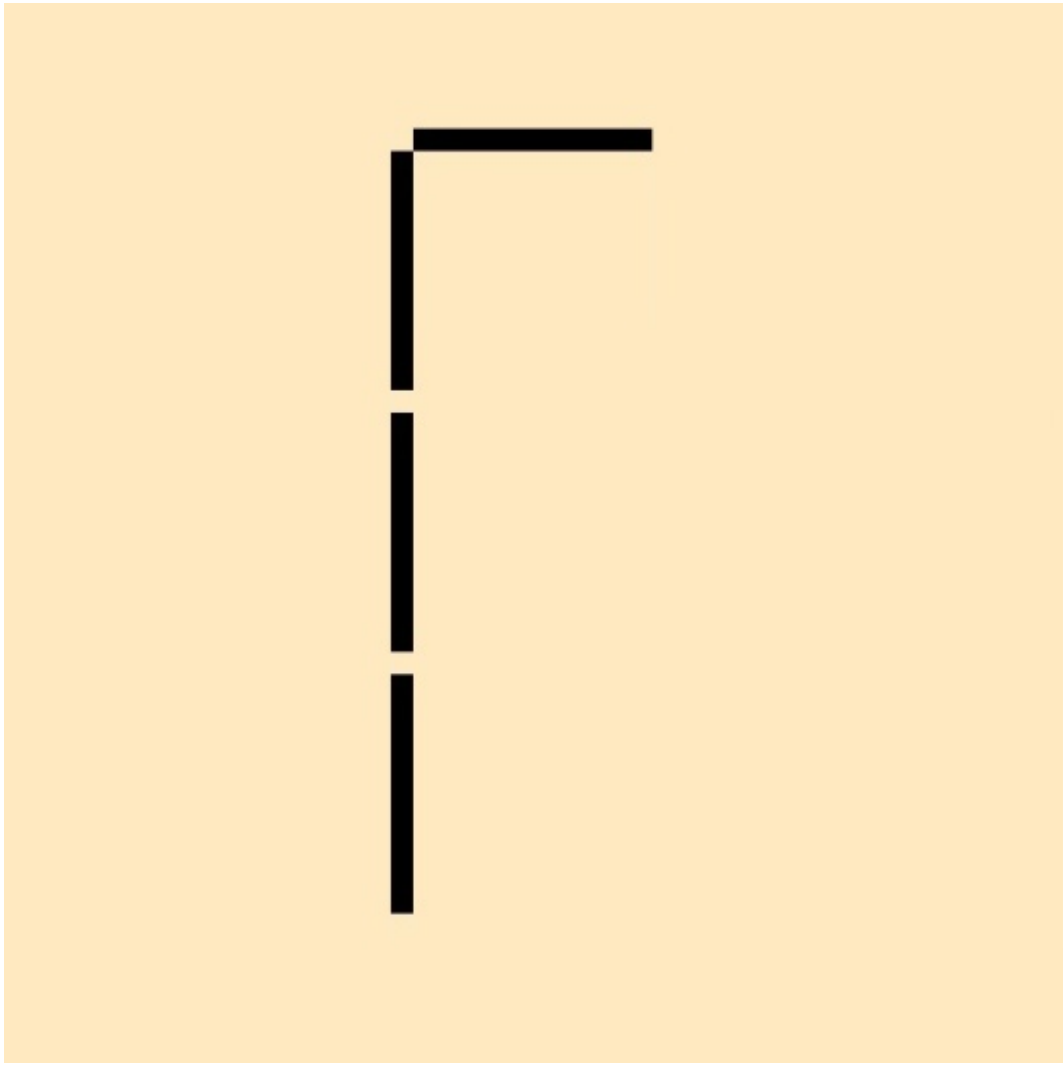


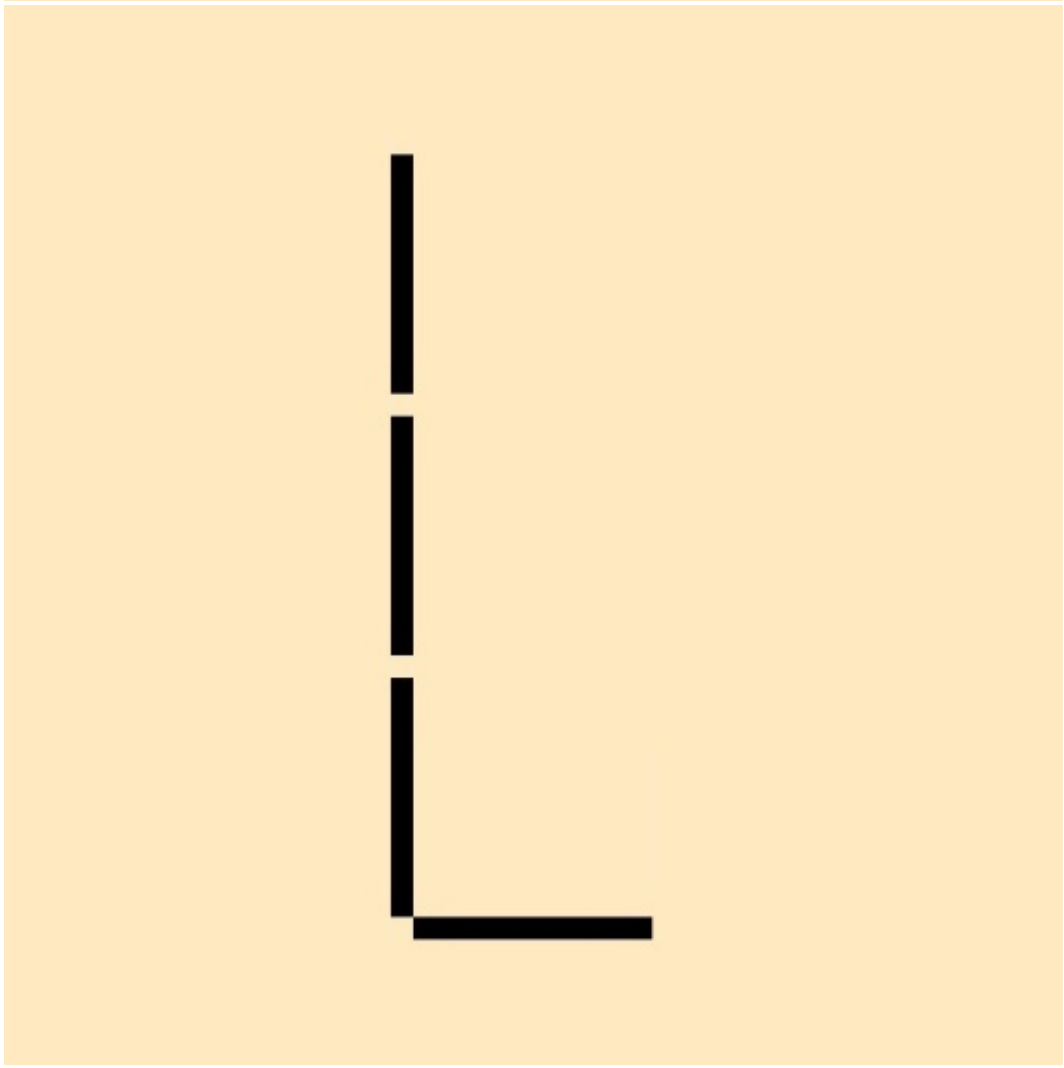


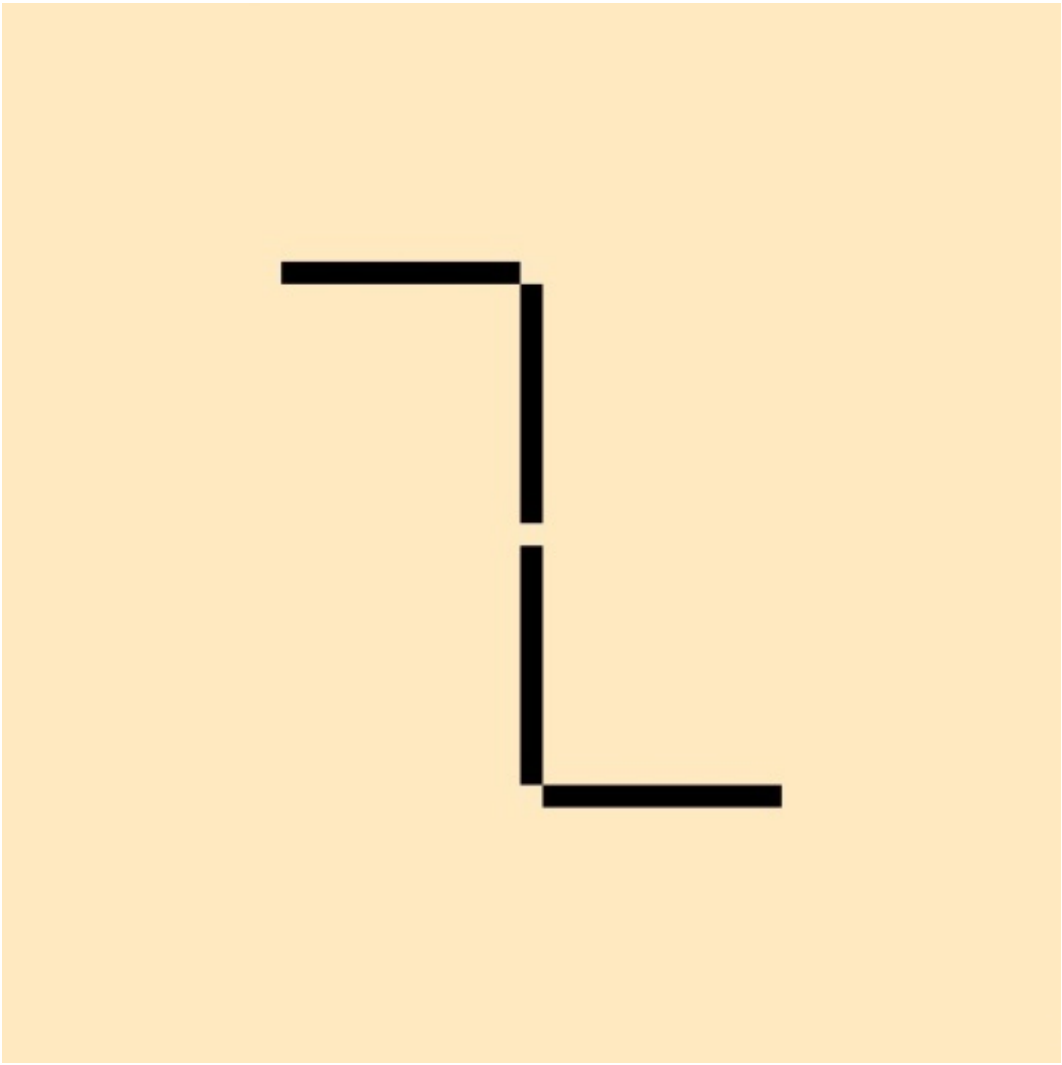


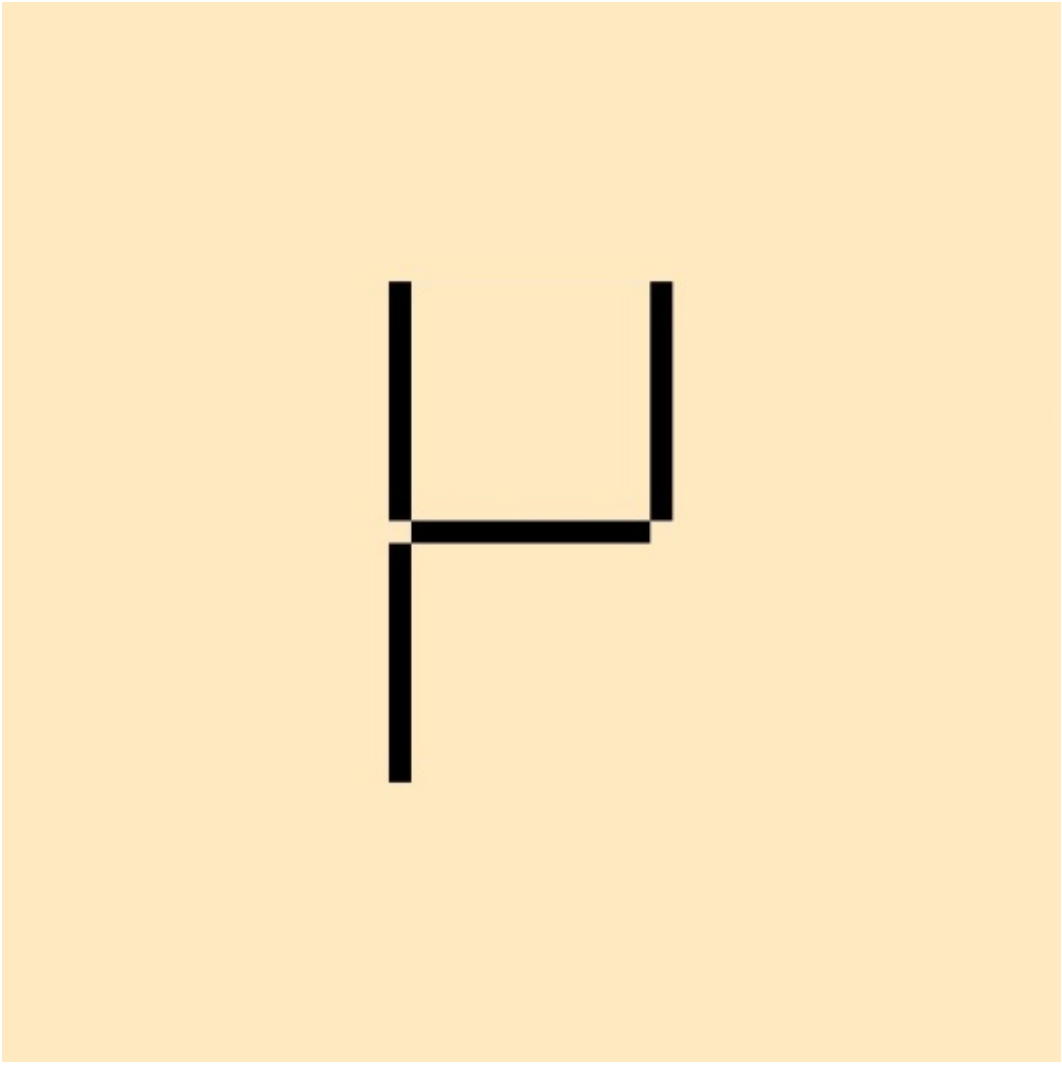


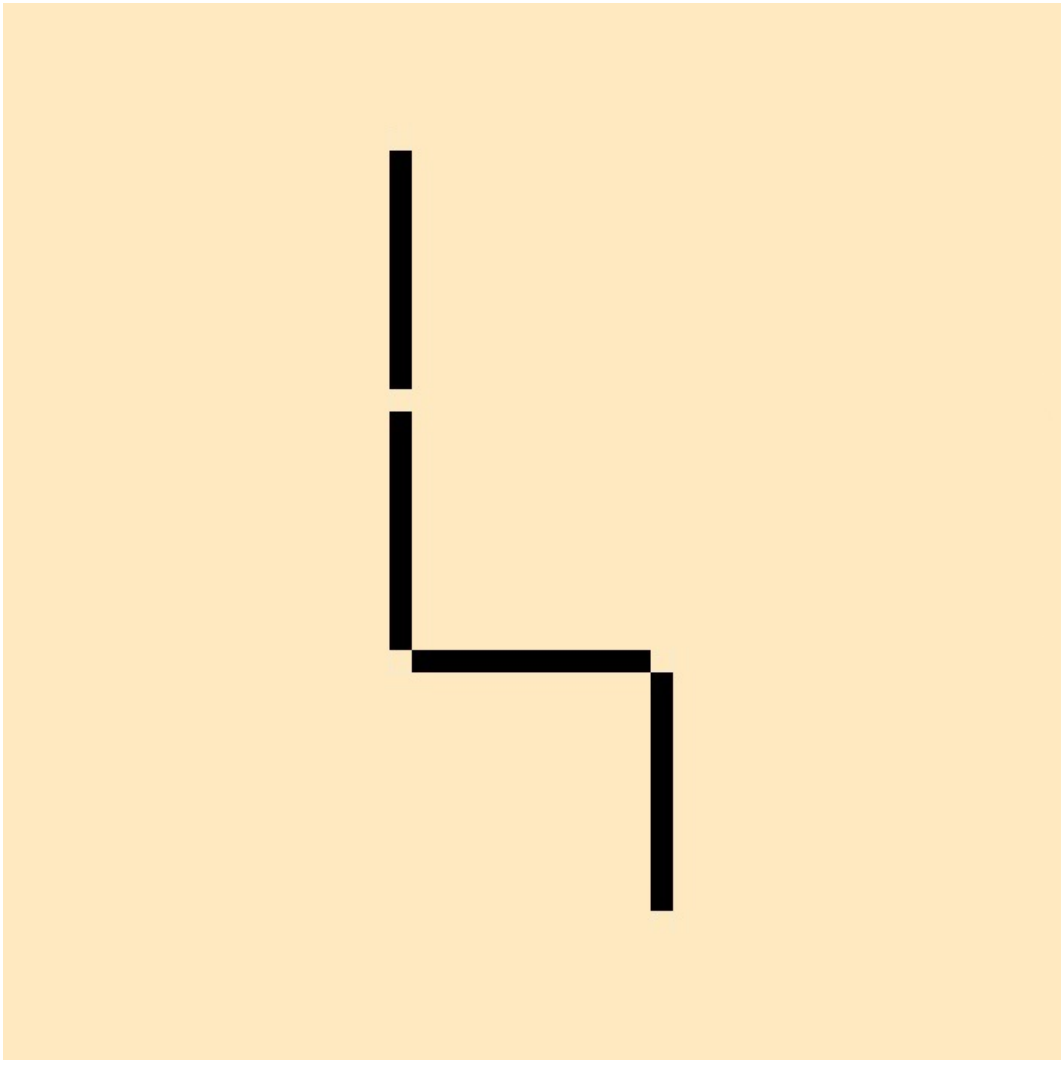


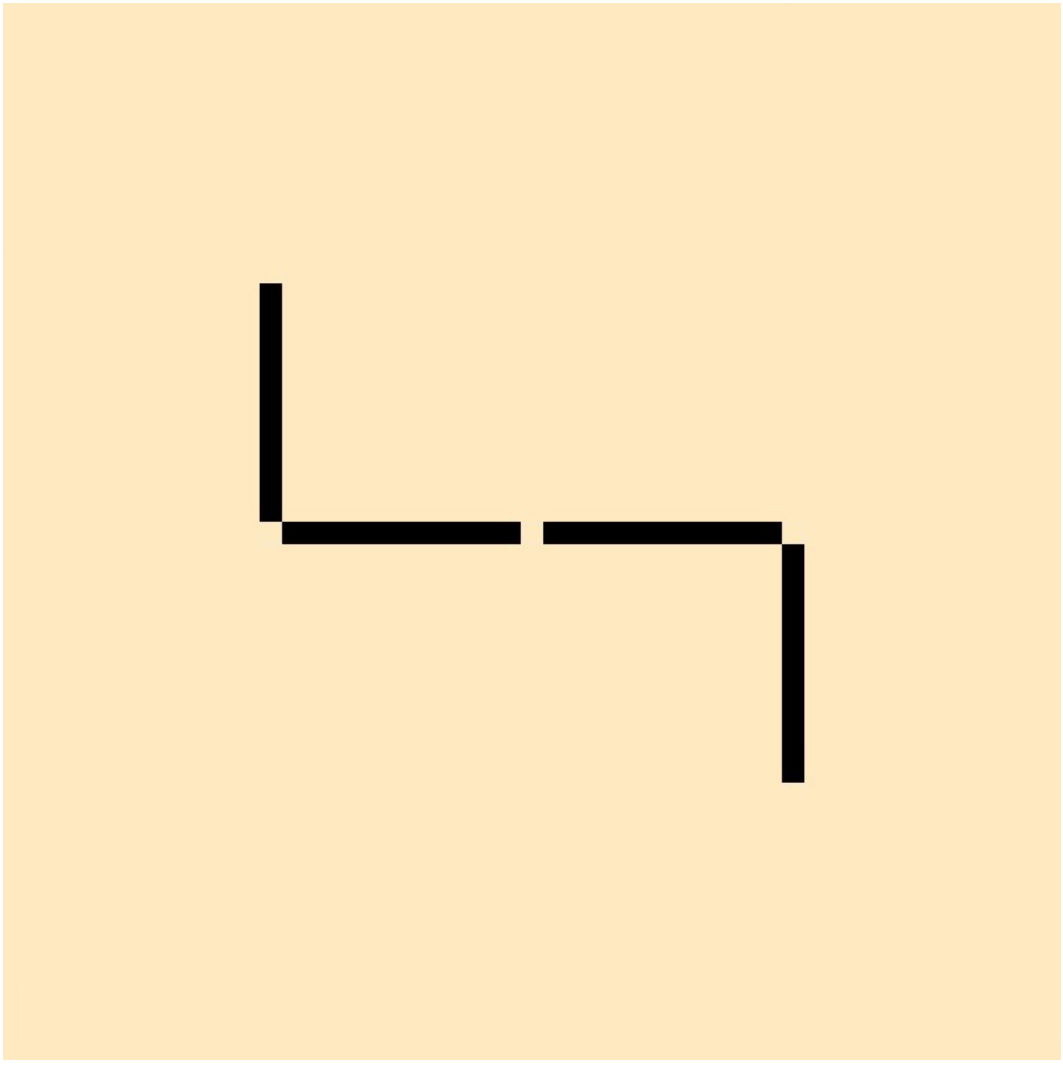


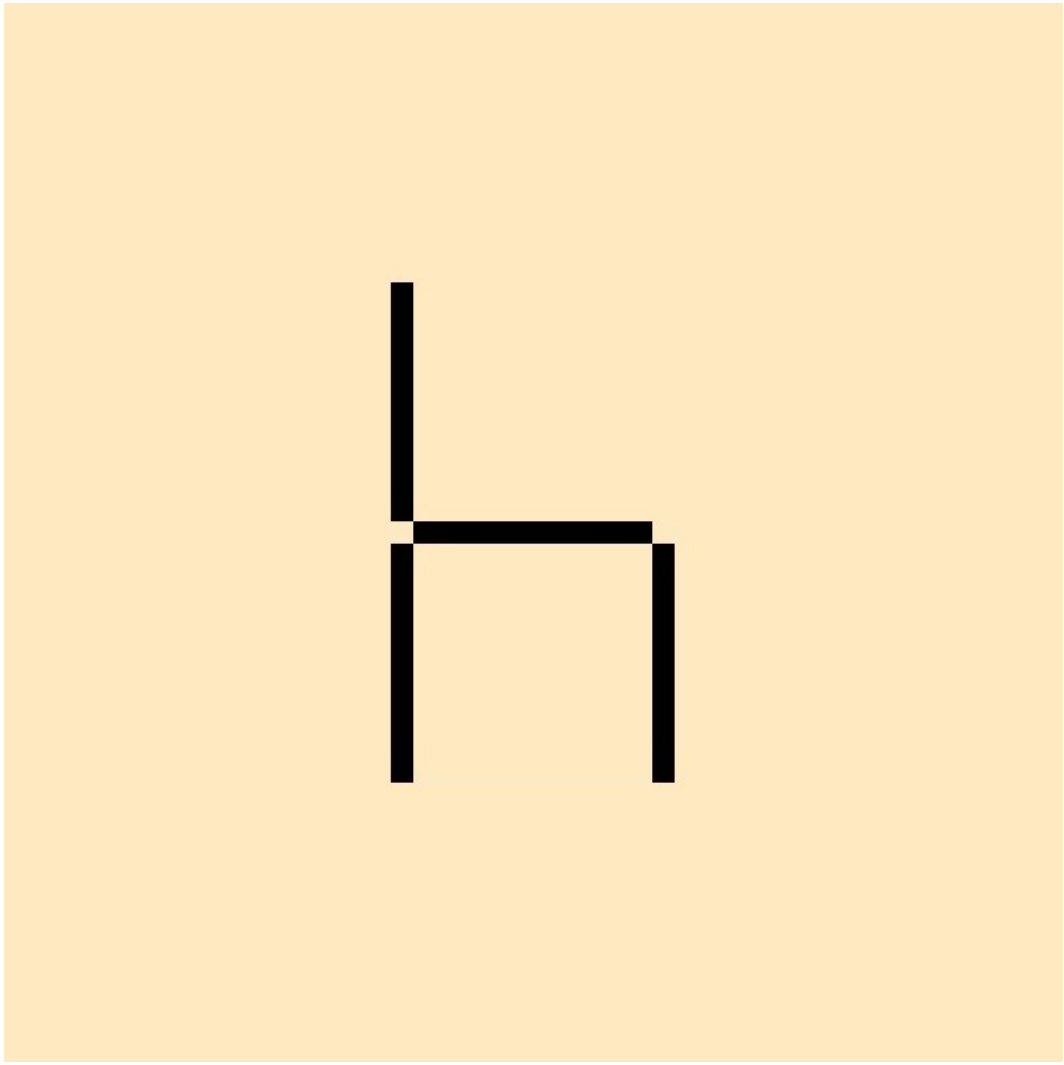


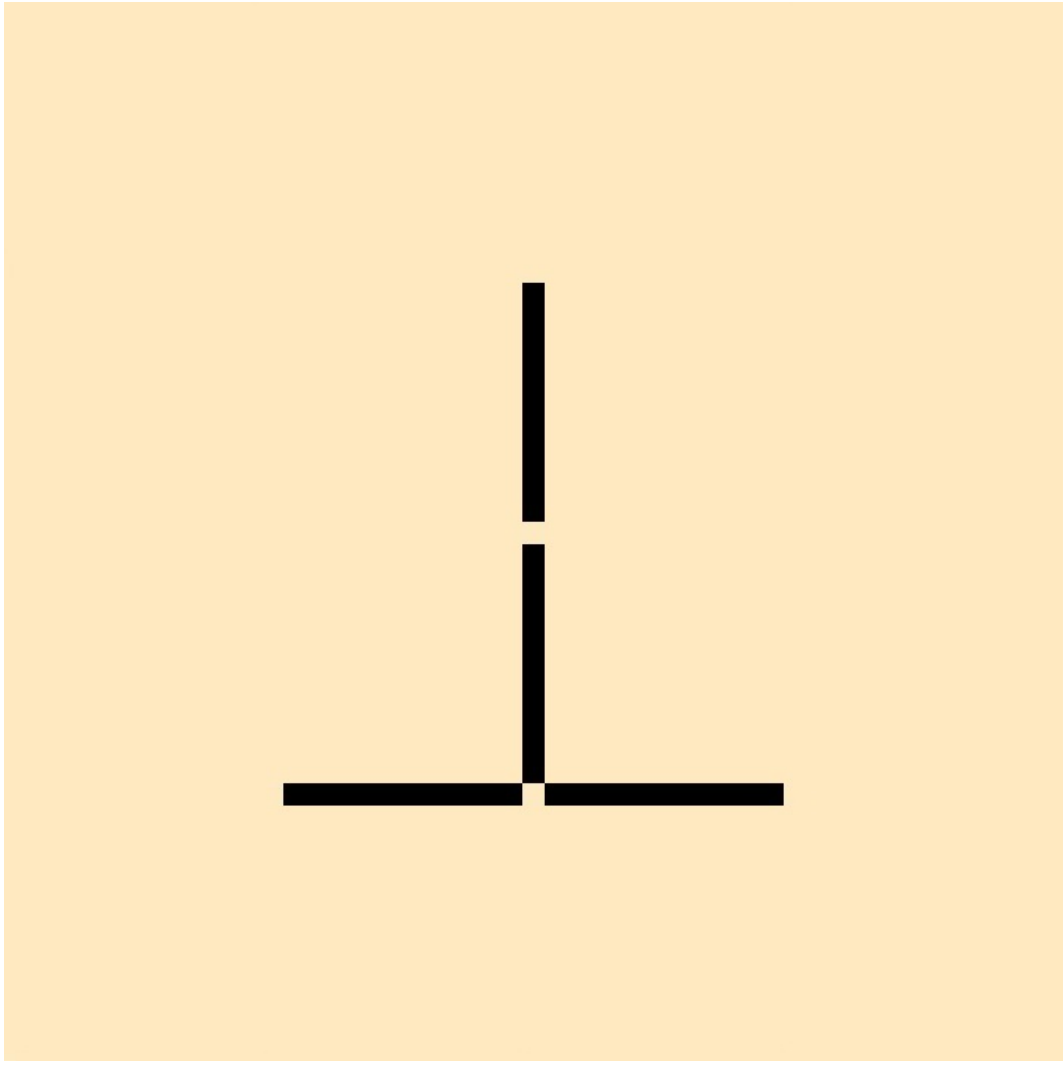


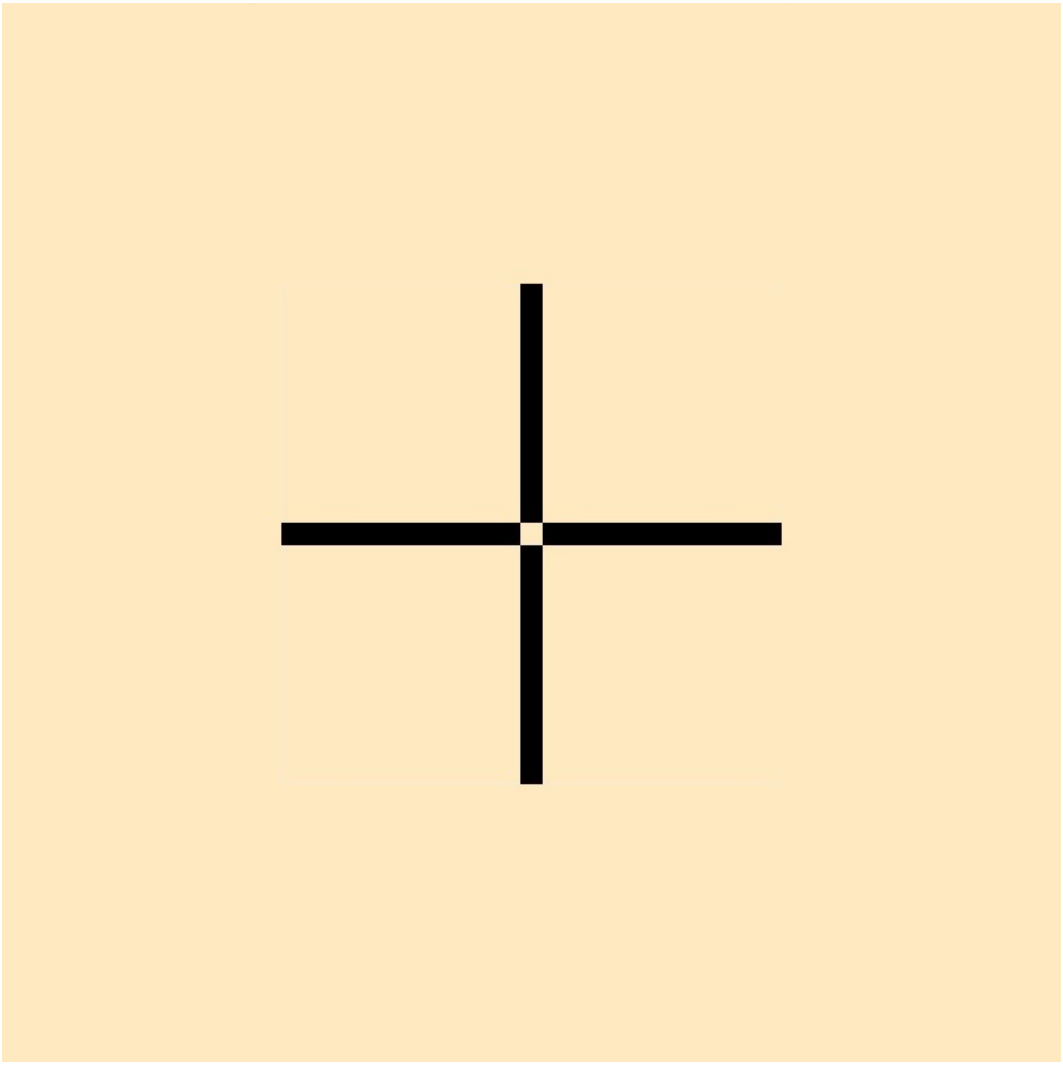


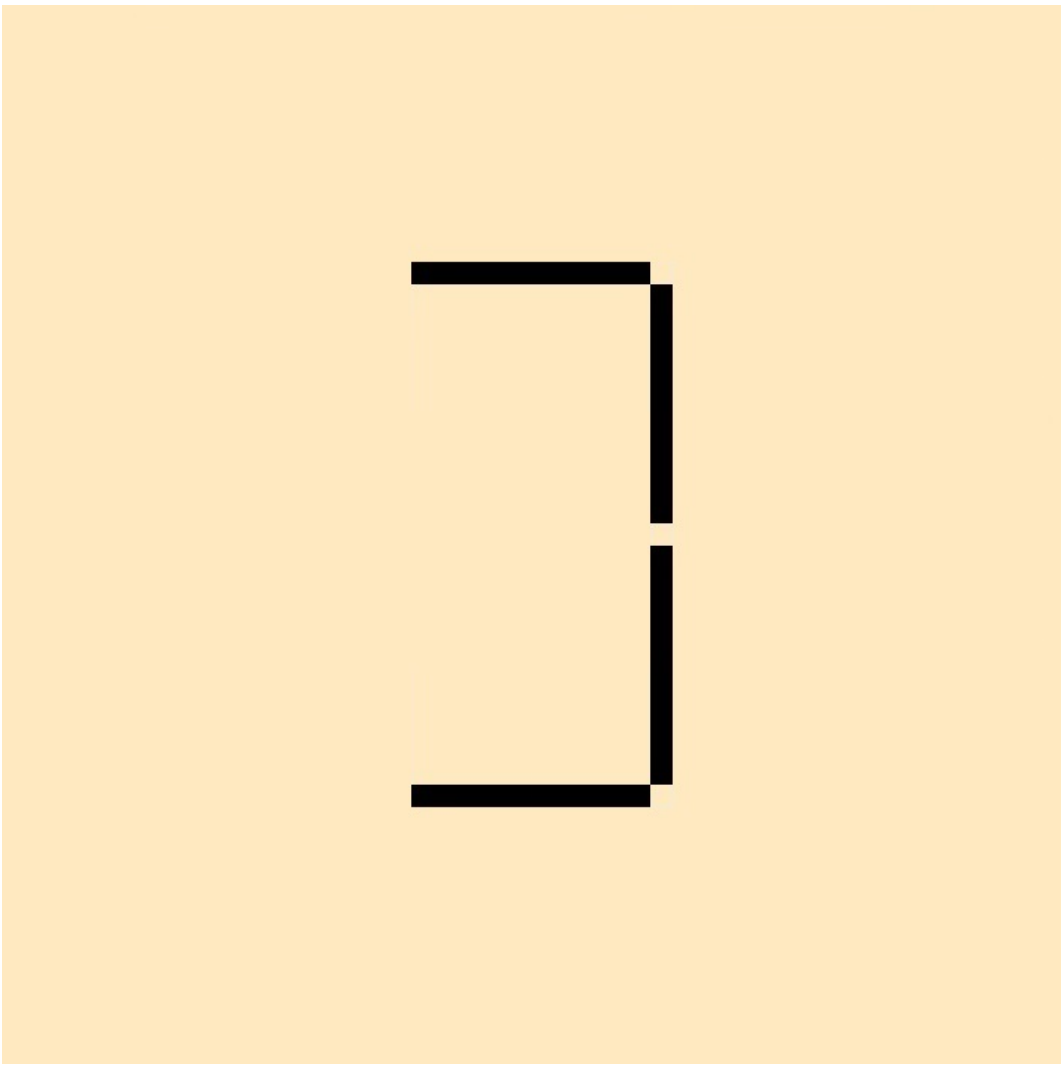


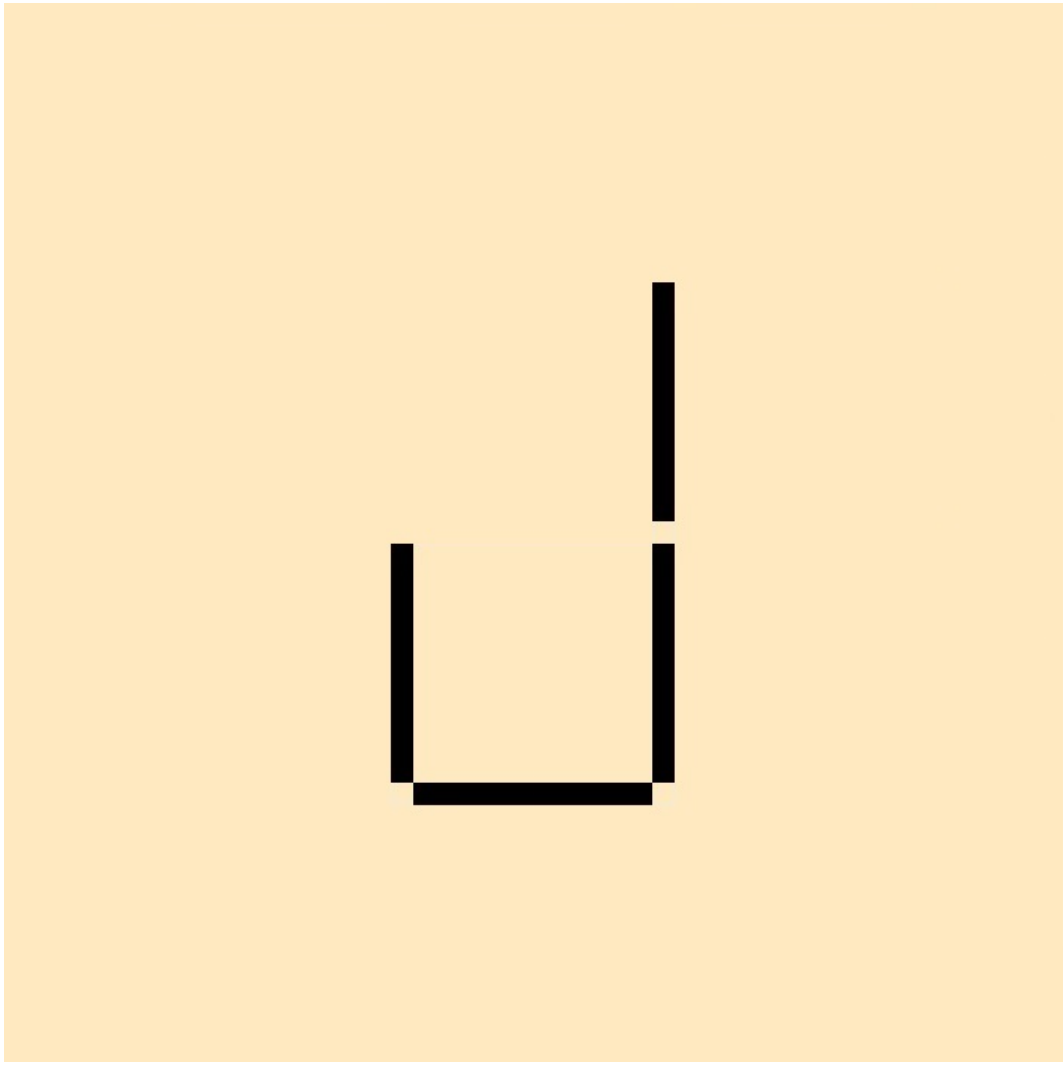


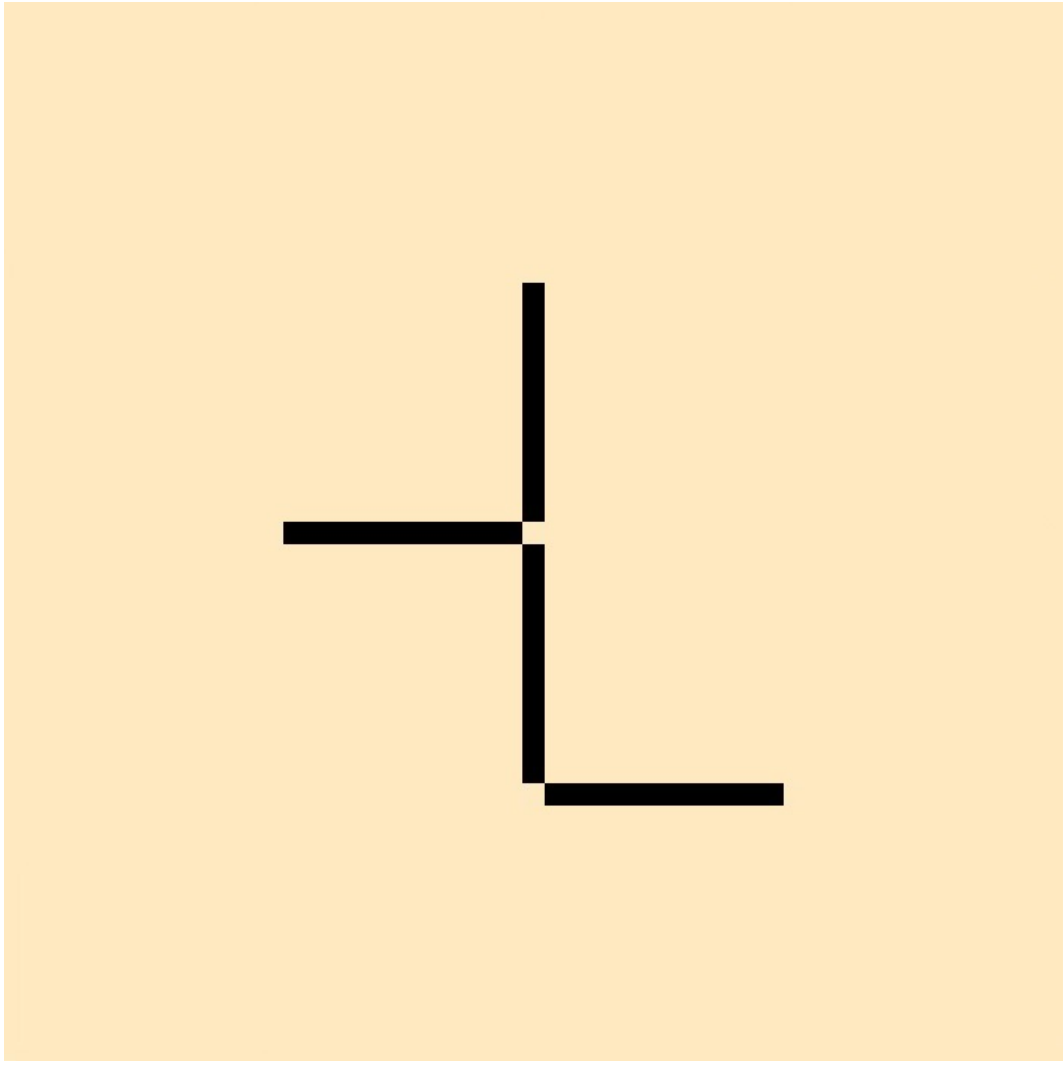


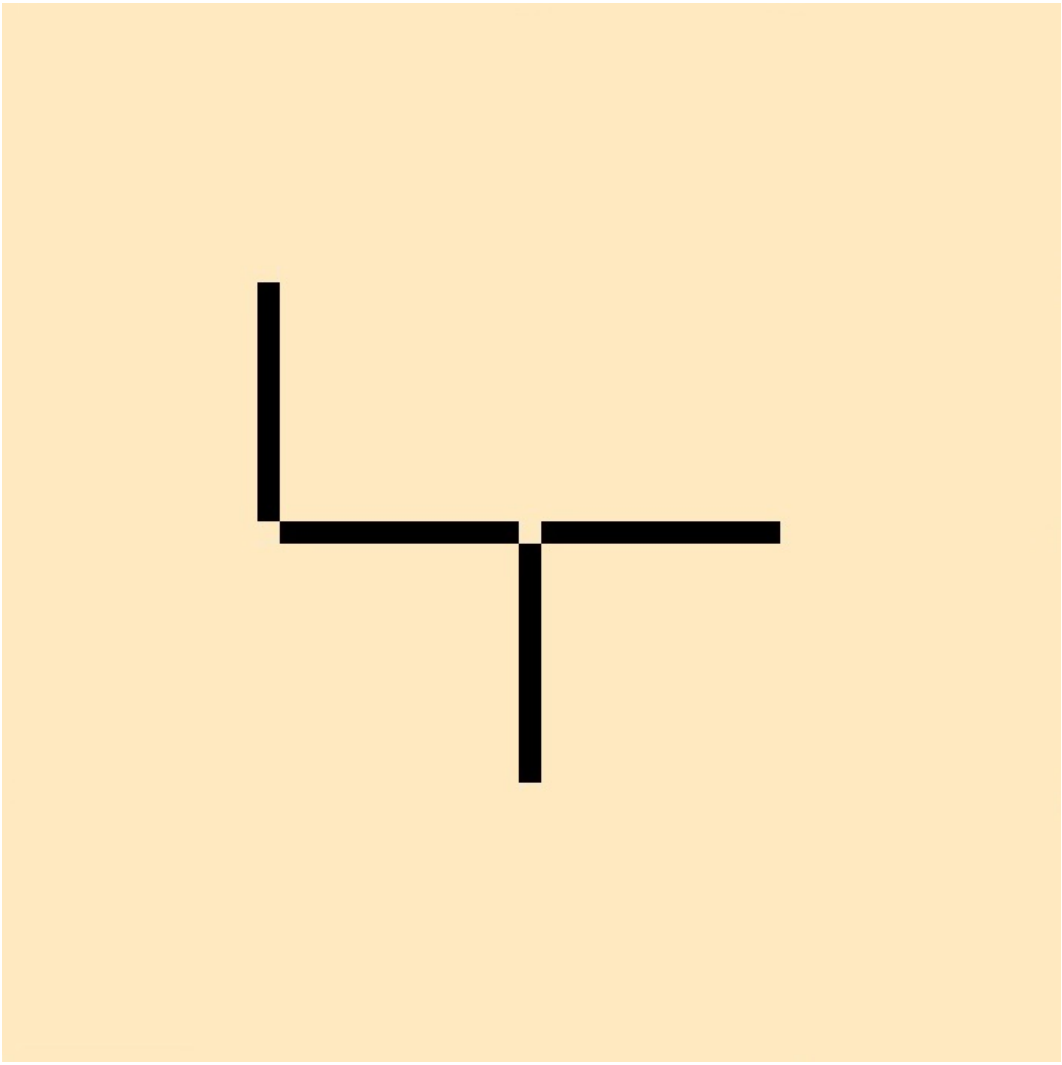


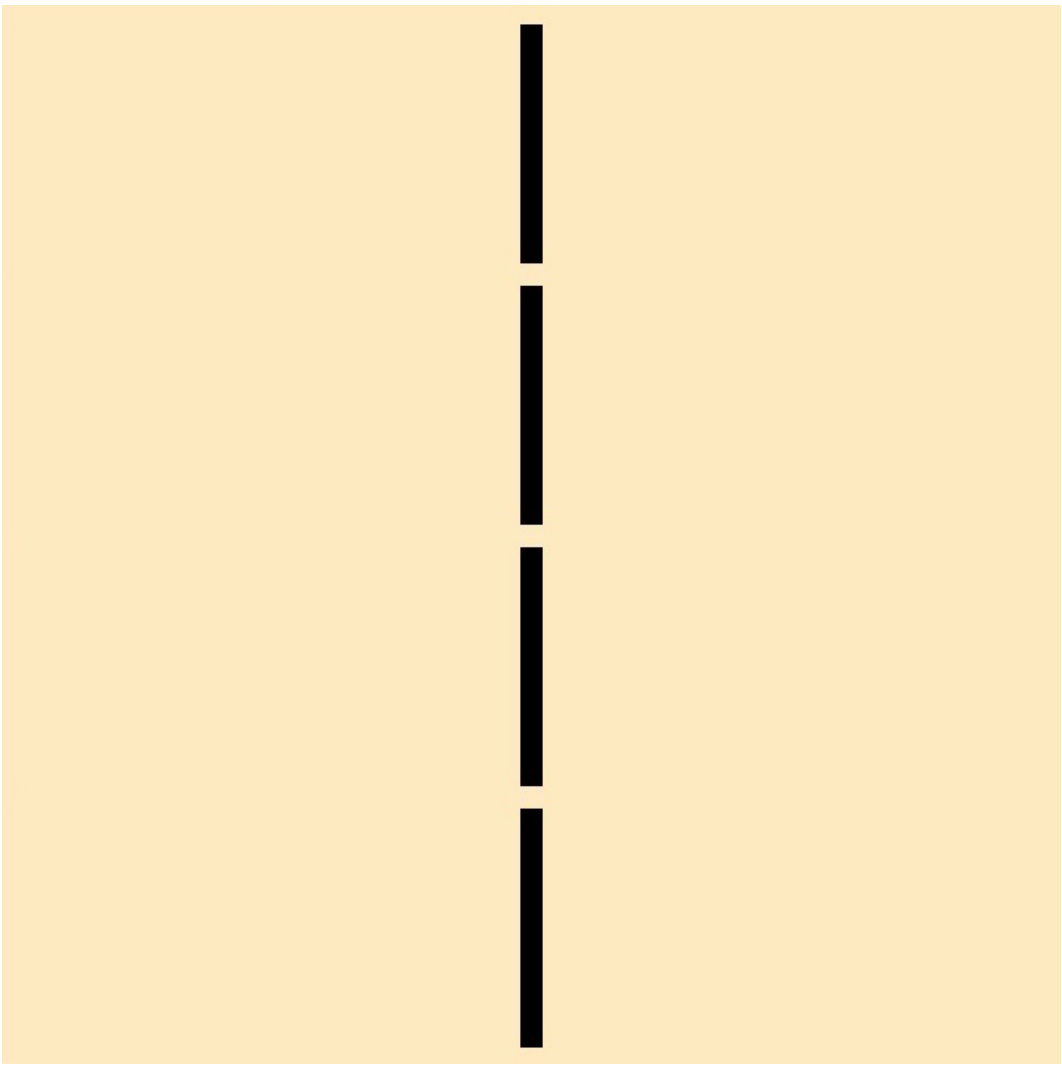


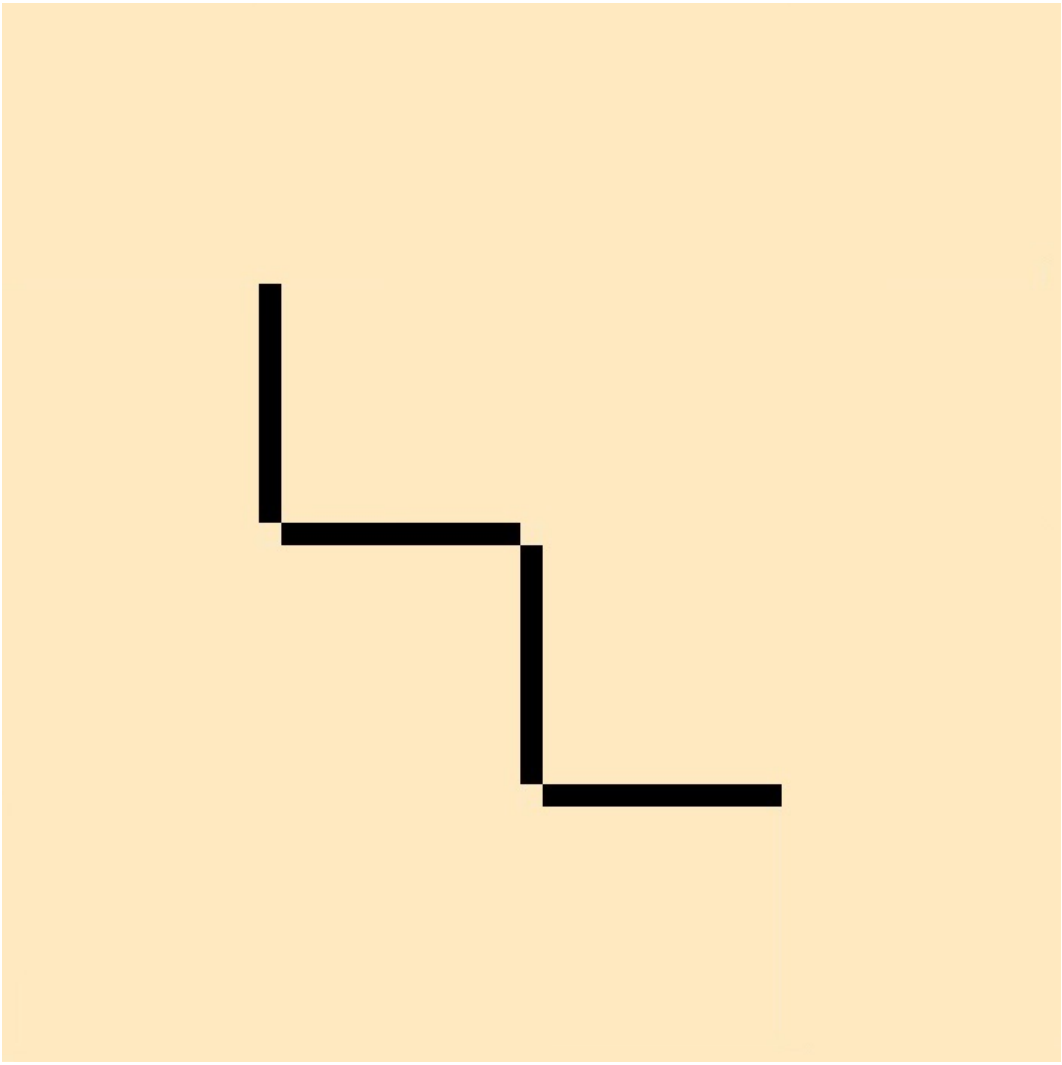


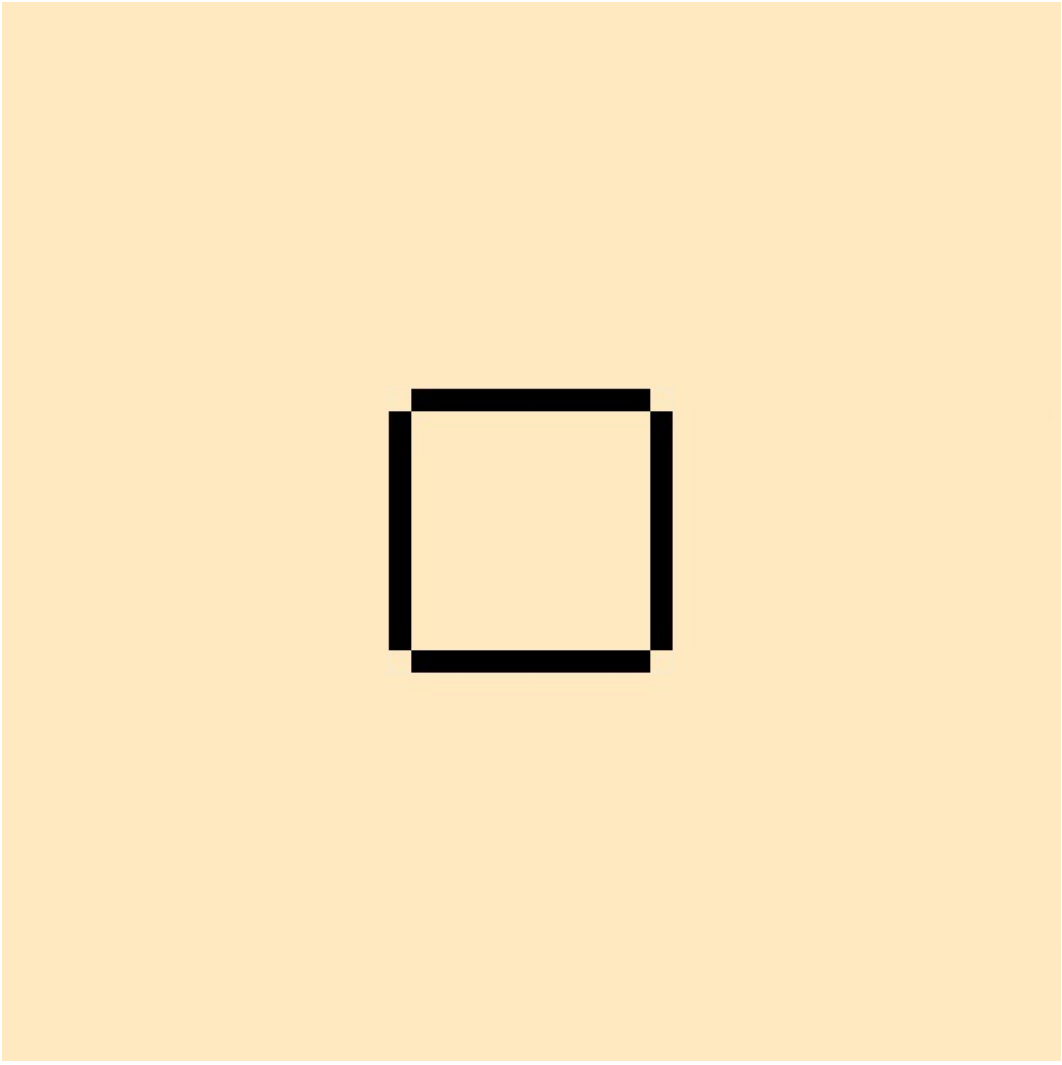


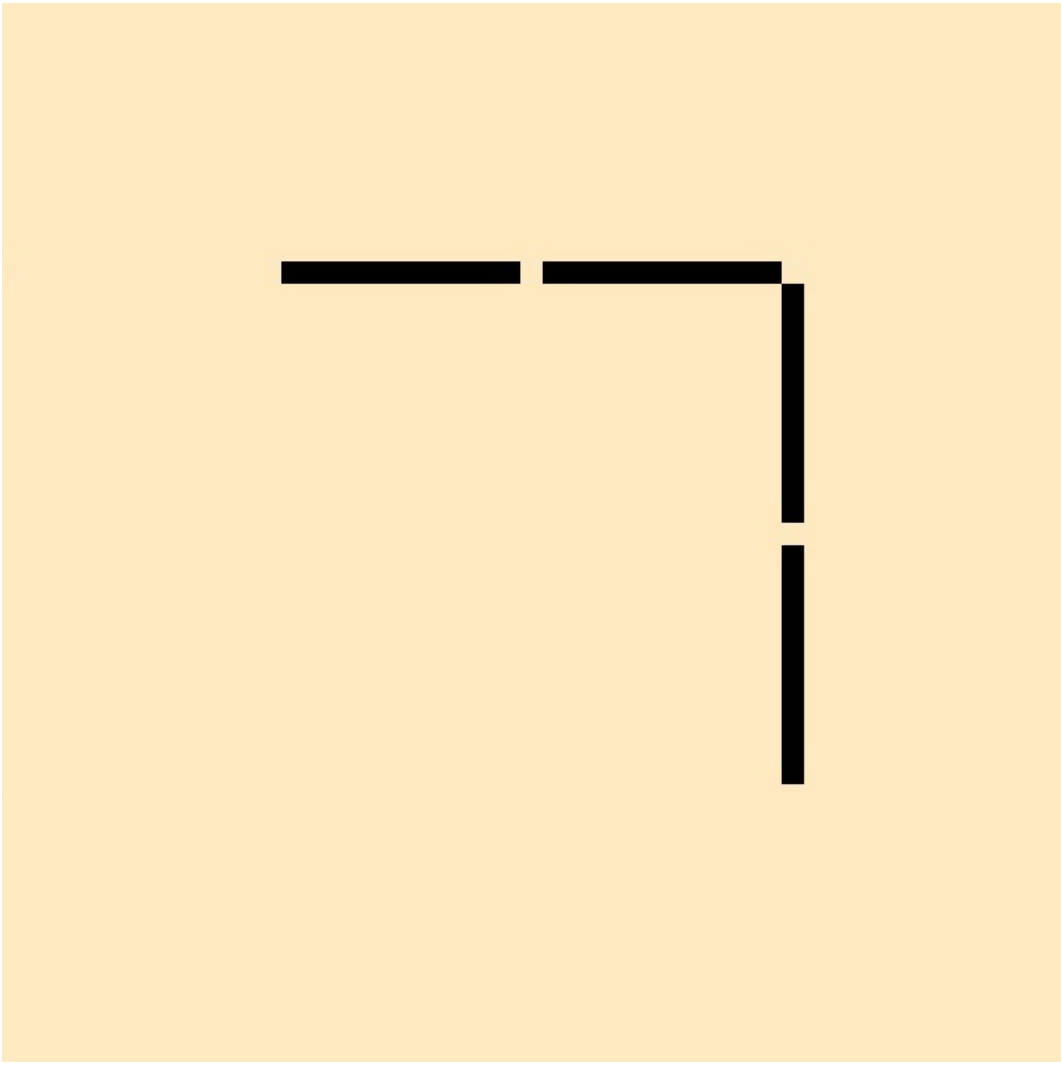


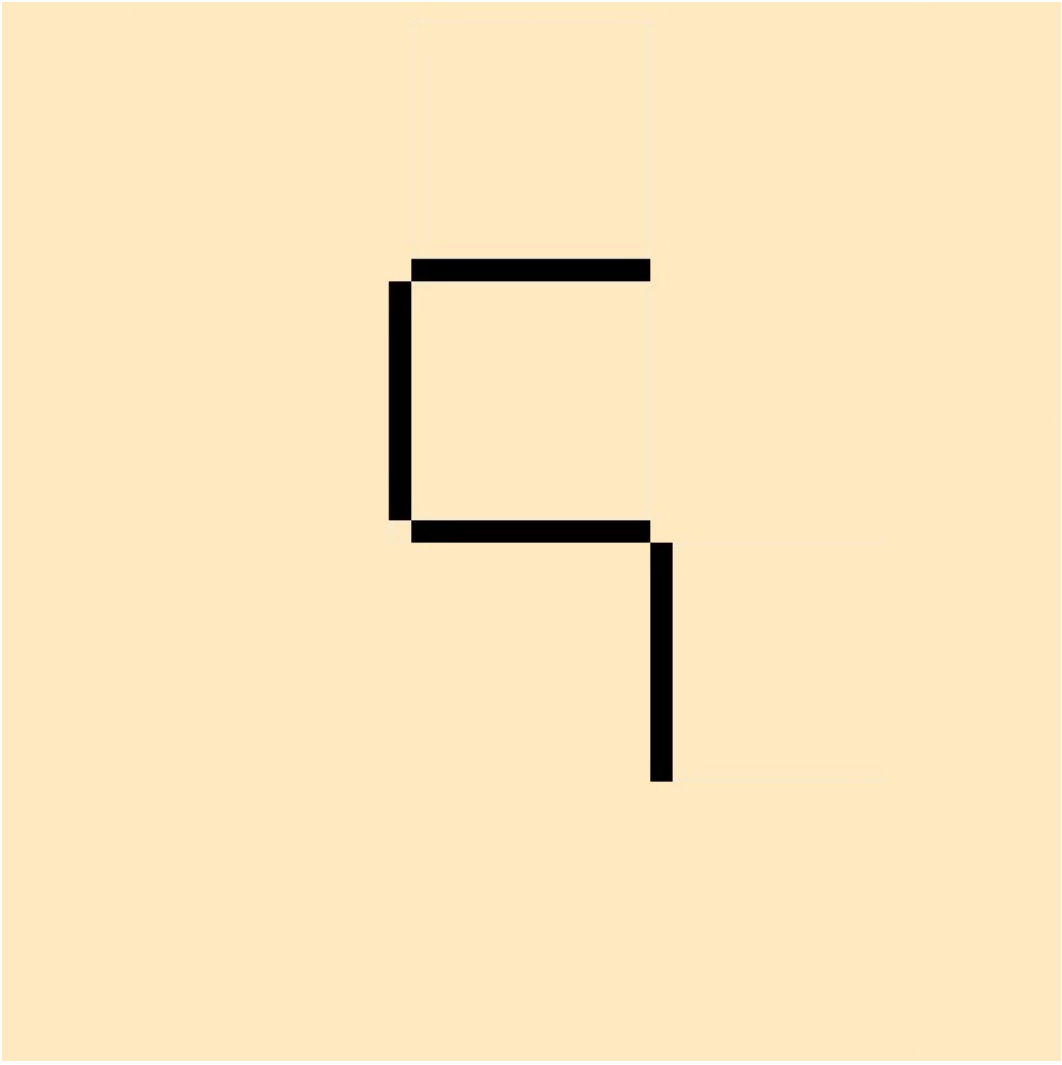


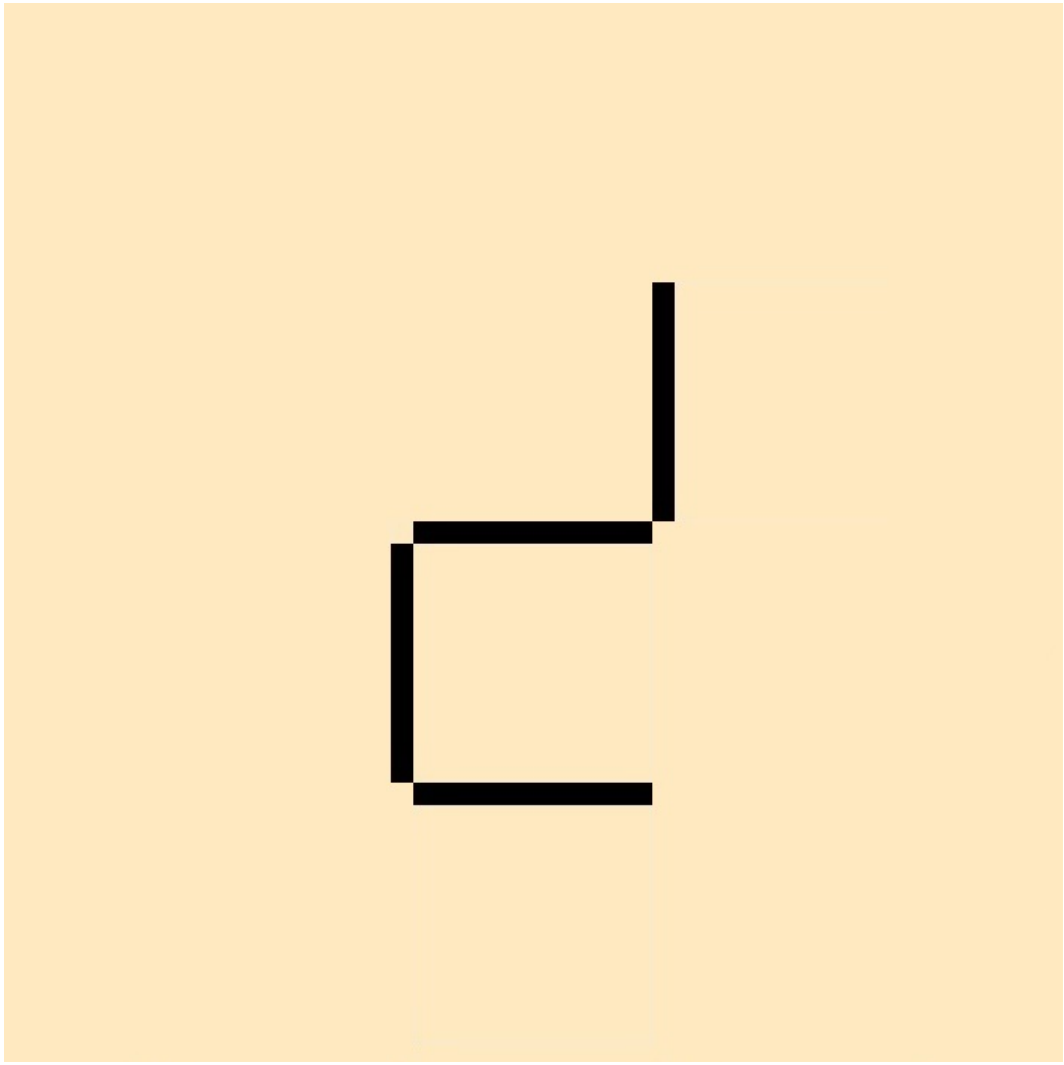


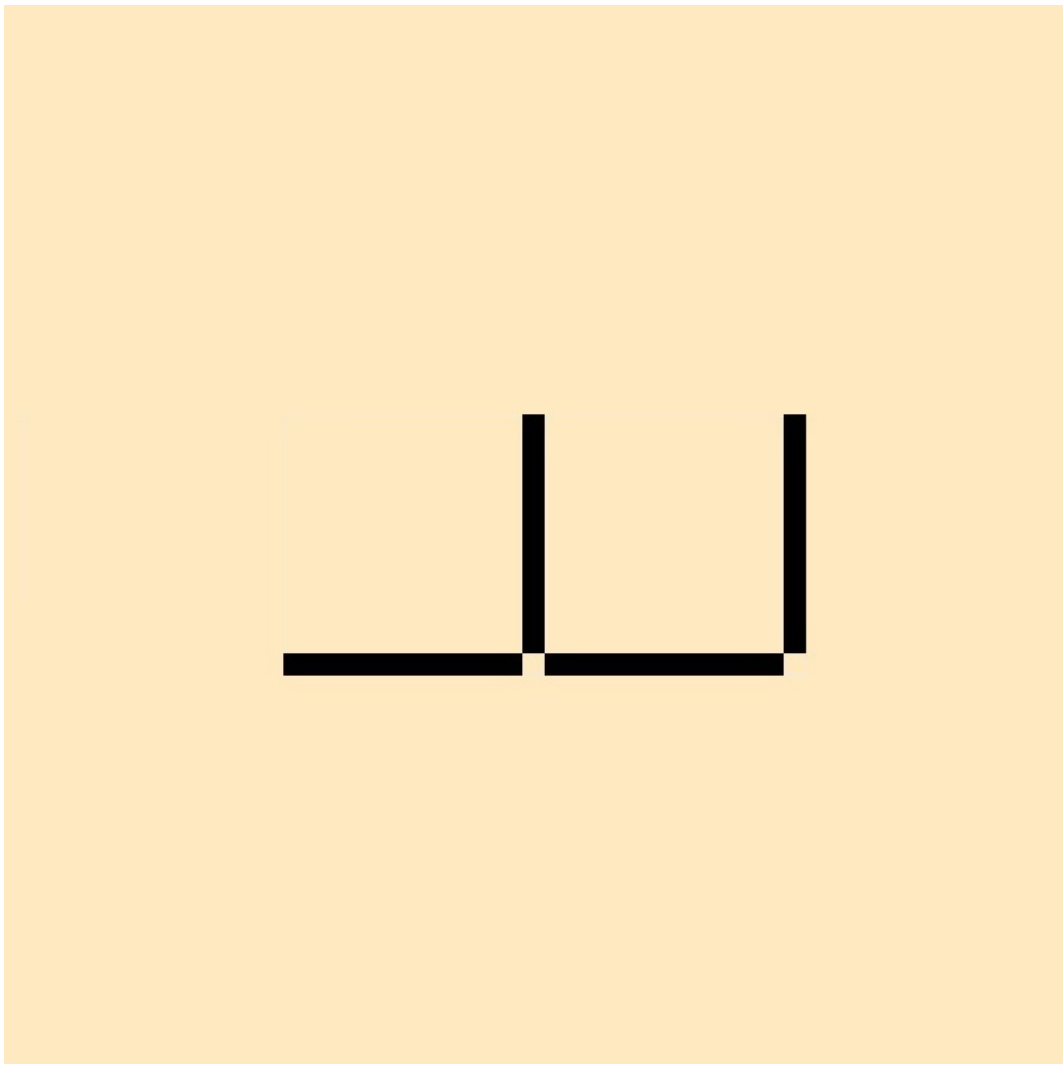


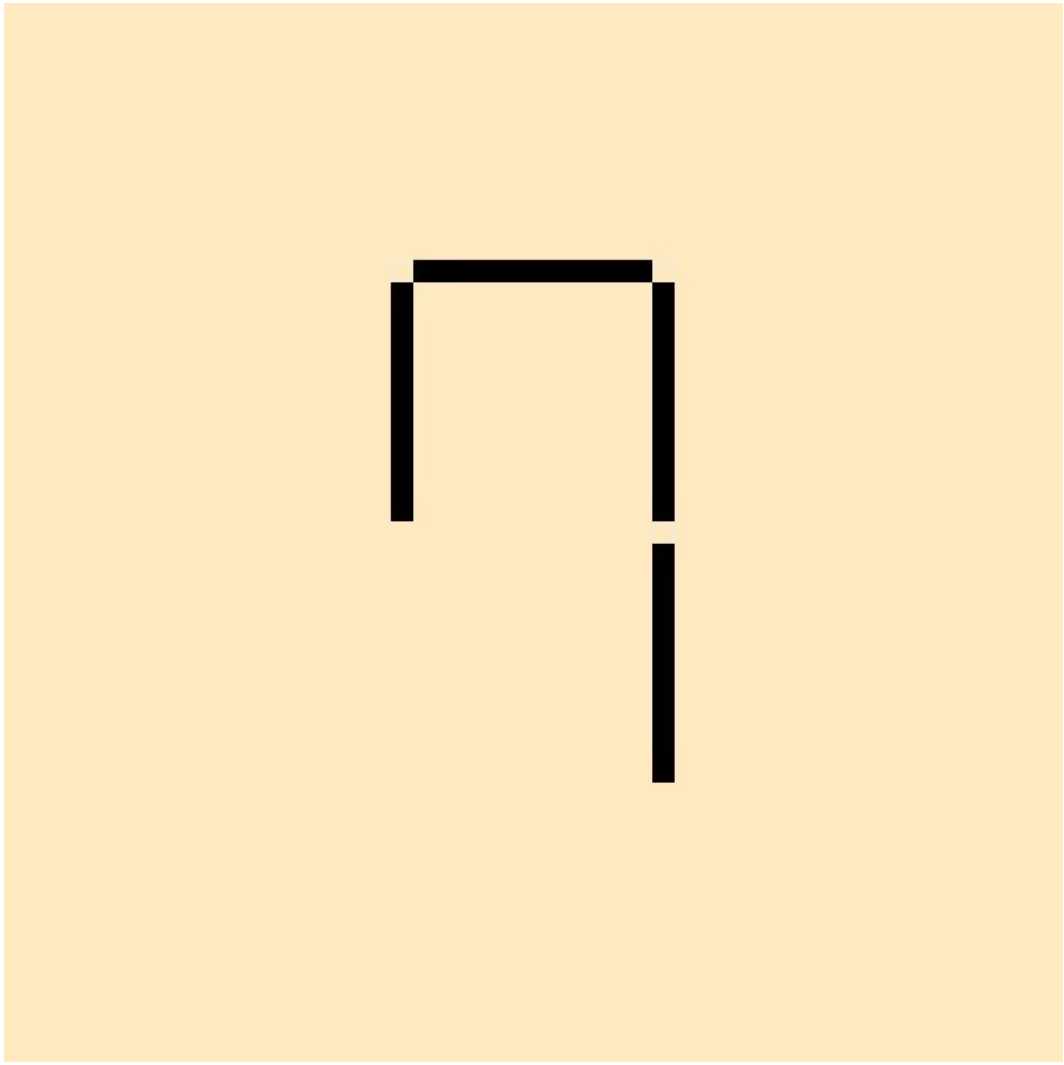


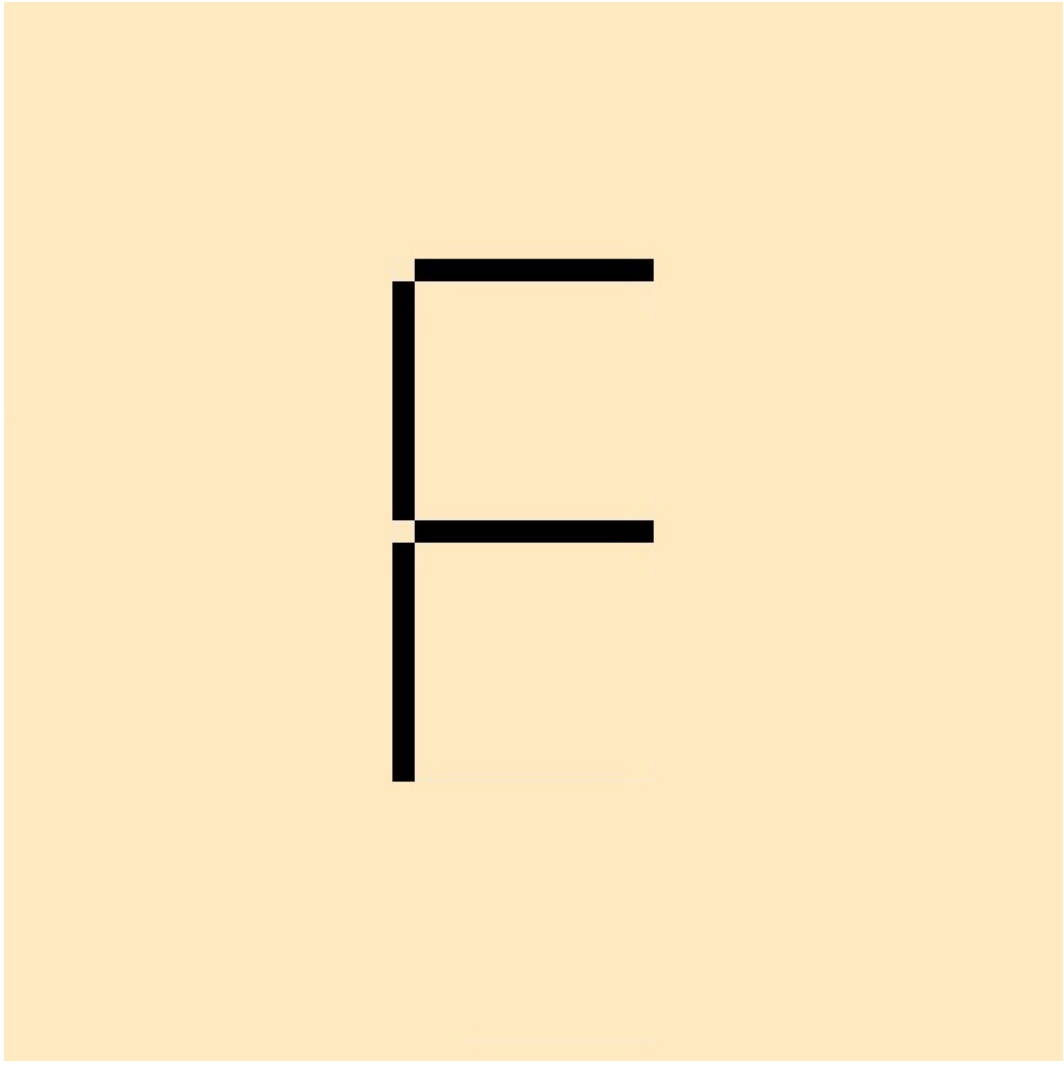


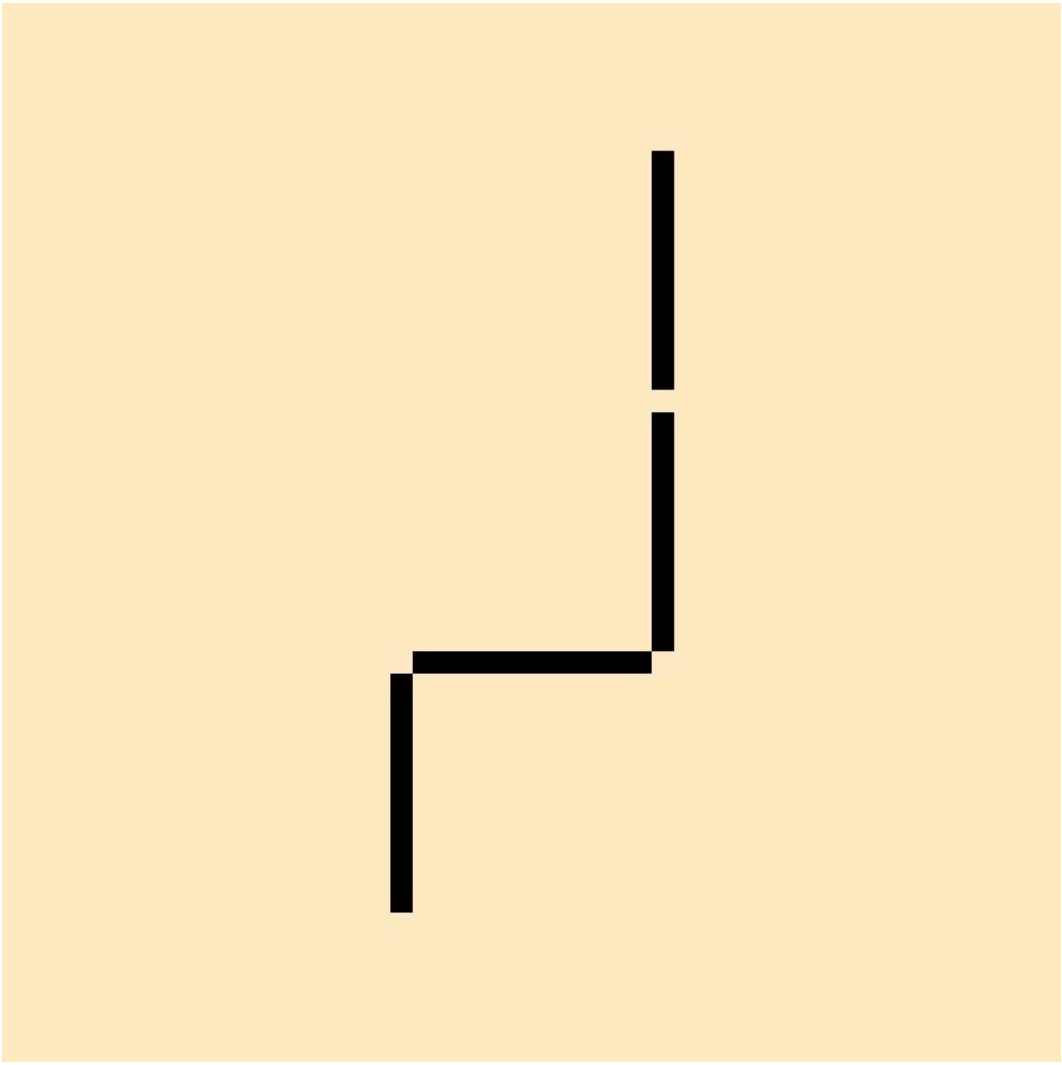


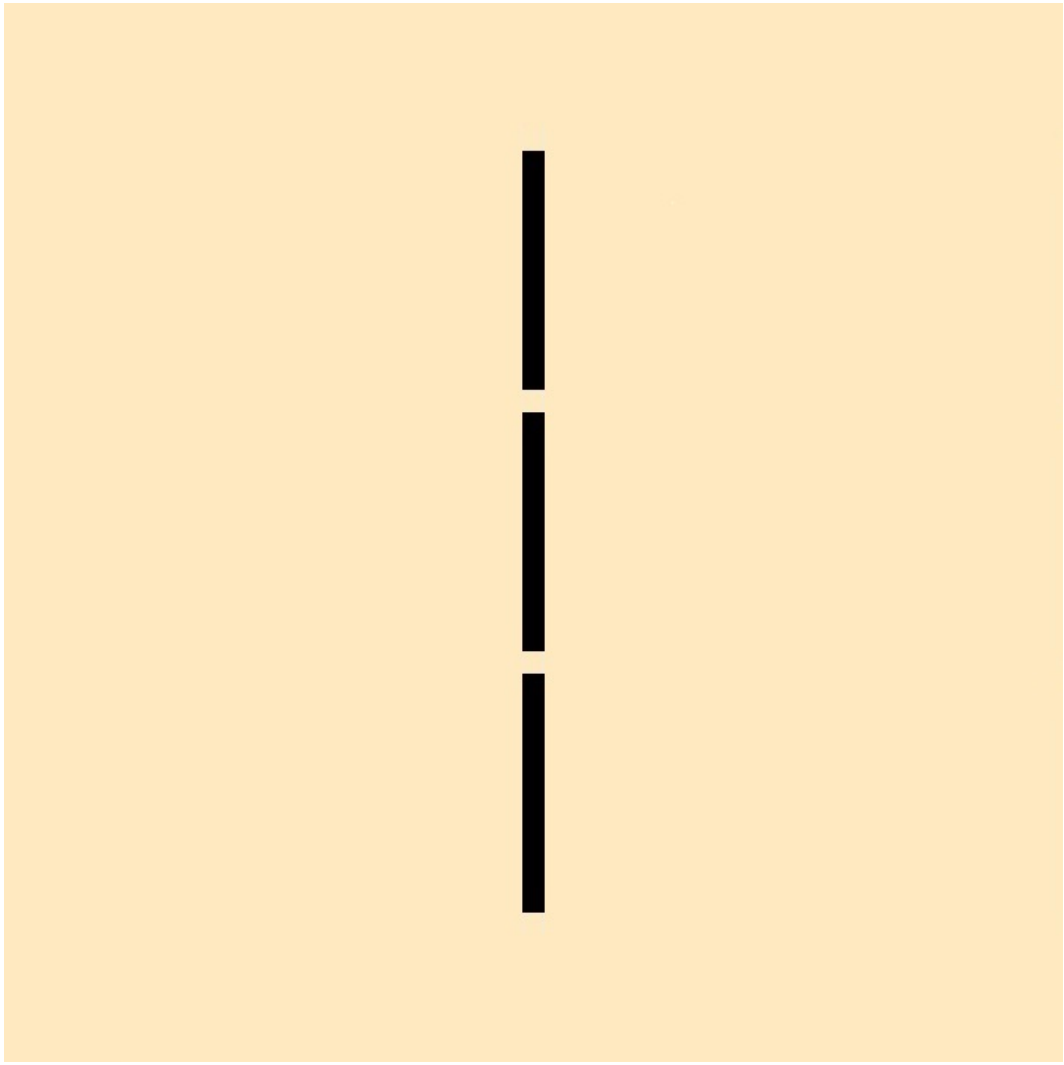


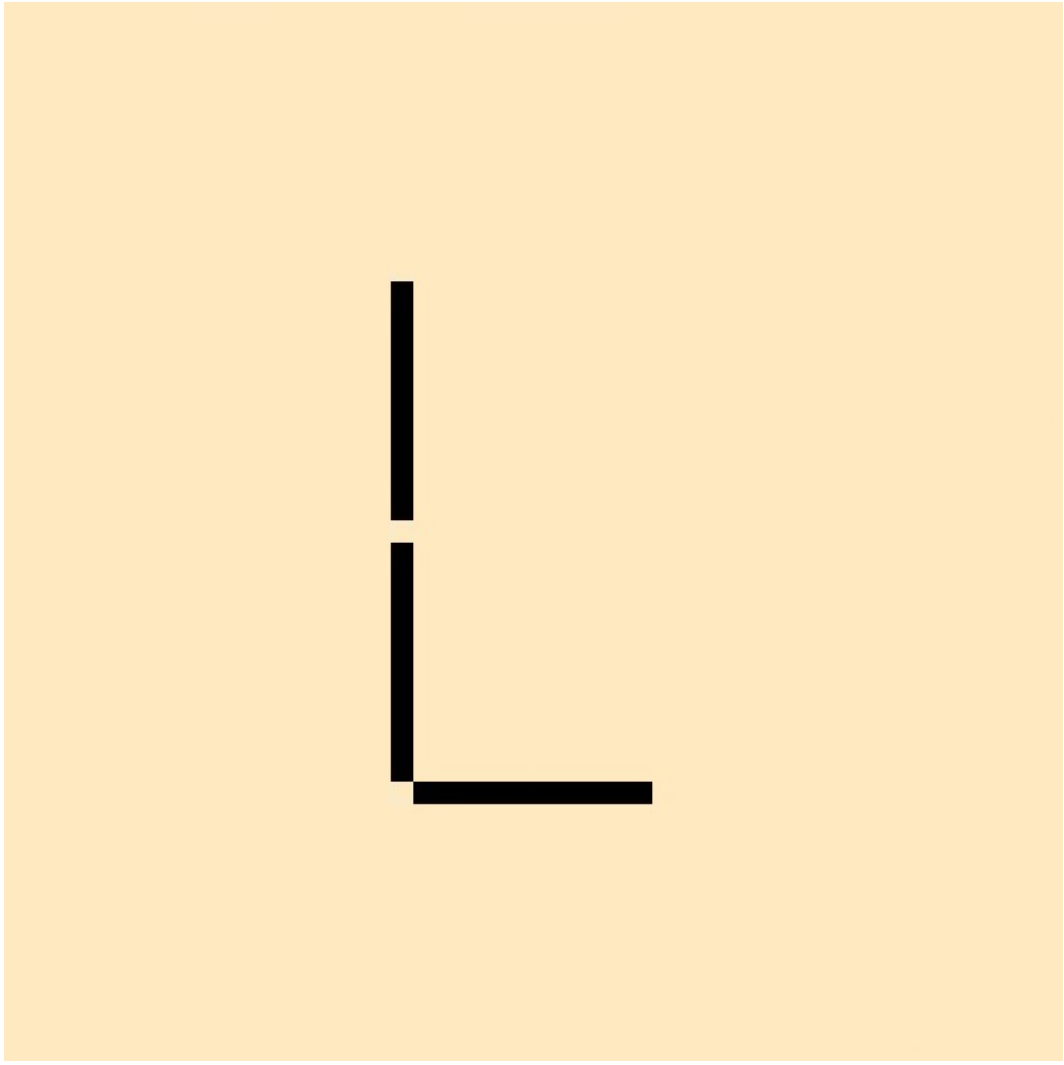


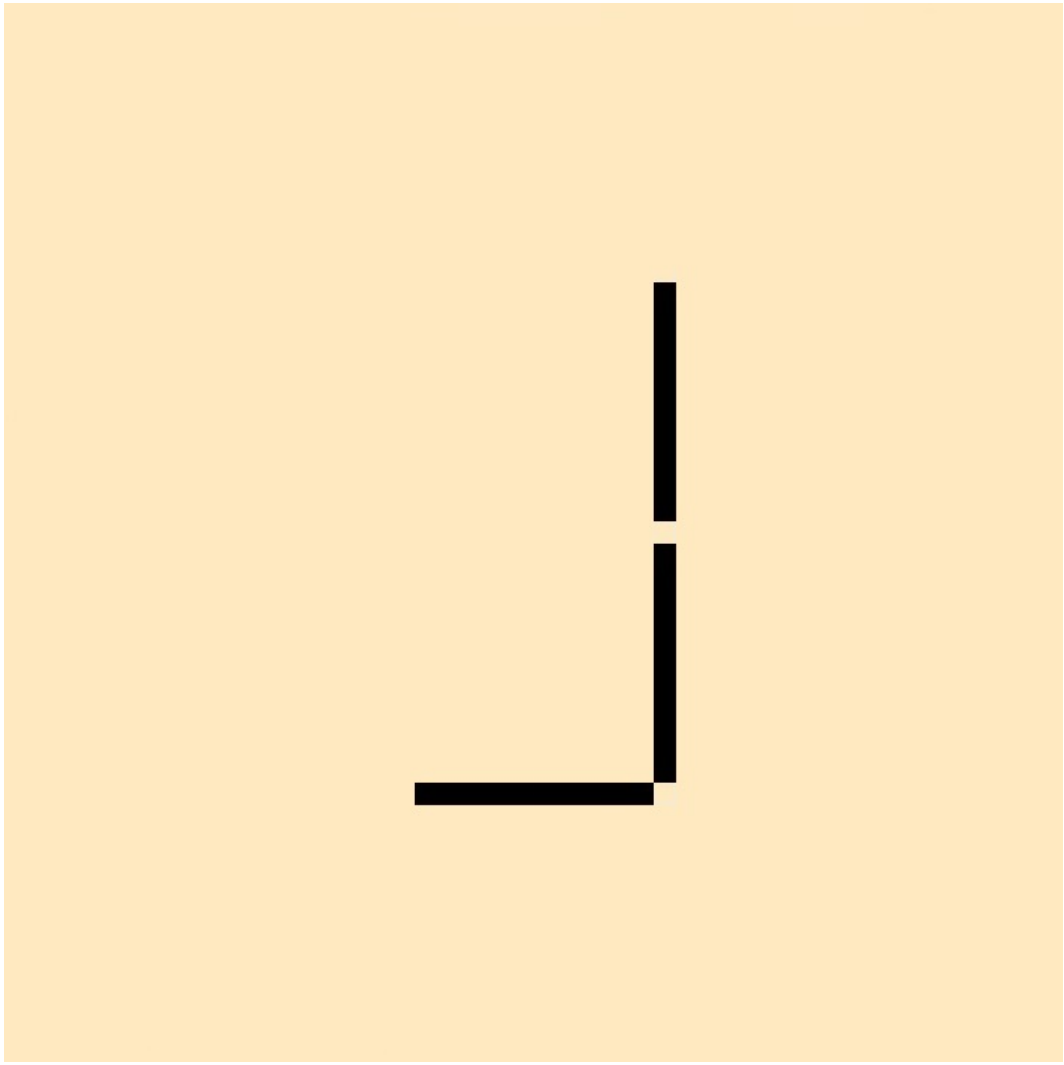


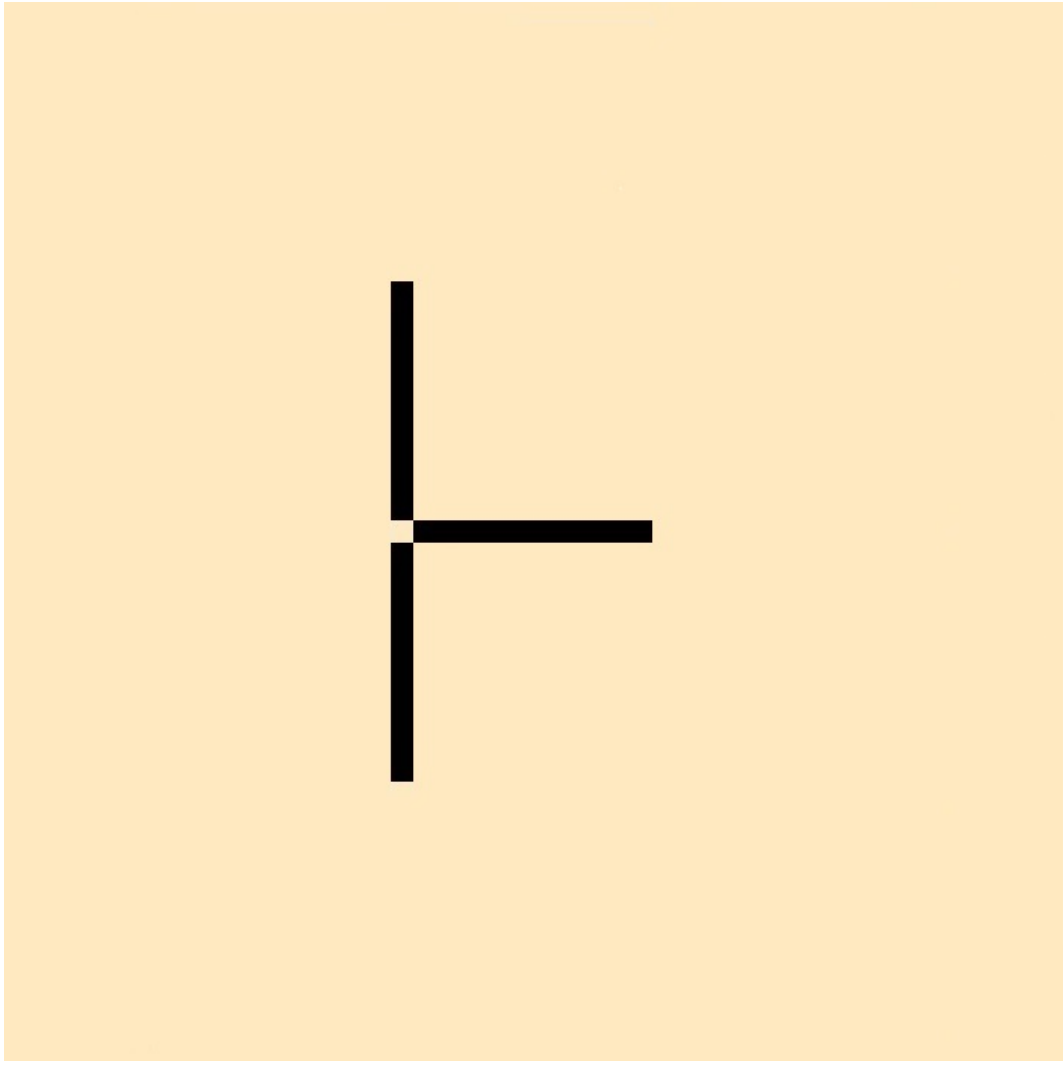


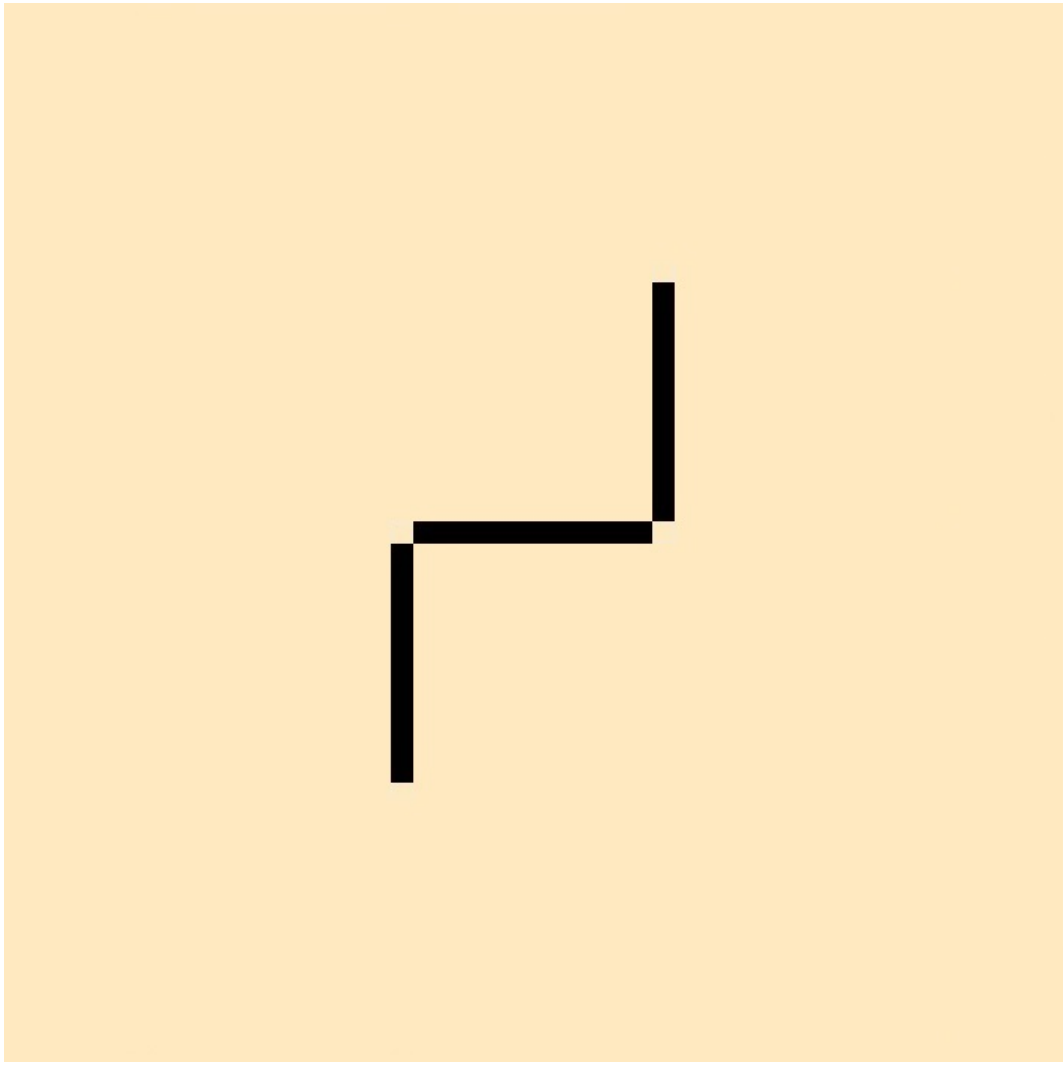


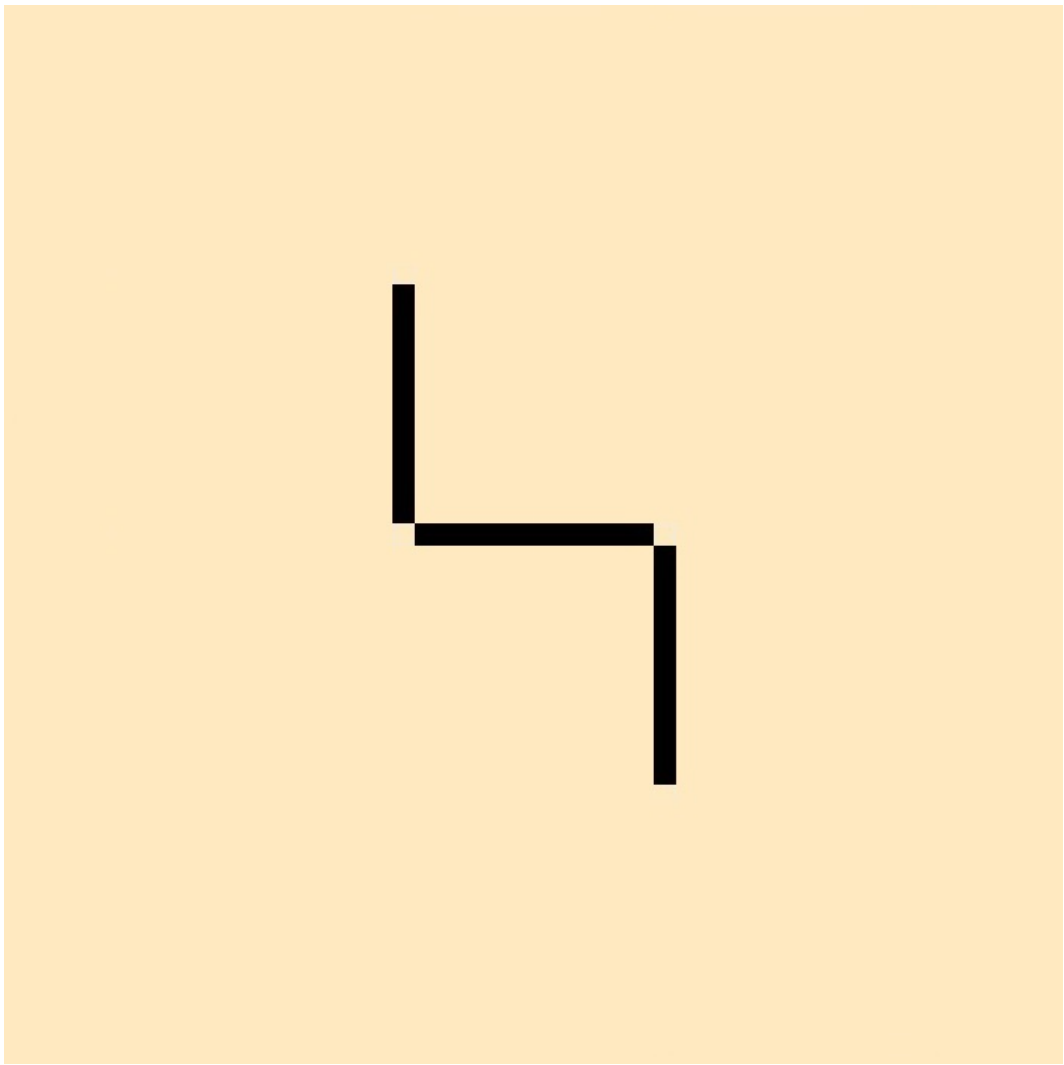


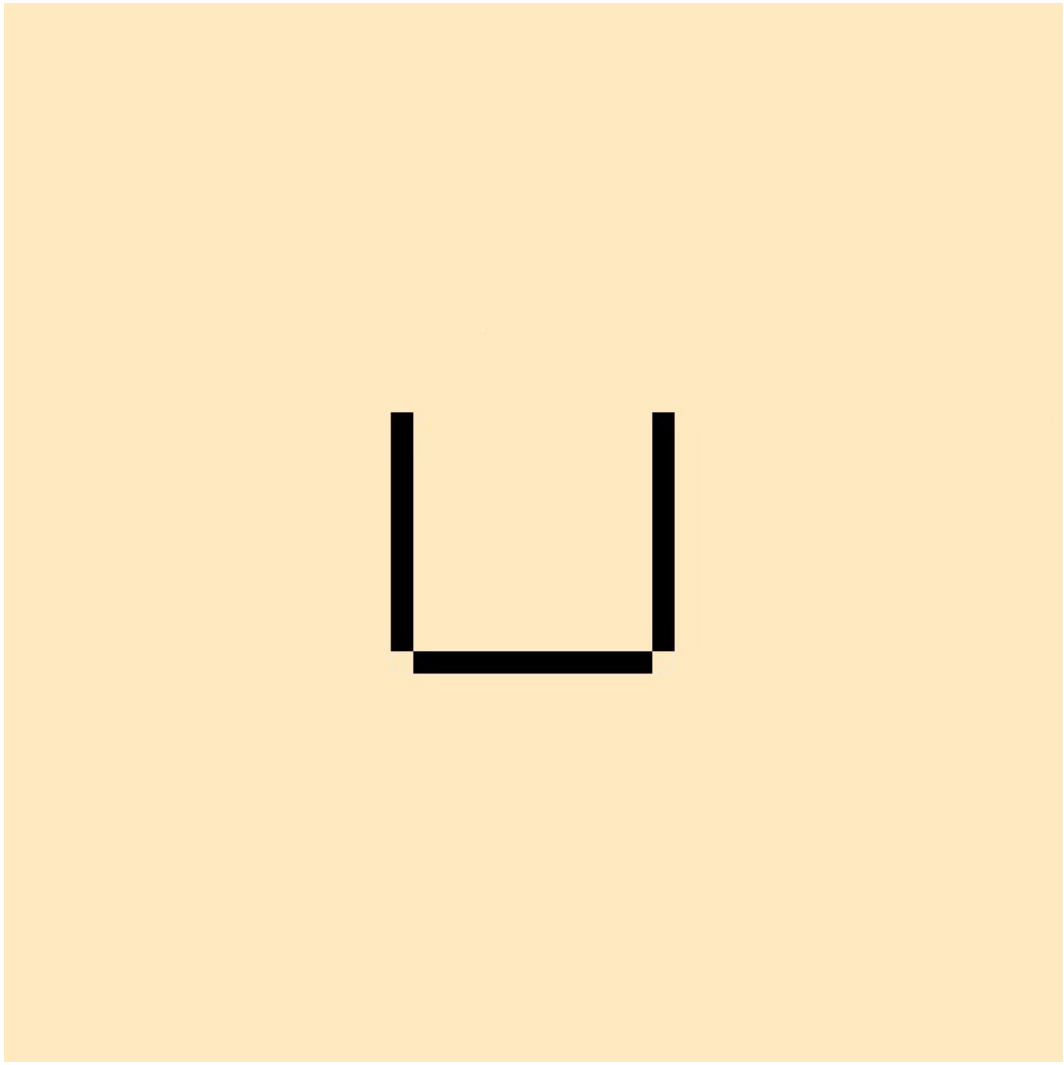








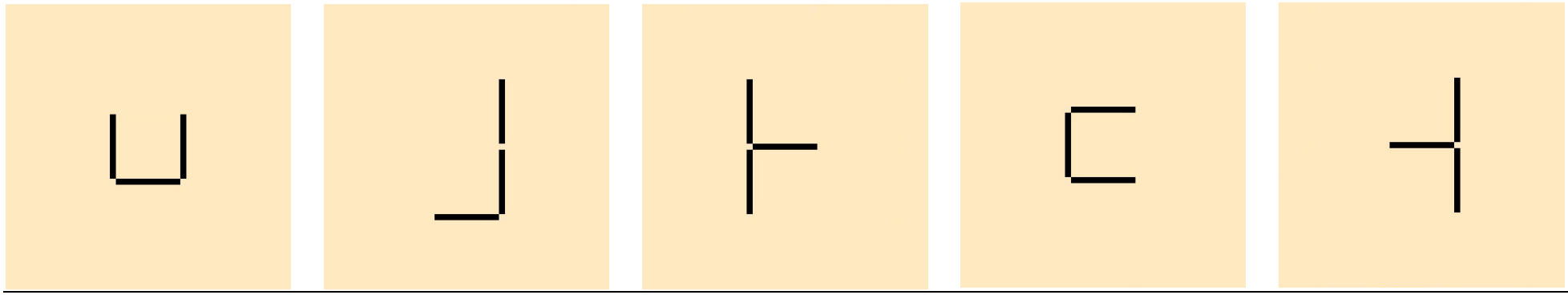




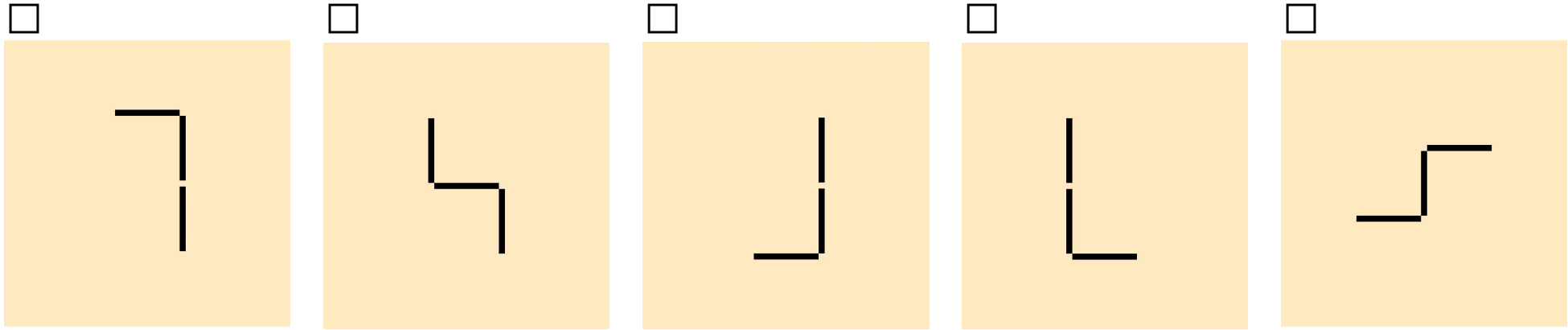
Streichholz-Drillinge: "Welche sind gleich?" (A)

Vergleiche die Streichholz-Drillinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

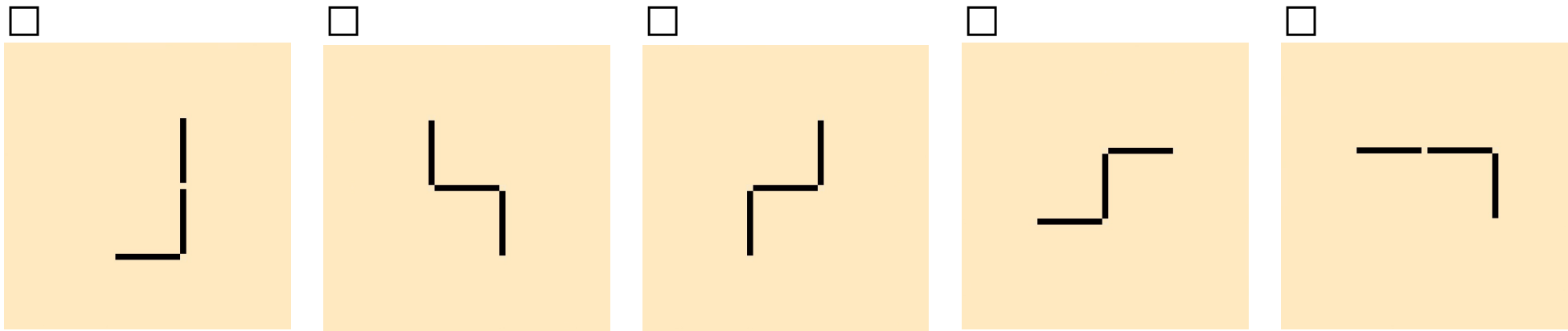
☐ ☐ ☐ ☐ ☐



☐ ☐ ☐ ☐ ☐



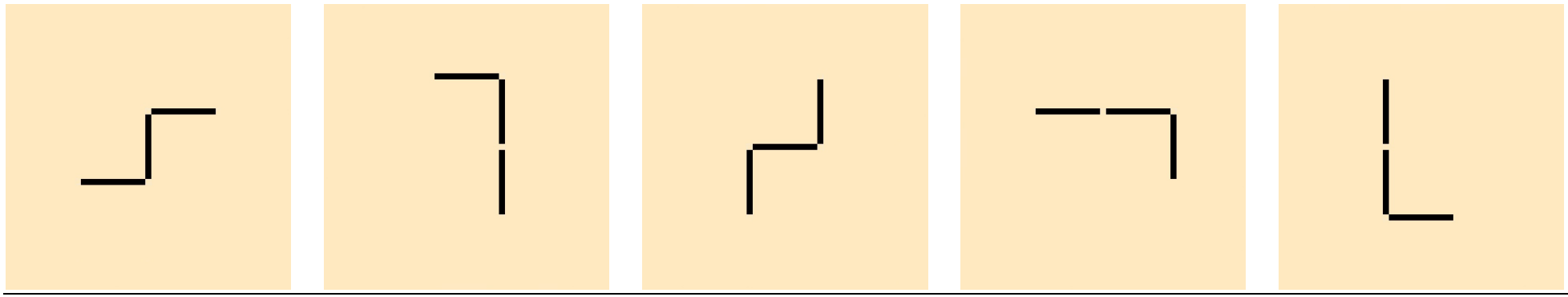
☐ ☐ ☐ ☐ ☐



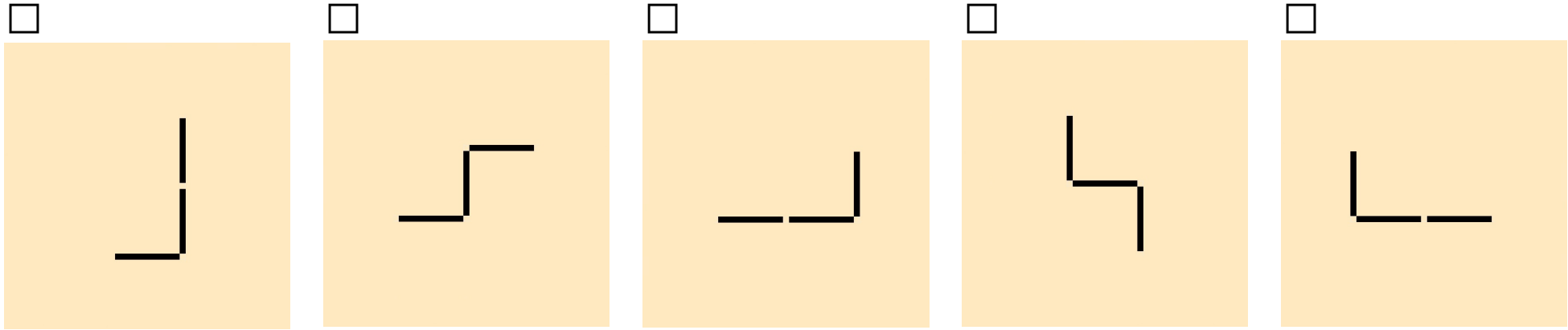
Streichholz-Drillinge: "Welche sind gleich?" (B)

Vergleiche die Streichholz-Drillinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

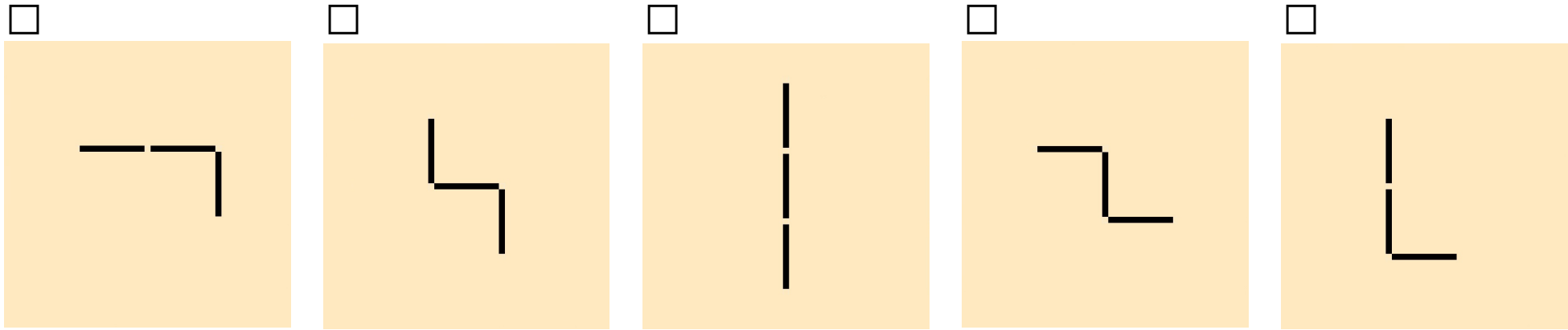
☐ ☐ ☐ ☐ ☐



☐ ☐ ☐ ☐ ☐

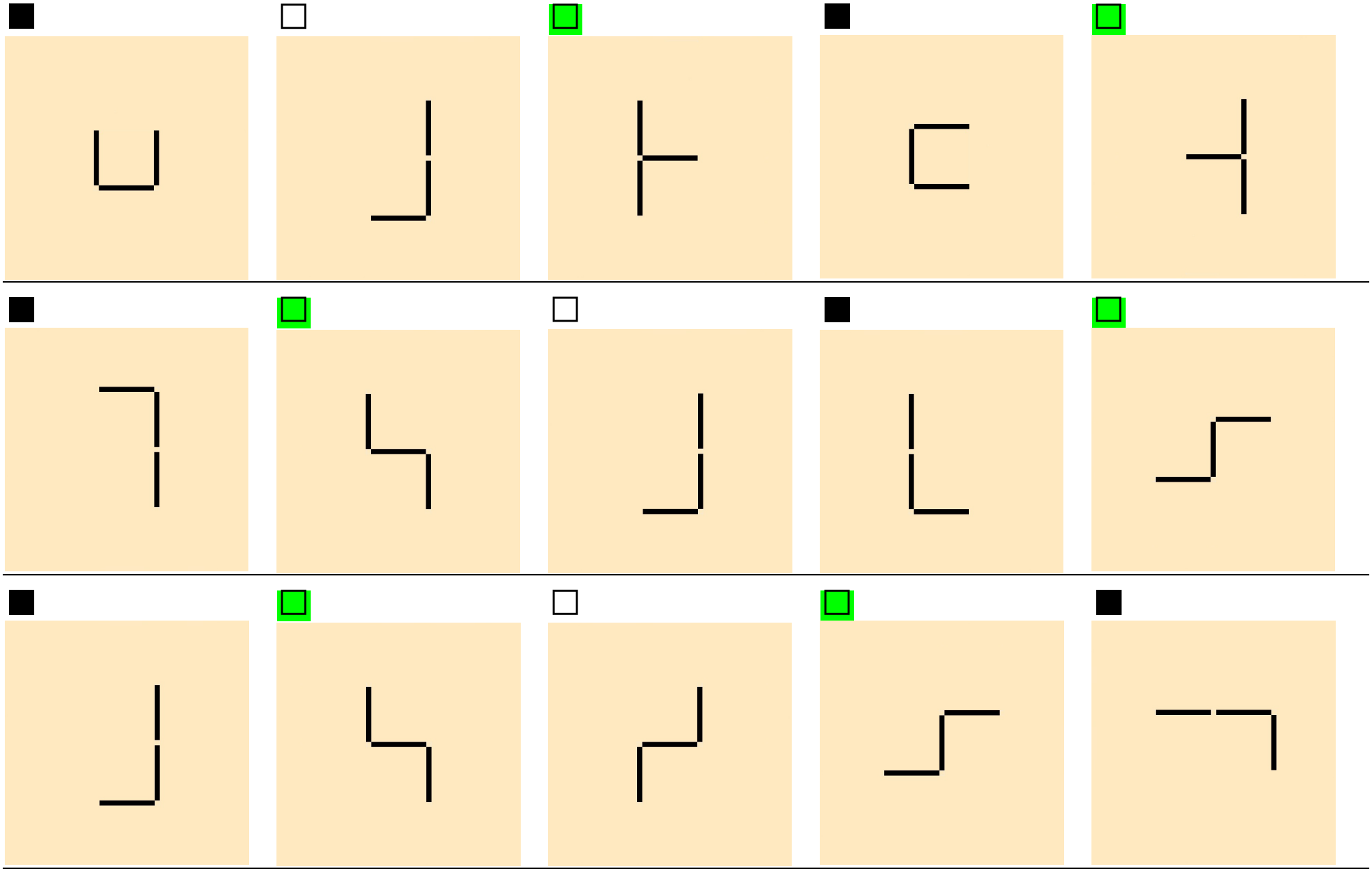


☐ ☐ ☐ ☐ ☐



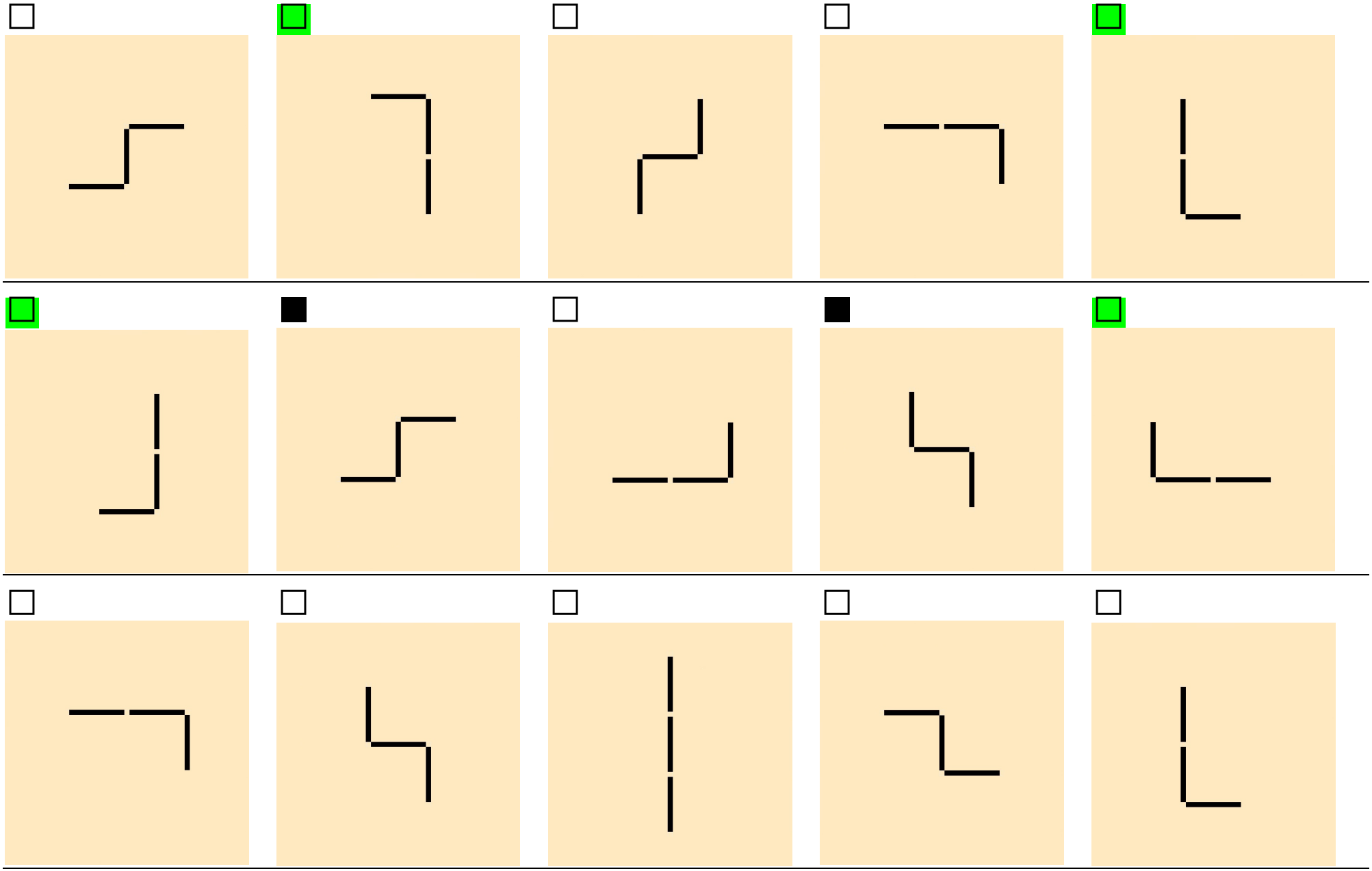
Streichholz-Drillinge: "Welche sind gleich?" (A) **LÖSUNG**

Vergleiche die Streichholz-Drillinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.



Streichholz-Drillinge: "Welche sind gleich?" (B) **LÖSUNG**

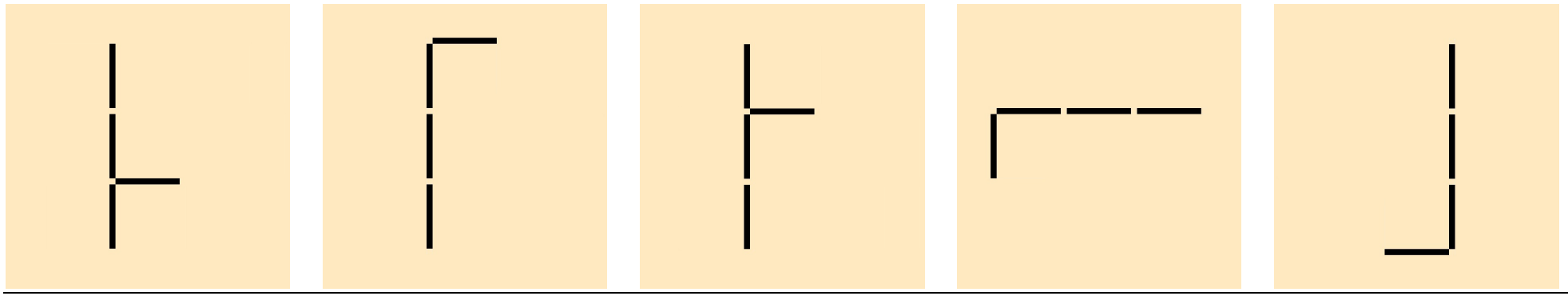
Vergleiche die Streichholz-Drillinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.



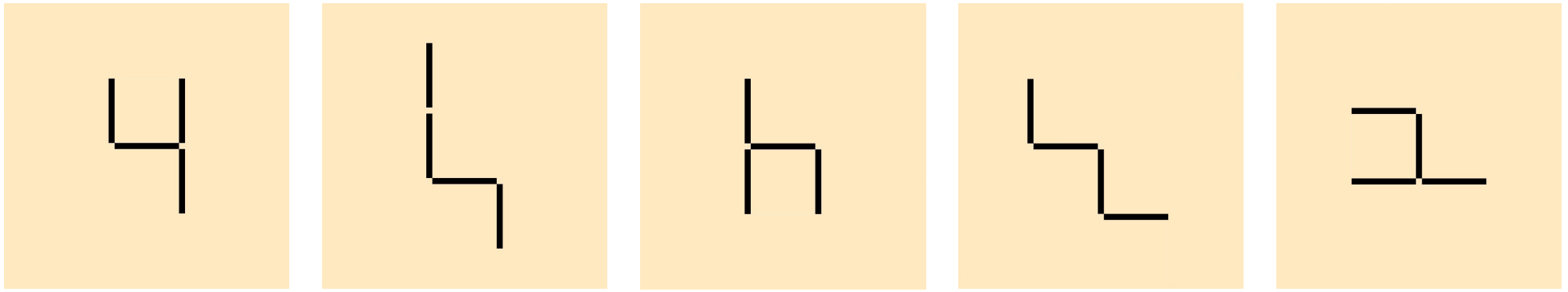
Streichholz-Vierlinge: "Welche sind gleich?" (A)

Vergleiche die Streichholz-Vierlinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

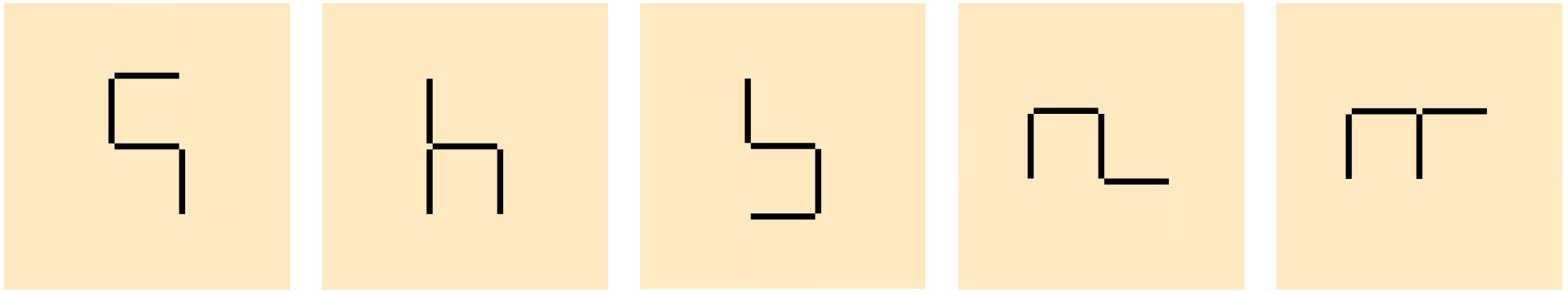
☐ ☐ ☐ ☐ ☐



☐ ☐ ☐ ☐ ☐

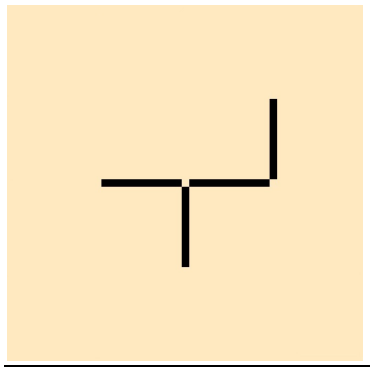
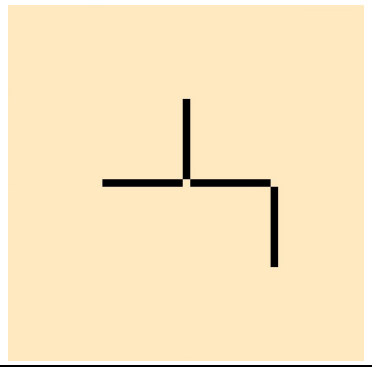
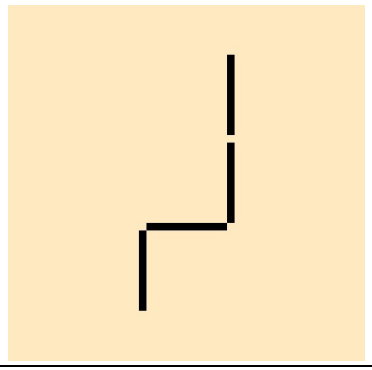
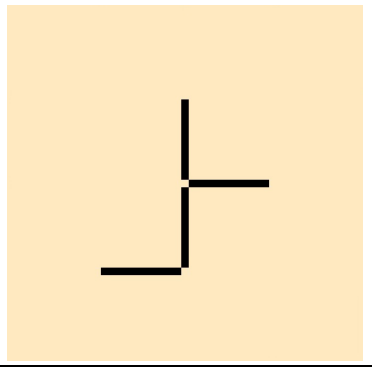
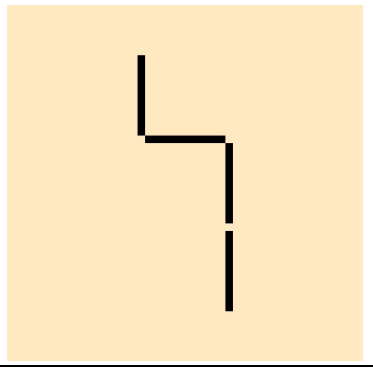


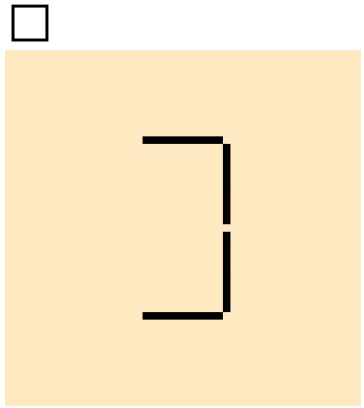
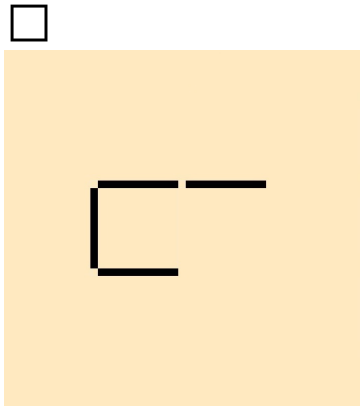
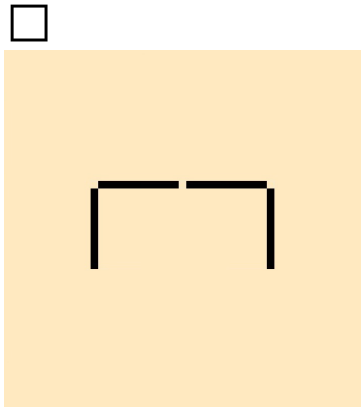
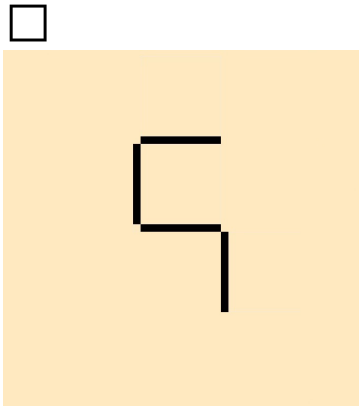
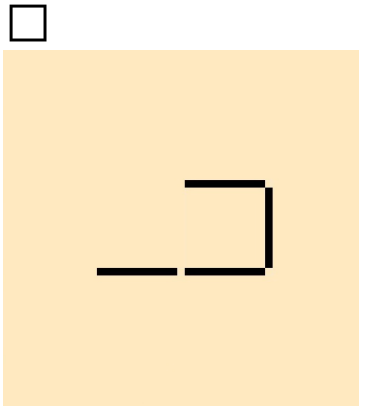
☐ ☐ ☐ ☐ ☐

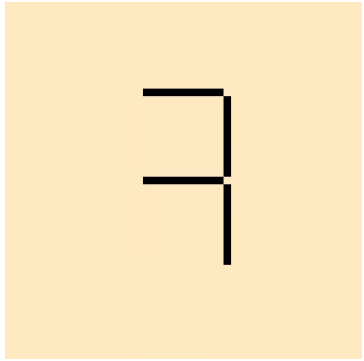
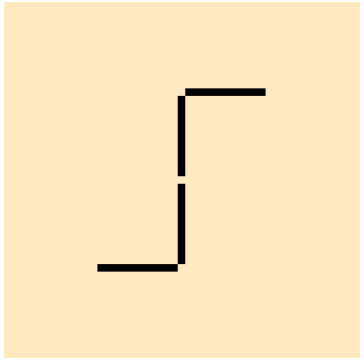
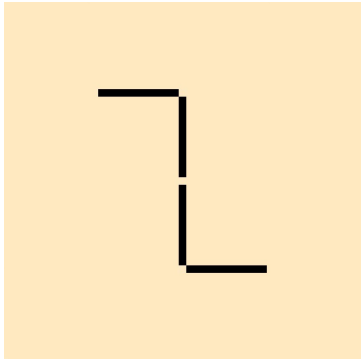
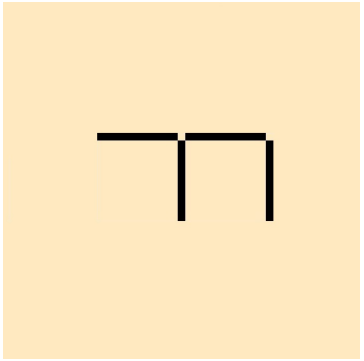
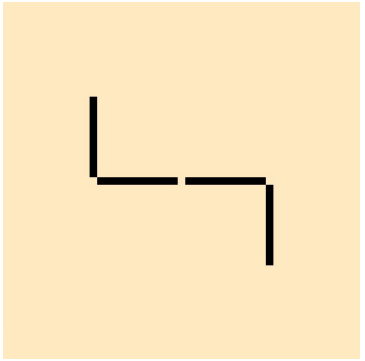


Streichholz-Vierlinge: "Welche sind gleich?" (B)

Vergleiche die Streichholz-Vierlinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.

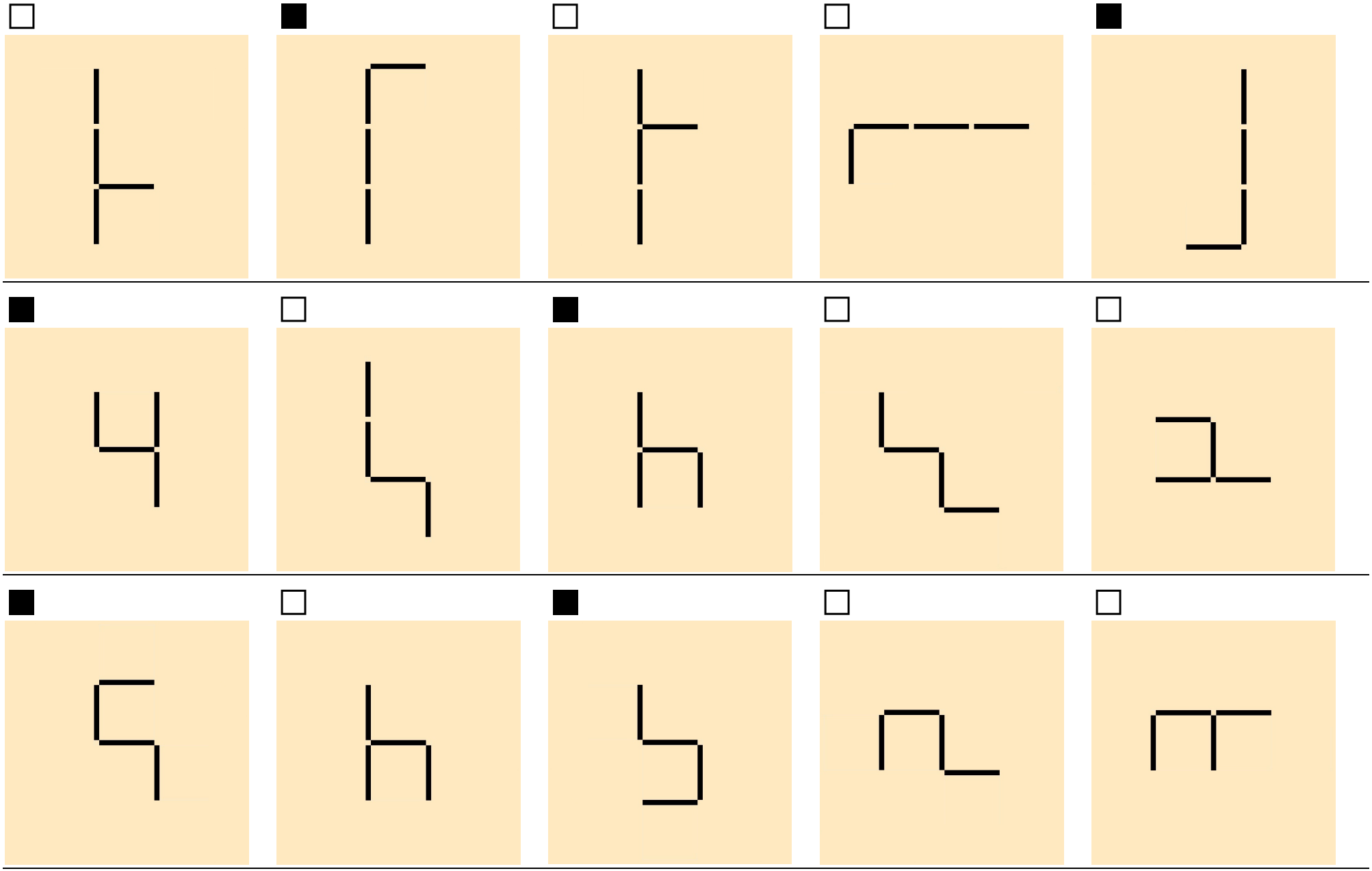
☐  ☐  ☐  ☐  ☐ 

☐  ☐  ☐  ☐  ☐ 

☐  ☐  ☐  ☐  ☐ 

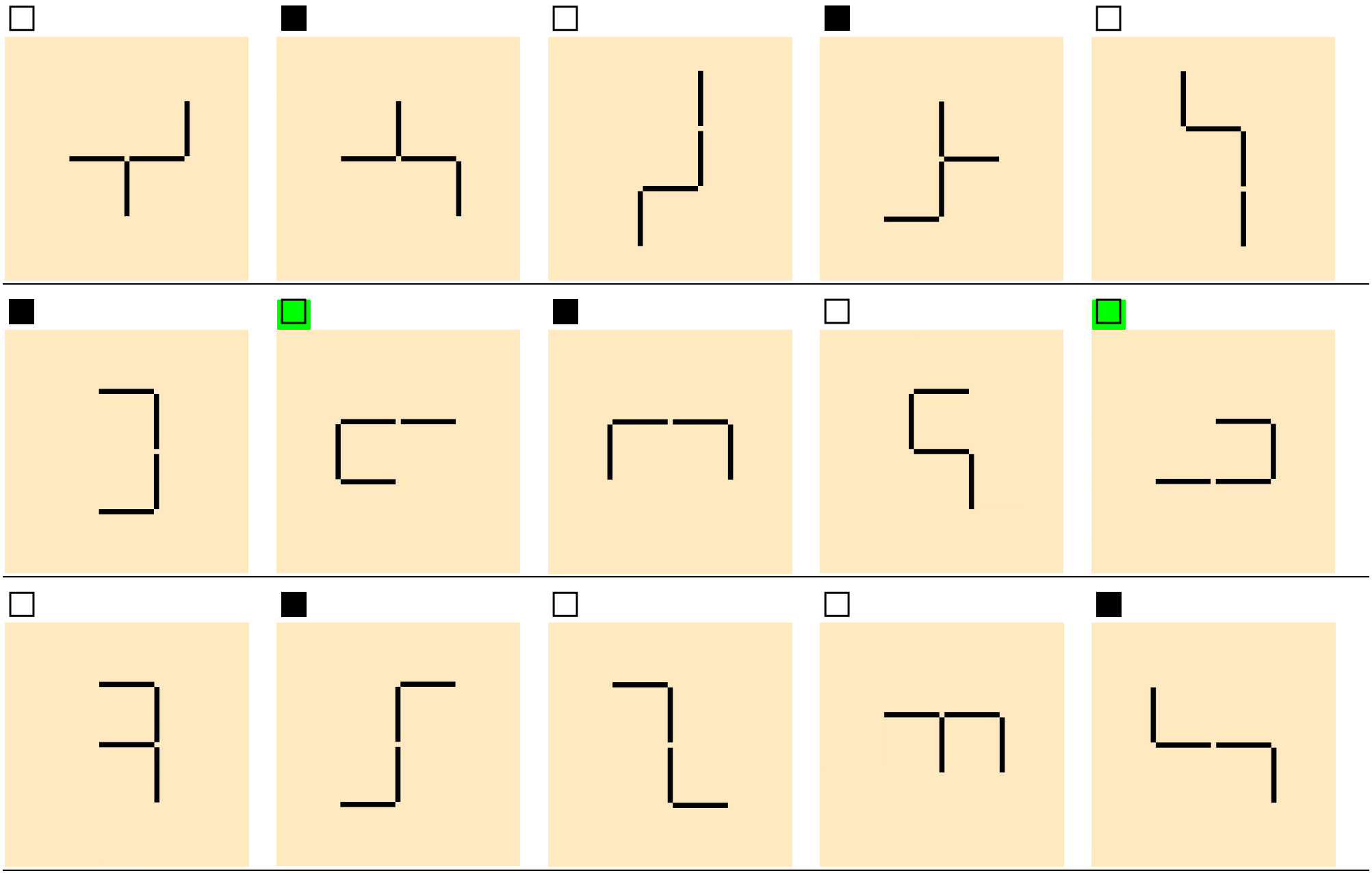
Streichholz-Vierlinge: "Welche sind gleich?" (A) **LÖSUNG**

Vergleiche die Streichholz-Vierlinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.



Streichholz-Vierlinge: "Welche sind gleich?" (B) **LÖSUNG**

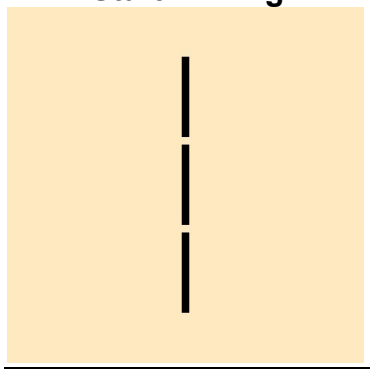
Vergleiche die Streichholz-Vierlinge in jeder Reihe miteinander. – Welche gehören zusammen? Kreuze in der gleichen Farbe an.



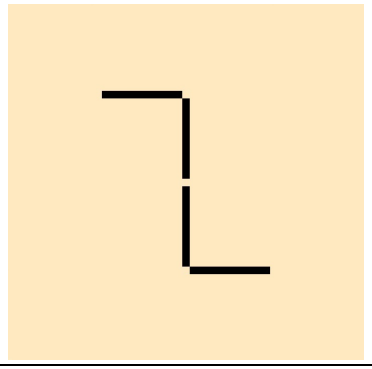
Vom Streichholzdrilling zum Streichholzvierling (A)

Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

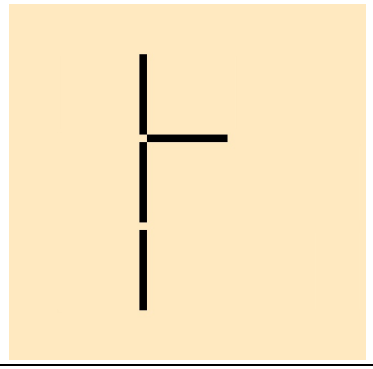
"Start-Drilling"



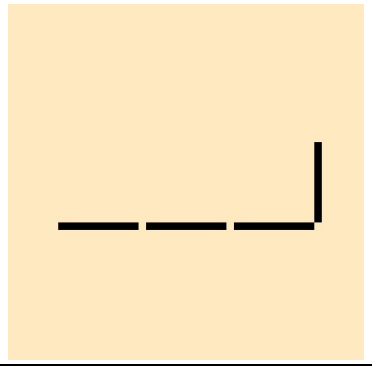
O



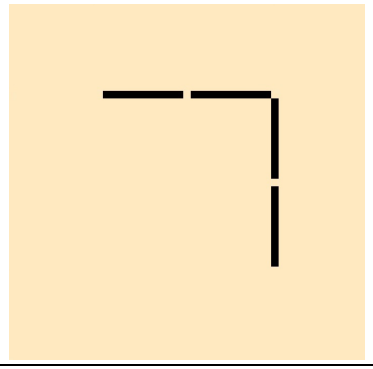
O



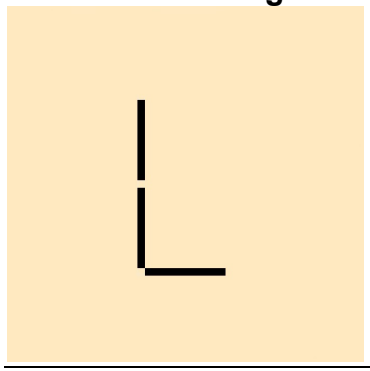
O



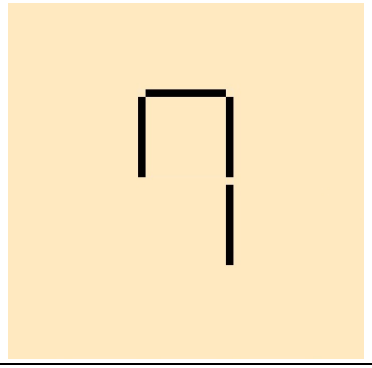
O



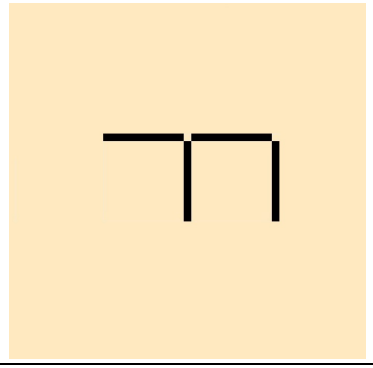
"Start-Drilling"



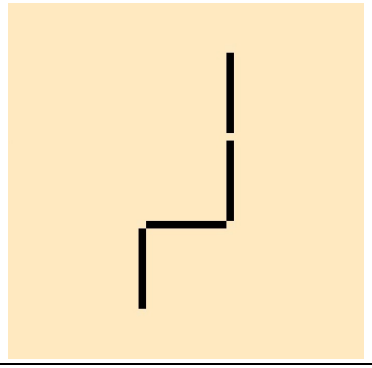
O



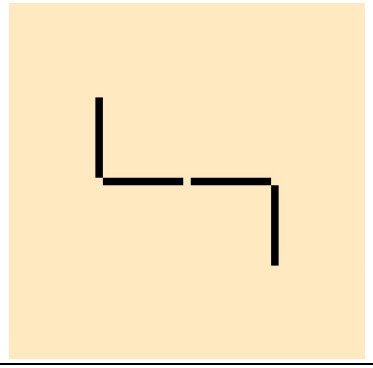
O



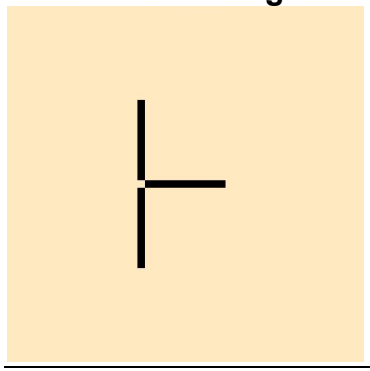
O



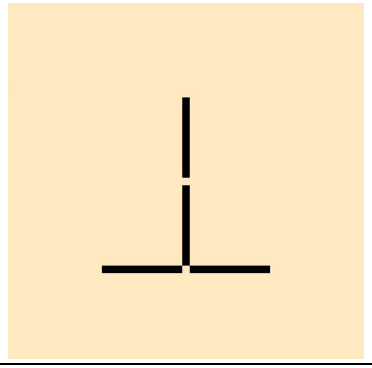
O



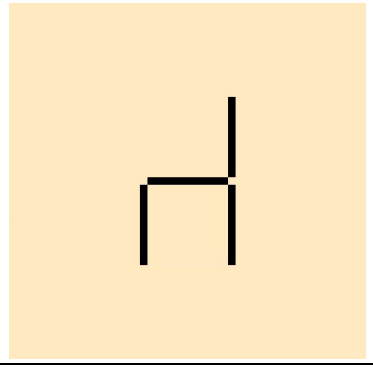
"Start-Drilling"



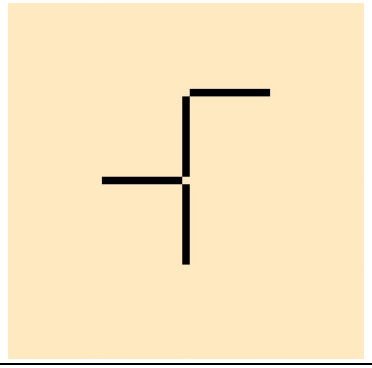
O



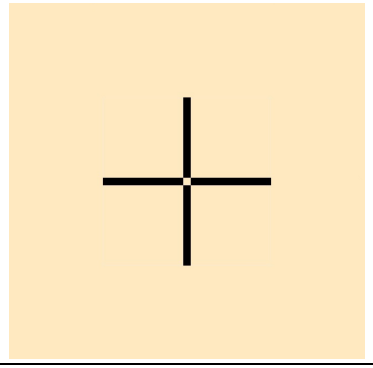
O



O



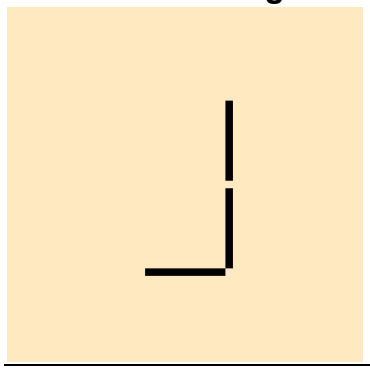
O



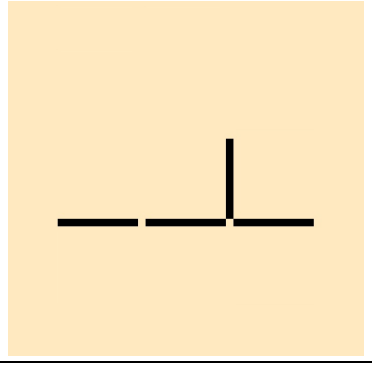
Vom Streichholzdrilling zum Streichholzvierling (B)

Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

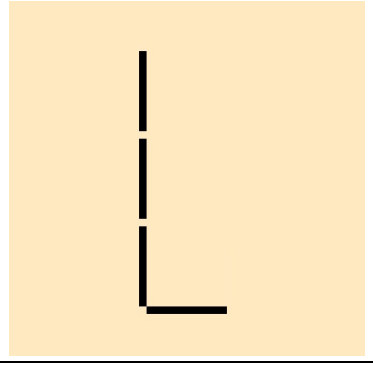
"Start-Drilling"



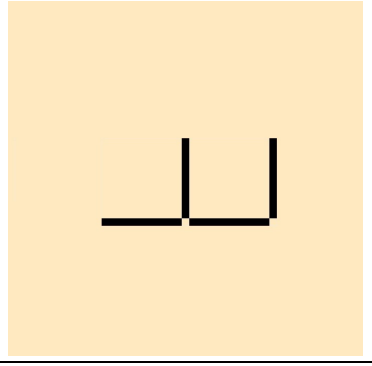
O



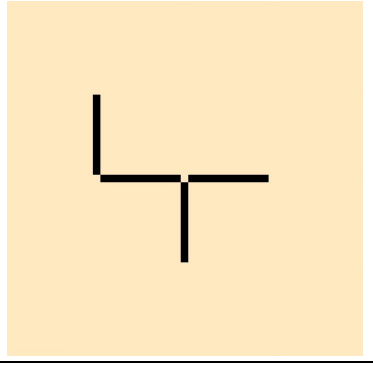
O



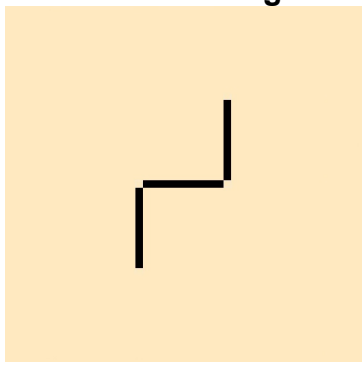
O



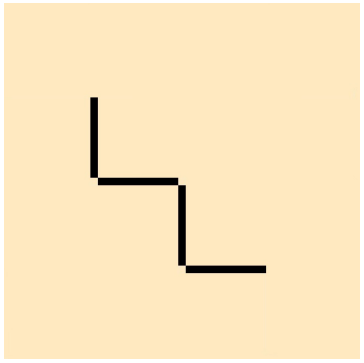
O



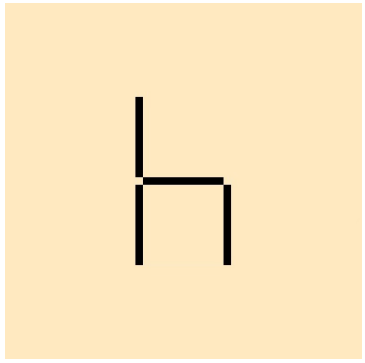
"Start-Drilling"



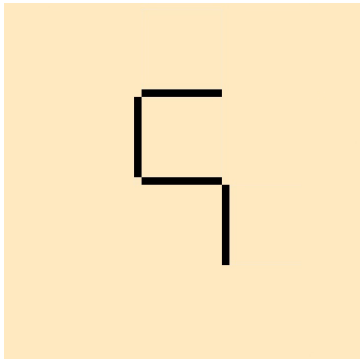
O



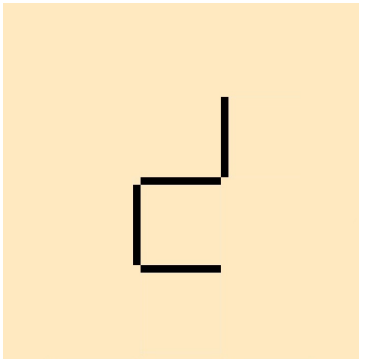
O



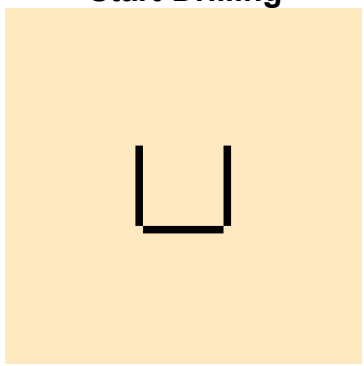
O



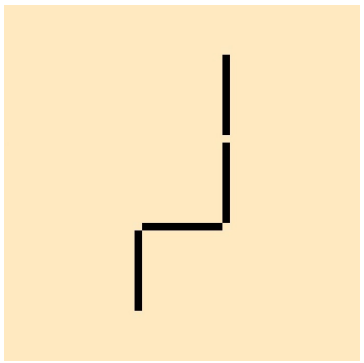
O



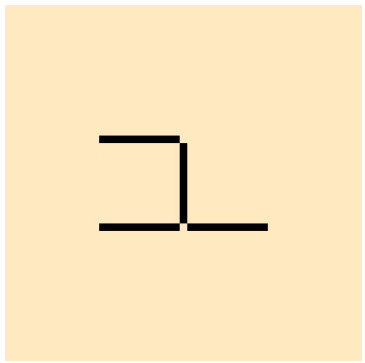
"Start-Drilling"



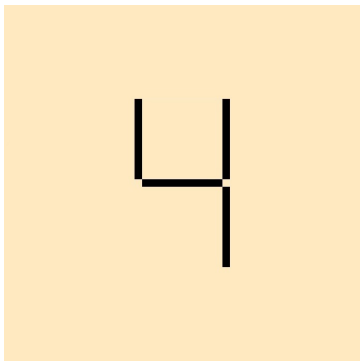
O



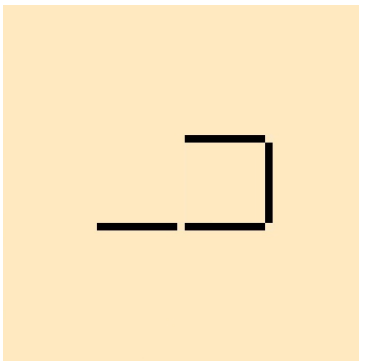
O



O



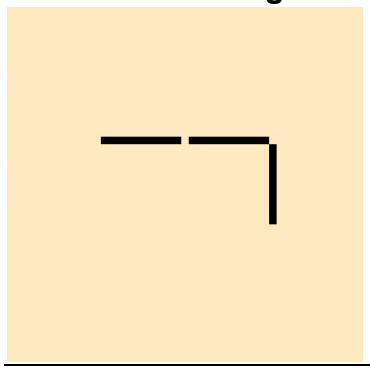
O



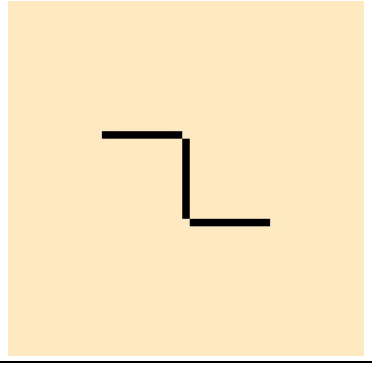
Vom Streichholzdrilling zum Streichholzvierling (C)

Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

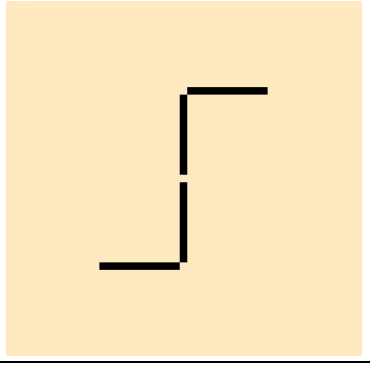
"Start-Drilling"



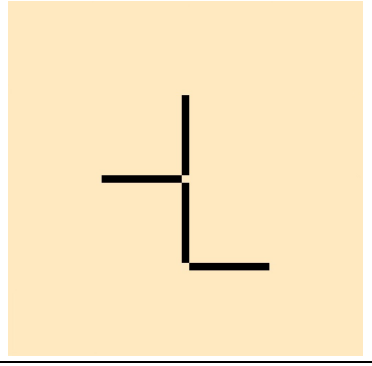
O



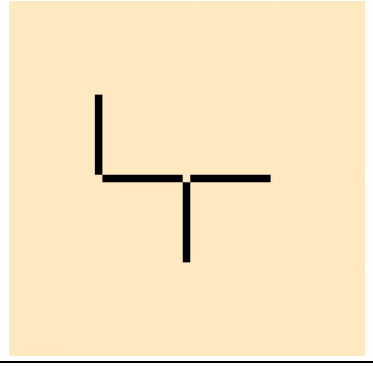
O



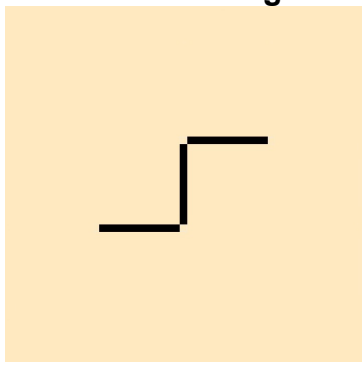
O



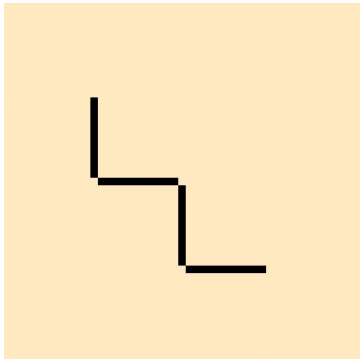
O



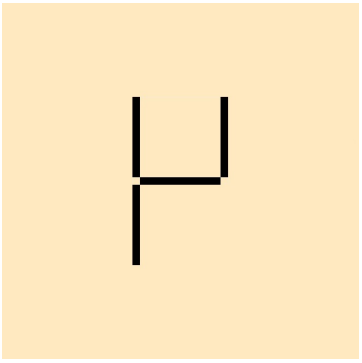
"Start-Drilling"



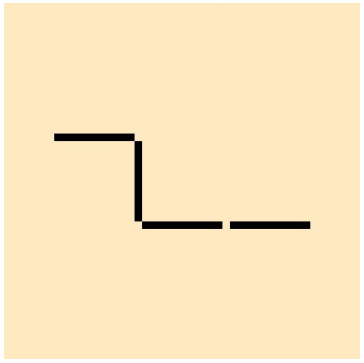
O



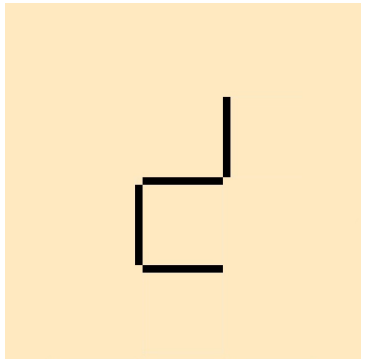
O



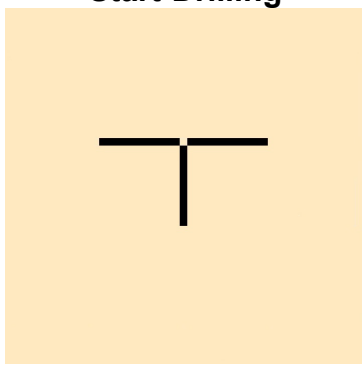
O



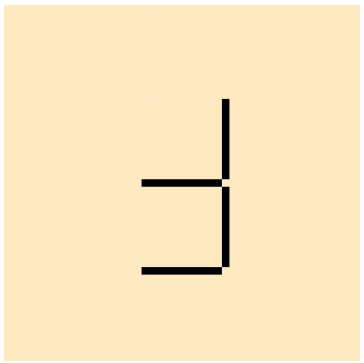
O



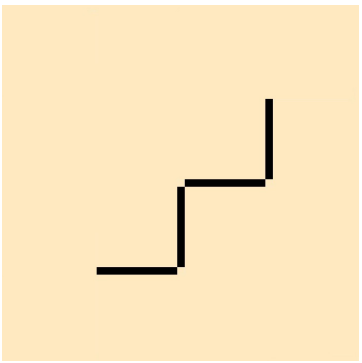
"Start-Drilling"



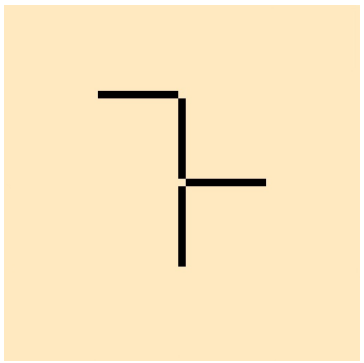
O



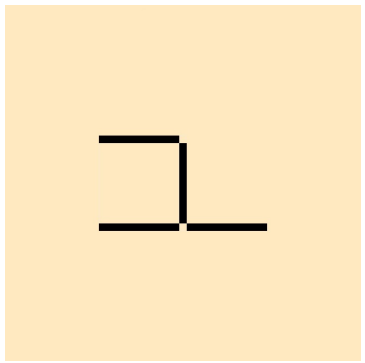
O



O



O

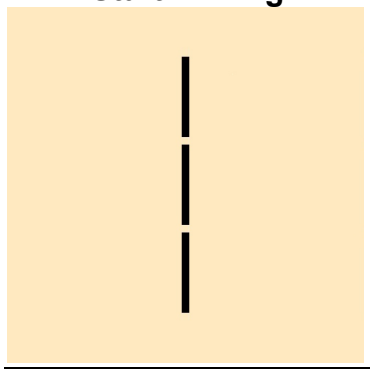


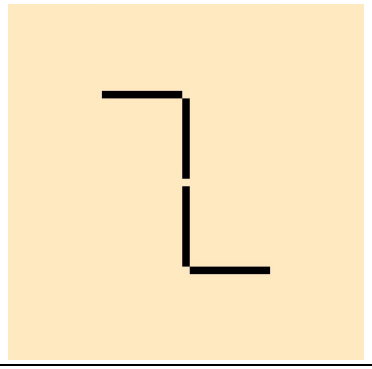
Vom Streichholzdrilling zum Streichholzvierling (A)

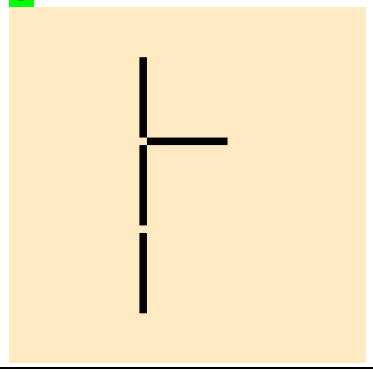
LÖSUNG

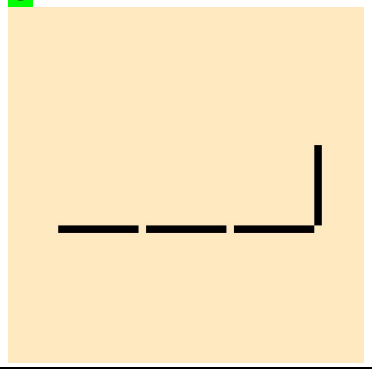
Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

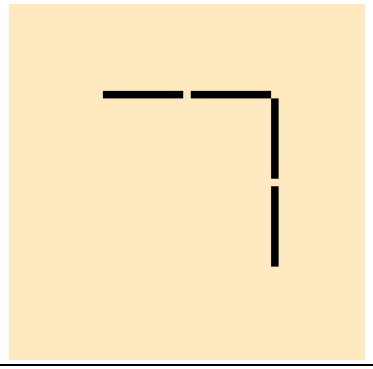
"Start-Drilling"



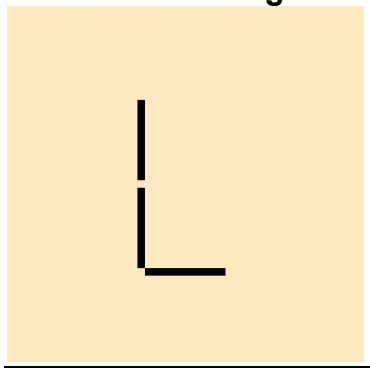
O 

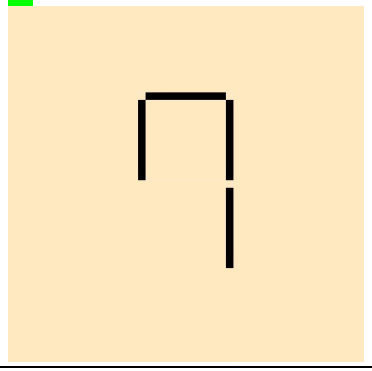
O 

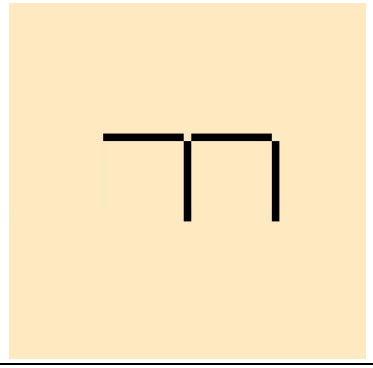
O 

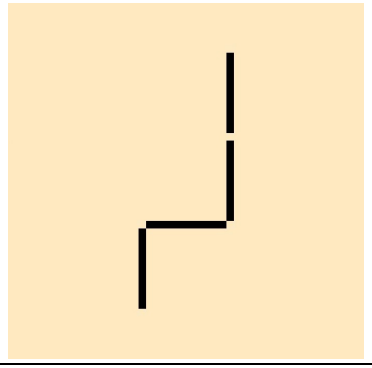
O 

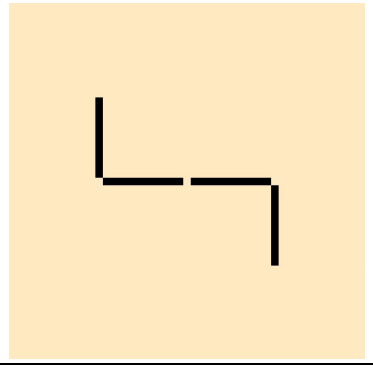
"Start-Drilling"



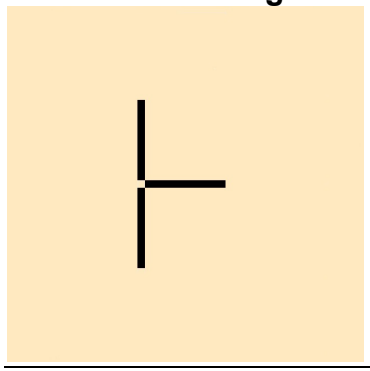
O 

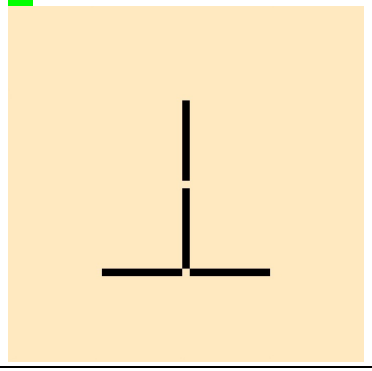
O 

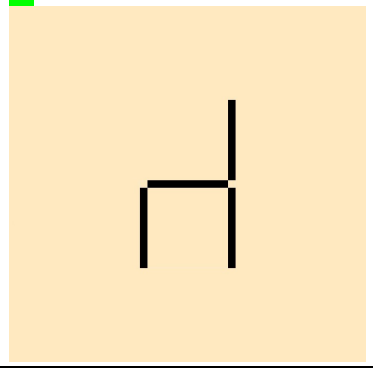
O 

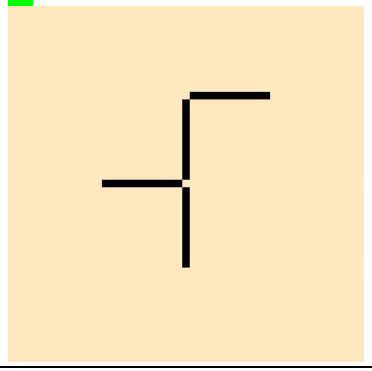
O 

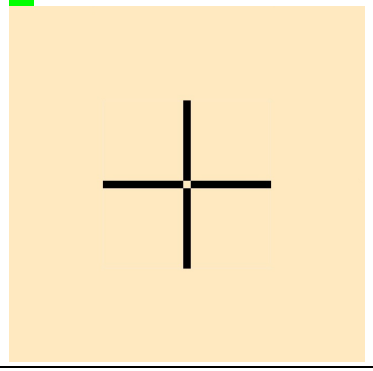
"Start-Drilling"



O 

O 

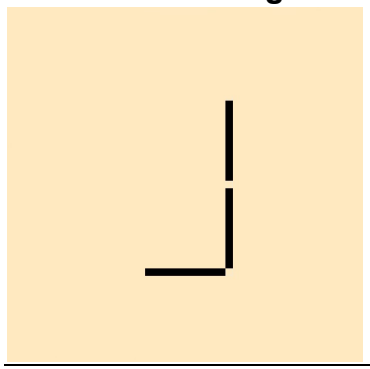
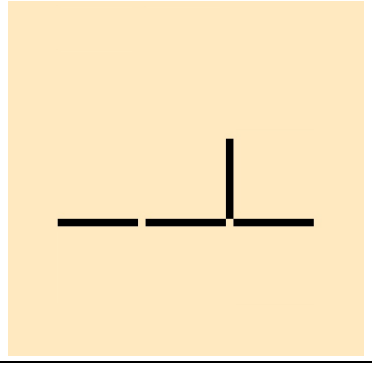
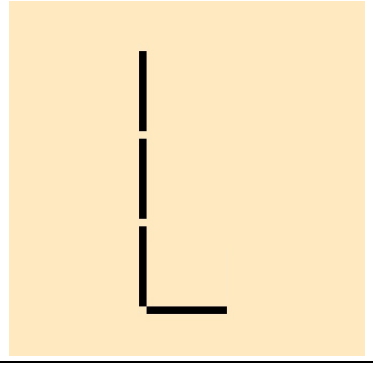
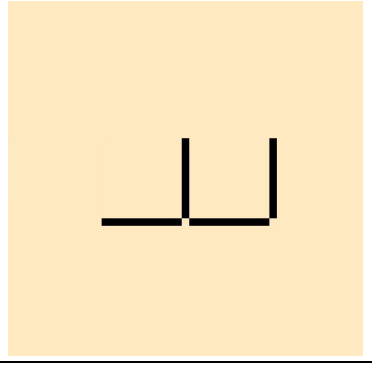
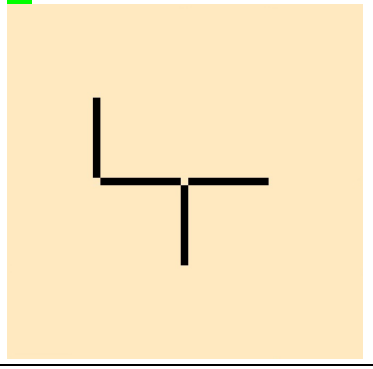
O 

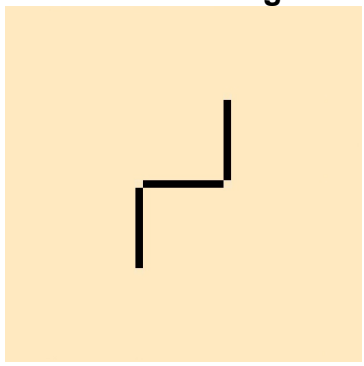
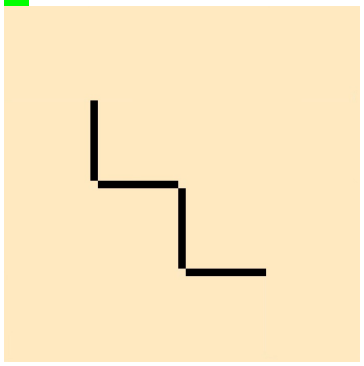
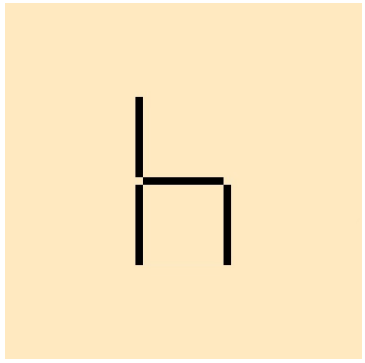
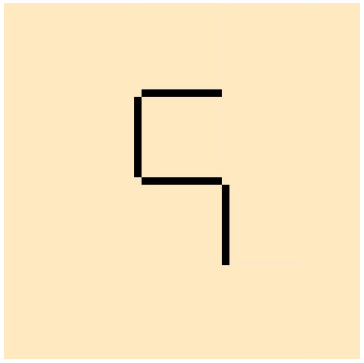
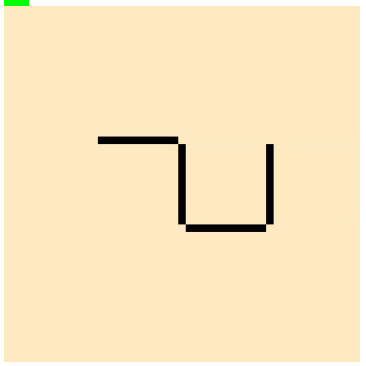
O 

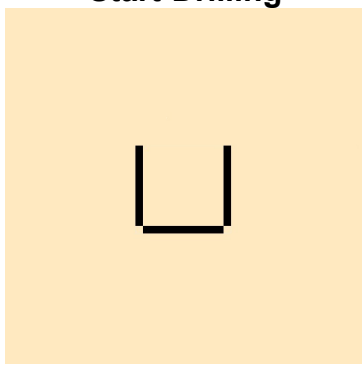
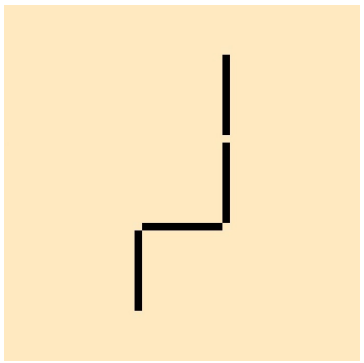
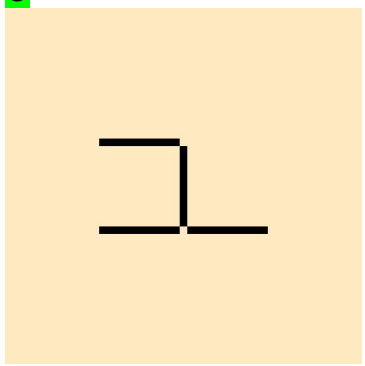
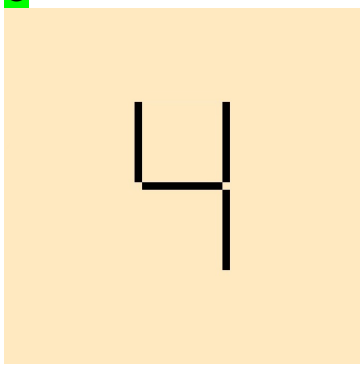
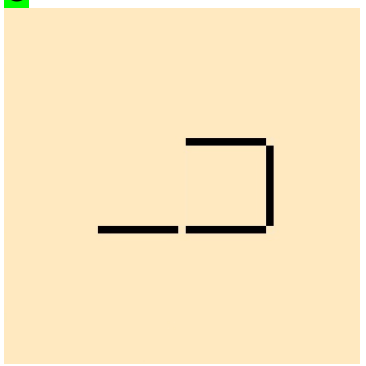
Vom Streichholzdrilling zum Streichholzvierling (B)

LÖSUNG

Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

"Start-Drilling"	O	O	O	O
				

"Start-Drilling"	O	O	O	O
				

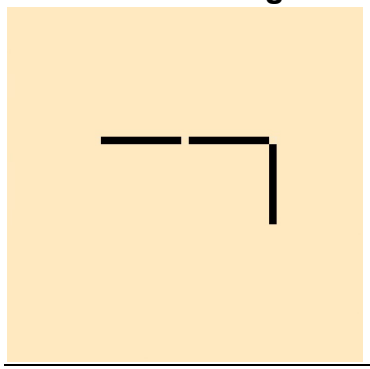
"Start-Drilling"	O	O	O	O
				

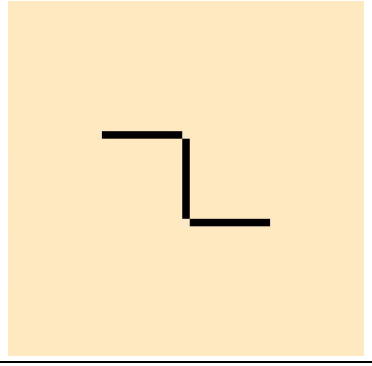
Vom Streichholzdrilling zum Streichholzvierling (C)

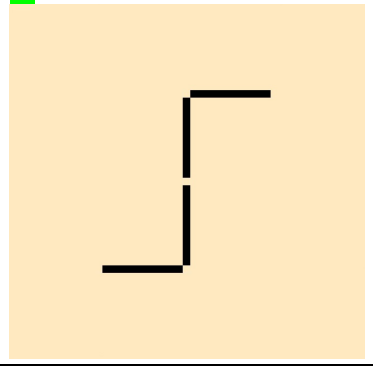
LÖSUNG

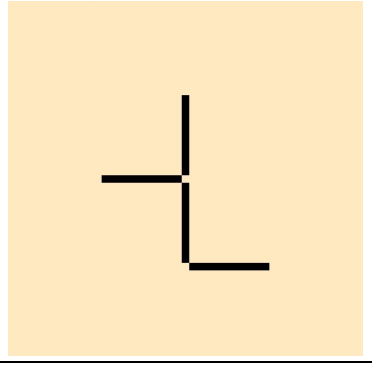
Wenn du am "Start-Drilling" einen Streichholz hinzufügst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

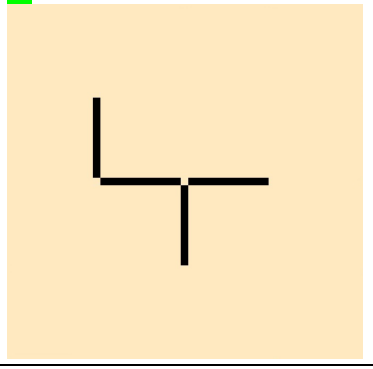
"Start-Drilling"



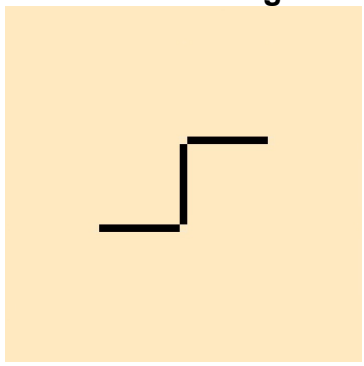
O 

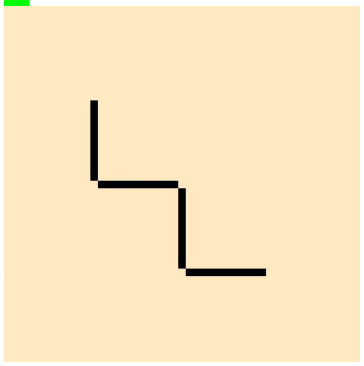
O 

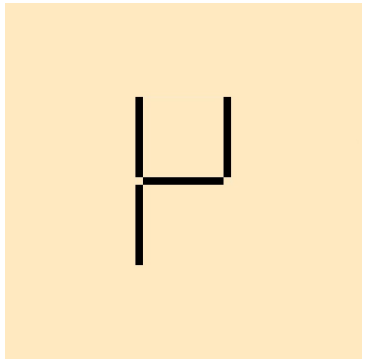
O 

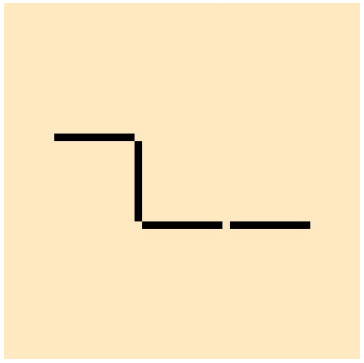
O 

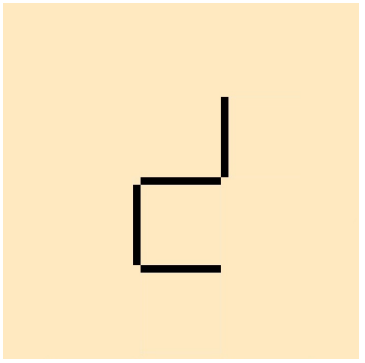
"Start-Drilling"



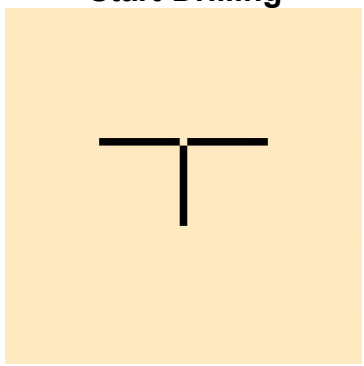
O 

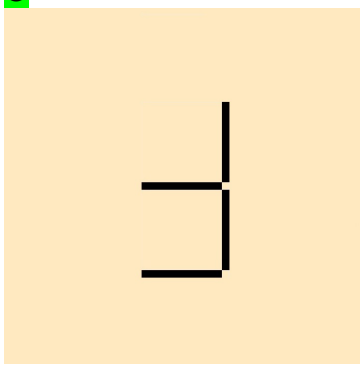
O 

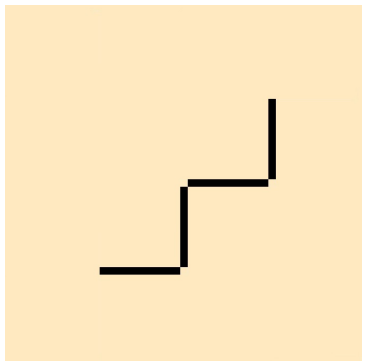
O 

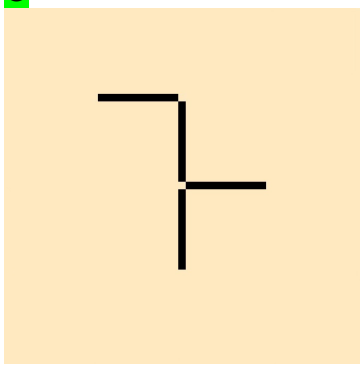
O 

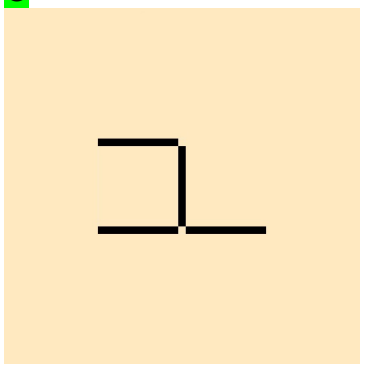
"Start-Drilling"



O 

O 

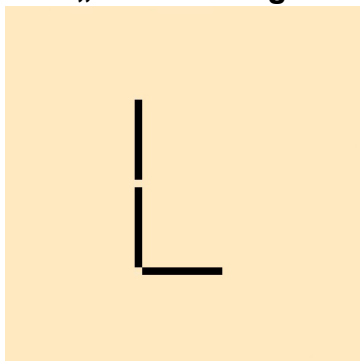
O 

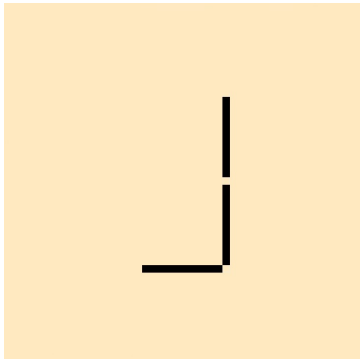
O 

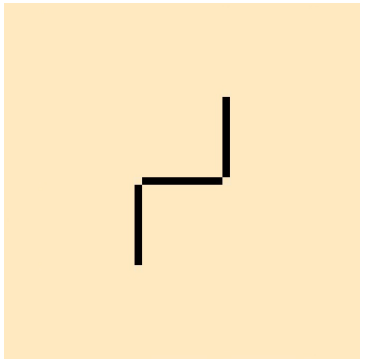
Von einem Steichholzdrilling zu anderen Streichholzdrillingen

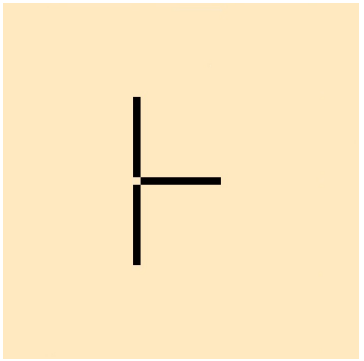
Wenn du am „Start-Drilling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzdrilling kannst du erzeugen? Kreuze an.

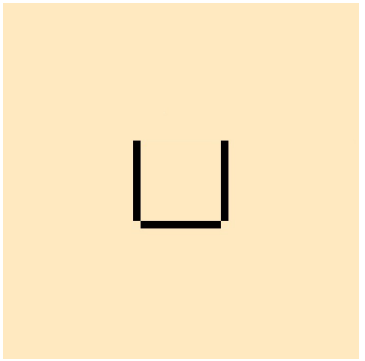
„Start-Drilling“



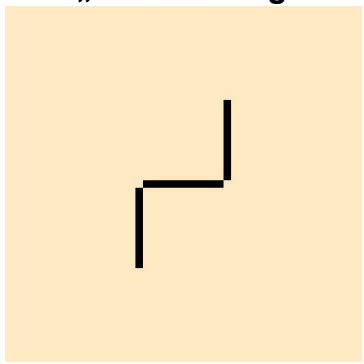
☐ 

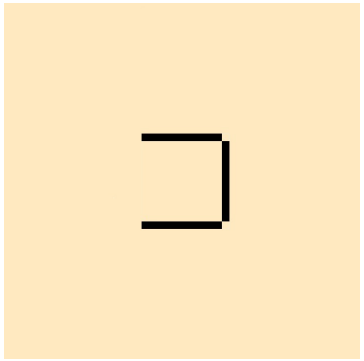
☐ 

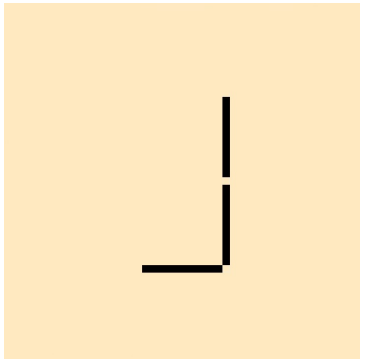
☐ 

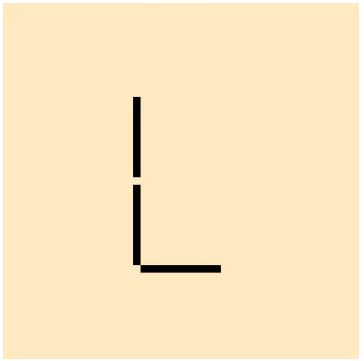
☐ 

„Start-Drilling“



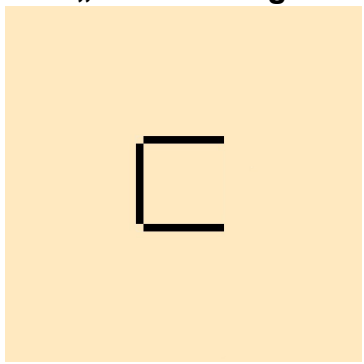
☐ 

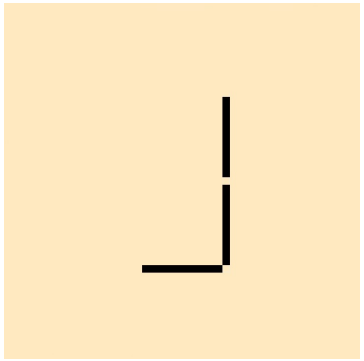
☐ 

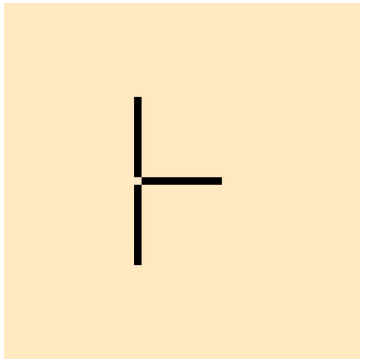
☐ 

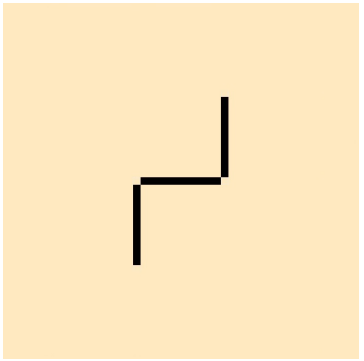
☐

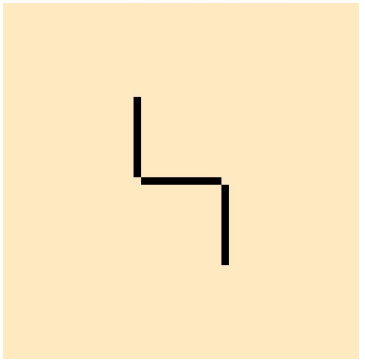
„Start-Drilling“



☐ 

☐ 

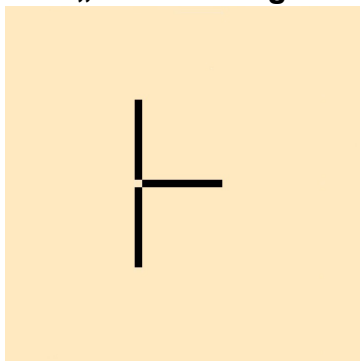
☐ 

☐ 

Von einem Steichholzdrilling zu anderen Streichholzdrillingen

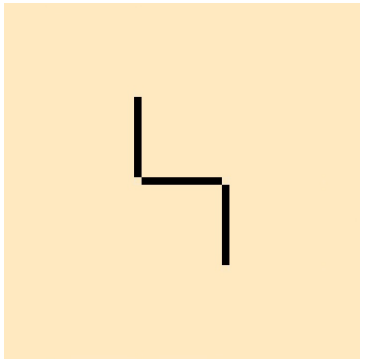
Wenn du am „Start-Drilling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzdrilling kannst du erzeugen? Kreuze an.

„Start-Drilling“

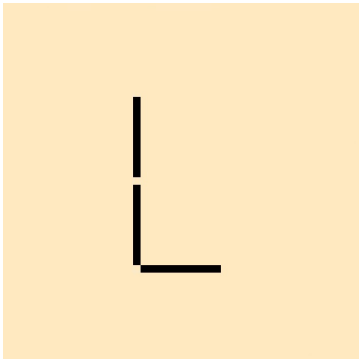


☐

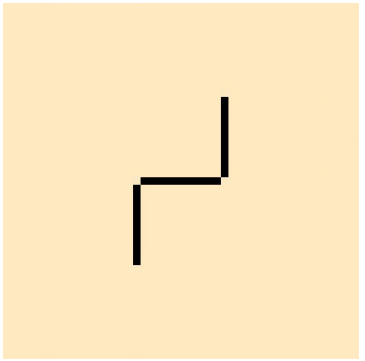
☐



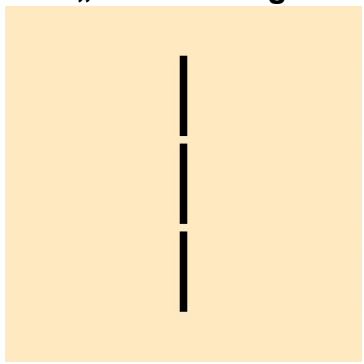
☐



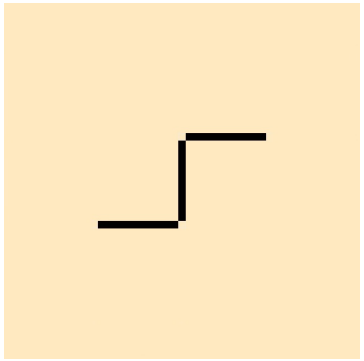
☐



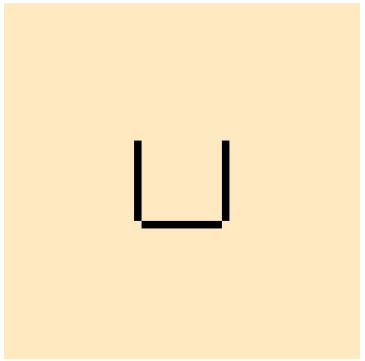
„Start-Drilling“



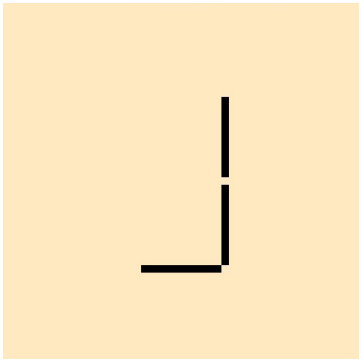
☐



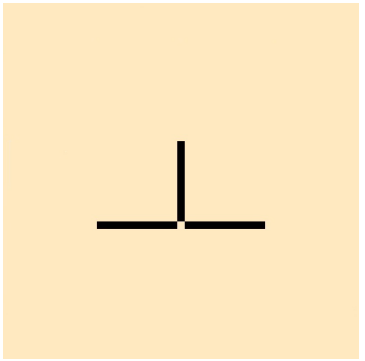
☐



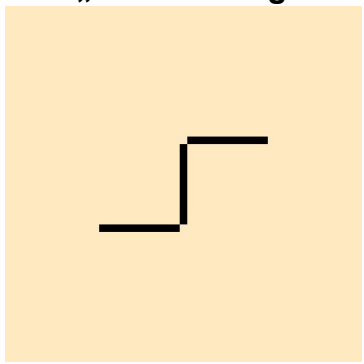
☐



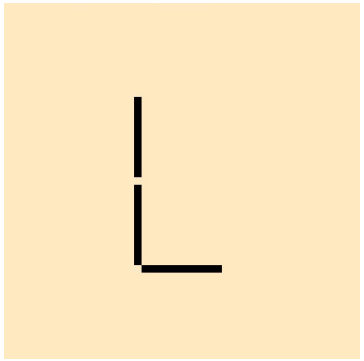
☐



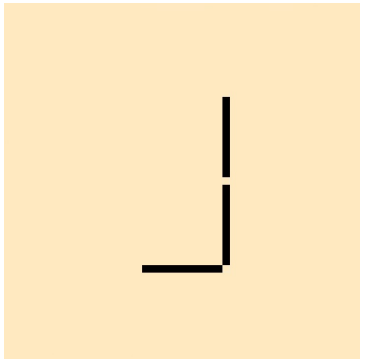
„Start-Drilling“



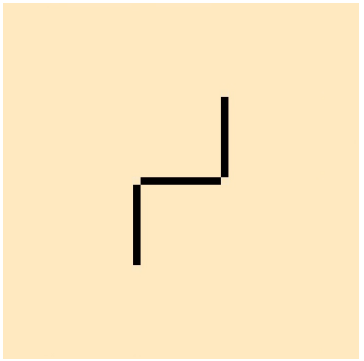
☐



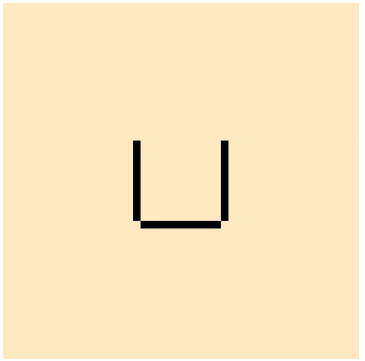
☐



☐



☐

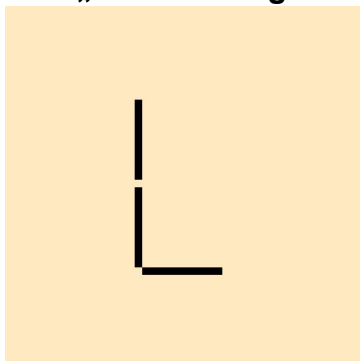


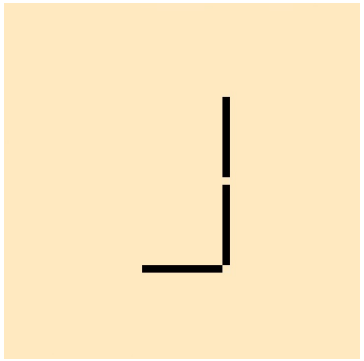
Von einem Steichholzdrilling zu anderen Streichholzdrillingen (A)

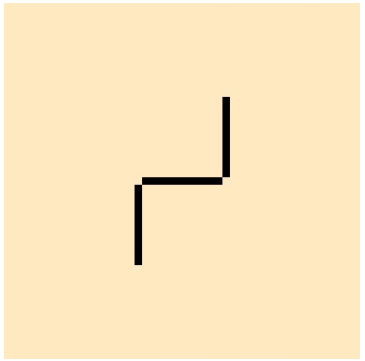
LÖSUNG

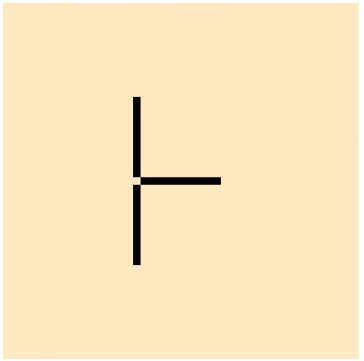
Wenn du am „Start-Drilling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzdrilling kannst du erzeugen? Kreuze an.

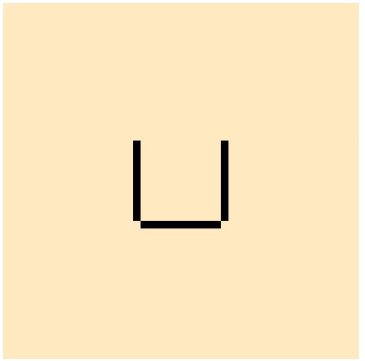
„Start-Drilling“



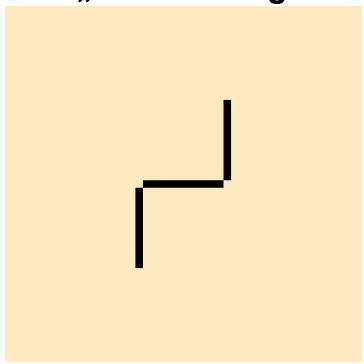
■ 

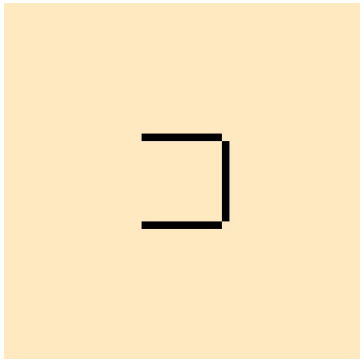
■ 

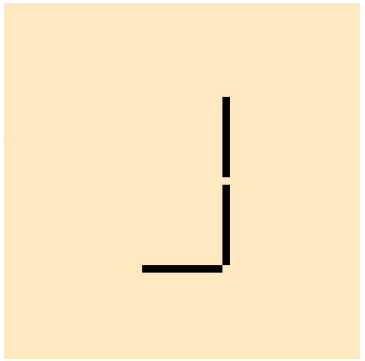
■ 

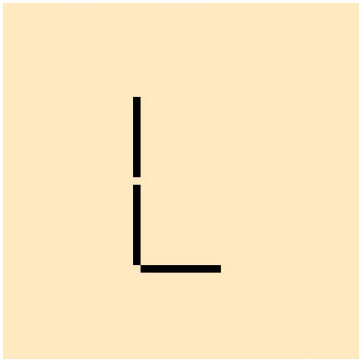
■ 

„Start-Drilling“



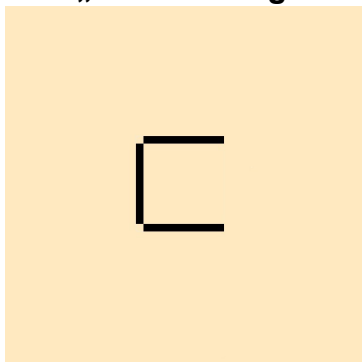
■ 

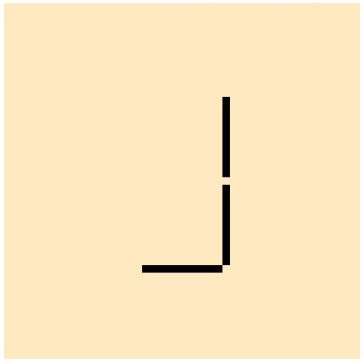
■ 

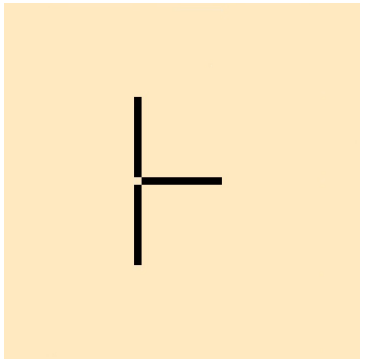
■ 

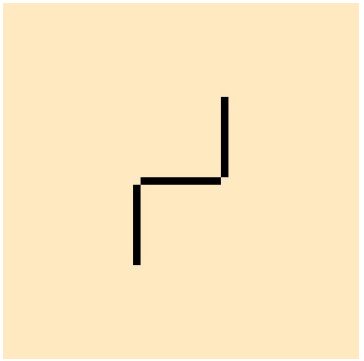
□

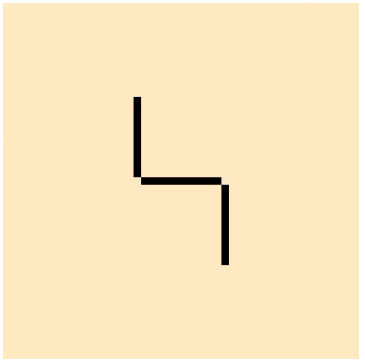
„Start-Drilling“



■ 

■ 

■ 

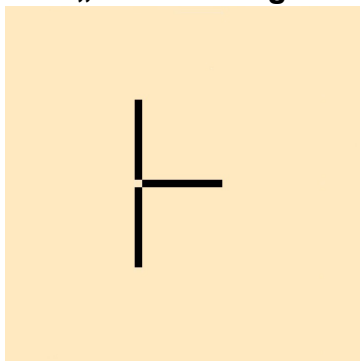
■ 

Von einem Steichholzdrilling zu anderen Streichholzdrillingen (A)

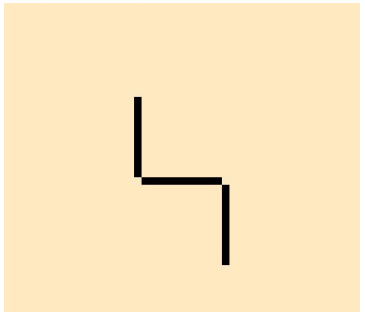
LÖSUNG

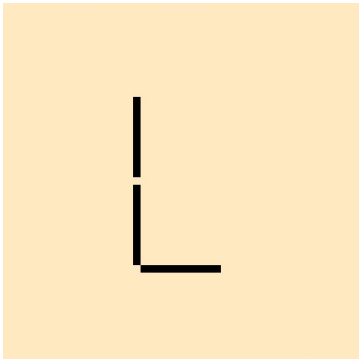
Wenn du am „Start-Drilling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzdrilling kannst du erzeugen? Kreuze an.

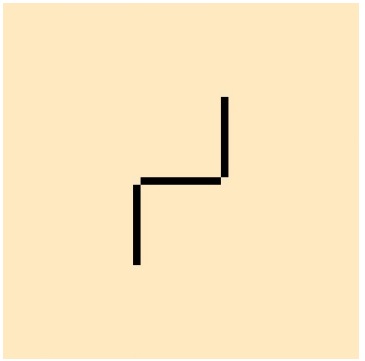
„Start-Drilling“



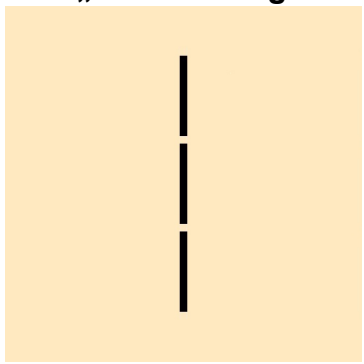
■

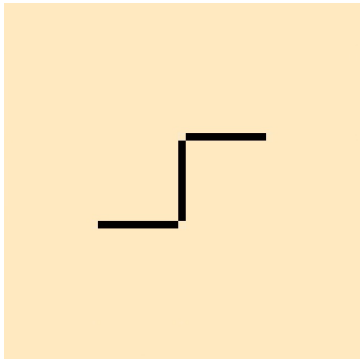
■ 

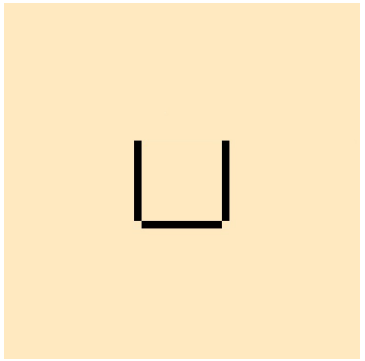
■ 

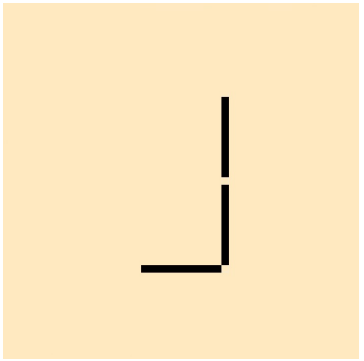
■ 

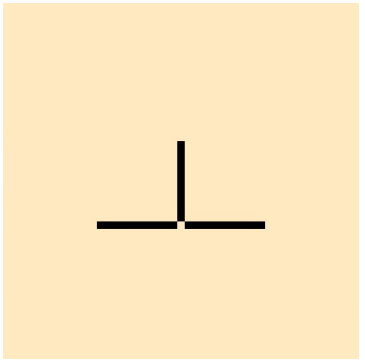
„Start-Drilling“



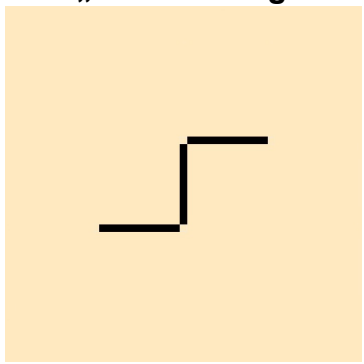
□ 

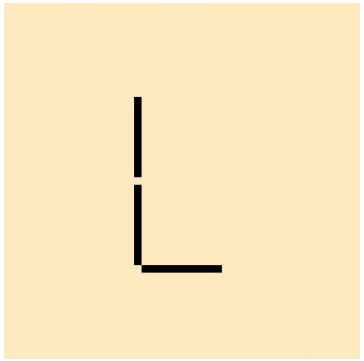
□ 

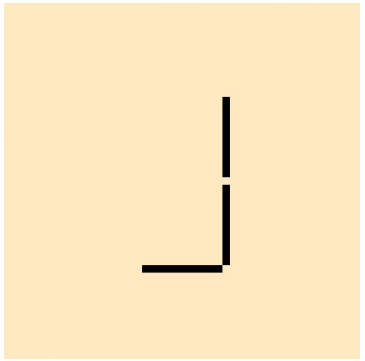
■ 

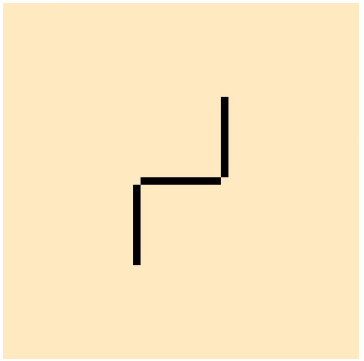
■ 

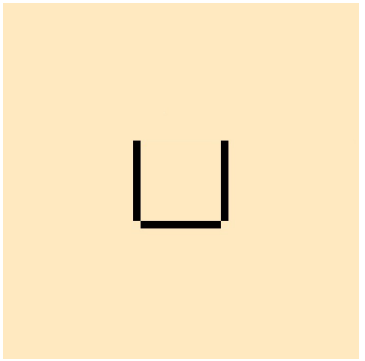
„Start-Drilling“



■ 

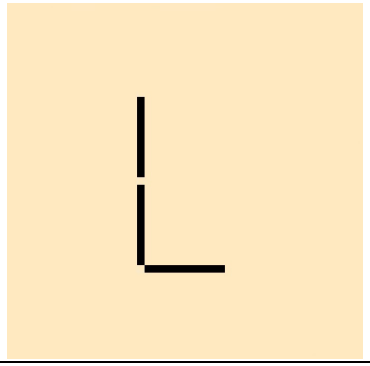
■ 

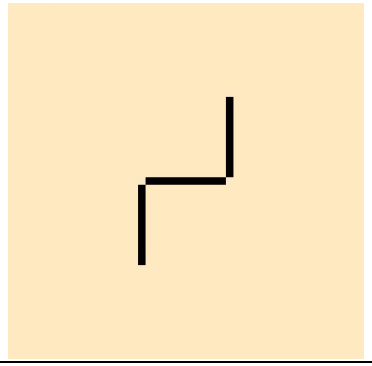
■ 

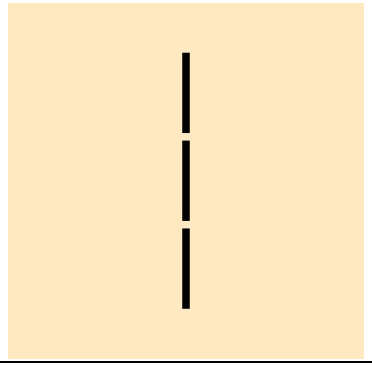
■ 

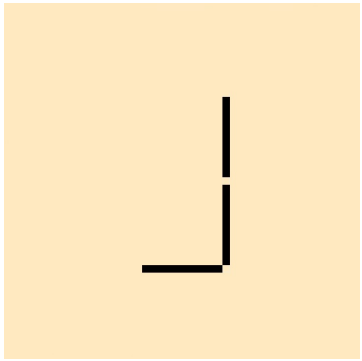
Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (A)

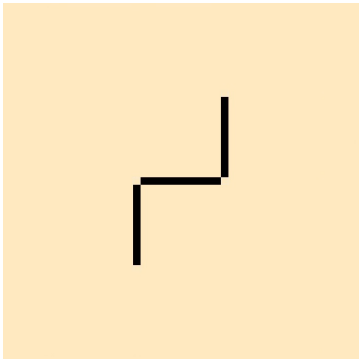
Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

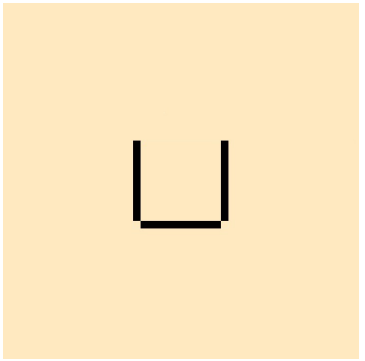
☐ 

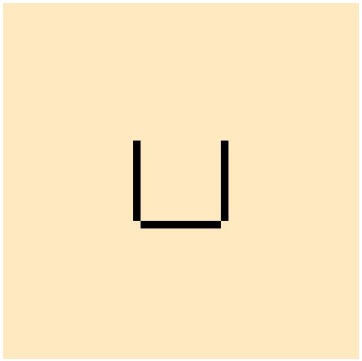
☐ 

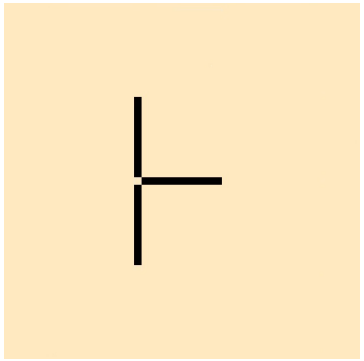
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

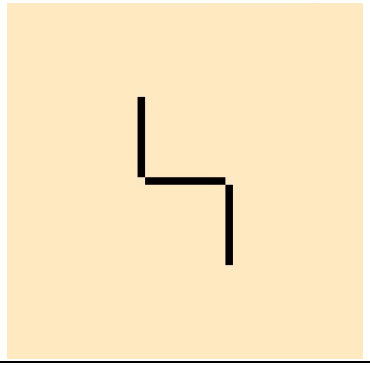
☐ 

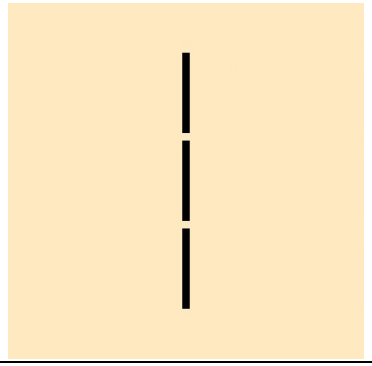
☐ 

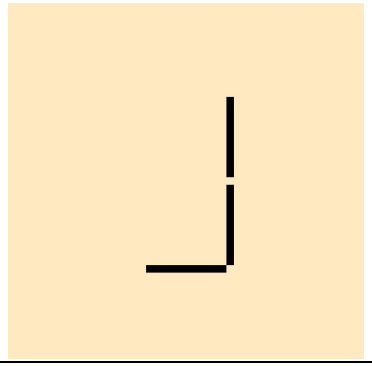
☐

Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (B)

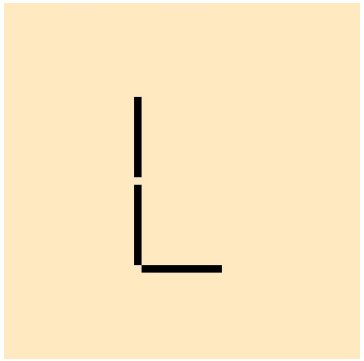
Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

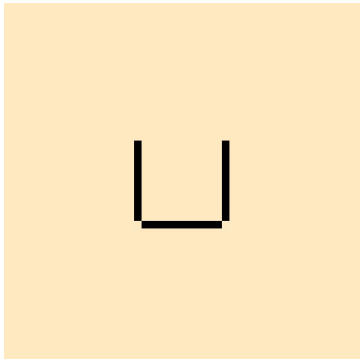
☐ 

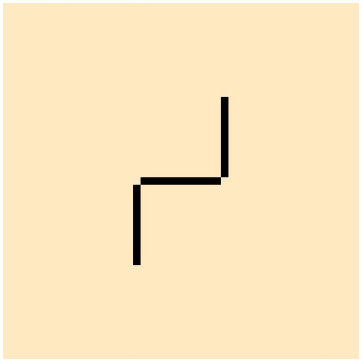
☐ 

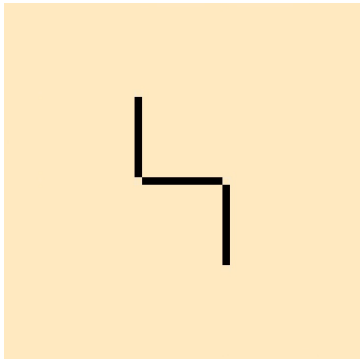
☐ 

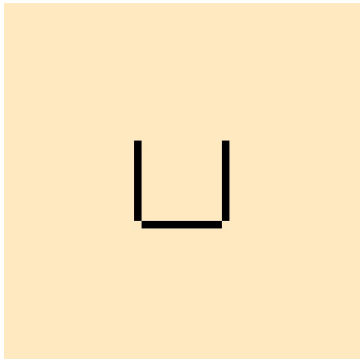
☐

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

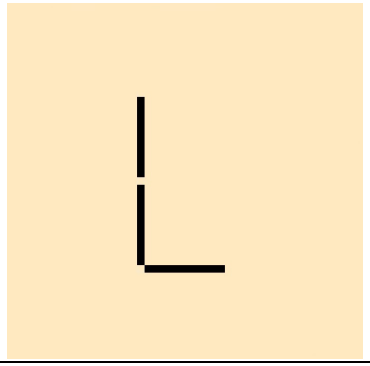
☐ 

Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (A)

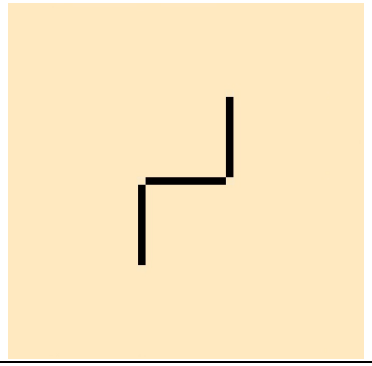
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

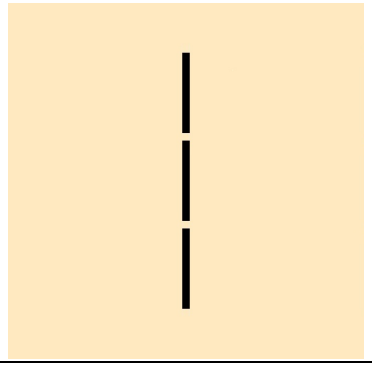
☐ 2.



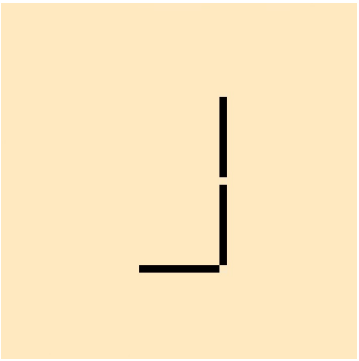
☐ 1./3.



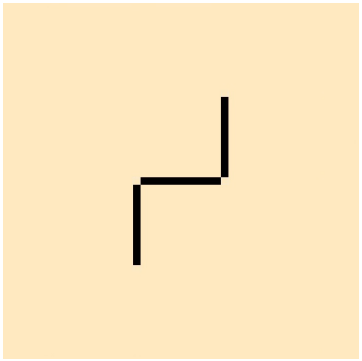
☐ 3./1.



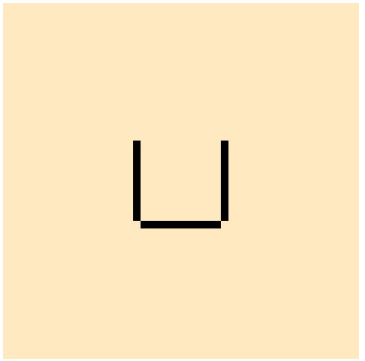
☐ 1./3.



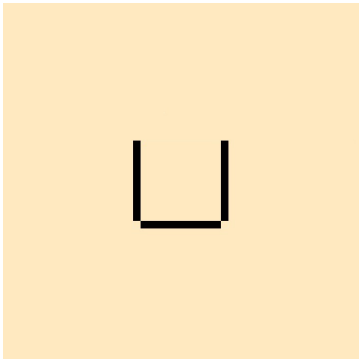
☐ 3./1.



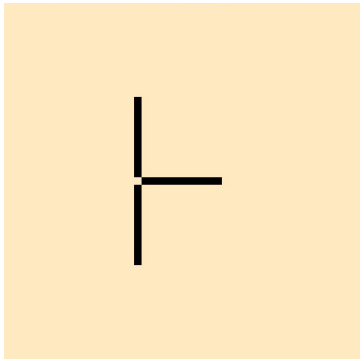
☐ 2.



☐ 1./3.



☐ 2.



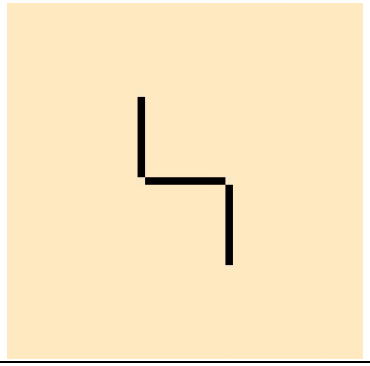
☐ 3./1.

Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (B)

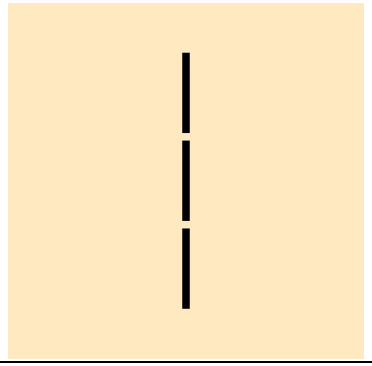
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

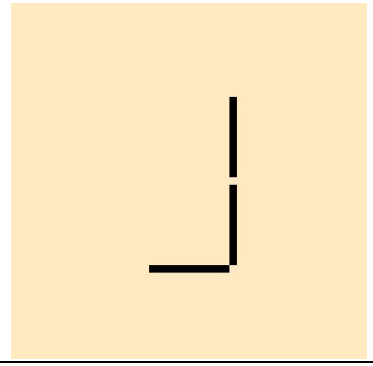
☐ 1./3.



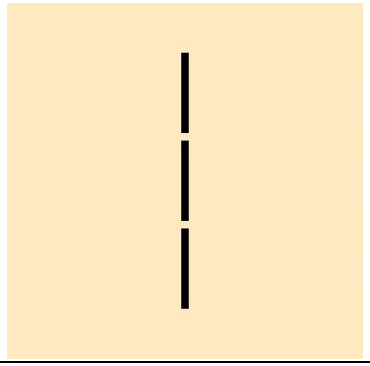
☐ 3./1.



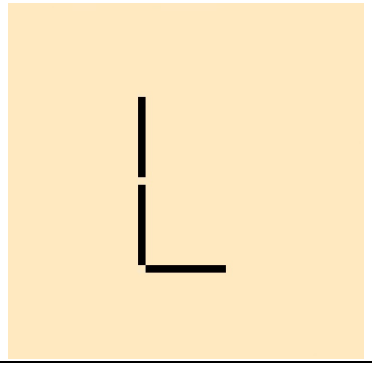
☐ 2.



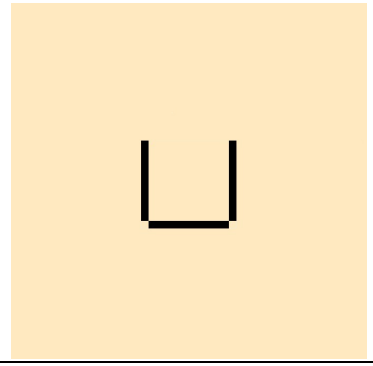
☐ 1./3.



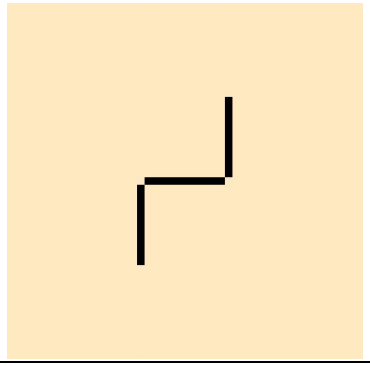
☐ 2.



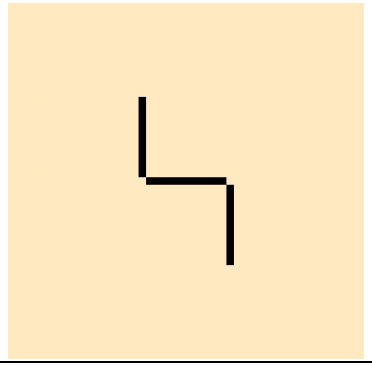
☐ 3./1.



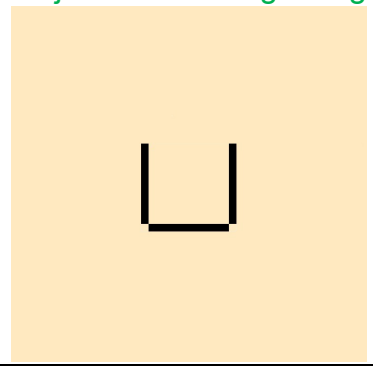
☐



☐

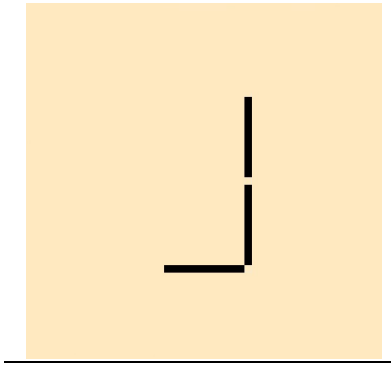


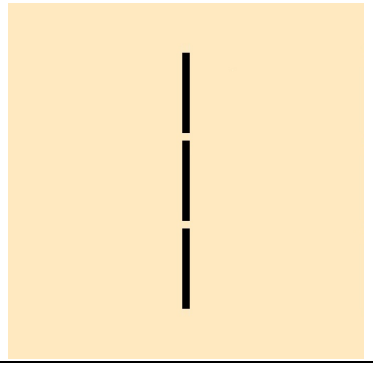
☐ jede Reihenfolge möglich

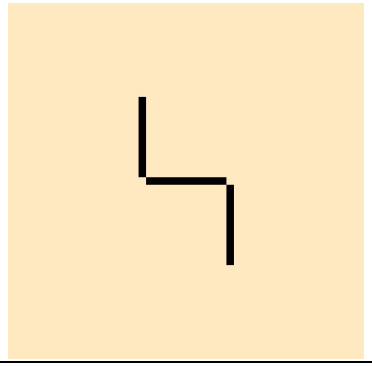


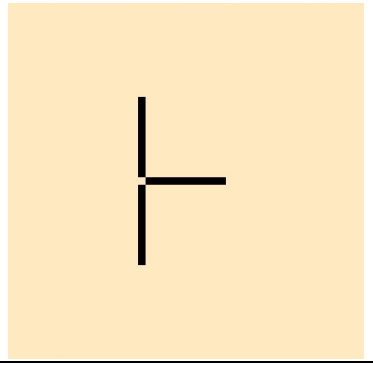
Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (A)

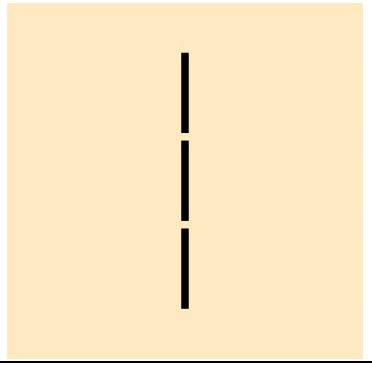
Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

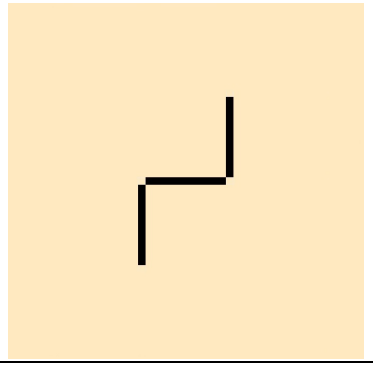
☐ 

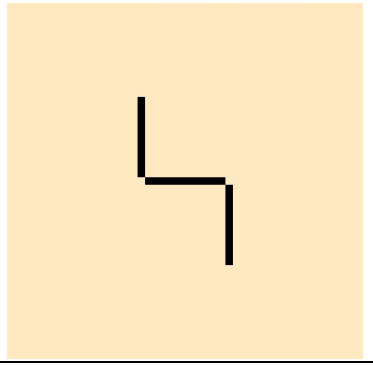
☐ 

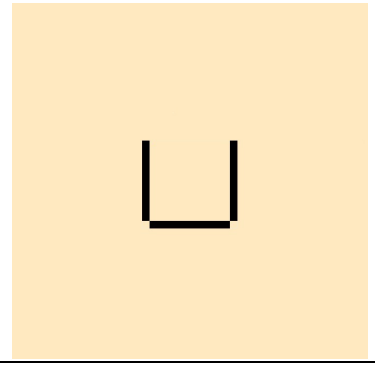
☐ 

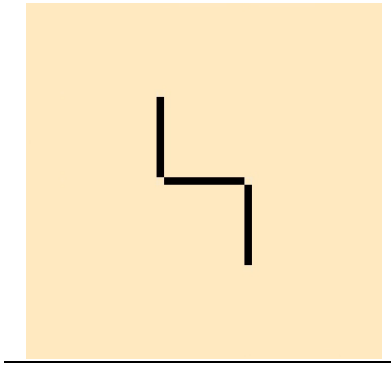
☐ 

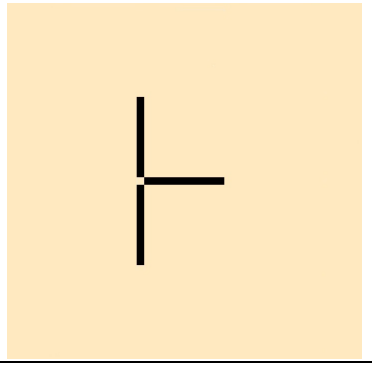
☐ 

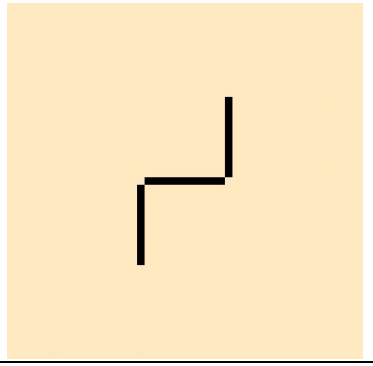
☐ 

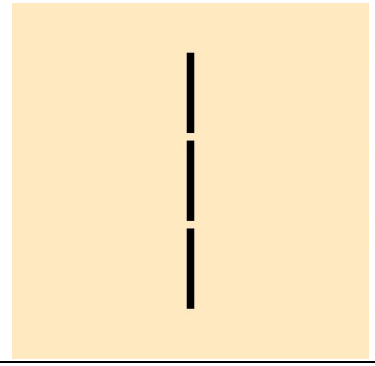
☐ 

☐ 

☐ 

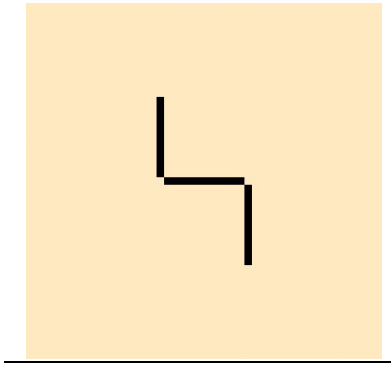
☐ 

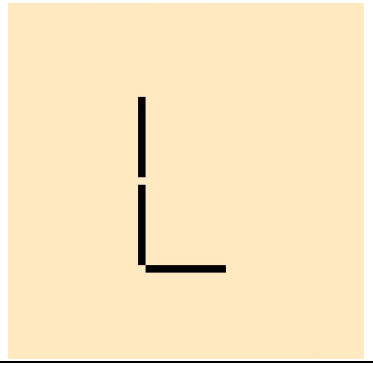
☐ 

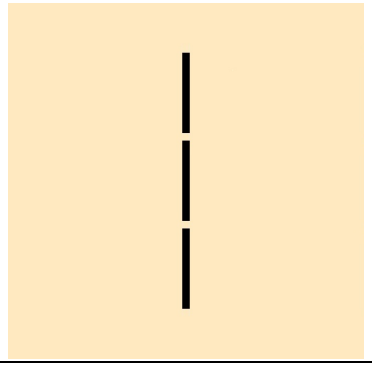
☐ 

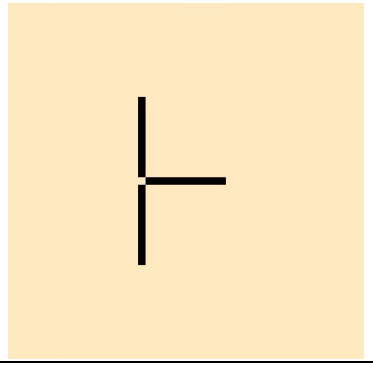
Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (B)

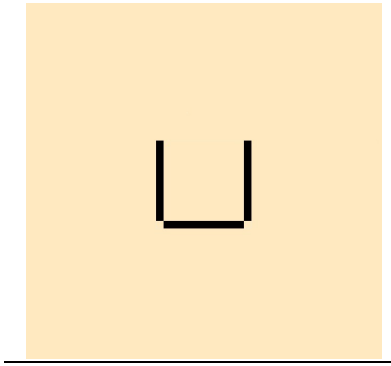
Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

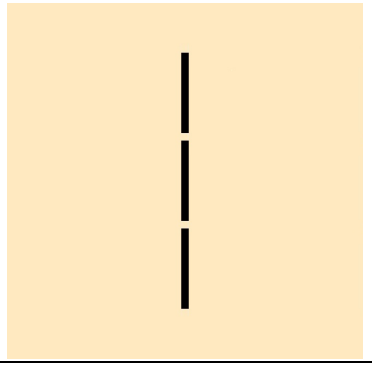
☐ 

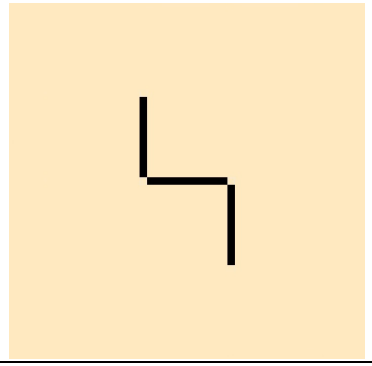
☐ 

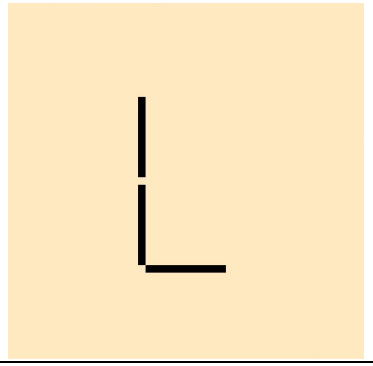
☐ 

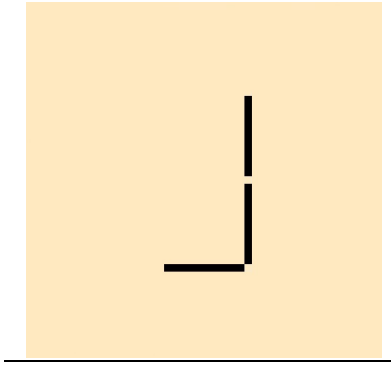
☐ 

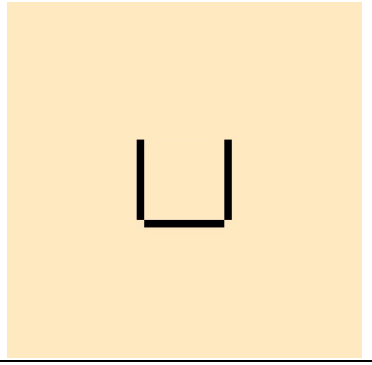
☐ 

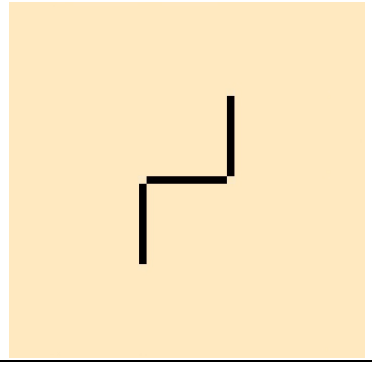
☐ 

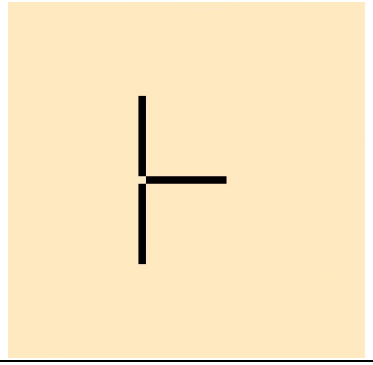
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

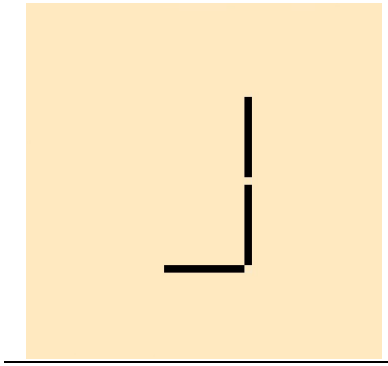
☐ 

Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (A)

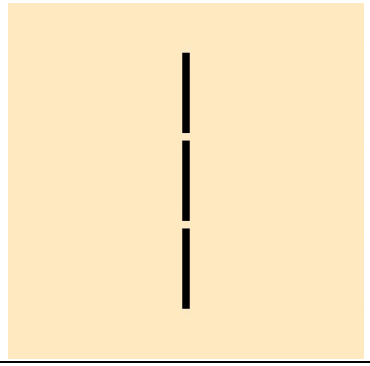
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

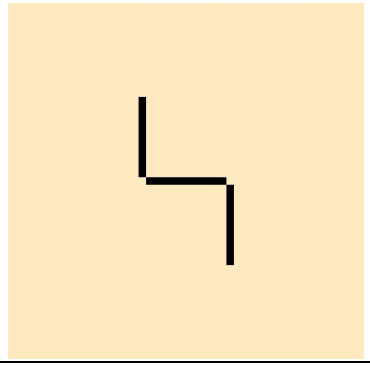
☐ 2.



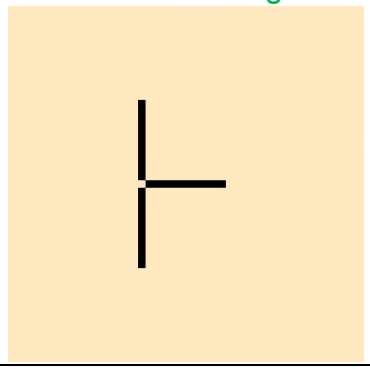
☐ 1.



☐ 3.

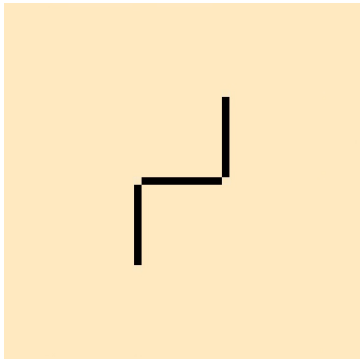


☐ 4. mehrere mögl. Lös.

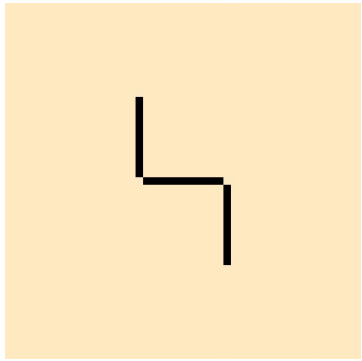


☐

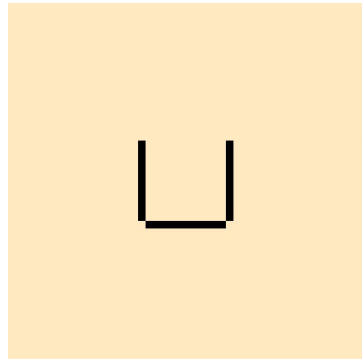
☐



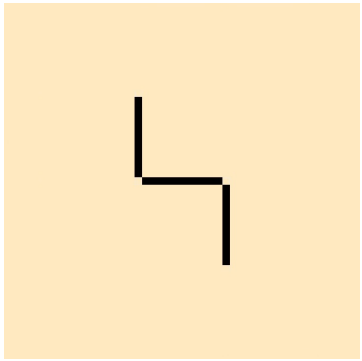
☐



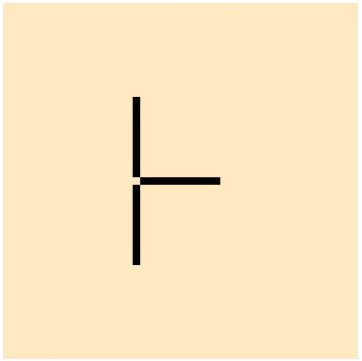
☐ nicht lösbar



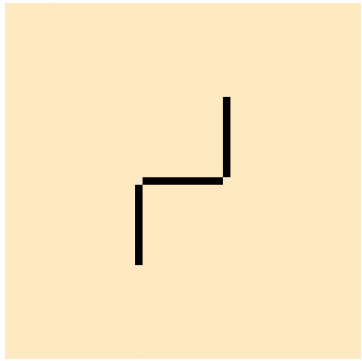
☐ 1.



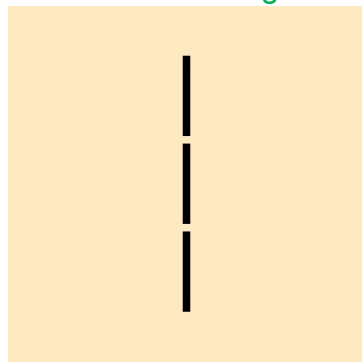
☐ 3.



☐ 2.



☐ 4. mehrere mögl. Lös.

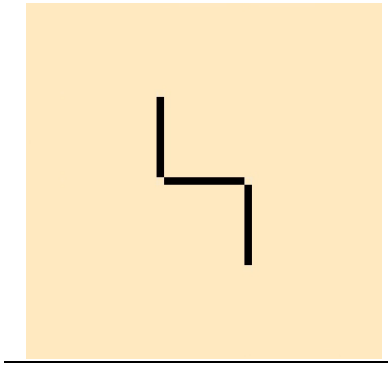


Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (B)

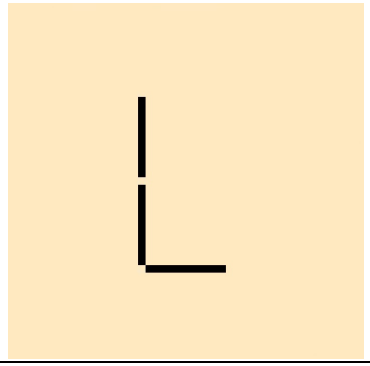
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

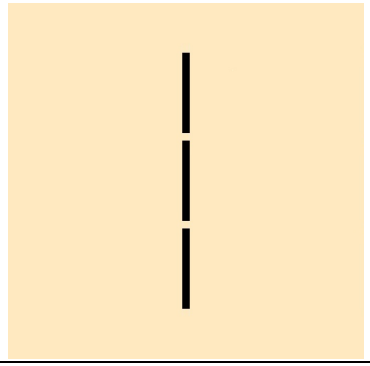
☐ 1.



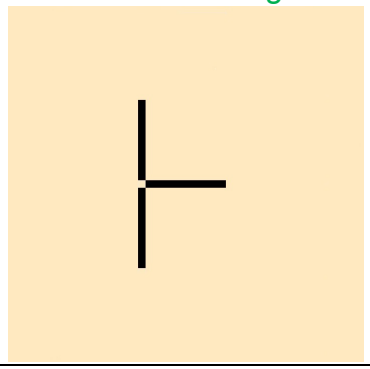
☐ 2.



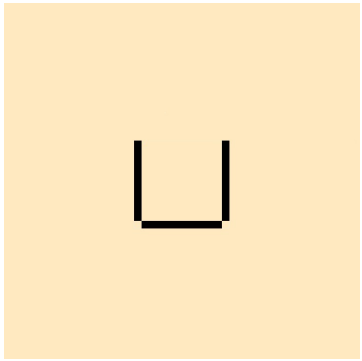
☐ 3.



☐ 4. mehrere mögl. Lös.

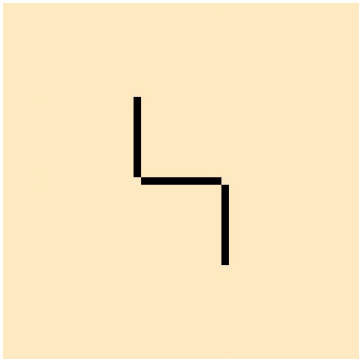


☐ 1.

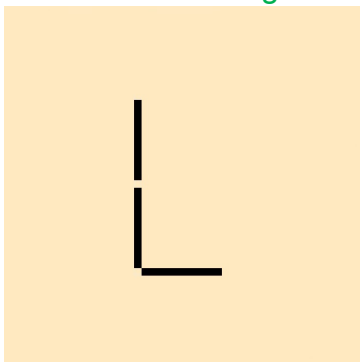


☐ 4.

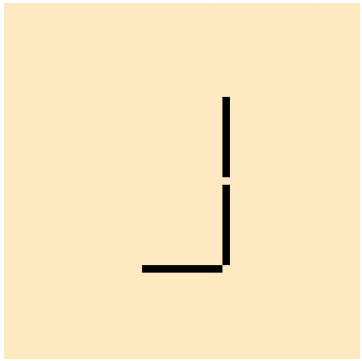
☐ 2.



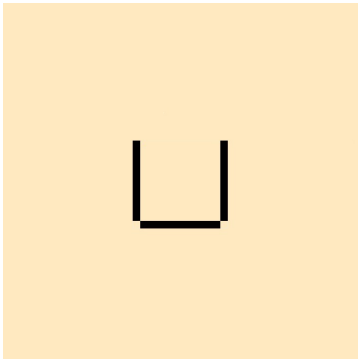
☐ 3. mehrere mögl. Lös.



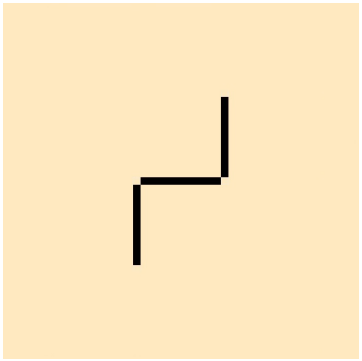
☐



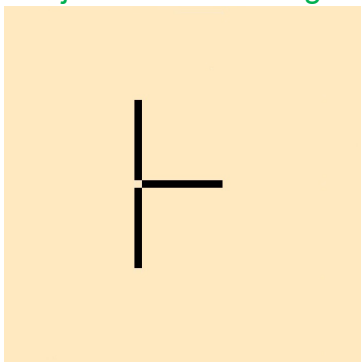
☐



☐

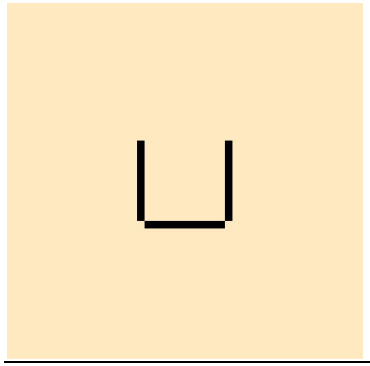


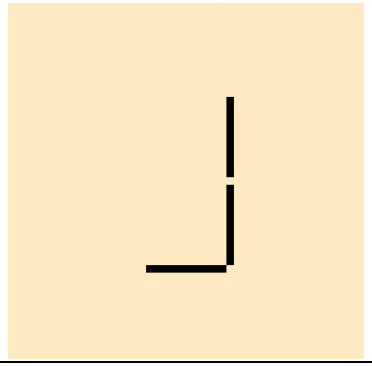
☐ jede Reihenf. möglich

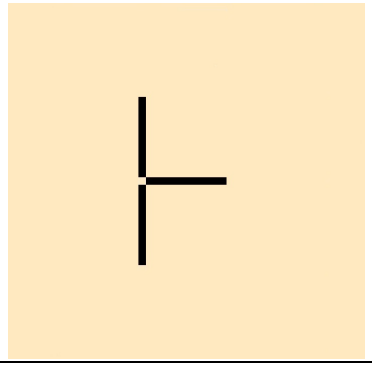


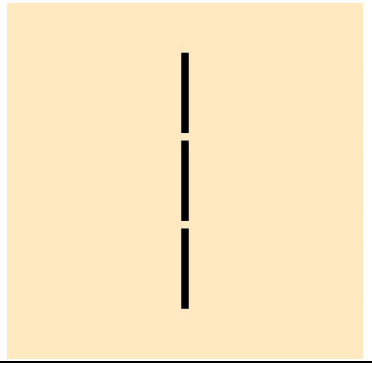
Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (A)

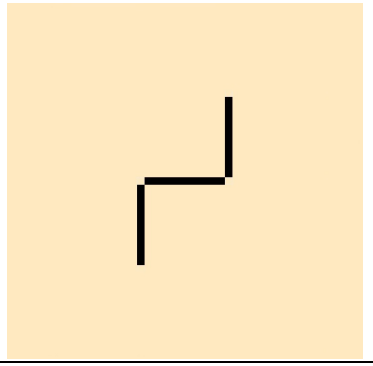
Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

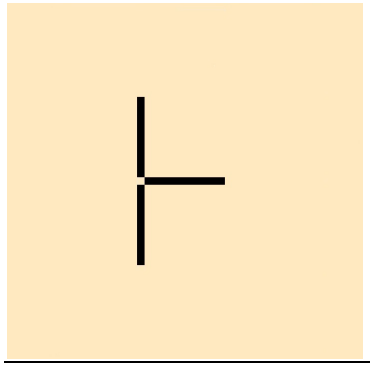
☐ 

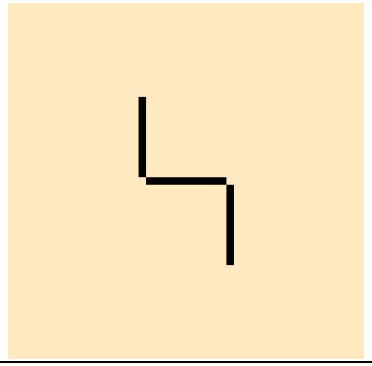
☐ 

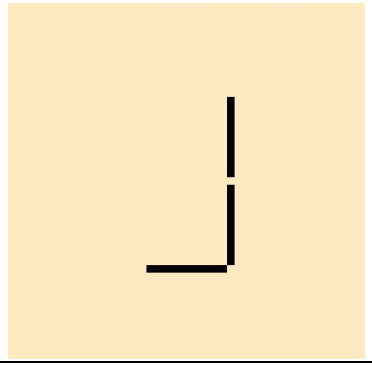
☐ 

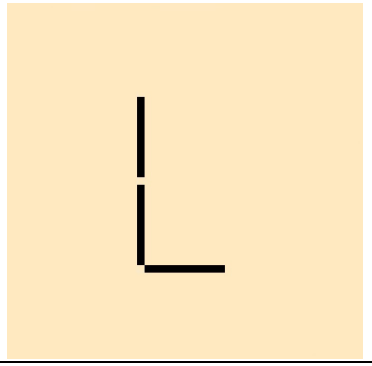
☐ 

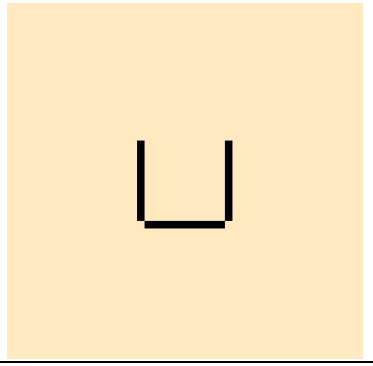
☐ 

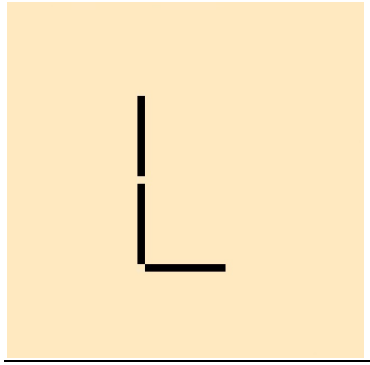
☐ 

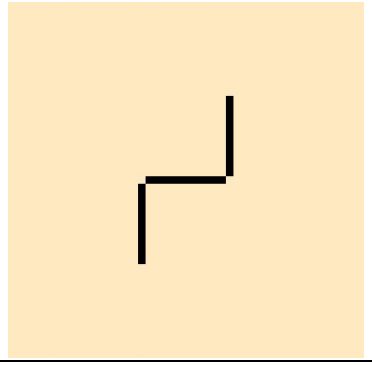
☐ 

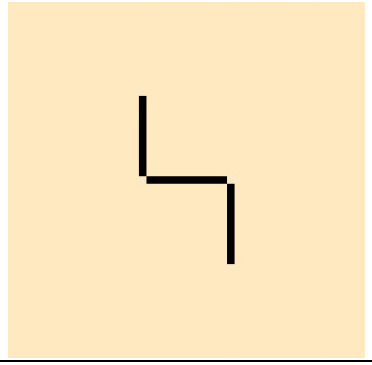
☐ 

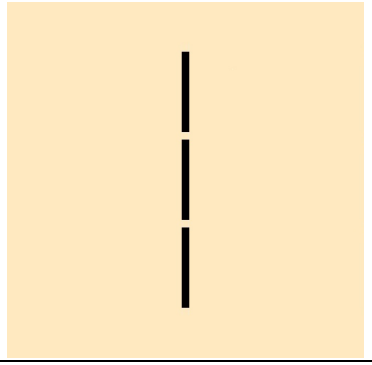
☐ 

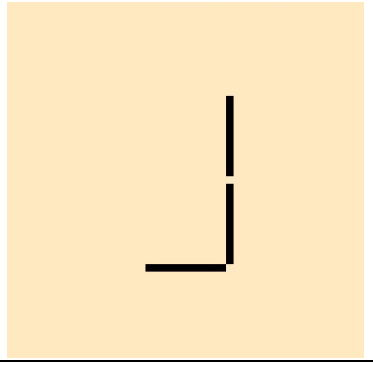
☐ 

☐ 

☐ 

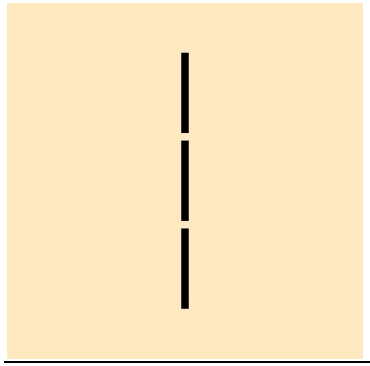
☐ 

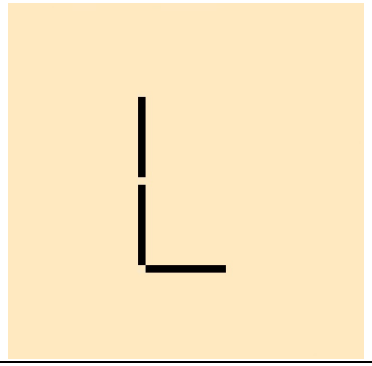
☐ 

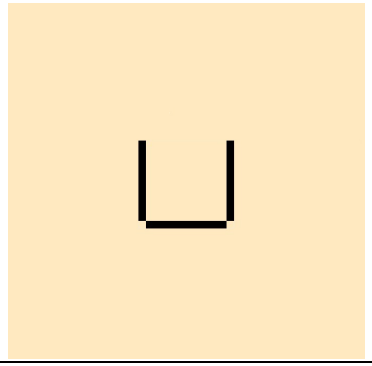
☐ 

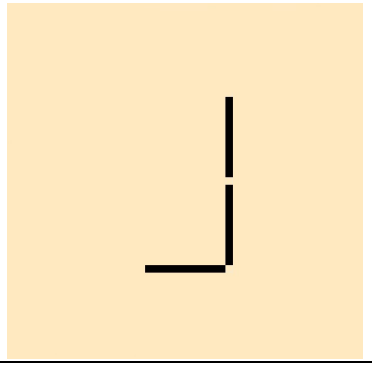
Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (B)

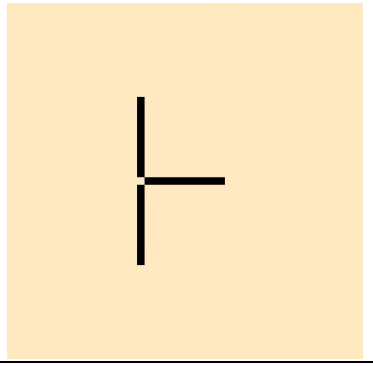
Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

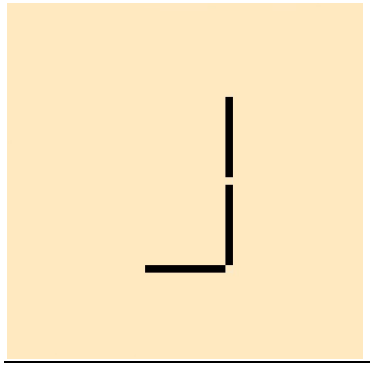
☐ 

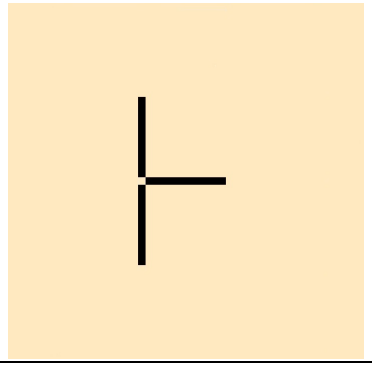
☐ 

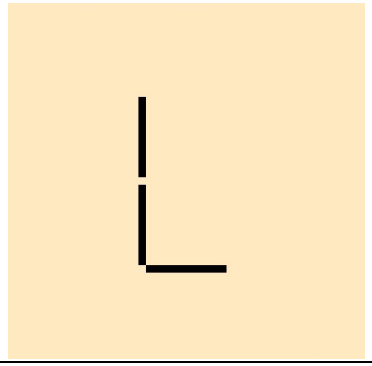
☐ 

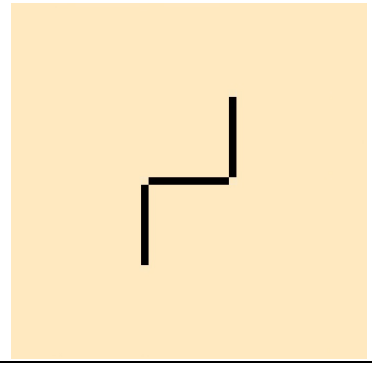
☐ 

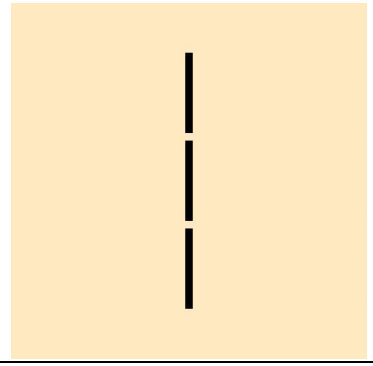
☐ 

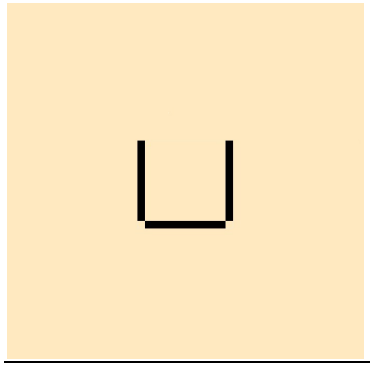
☐ 

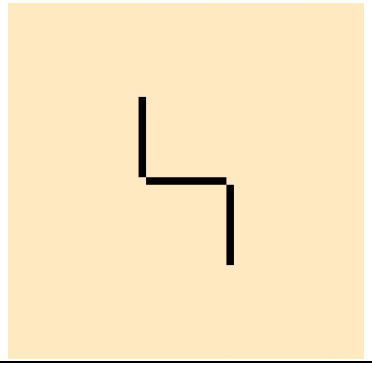
☐ 

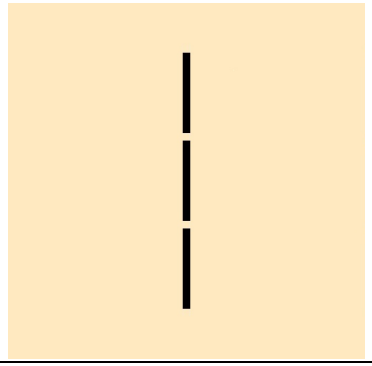
☐ 

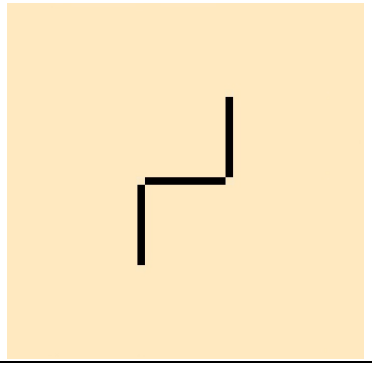
☐ 

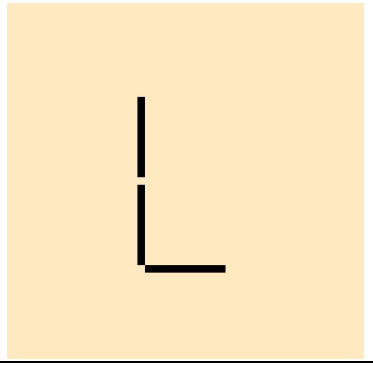
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

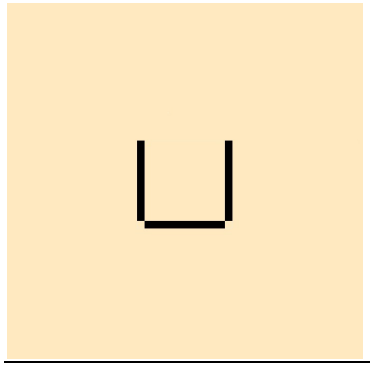
☐ 

Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (A)

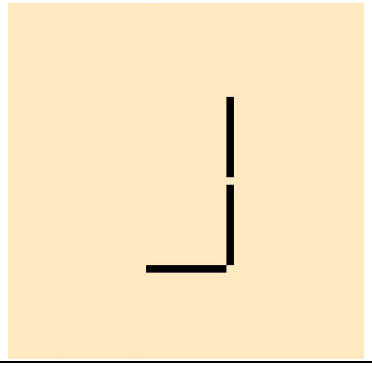
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

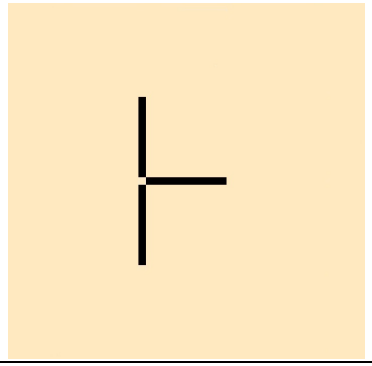
☐ 1.



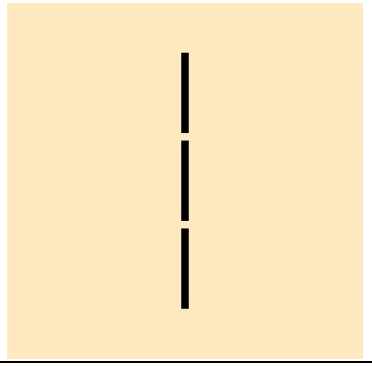
☐ 3.



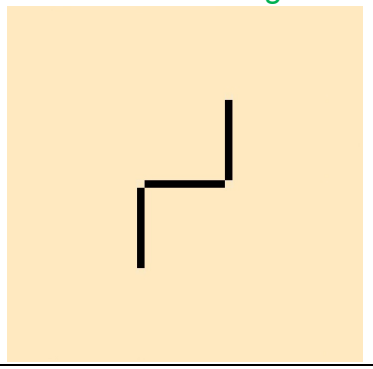
☐ 4.



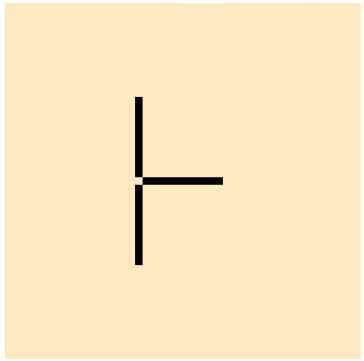
☐ 5.



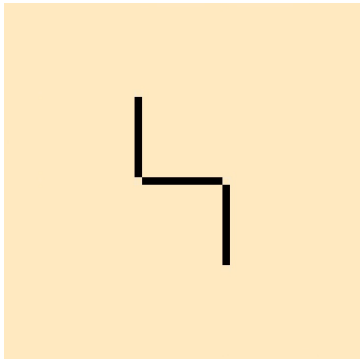
☐ 2. mehrere mögl. Lös.



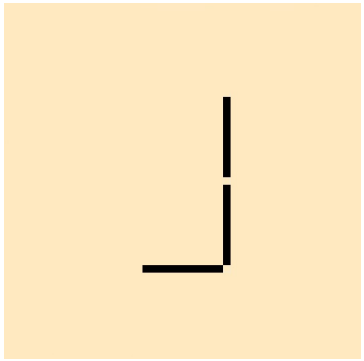
☐ 5.



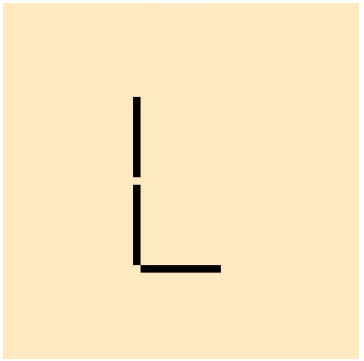
☐ 1.



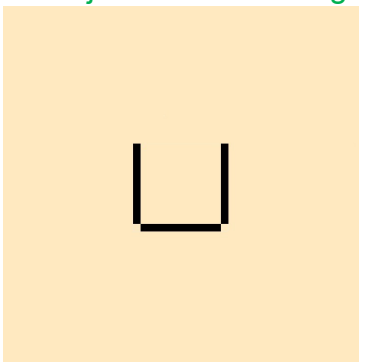
☐ 3.



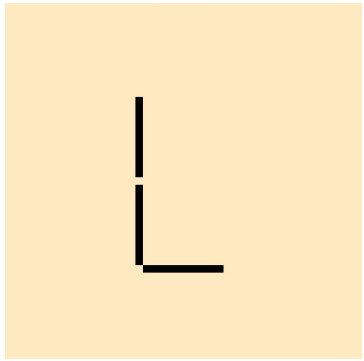
☐ 2.



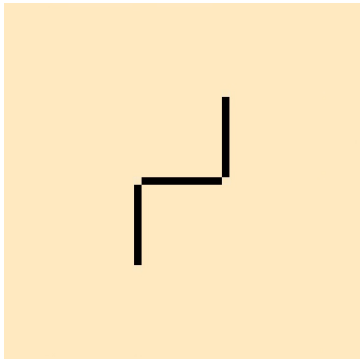
☐ 4. jede Reihenf. möglich



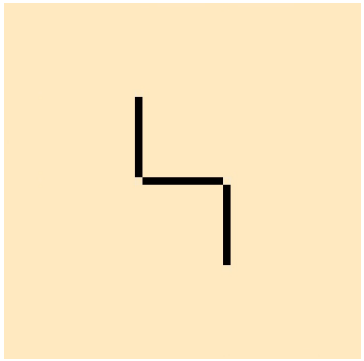
☐ 1.



☐ 4.

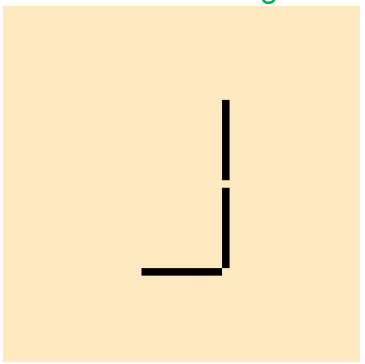


☐ 5.



☐ 2.

☐ 3. mehrere mögl. Lös.

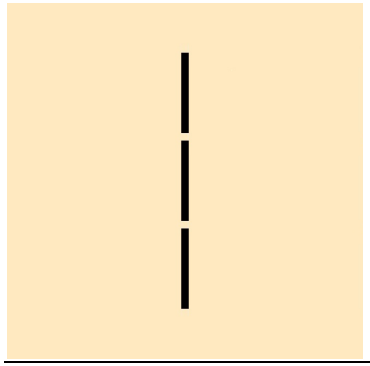


Von Streichholzdrilling zu Streichholzdrilling (B)

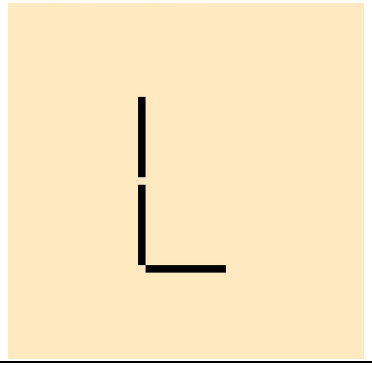
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzdrilling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzdrilling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

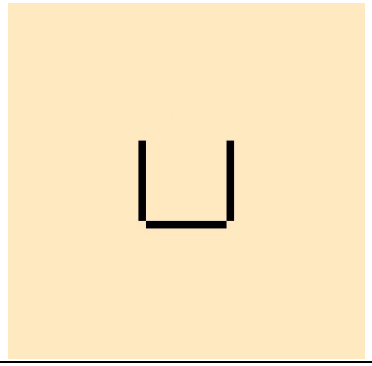
☐ 1.



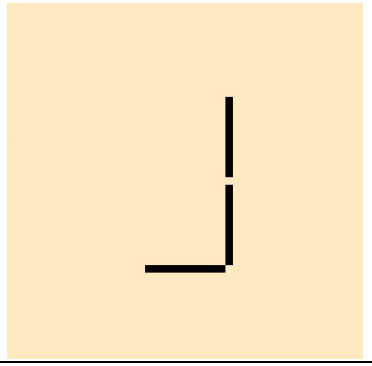
☐ 2.



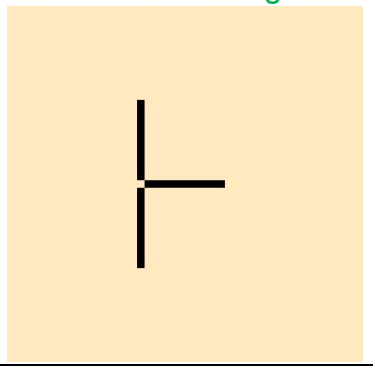
☐ 3.



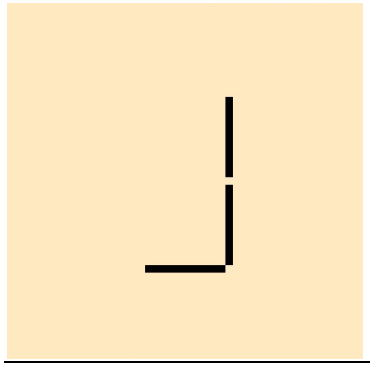
☐ 4.



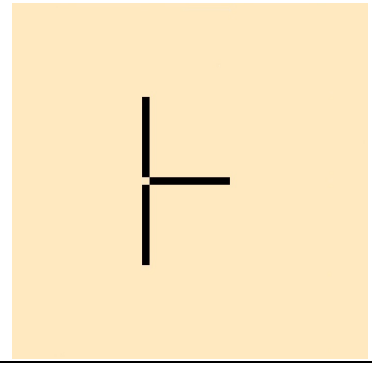
☐ 5. mehrere mögl. Lös.



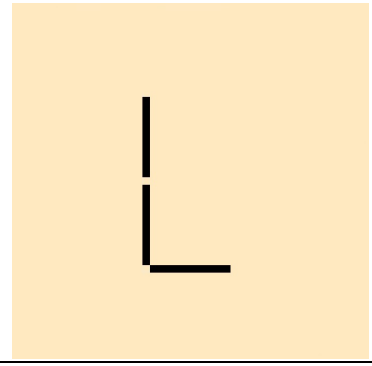
☐ 1.



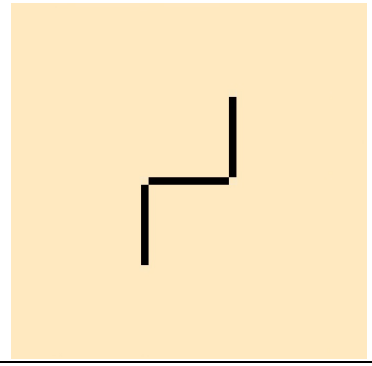
☐ 2.



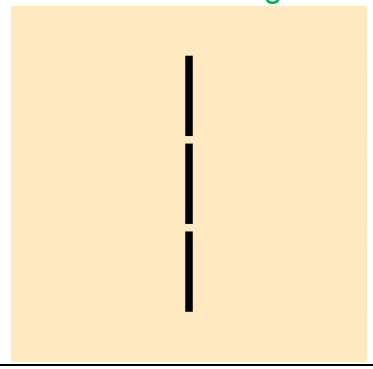
☐ 4.



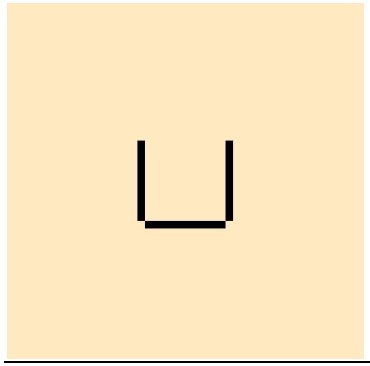
☐ 3.



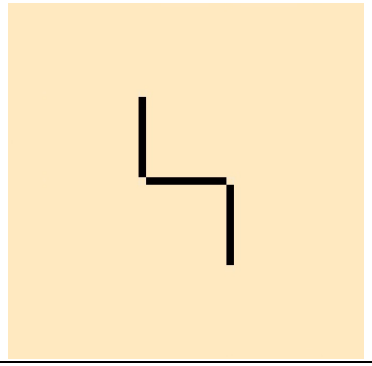
☐ 5. mehrere mögl. Lös.



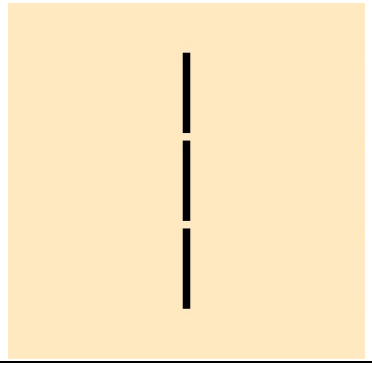
☐ 1.



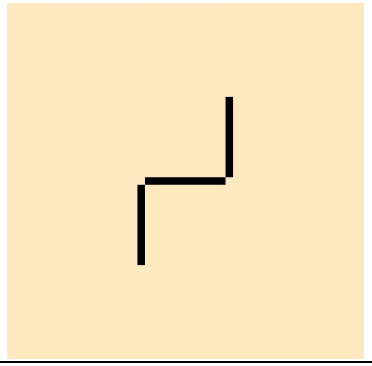
☐ 2.



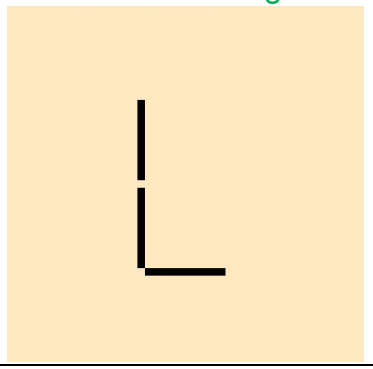
☐ 5.



☐ 3.



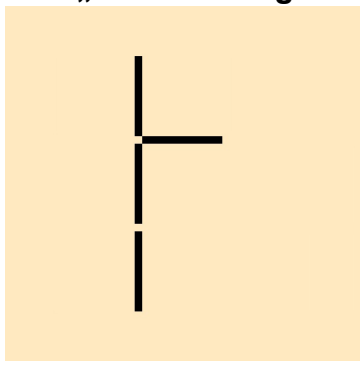
☐ 4. mehrere mögl. Lös..

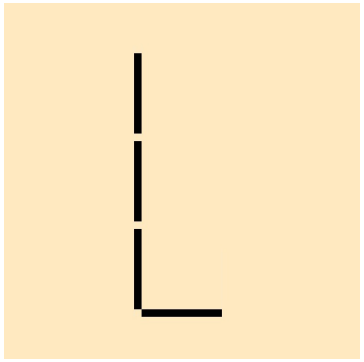


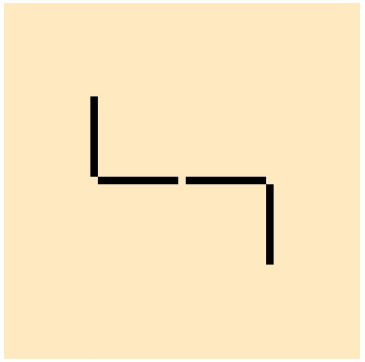
Von einem Steichholzvierling zu anderen Streichholzvierlingen

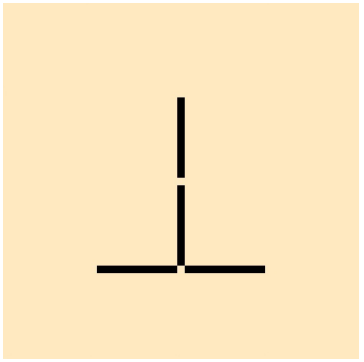
Wenn du am „Start-Vierling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzvierling kannst du erzeugen? Kreuze an.

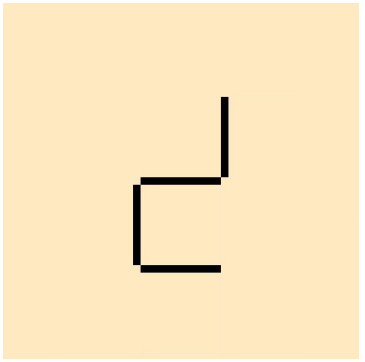
„Start-Vierling“



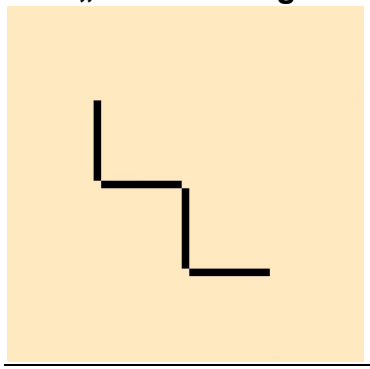
☐ 

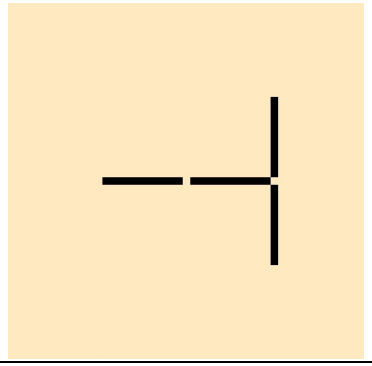
☐ 

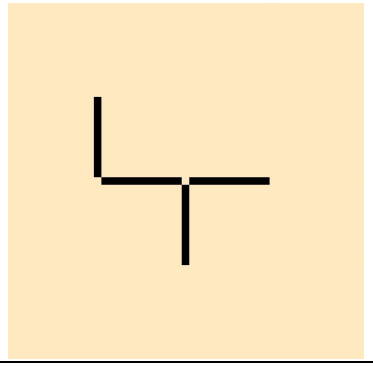
☐ 

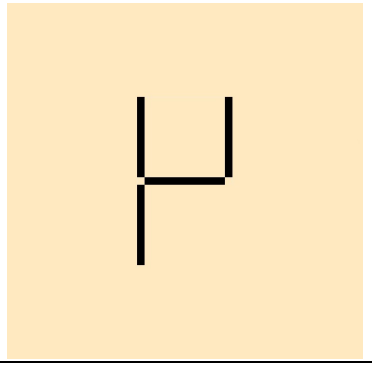
☐ 

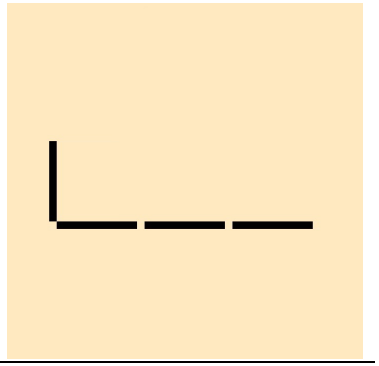
„Start-Vierling“



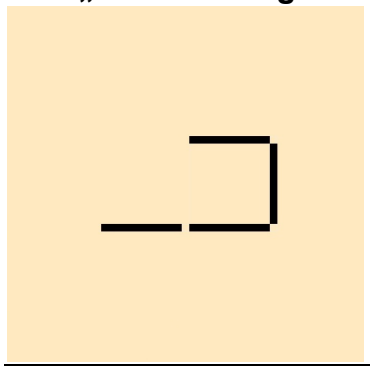
☐ 

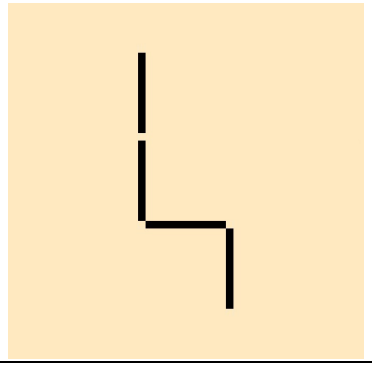
☐ 

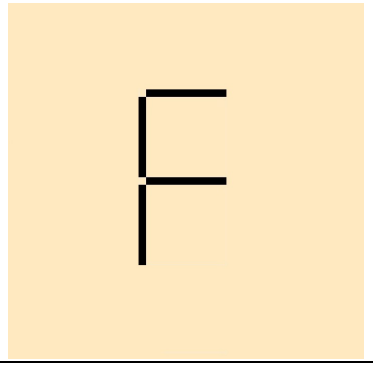
☐ 

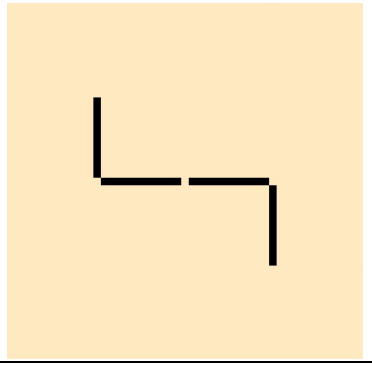
☐ 

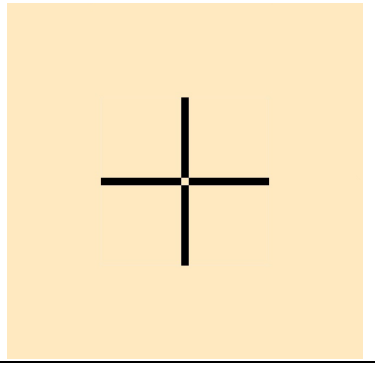
„Start-Vierling“



☐ 

☐ 

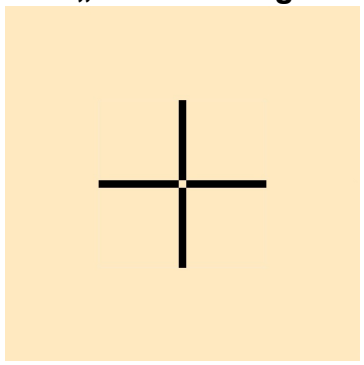
☐ 

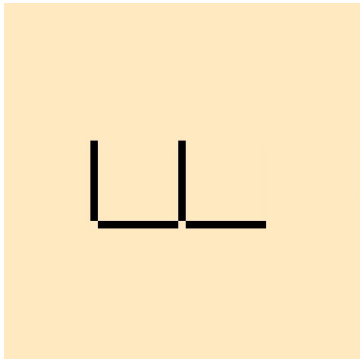
☐ 

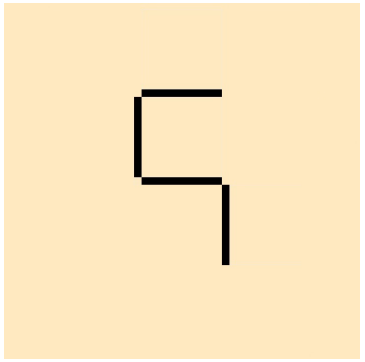
Von einem Steichholzvierling zu anderen Streichholzvierlingen

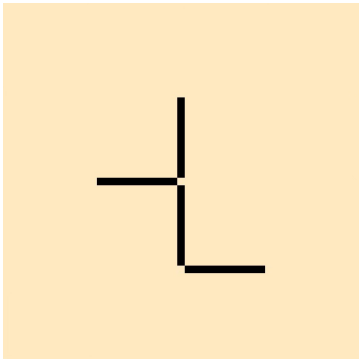
Wenn du am „Start-Vierling“ ein Streichholz umlegst, welchen Streichholzvierling kannst du erzeugen? Kreuze an.

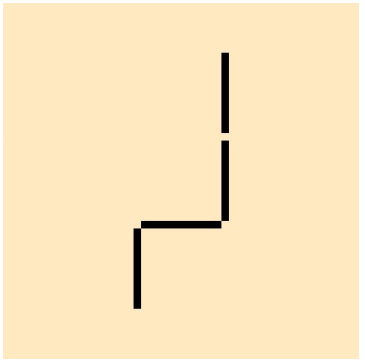
„Start-Vierling“



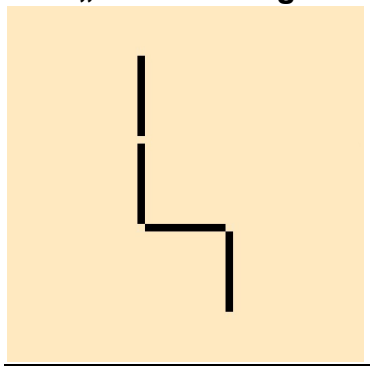
☐ 

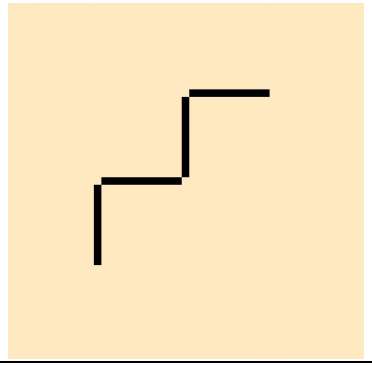
☐ 

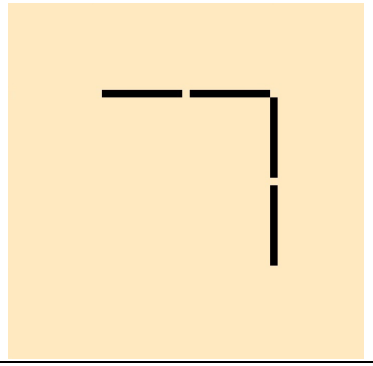
☐ 

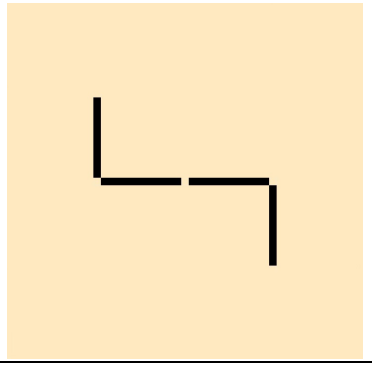
☐ 

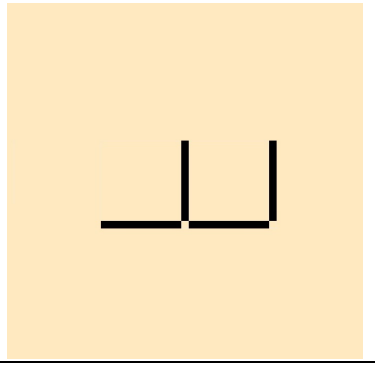
„Start-Vierling“



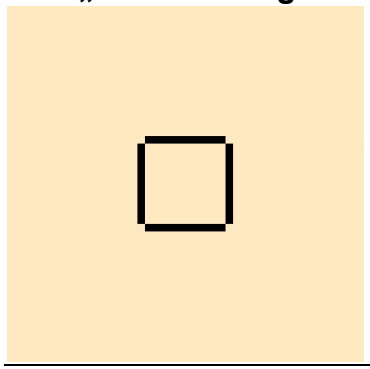
☐ 

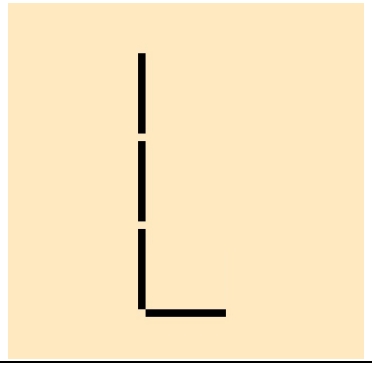
☐ 

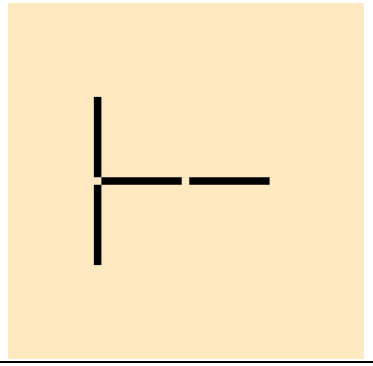
☐ 

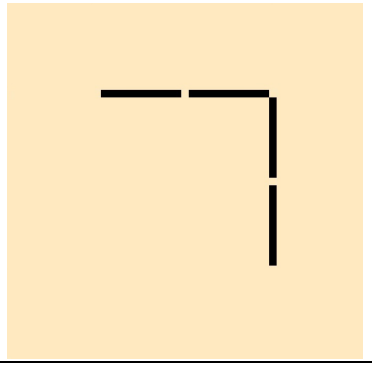
☐ 

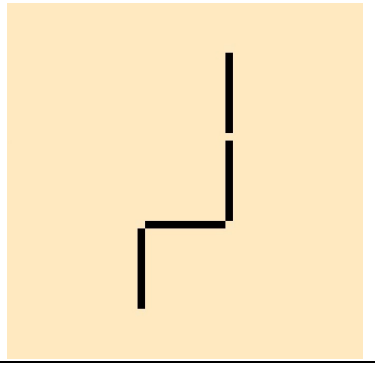
„Start-Vierling“



☐ 

☐ 

☐ 

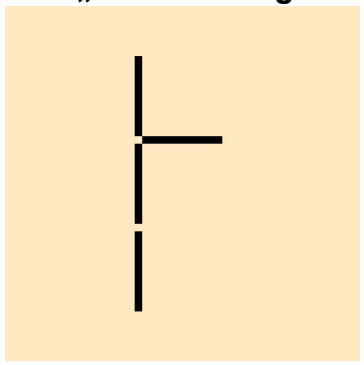
☐ 

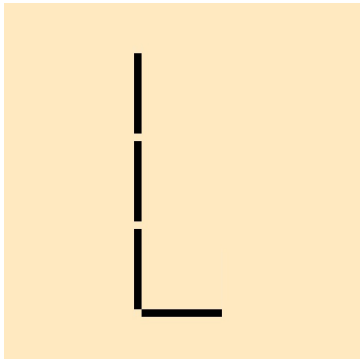
Von einem Streichholzvierling zu anderen Streichholzvierlingen (A)

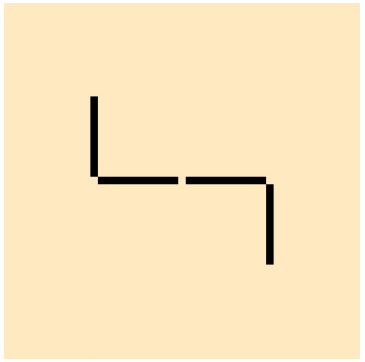
LÖSUNG

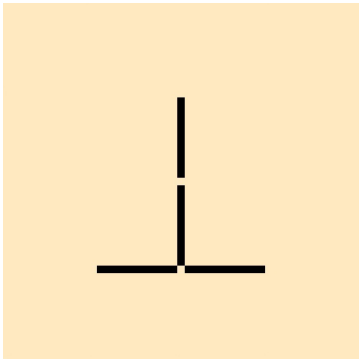
Wenn du am „Start-Vierling“ ein Streichholz umlegst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

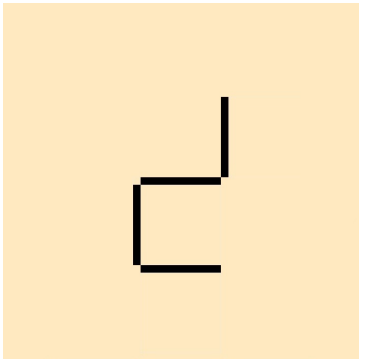
„Start-Vierling“



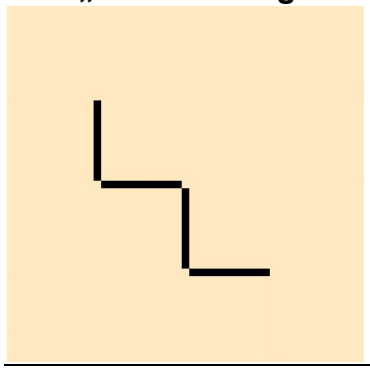
■ 

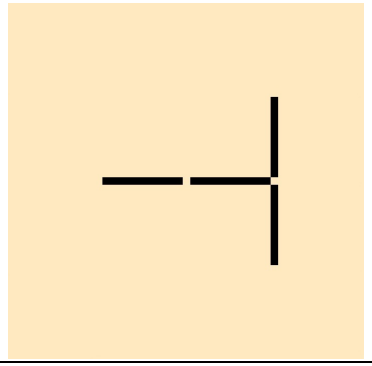
■ 

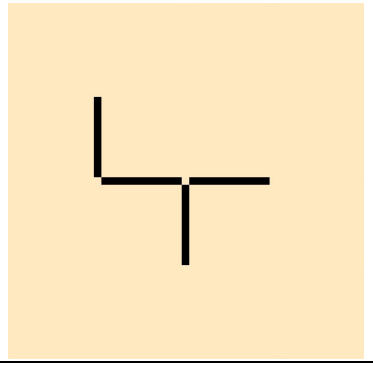
■ 

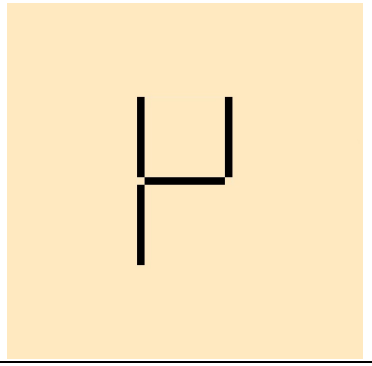
□ 

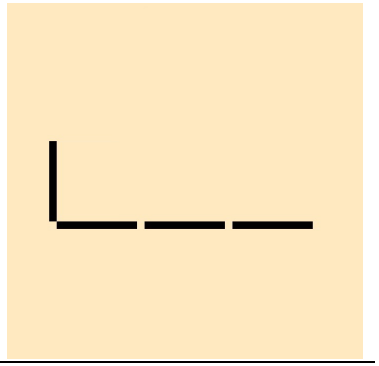
„Start-Vierling“



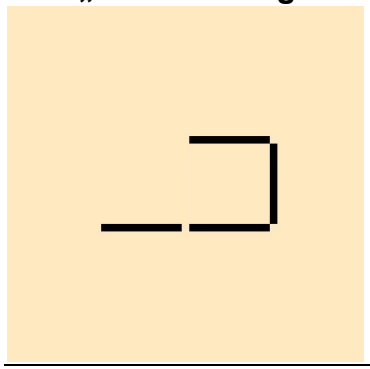
□ 

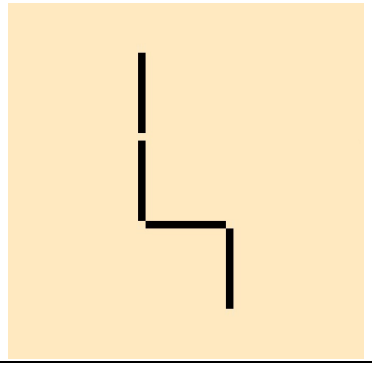
■ 

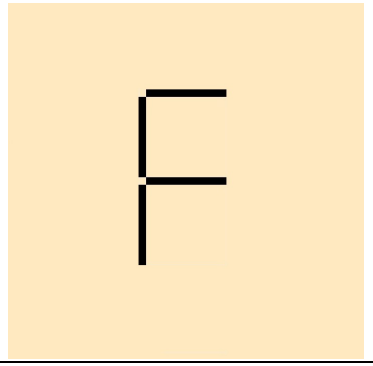
■ 

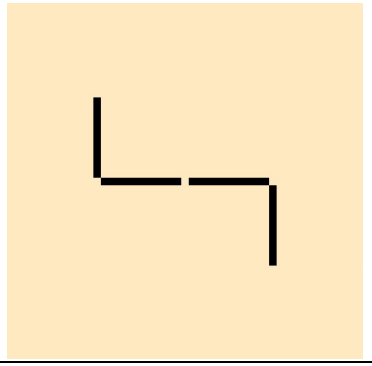
□ 

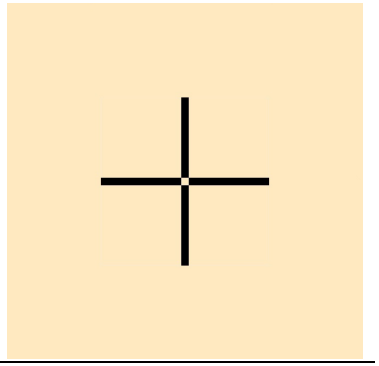
„Start-Vierling“



■ 

■ 

□ 

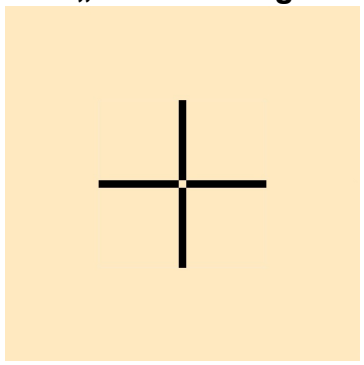
□ 

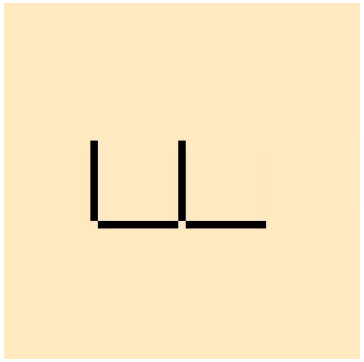
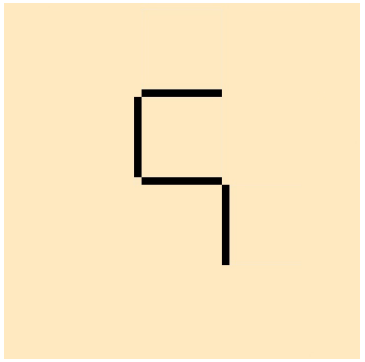
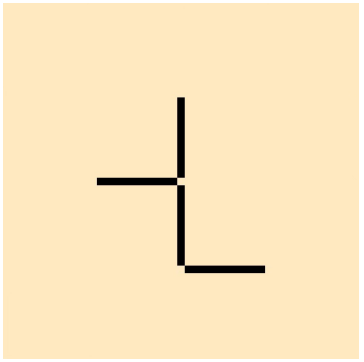
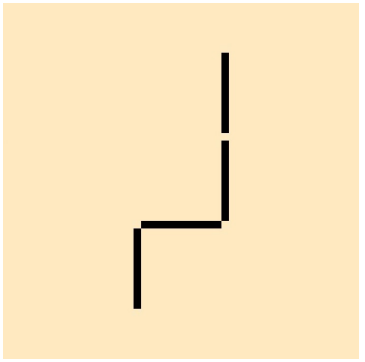
Von einem Streichholzvierling zu anderen Streichholzvierlingen (A)

LÖSUNG

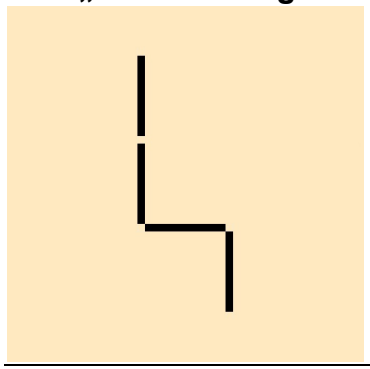
Wenn du am „Start-Vierling“ ein Streichholz umlegst, welche Streichholzvierlinge kannst du erzeugen? Kreuze an.

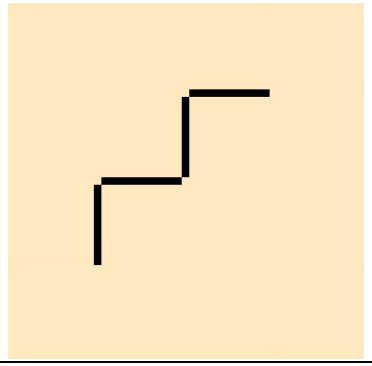
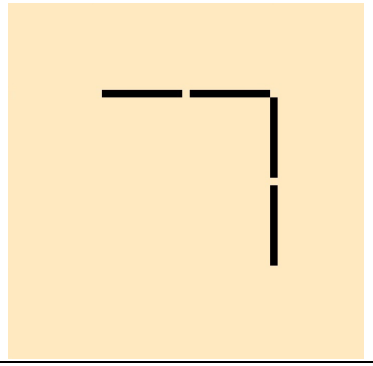
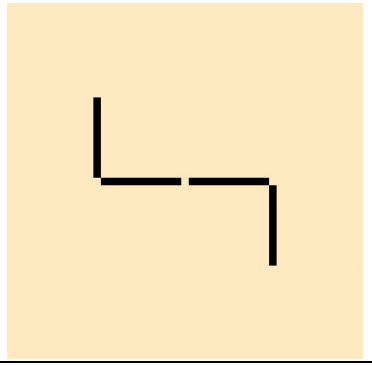
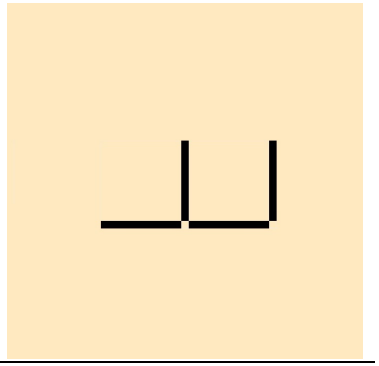
„Start-Vierling“



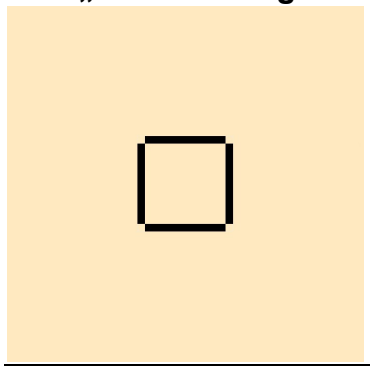
■	□	■	□
			

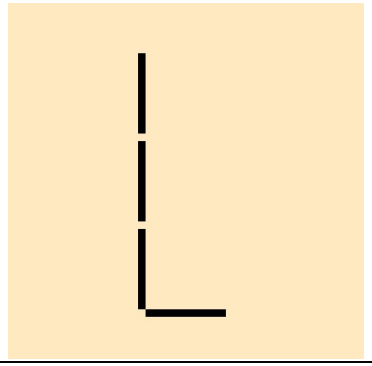
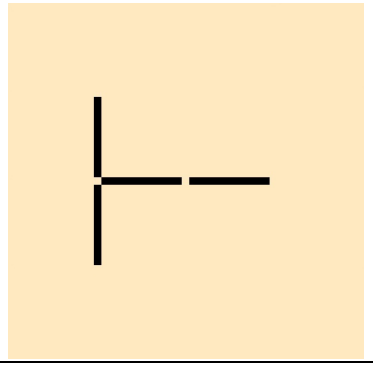
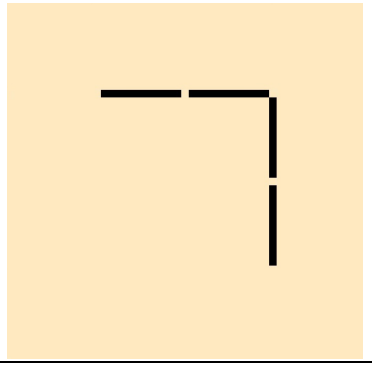
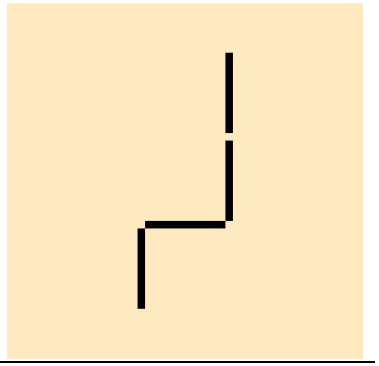
„Start-Vierling“



■	■	□	■
			

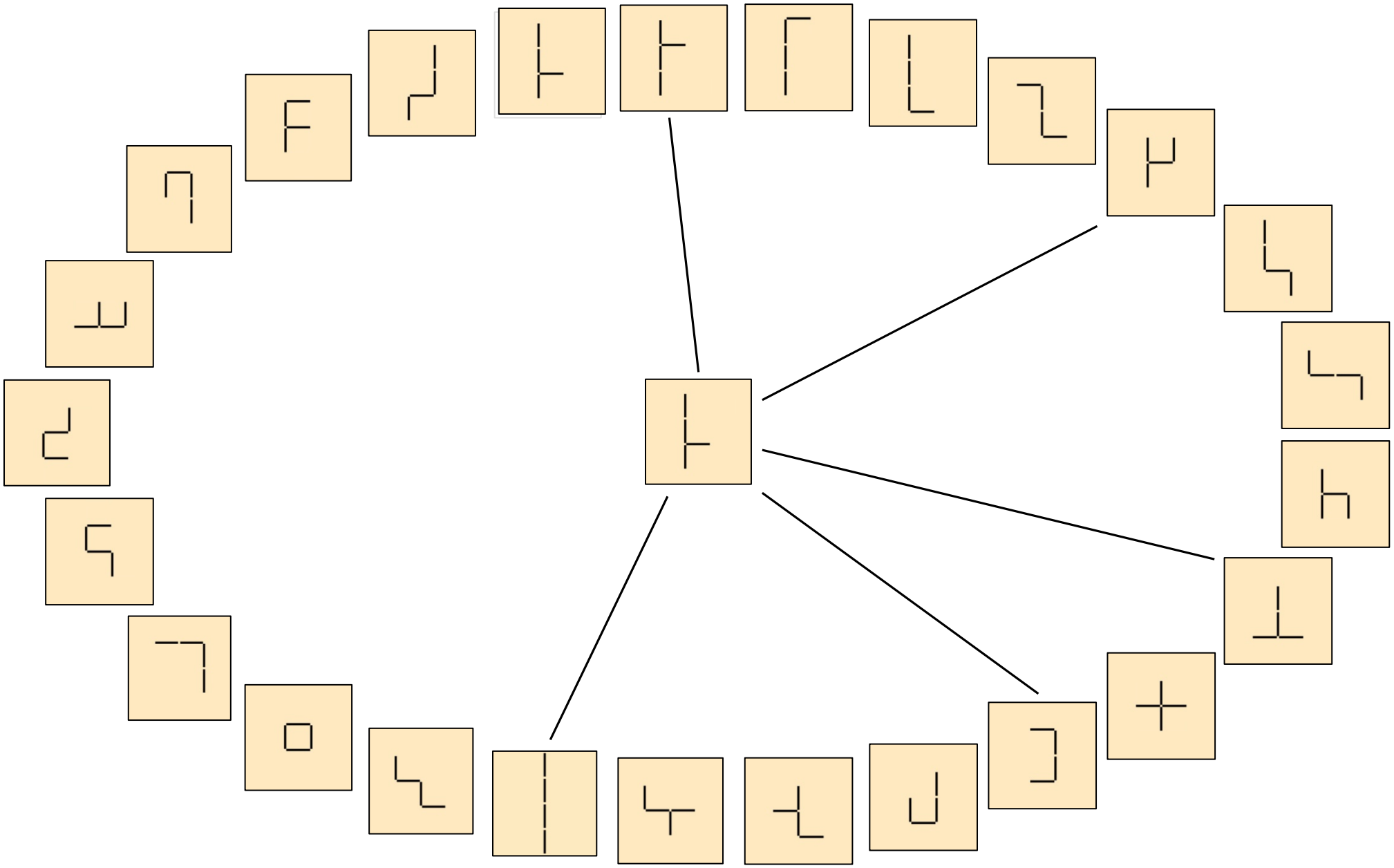
„Start-Vierling“



□	□	□	□
			

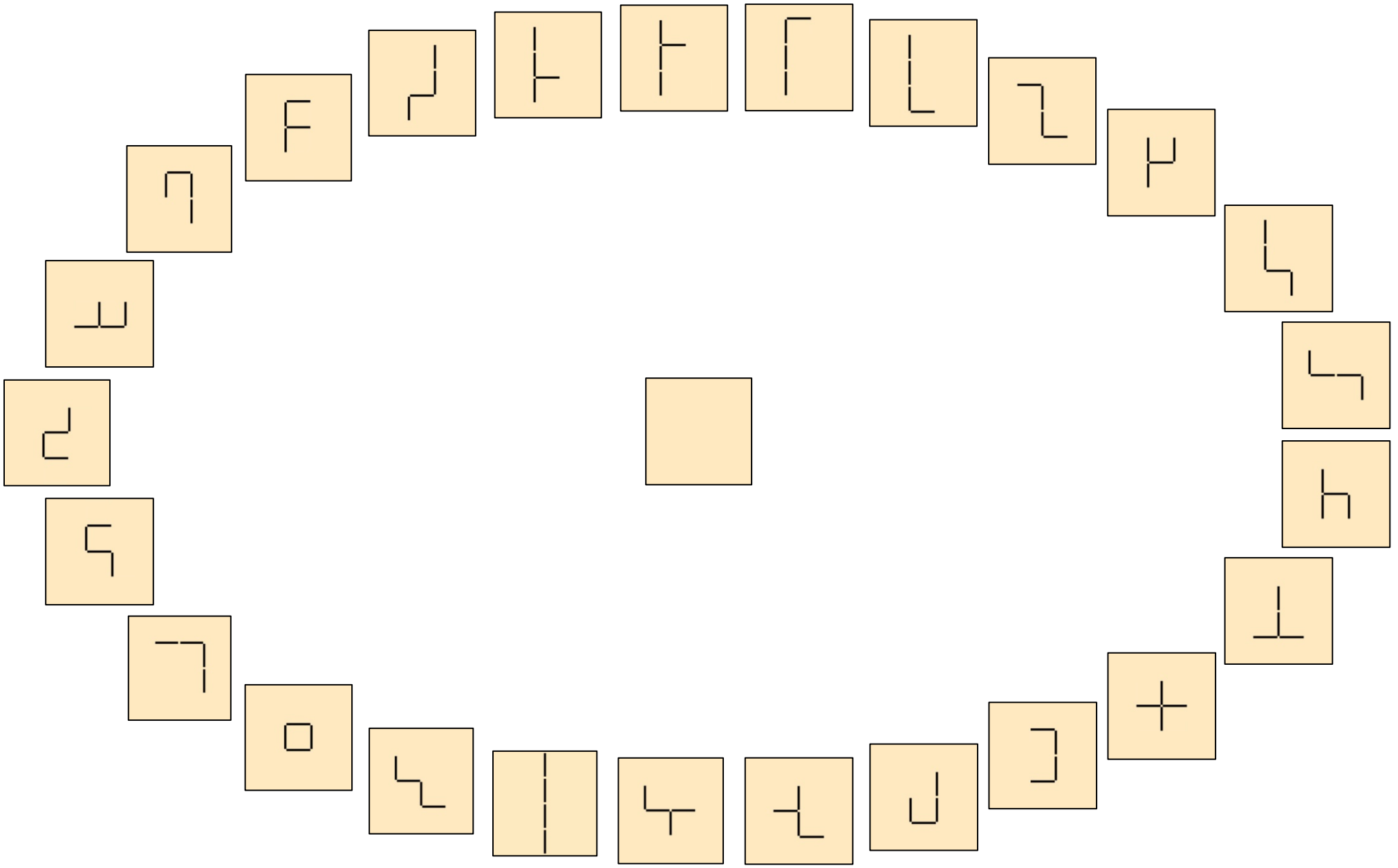
Von einem Steichholzvierling zu anderen Streichholzvierlingen

Wenn du am Streichholzvierling in der Mitte ein Streichholz umlegst, lassen sich noch andere Streichholzvierlinge erzeugen.
Verbinde diese mit Hilfe von Linien mit dem Streichholzvierling in der Mitte.



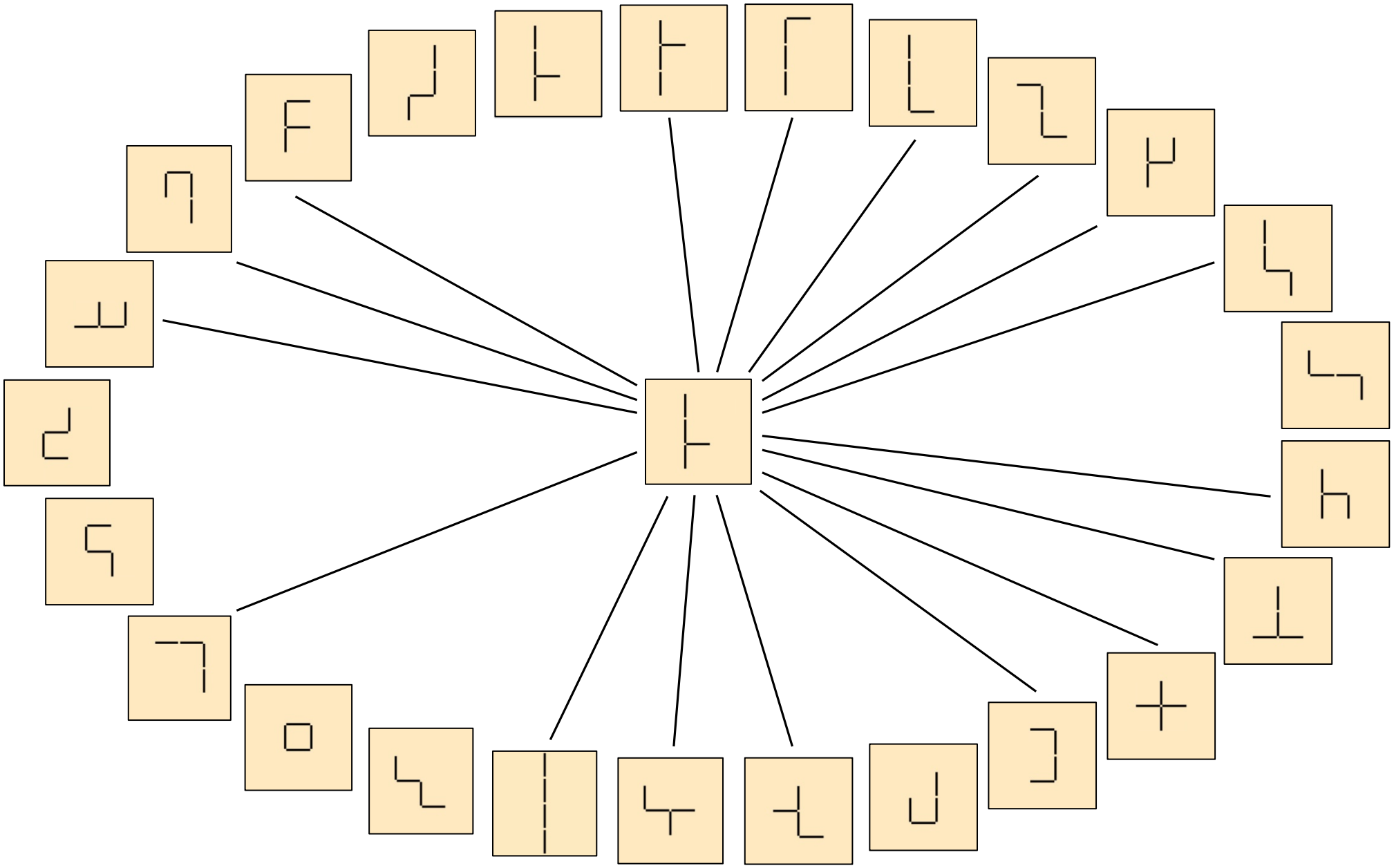
Von einem Steichholzvierling zu anderen Streichholzvierlingen

Zeichne einen eigenen Streichholzvierling in die Mitte. Verbinde diesen mit Hilfe von Linien mit allen anderen Streichholzvierlinge, die du durch Umlegen eines Streichholzes erzeugen kannst.



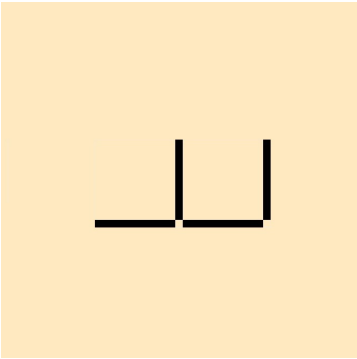
Von einem Steichholzvierling zu anderen Streichholzvierlingen **LÖSUNG**

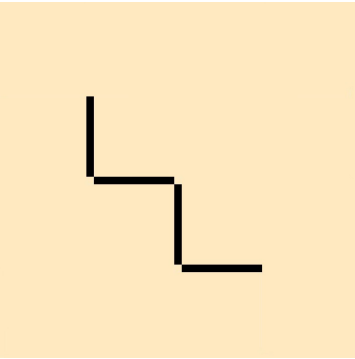
Wenn du am Streichholzvierling in der Mitte ein Streichholz umlegst, lassen sich noch andere Streichholzvierlinge erzeugen.
Verbinde diese mit Hilfe von Linien mit dem Streichholzvierling in der Mitte.

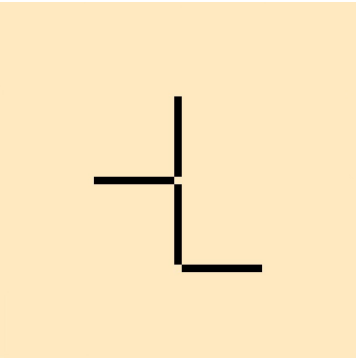


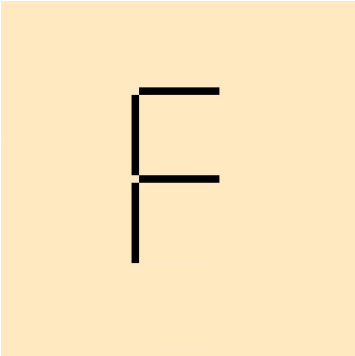
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (A)

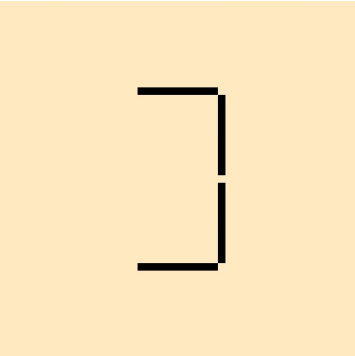
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

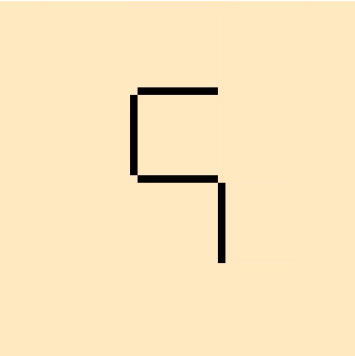
☐ 

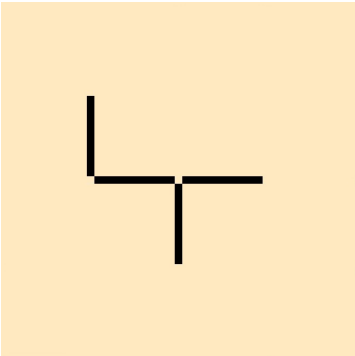
☐ 

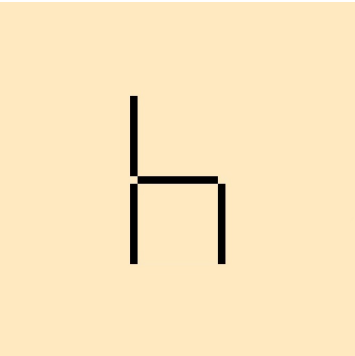
☐ 

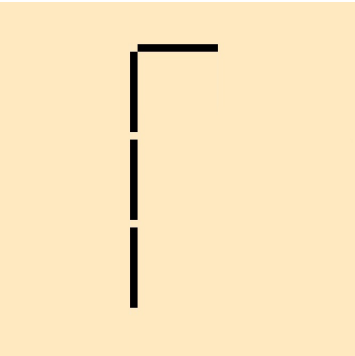
☐ 

☐ 

☐ 

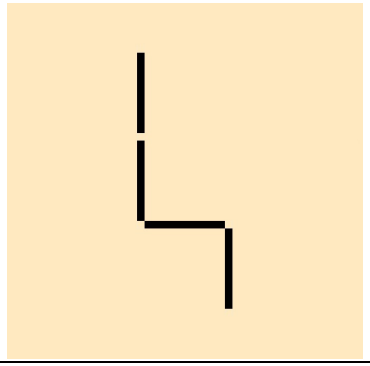
☐ 

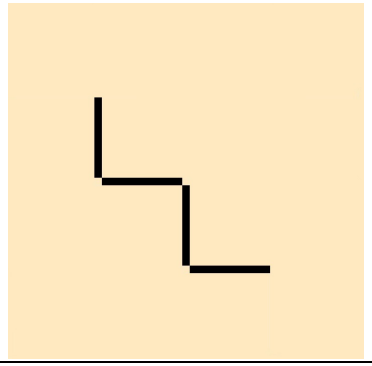
☐ 

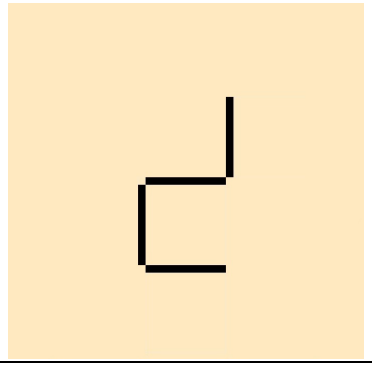
☐ 

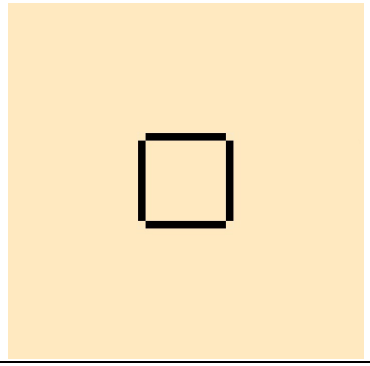
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (B)

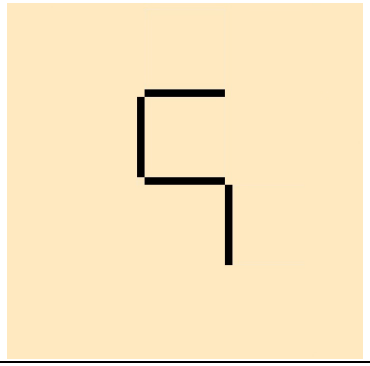
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

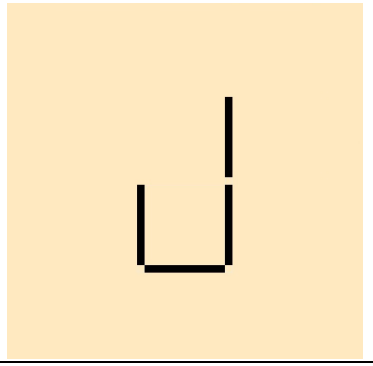
☐ 

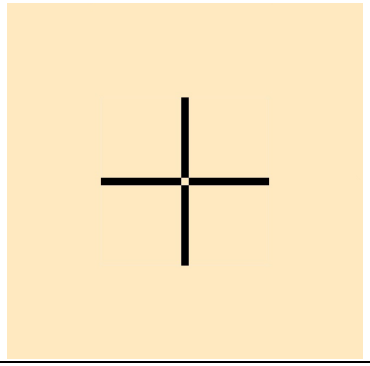
☐ 

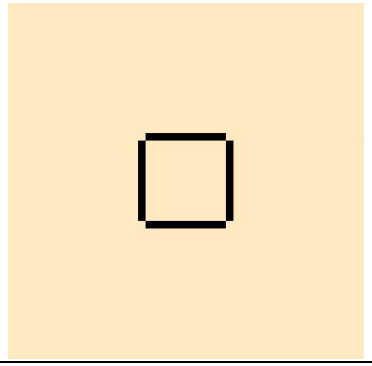
☐ 

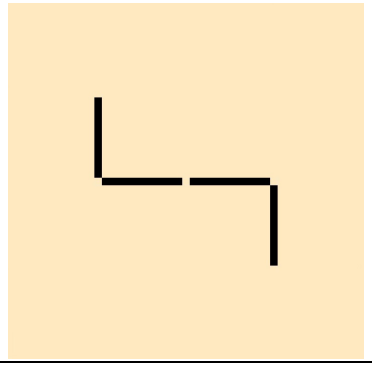
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

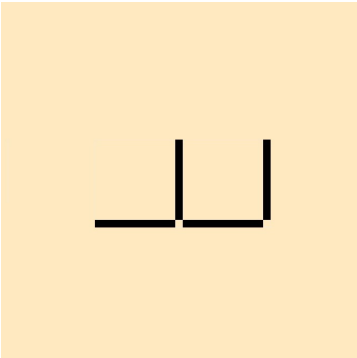
☐ 

Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (A)

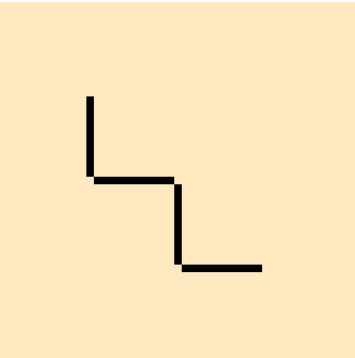
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

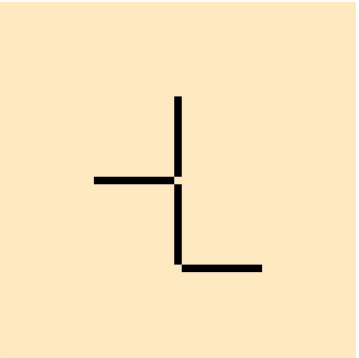
☐ 1./3.



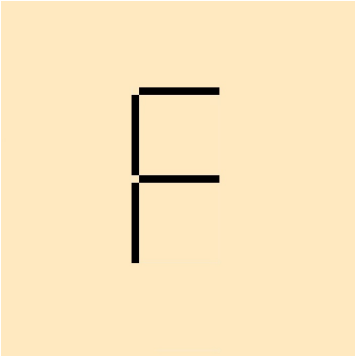
☐ 3./1.



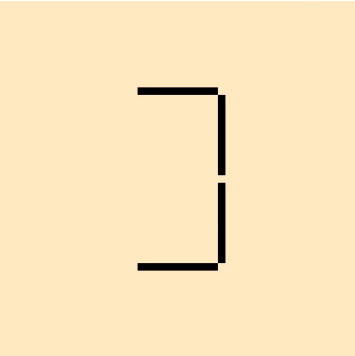
☐ 2.



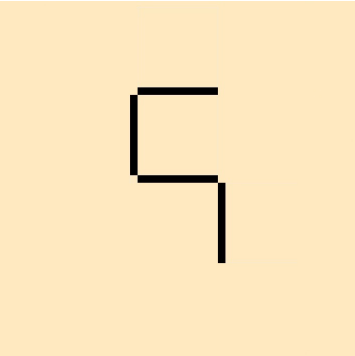
☐ 2.



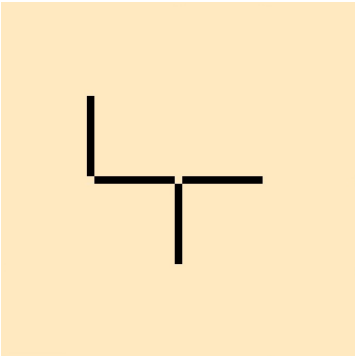
☐ 1./3.



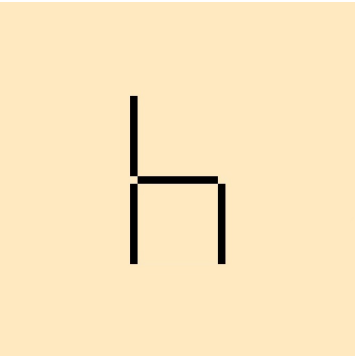
☐ 3./1.



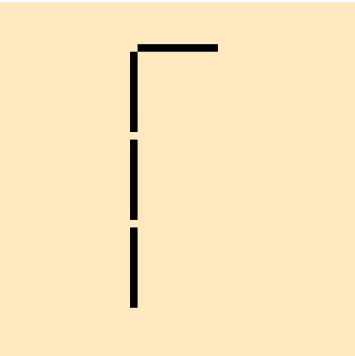
☐ 2.



☐ 1./3.



☐ 3./1.

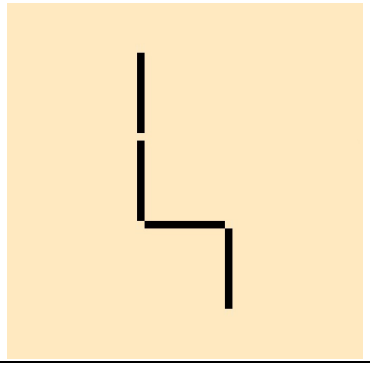


Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (B)

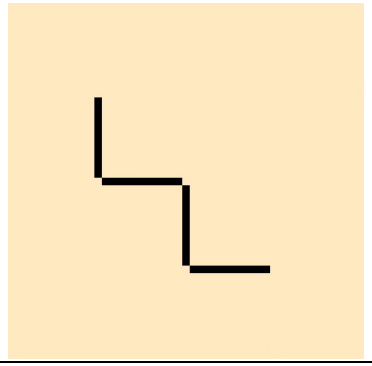
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

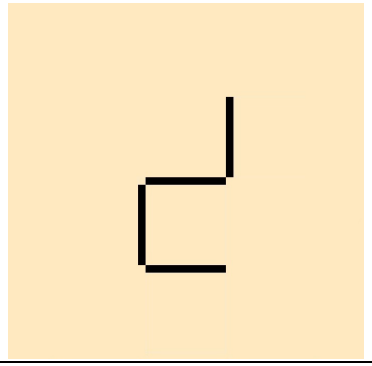
☐ 1./3.



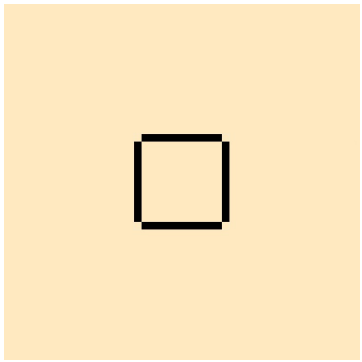
☐ 2.



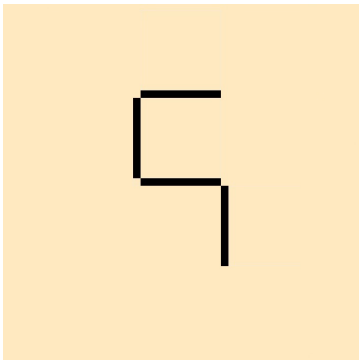
☐ 3./1.



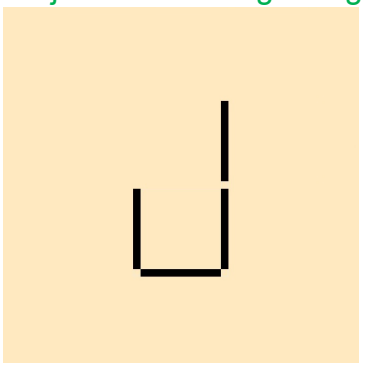
☐



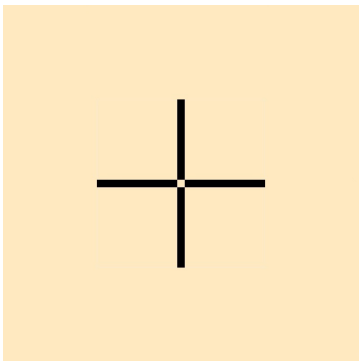
☐



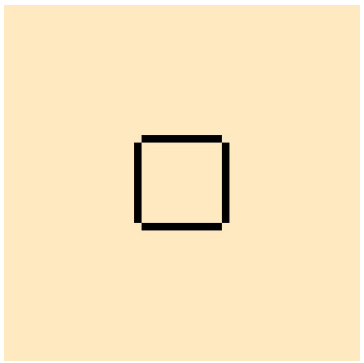
☐ jede Reihenfolge möglich



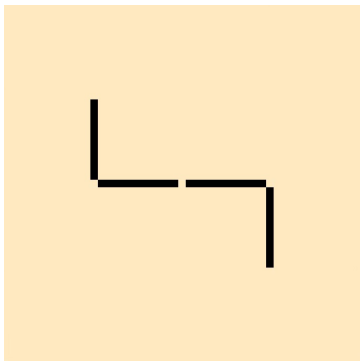
☐



☐



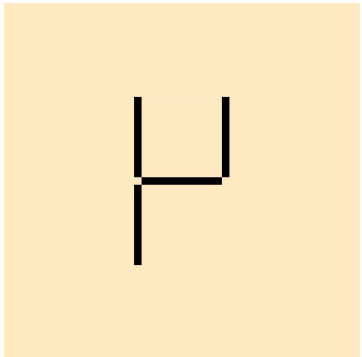
☐ nicht lösbar

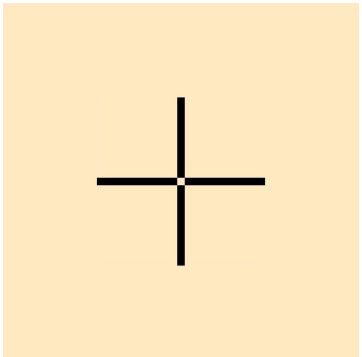


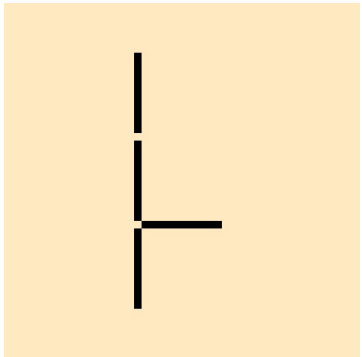
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (A)

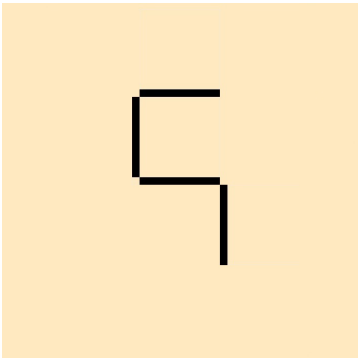
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

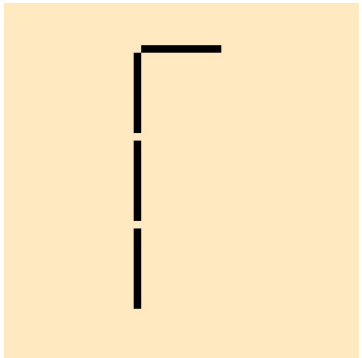
☐

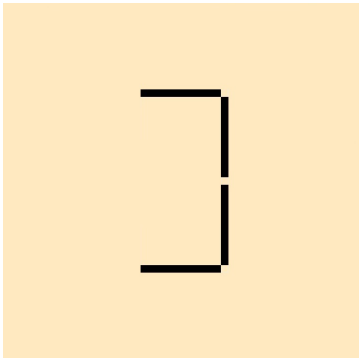
☐ 

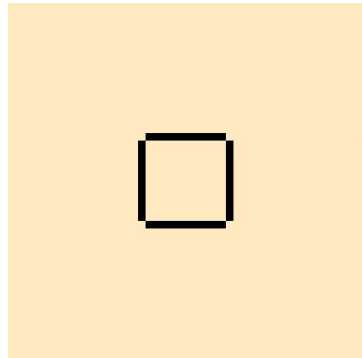
☐ 

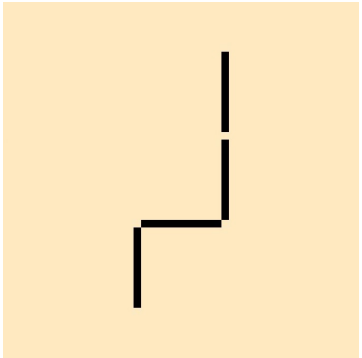
☐ 

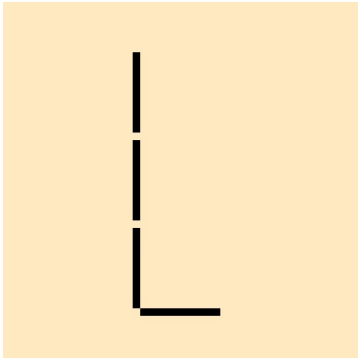
☐ 

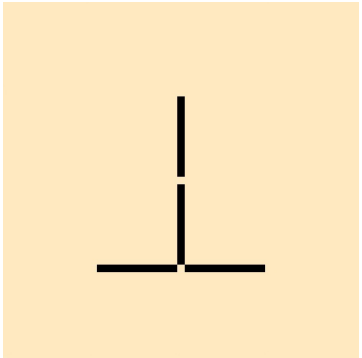
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

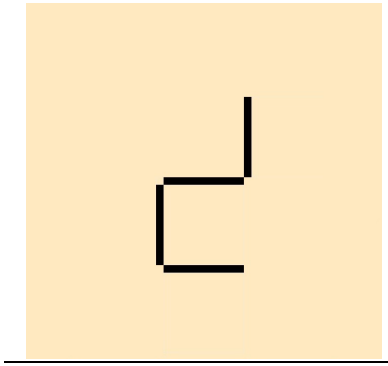
☐ 

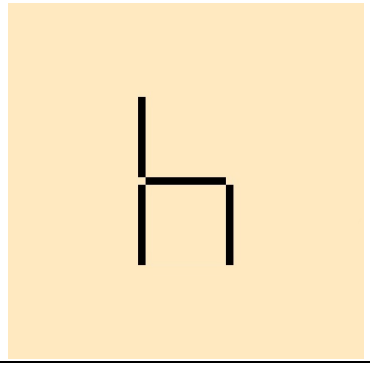
☐ 

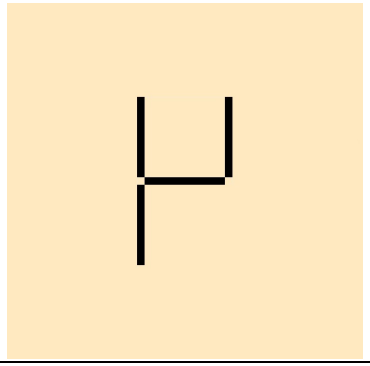
☐

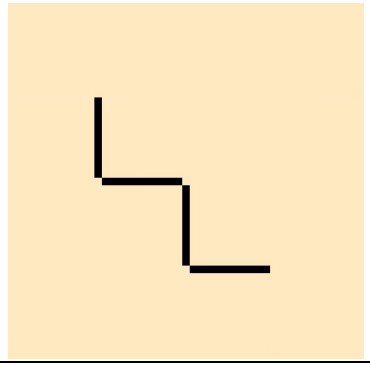
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (B)

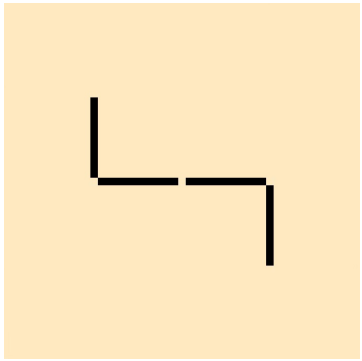
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

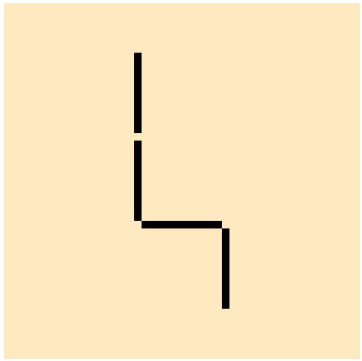
☐ 

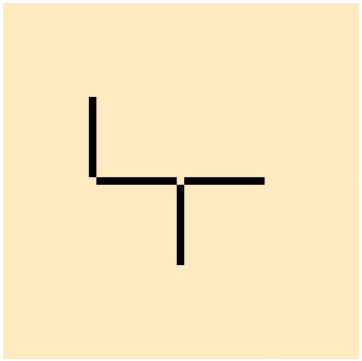
☐ 

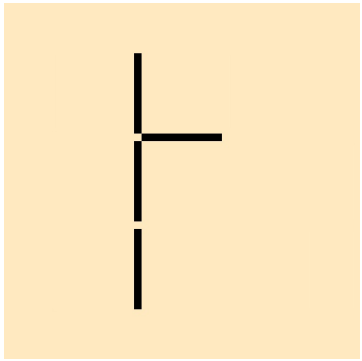
☐ 

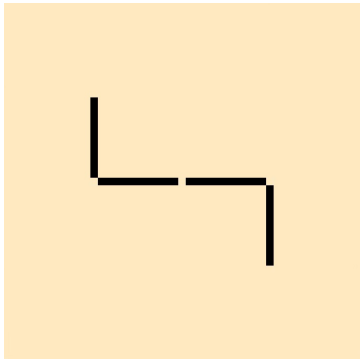
☐ 

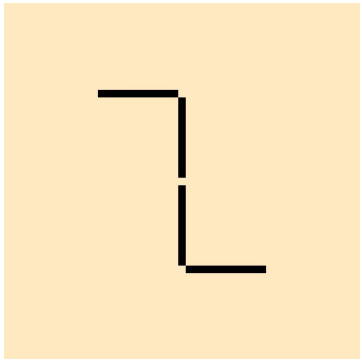
☐ 

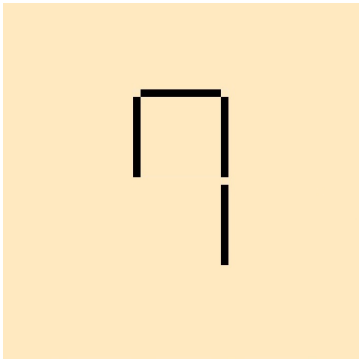
☐ 

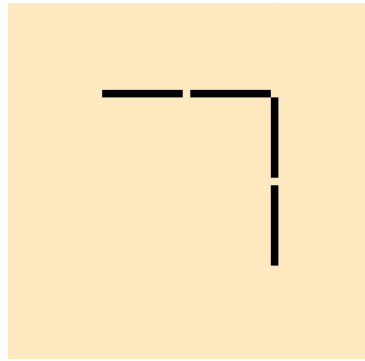
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

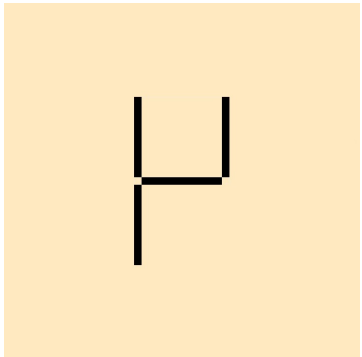
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (A)

LÖSUNG

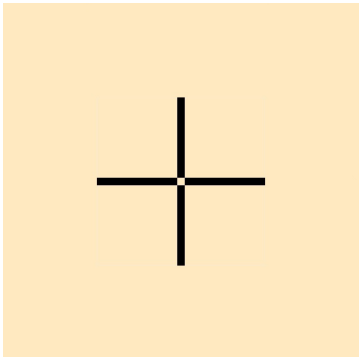
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

☐ 1.

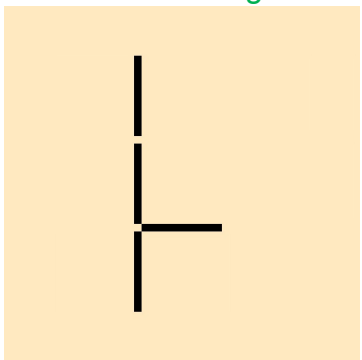
☐ 3.



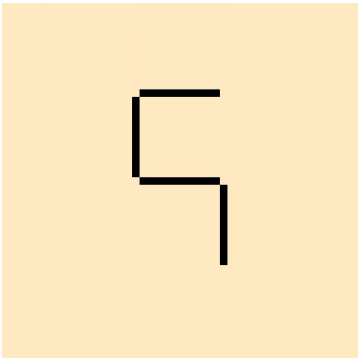
☐ 4.



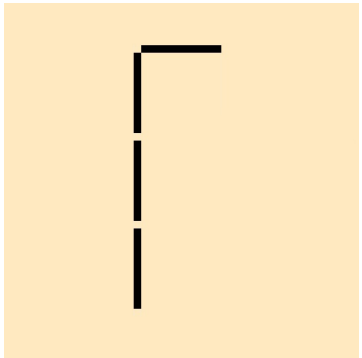
☐ 2. weitere mögl. Lös.



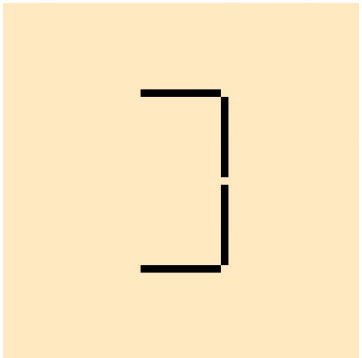
☐



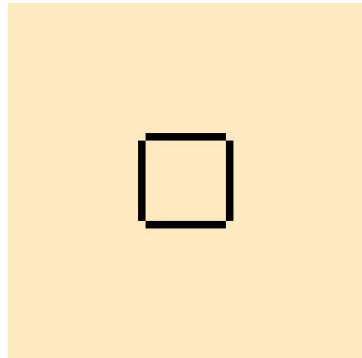
☐



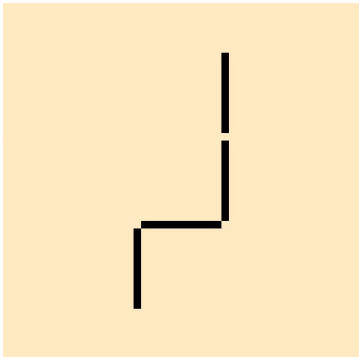
☐



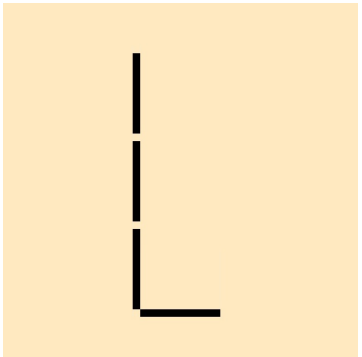
☐ nicht lösbar



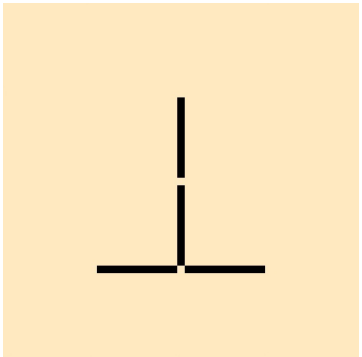
☐ 1./4.



☐ 3./2.



☐ 2./3.



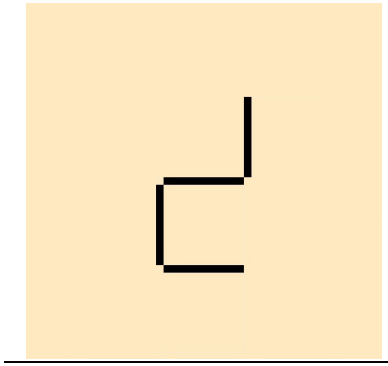
☐ 4./1.

Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (B)

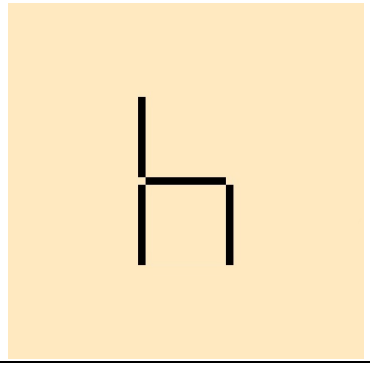
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

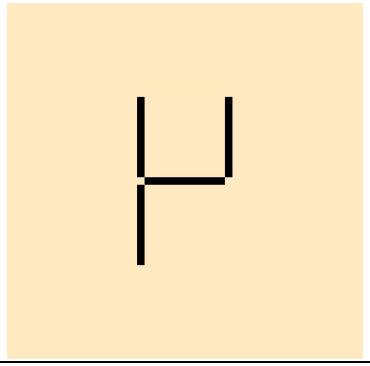
☐



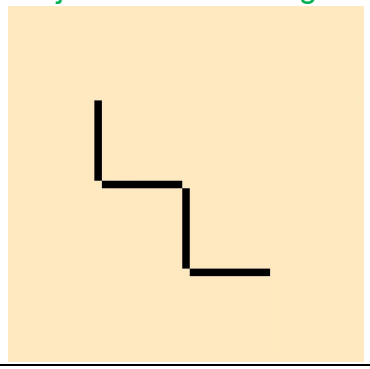
☐



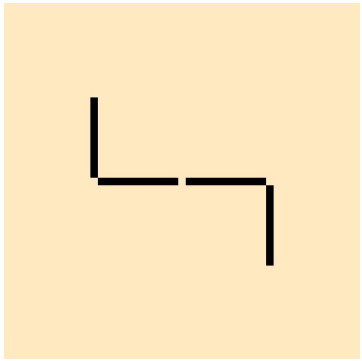
☐



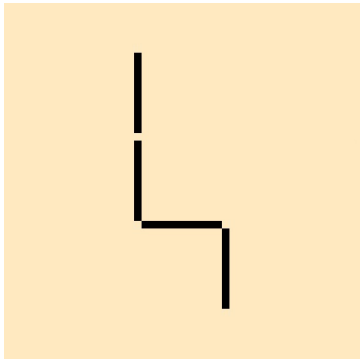
☐ jede Reihenf. mögl.



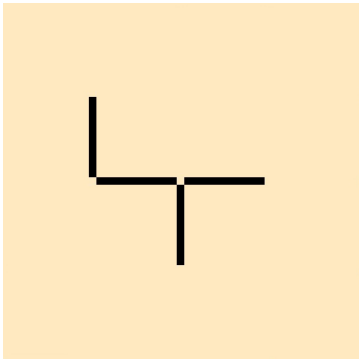
☐ 1./4.



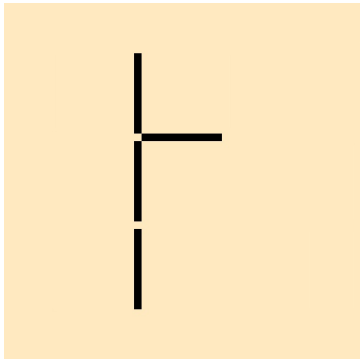
☐ 4./1.



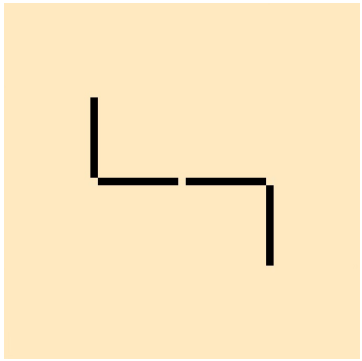
☐ 3./2.



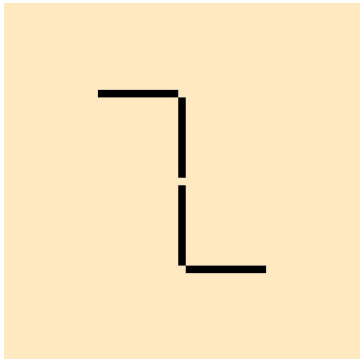
☐ 2./3.



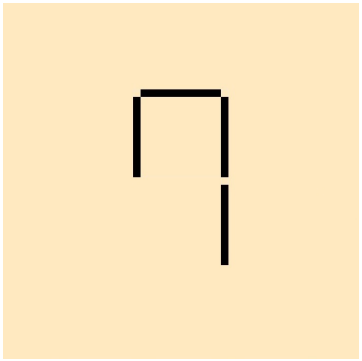
☐ 1.



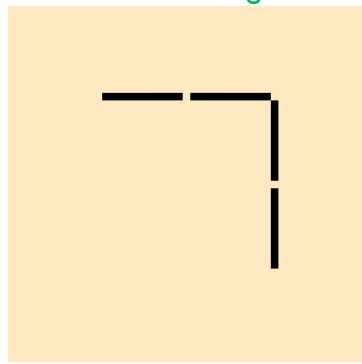
☐ 3.



☐ 4.



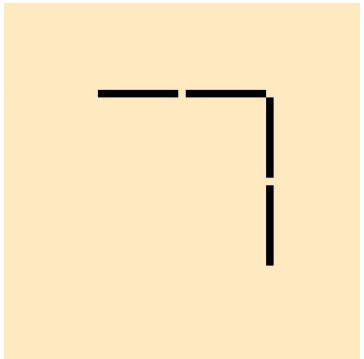
☐ 2. weitere mögl. Lös.

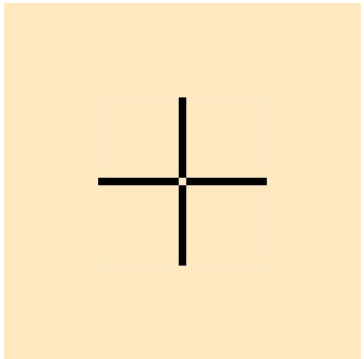


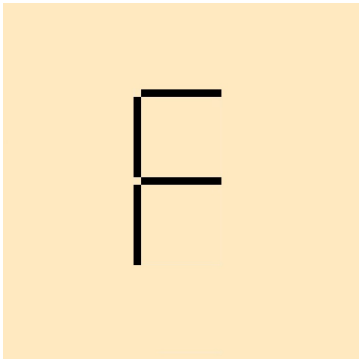
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (A)

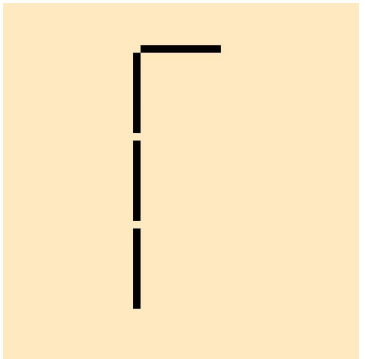
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

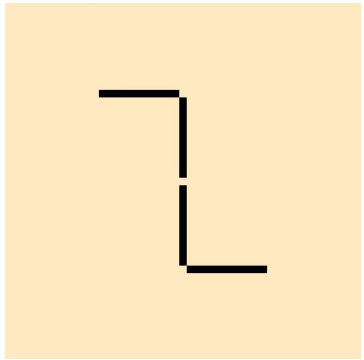
☐

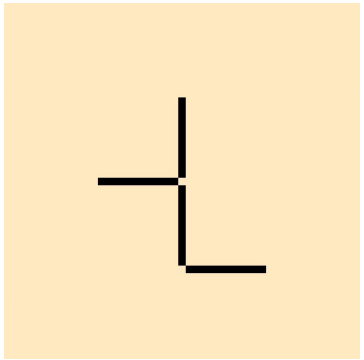
☐ 

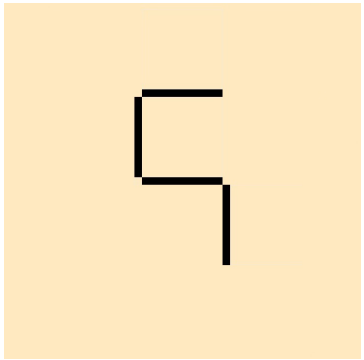
☐ 

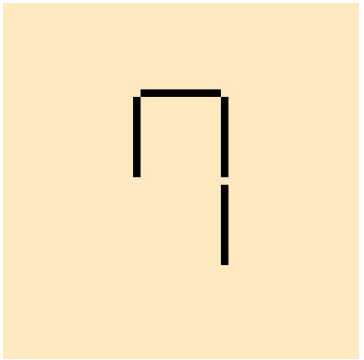
☐ 

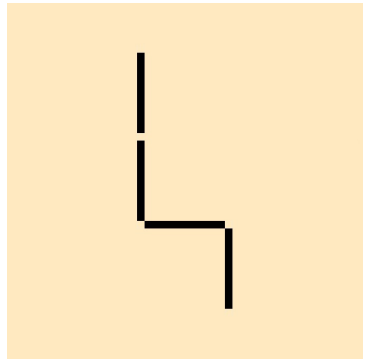
☐ 

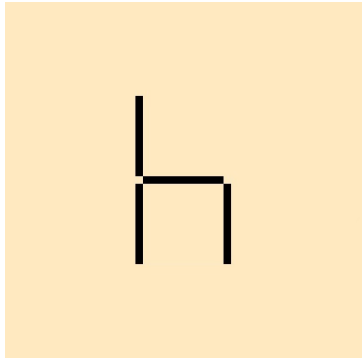
☐ 

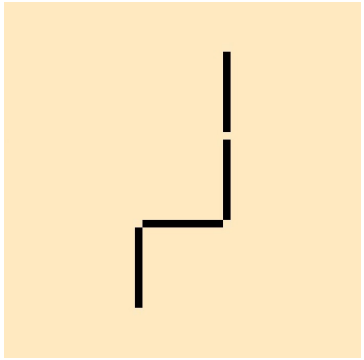
☐ 

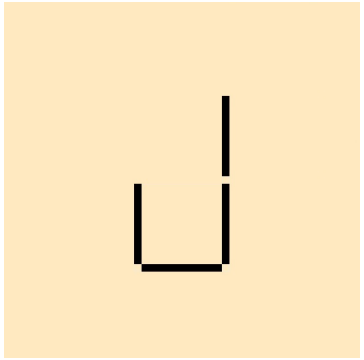
☐ 

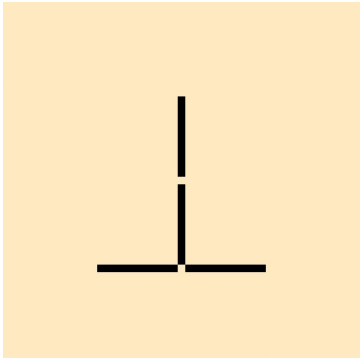
☐ 

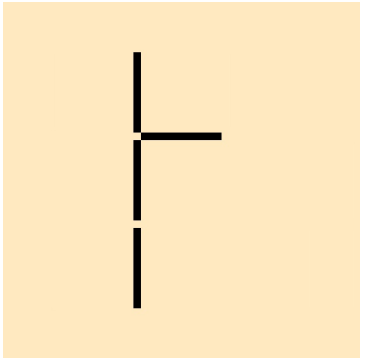
☐ 

☐ 

☐ 

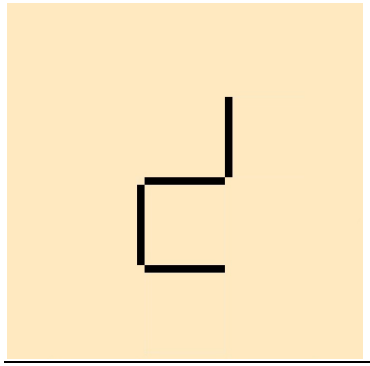
☐ 

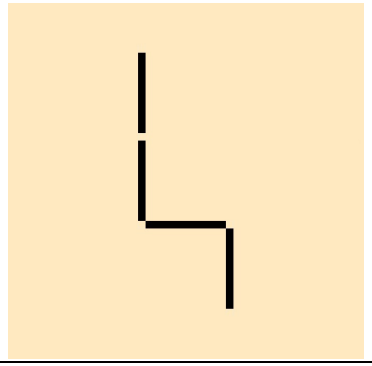
☐ 

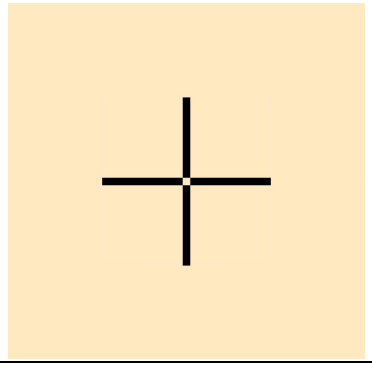
☐ 

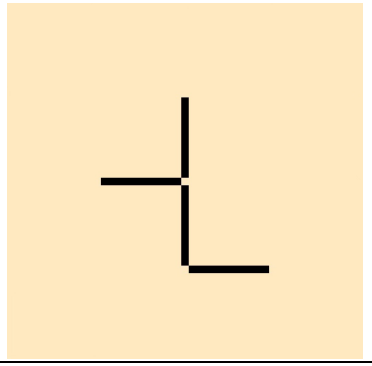
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (B)

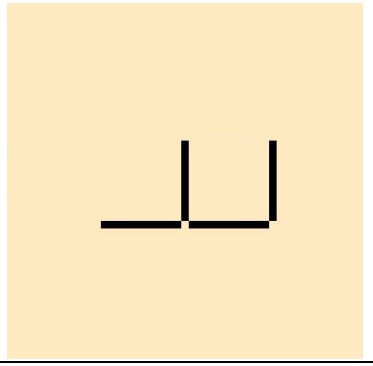
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

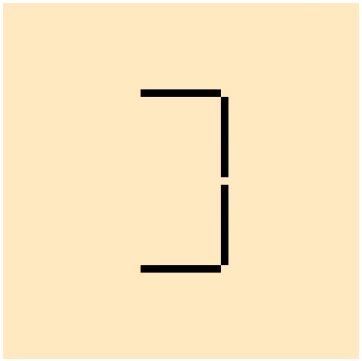
☐ 

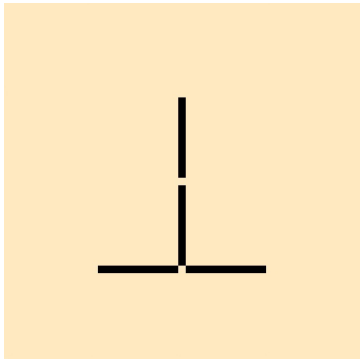
☐ 

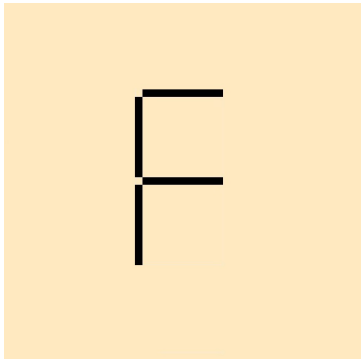
☐ 

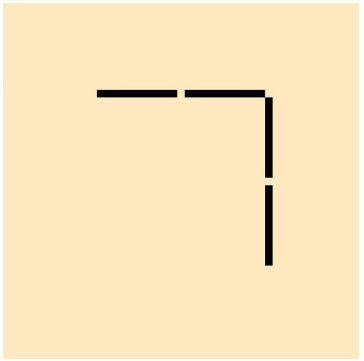
☐ 

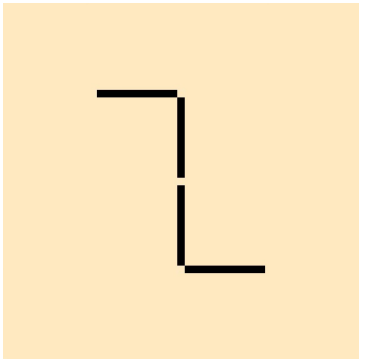
☐ 

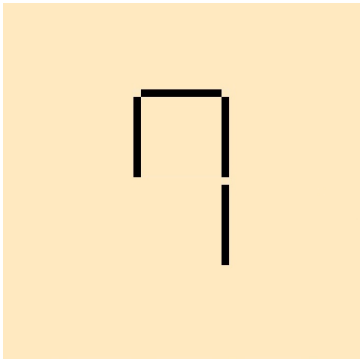
☐ 

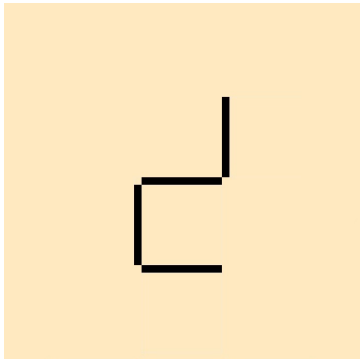
☐ 

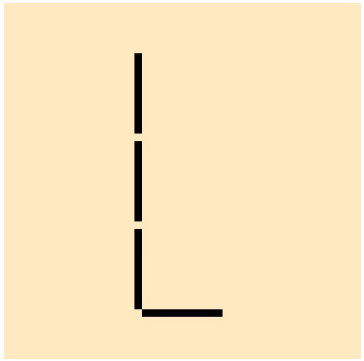
☐ 

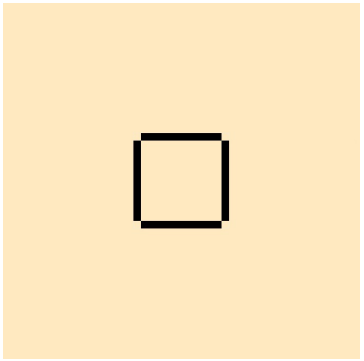
☐ 

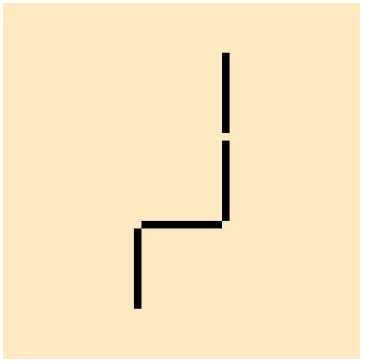
☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

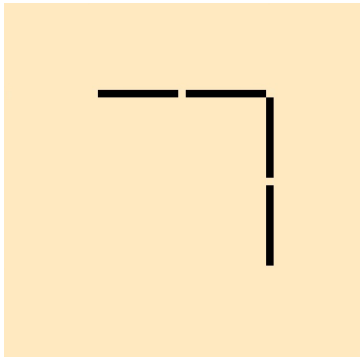
Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (A)

LÖSUNG

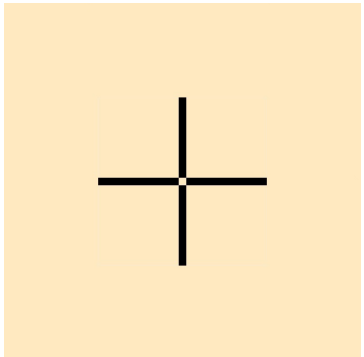
Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

☐ 1./5.

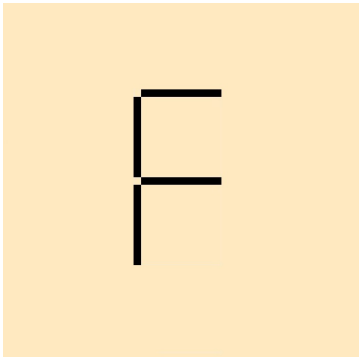
☐ 3./3.



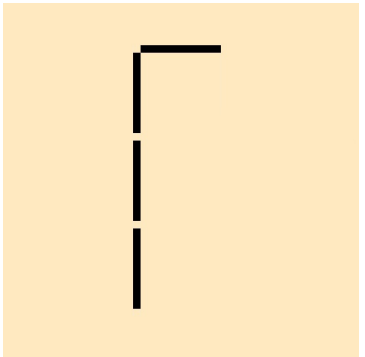
☐ 5./1.



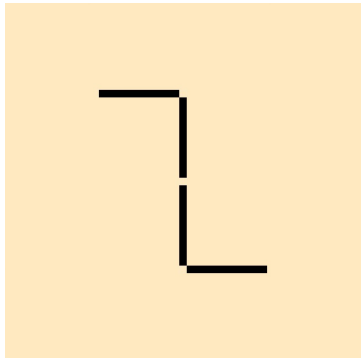
☐ 4./2.



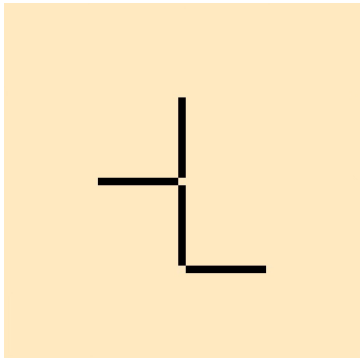
☐ 2./4.



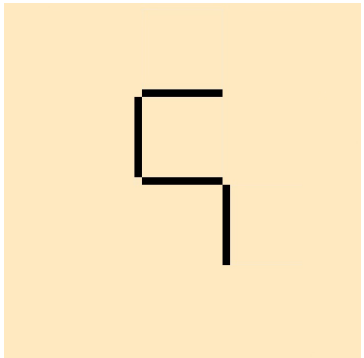
☐ 1.



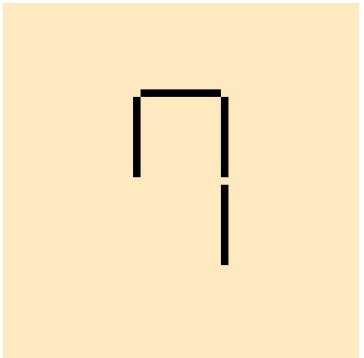
☐ 2.



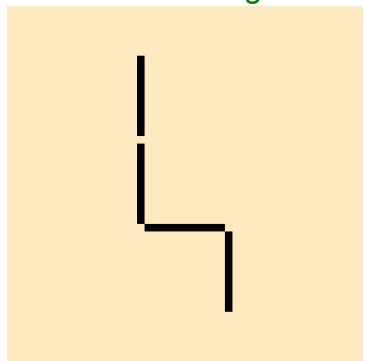
☐ 4.



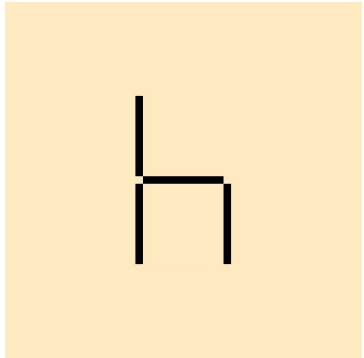
☐ 5.



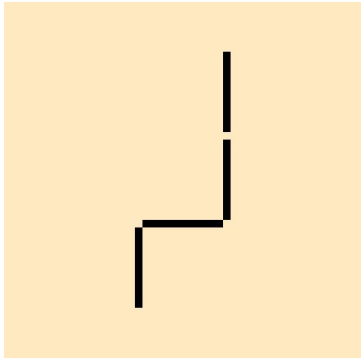
☐ 3. weitere mögl. Lös.



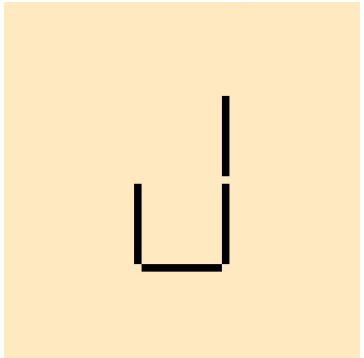
☐ 1.



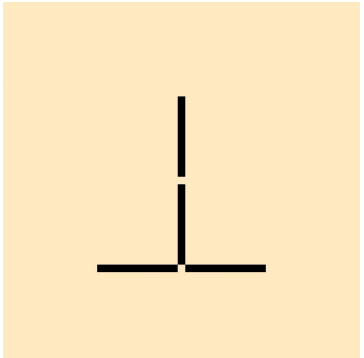
☐ 3.



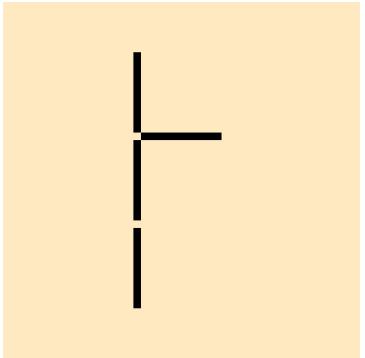
☐ 2.



☐ 4.



☐ 5. weitere mögl. Lös.

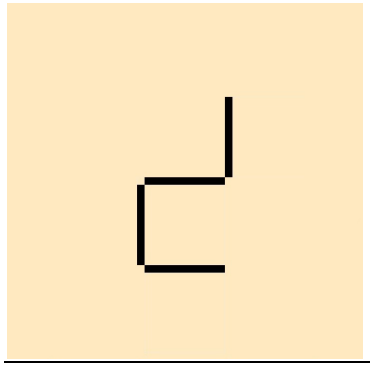


Von Streichholzvierling zu Streichholzvierling (B)

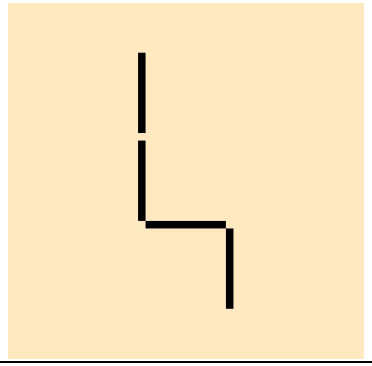
LÖSUNG

Bei jedem Streichholzvierling lässt sich durch Umlegen eines Streichholzes ein anderer Streichholzvierling erzeugen. Wie kannst du die Karten nacheinander ablegen? Nummeriere die Karten.

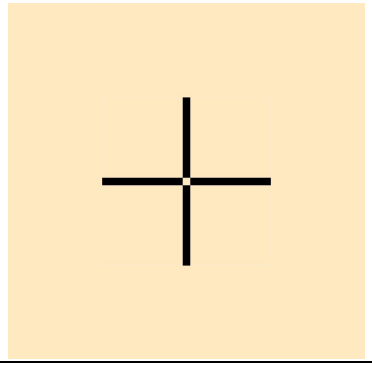
☐ 1.



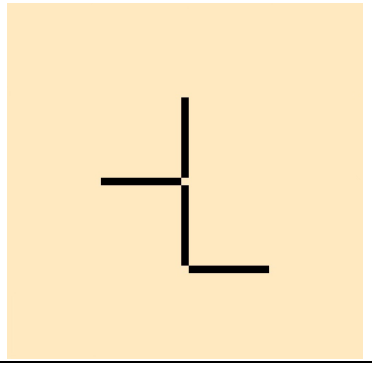
☐ 3.



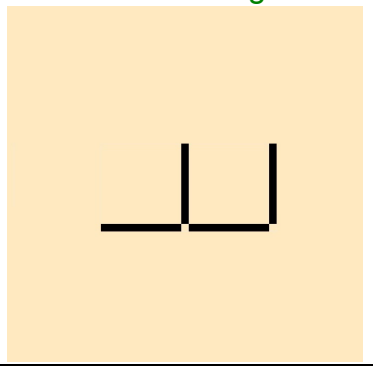
☐ 5.



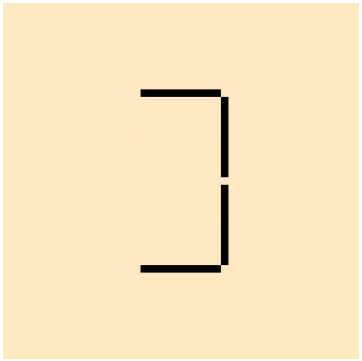
☐ 2.



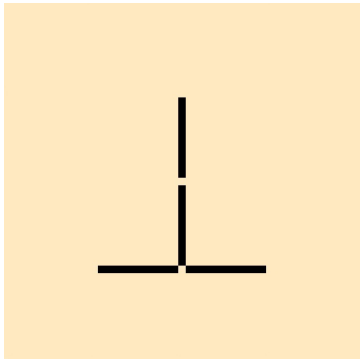
☐ 4. weitere mögl. Lös.



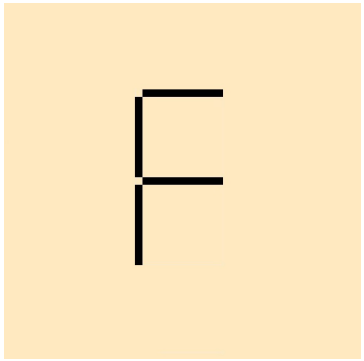
☐ 1.



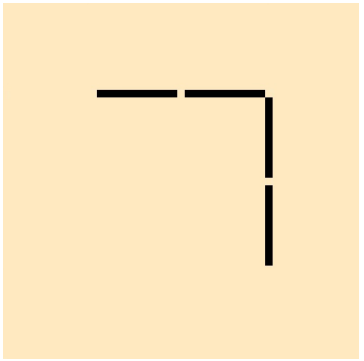
☐ 2.



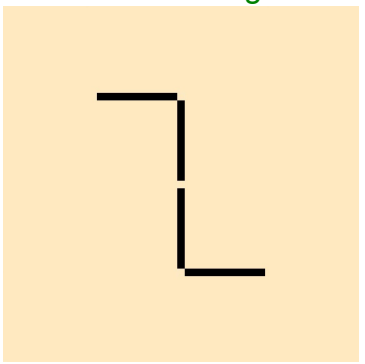
☐ 3.



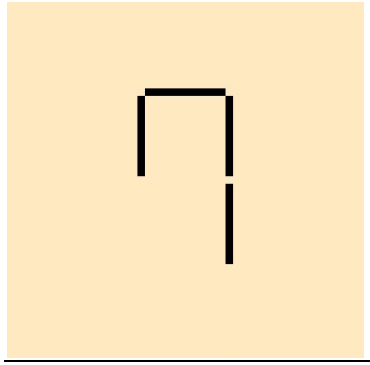
☐ 4.



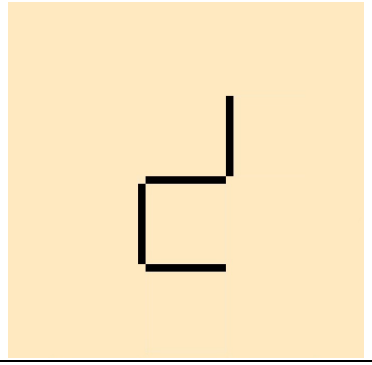
☐ 5. weitere mögl. Lös.



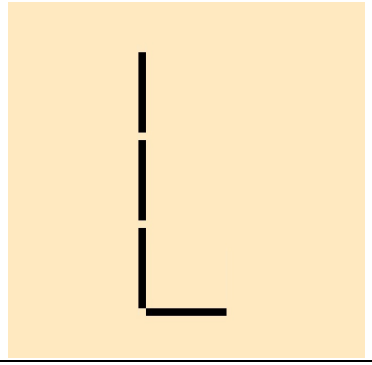
☐ 4./2.



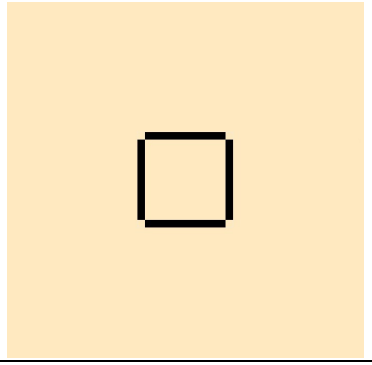
☐ 2./4.



☐ 5./1.



☐ 3./3.



☐ 1./5.

