



# Die Raumvorstellung herausfordern mit Somawürfeln

*Lerntandems färben fehlende Flächen am Netz eines Somawürfels  
und verbalisieren gefundene Strategien*

Im folgenden Artikel soll eine Kartei vorgestellt werden, die es ermöglicht, an vorhandene Kompetenzen im Bereich „Raum und Form“ anzuknüpfen und diese weiter herauszufordern. Um den Aufbau der Kartei zu erläutern, wird es zunächst nötig sein, den Begriff der Raumvorstellung etwas näher zu betrachten. Weiterhin wird der Somawürfel kurz vorgestellt, da diese theoretischen Hintergründe den Ausgangspunkt zur Entwicklung der hier vorgestellten Kartei bilden.

## 1. Theoretische Einbettung

### 1.1 Raumvorstellung

Da wir in einer dreidimensionalen Umwelt leben, ist unsere Raumvorstellung in zahlreichen alltäglichen Situationen von zentraler Bedeutung. Diese geht weit über das Beschreiben von Wegen oder das Orientieren in einer neuen Umgebung hinaus. Raumvorstellung ist beispielsweise auch vonnöten, „wenn man gedanklich vorwegnimmt, wie Objekte eingepackt, eingeräumt oder transportiert werden“<sup>1</sup> oder wenn ein zugeworfener Ball gefangen werden soll. Weiterhin heißt es z.B. bei Grassmann u.a., dass ein Bezug zwischen der Raumvorstellung und dem Erfolg im Beruf besteht, da eine gute Raumvorstellung Auswirkungen auf die persönliche Organisation von Aufgaben habe.<sup>2</sup> So herrscht allgemein Einigkeit darüber, dass die Raumvorstellung „eine Basiskomponente der Intelligenz“<sup>3</sup> ist.

Auch wird an zahlreichen Stellen in der Fachliteratur auf den engen Zusammenhang zwischen der Raumvorstellung und der Arithmetik verwiesen.<sup>4</sup> Erst die Vorstellung von Zahlen, deren Beziehungen sowie mathematischen Operationen ermöglichen echtes Verstehen sowie flexibles Rechnen.<sup>5</sup> Vor diesem Hintergrund ist es verständlich, dass Radatz/Rickmeyer die Förderung der Raumvorstellung als „eines der obersten Ziele des Geometrieunterrichts“<sup>6</sup> bezeichnen. Die Raumvorstellung entwickelt sich zudem „zwischen dem 7. und dem 13. Lebensjahr – verglichen mit den anderen Intelligenzfaktoren – besonders stark[...]. Damit gewinnt die Behandlung geometrischer Inhalte in der Grundschule unter dem Aspekt der Förderung der Raumvorstellung eine fundamentale Bedeutung.“<sup>7</sup> Krauthausen/Scherer sprechen von einer „sensiblen Phase“ in diesem Alter.<sup>8</sup>

Auch in den KMK-Bildungsstandards Mathematik findet die Raumvorstellung eine besondere Beachtung im Inhaltsfeld „Raum und Form“.<sup>9</sup>

Der Begriff der „Raumvorstellung“ bzw. des „räumlichen Vorstellungsvermögens“ wird in der Fachliteratur jedoch nicht einheitlich definiert.<sup>10</sup>

An dieser Stelle sollen die **fünf** von Grassmann u.a. genannten **Teilaspekte** vorgestellt werden, da in diesen wesentliche Komponenten anderer Ansätze aufgegriffen, konkretisiert und voneinander abgegrenzt werden.<sup>11</sup>

### 1. Die „räumliche Wahrnehmung“ betrifft alle Fähigkeiten, „Objekte, Lagebeziehungen zwischen

<sup>1</sup> Eichler/Eipert 2005, S. 15.

<sup>2</sup> Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 99.

<sup>3</sup> Ebd; Vgl. auch Krauthausen/Scherer 2007, S. 59.

<sup>4</sup> Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 98f; Lorenz 2006, S. 10f; Krauthausen/Scherer 2007, S. 60f; Jansen 2007; Merschmeyer-Brüwer 2011, S.5; Winkler 2006, S.5.

<sup>5</sup> Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 98f; Lorenz 2006, S. 10f.

<sup>6</sup> Radatz/Rickmeyer 1991, S. 17.

<sup>7</sup> Ebd; S. 145; Vgl. auch Carniel/Knapstein/Spiegel 2002, S. 4; Winkler 2006, S. 5.

<sup>8</sup> Krauthausen/Scherer 2007; S. 59.

<sup>9</sup> Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) 2005, S.10.

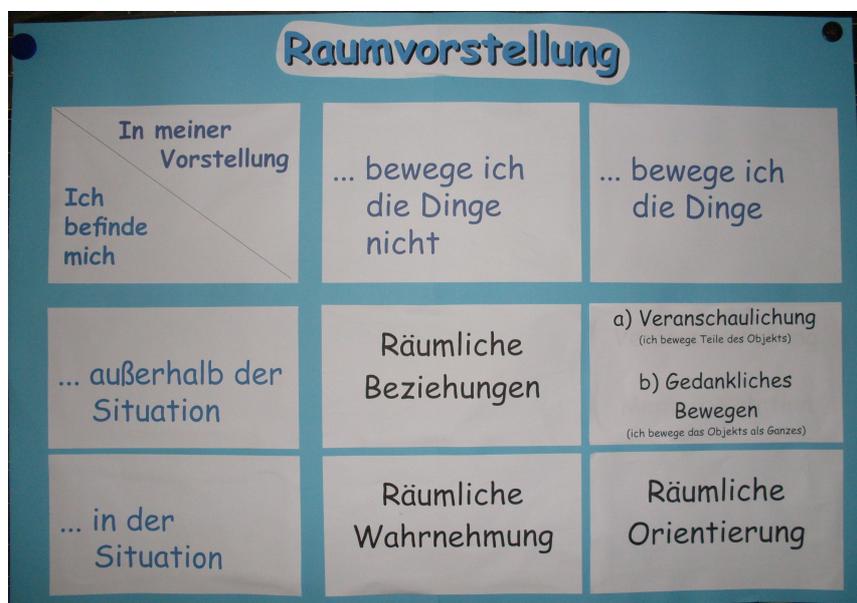
<sup>10</sup> Bspw. die Teilfähigkeiten nach Besuden 1979, Radatz/Rickmeyer 1991, Linn und Petersen 1985. Vgl. hierzu Radatz/Rickmeyer 1991, S. 17, 144f; Franke 2007, S. 55f; Schipper 2009, S. 250ff.

<sup>11</sup> Vgl. Grassmann u.a. 2010, S. 99f; Eine mit der Lerngruppe aufgestellte Übersicht über die fünf Komponenten in Anlehnung an Ruwisch 2006 findet sich unten.

Objekten und [...] Lagebeziehungen von Objekten bezüglich des eigenen Körpers wahrzunehmen<sup>12</sup>. Sie umfasst die fünf Bereiche nach Frostig.<sup>13</sup>

2. Die Teilfähigkeit „**räumliche Beziehungen**“ umfasst das Vorstellen und Beschreiben von räumlichen Lagebeziehungen unbewegter Objekte, wie z.B. darüber – darunter, dahinter – davor. Der Standort der Betrachterin bzw. des Betrachters befindet sich bei dieser Teilkomponente außerhalb der räumlichen Situation.
3. Die „**räumliche Orientierung**“ beinhaltet die „Fähigkeit, die eigene Person gedanklich richtig in eine räumliche Situation einzuordnen, sich real und mental im Raum zurechtzufinden.“<sup>14</sup>
4. Fähigkeiten, wie das gedankliche Falten oder Zerschneiden von Objekten, also das mentale Operieren mit Teilen eines Objektes, werden dem Bereich der „räumlichen Visualisierung“ oder auch „**Veranschaulichung**“ zugeordnet.
5. Die Teilkomponente „**mentale Rotation**“ umfasst die Fähigkeit, sich Rotationen eines Objektes als Ganzes „schnell und präzise“<sup>15</sup> vorstellen zu können.

Die folgende Grafik gibt einen Überblick über die Einordnung verschiedener Situationen und Aufgabenstellungen:



## 1.2 Der Somawürfel

In der Fachliteratur wird der Somawürfel in Zusammenhang mit der Schulung unterschiedlicher Teilaspekte der Raumvorstellung erwähnt und im Kontext entsprechender Aufgabenstellungen vorgestellt.<sup>16</sup>

Der Somawürfel wurde 1936 von dem dänischen Mathematiker Piet Hein erfunden. Ausgangspunkt waren alle Würfelmehrlinge, die sich mit einem, zwei, drei und vier Würfeln bilden lassen. „Wenn zwei, drei und vier Würfel so miteinander verbunden werden, dass sich immer zwei Flächen berühren, entstehen mit zwei Würfeln ein Würfelzwilling, mit drei Würfeln zwei Würfeldrillinge, mit vier Würfeln acht Würfelvierlinge.“<sup>17</sup> Die auf diese Weise gewonnenen sieben irregulären Körper – sechs Würfelvierlinge und ein Würfeldrilling – bestehen aus genau 27 Einzelwürfeln und lassen sich, Symmetrien ausgenommen, auf 240 Weisen zu einem 3x3x3-Würfel zusammensetzen.

<sup>12</sup> Grassmann u.a. 2010, S. 99.

<sup>13</sup> Vgl Ebd; S. 111ff.

<sup>14</sup> Ebd; S. 100.

<sup>15</sup> Ebd.

<sup>16</sup> Vg. Hirt/Luginbühl 2003, Winkler 2006, Rickmeyer 1996.

<sup>17</sup> Hirt/Luginbühl 2003, S. 4.

## 2. Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für den Mathematikunterricht?

Durch die obige Betrachtung der fünf definierten Teilaspekte der Raumvorstellung können Aufgabenstellungen aus Schulbüchern oder bisheriger Lernumgebungen eingeschätzt und verglichen werden. Meist wurden in einer vierten Jahrgangsstufe, für welche die Kartei konstruiert wurde, die Raumvorstellung bereits in verschiedenen Kontexten geschult. Man denke z.B. an Lernumgebungen zu Würfelnetzen im Fach Mathematik, aber auch an Wegbeschreibungen, Zeichnungen des eigenen Schulwegs, Aufgaben zur Orientierung auf der Karte sowie der Beschäftigung mit und der praktischen Anwendung von Verkehrsregeln im Rahmen der Mobilitätserziehung im Sachunterricht. Betrachtet man Lerninhalte aus vergangenen Schuljahren, so ermöglicht dies, im Mathematikunterricht andere Schwerpunkte zu setzen und so neue Aspekte der Raumvorstellung einzubringen.

Anhand von Netzen des Somawürfels werden bei der hier vorgestellten Kartei insbesondere die Teilkomponenten „**Mentale Rotation**“ und „**Veranschaulichung**“ auf unterschiedlichen Niveaustufen geschult.

### 2.1 Was fordert die Kartei „Somawürfelnetze“?

Die Kartei<sup>18</sup> besteht aus insgesamt 40 Karten in vier Schwierigkeitsstufen. Diese Karten zeigen unterschiedliche Netze eines Somawürfels. Diese Netze sind jedoch an jeweils einer oder mehreren Flächen nicht gefärbt. Im Folgenden soll erläutert werden, was durch die zugehörige Aufgabenstellung „Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes und notiert eure Strategien!“ von den Lernenden gefordert wird.

#### a) „Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes...“

Durch diesen Teil der Aufgabenstellung werden zwei Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens gefordert. Durch die Darstellung des Somawürfels in Form seines (unvollständigen) Netzes, muss, um die fehlende Fläche korrekt kolorieren zu können, gedanklich gefaltet werden (Teilaspekt: **Veranschaulichung**). Die Kinder müssen Überlegungen anstellen, welche Kanten sich beim Zusammenfallen des Würfelnetzes berühren. Aufgrund der Tatsache, dass es sich um das Netz eines Somawürfels handelt, wird es weiterhin erforderlich zu überlegen, an welchen Stellen die entsprechenden Kanten sich berühren, denn jede Kante ist durch die Zusammensetzung des Somawürfels aus 27 Einzelwürfeln in drei Abschnitte eingeteilt. Es findet somit zum einen eine Wiederholung, zum anderen aber auch eine Erweiterung der Kenntnisse und inneren Vorstellungen zu den bereits behandelten Würfelnetzen statt. Doch können mit der „Veranschaulichung“ nicht alle Felder gefärbt werden. Spätestens um das mittlere Feld einer fehlenden Fläche zu färben, wird die Fähigkeit der „**mentalen Rotation**“ gefordert. Auf Grundlage der zweidimensionalen Abbildung des Somawürfels in Form seines Netzes müssen nun Rückschlüsse auf die Raumlage einzelner Teile des Somawürfels gezogen werden. Dabei können z.B. Teile aufgrund ihrer Größe ausgeschlossen oder aber ihre Lage aufgrund der bereits gefärbten Würfelflächen des Netzes eindeutig bestimmt werden. Dafür müssen die Somateile im Kopf oder handelnd in verschiedene Lagen gebracht und jeweils mit der zweidimensionalen Darstellung des Netzes abgeglichen werden. Da nach Franke den Handlungserfahrungen eine wichtige Bedeutung bei der Entwicklung der Raumvorstellung zukommt<sup>19</sup> und auch Radatz/Rickmeyer davor warnen, zu schnell auf die reine Vorstellungsebene zu wechseln,<sup>20</sup> ist es sinnvoll, den Kindern die Teile des Somawürfels in der Arbeitsphase zur Verfügung zu stellen (fachdidaktischer Grundsatz des entdeckenden, anschaulichen und handlungsorientierten Lernens). Um dennoch das gedankliche Rotieren anzuregen, empfiehlt es sich, in der Arbeitsphase die Regel aufzustellen, dass immer nur zwei Teile des Somawürfels aufeinander gesetzt bzw. gemeinsam in Händen gehalten werden dürfen, bis das Netz vollständig gefärbt wurde. Hat ein Lerntandem das ausgewählte Somawürfelnetz vollständig gefärbt, so kann eine

<sup>18</sup> Die Idee entstand bei der Beschäftigung mit den Spielideen „Würfel bauen“ (Hirt/Luginbühl 2003) und „Soma-Würfel“ (Winkler 2006). Bei beiden Spielen soll der Somawürfel aufgrund unterschiedlicher Ansichten zusammengebaut, bei dem Spiel nach Winkler soll dieser zudem von unten gezeichnet werden. Ich sah in der Form der Darstellung als Somawürfelnetz den Vorteil, dass bereits behandelte Aspekte der Einheit aufgegriffen, wiederholt und vertieft werden können.

<sup>19</sup> Franke 2007, S. 56.

<sup>20</sup> Radatz/Rickmeyer 1991, S. 145.

Selbstkontrolle durch das Zusammenbauen des Somawürfels stattfinden. Dabei dient das nun vollständige Netz als Bauplan. Erneut muss dabei im Kopf ein ständiger Wechsel zwischen zweidimensionaler Abbildung und dreidimensionaler Realität stattfinden.

b) „... und notiert eure Strategien!“

In den Bildungsstandards Mathematik wird sowohl das „Kommunizieren“ als auch das „Argumentieren“ als einer von sechs Kompetenzbereichen genannt und konkretisiert.<sup>21</sup> „Vorgehensweisen beschreiben“ sowie „Begründungen formulieren“ werden hier u.a. als Standards genannt. „Im Mittelpunkt steht die Befähigung zur sachlich korrekten Beschreibung mathematischer Sachverhalte.“<sup>22</sup> Immer wieder wird in der Fachliteratur der Zusammenhang von Verstehensprozessen und Sprache betont.<sup>23</sup> Die Verlangsamung der Gedanken beim Schreiben kann u.U. zu einer Vertiefung von Erkenntnissen führen.<sup>24</sup> Gallin/Ruf sprechen davon, dass flüchtige Vorstellungen sich verdichten und durch die Strukturierung dieser bei der Verschriftlichung bleibende Spuren hinterlassen können.<sup>25</sup> All diese Aspekte erhalten über den zweiten Teil der Aufgabenstellung Einzug in das Arbeiten mit der Kartei. Die Aufgabenstellung fordert nun auch das Beschreiben und Begründen genutzter Strategien. Vorgehensweisen müssen von den Lernenden hinterfragt und auf ihre Effizienz hin überprüft werden. Durch den wiederholten Einsatz von Aufgaben mit derlei Zielsetzung kann sich langfristig „eine Kultur des Entdeckens und Forschens im Mathematikunterricht [...] entwickeln“<sup>26</sup>. Neben erlangten Ergebnissen rückt so der Prozess des Lösens ins Zentrum des Interesses. Dabei kann das Beschreiben in mehrfacher Hinsicht auf unterschiedlichen Niveaustufen stattfinden. Neben der Präzision kann auch die Nutzung eingeführter Fachbegriffe differieren. Ein gemeinsam erstellter Wortspeicher kann den Kindern beim Beschreiben eine Hilfe sein.

## 2.2 Welche Vorteile kann das Arbeiten in Lerntandems bieten?

Die Kartei kann durchaus in Einzelarbeit bearbeitet werden, die Aufgabenstellung sieht jedoch aus verschiedenen Gründen dennoch eine Arbeit in (heterogenen) Lerntandems vor. Lerntandems werden dabei als Zweiergruppen von Kindern verstanden, die von der Lehrkraft für diese Einheit eingeteilt werden. Bildet nämlich die Lehrkraft die Tandems, so ist es ihr möglich, z.B. auf Erkenntnisse bestimmter Lernausgangslagen, Stärken und Schwächen im sprachlichen oder sozialen Bereich einzugehen. Die Kinder können sich unter Umständen gut ergänzen, sodass auf diese Weise eine Differenzierungsmaßnahme durch vorangestellte Überlegungen geschaffen werden kann, welche die Lehrkraft im Unterricht stark entlastet. Sprachliche Barrieren können gemeinsam u.U. leichter überwunden werden. Diese Möglichkeit der heterogenen, im Sinne von ergänzenden, Gruppenbildung geht z.B. bei der Methode der „Mathe-Konferenzen“ im Alltag meist verloren. Häufig bilden sich hier schnell relativ leistungshomogene Gruppen. Kinder, die lange für die Bearbeitung der gestellten Aufgabe brauchen bleiben „übrig“ und bilden oftmals eine leistungsschwache Gruppe, in der ein gewinnbringender Austausch schwierig ist.

Weiterhin fördert ein solches Einteilen der Lehrkraft das Soziale Lernen im Klassenverband. Jede(r) solle mit jeder/jedem auskommen und für eine absehbare Zeit auch zusammenarbeiten können.

Weiterhin ist bei der Verschriftlichung von Strategien zu bedenken, dass das adressatenbezogene Schreiben eine sehr anspruchsvolle Fähigkeit ist.<sup>27</sup> Dabei geht die Fähigkeit der mündlichen Begründung der schriftlichen meist voraus.<sup>28</sup> Dies gilt auch im Fach Mathematik. Durch die Zusammenarbeit wird die vorherige mündliche Kommunikation gefördert. Im Austausch wird deutlich, dass Beschreibungen eindeutiger sind, wenn eingeführte Fachbegriffe Verwendung finden. Weiterhin können Gedanken sortiert, Vermutungen überprüft und gemeinsam nach einer geeigneten Verschriftlichung zielführender Lösungswege gesucht werden. Somit wird „die sozial

<sup>21</sup> Vgl. Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) 2005, S. 7f.

<sup>22</sup> Grassmann et al. 2010, S. 29.

<sup>23</sup> Vgl. Gallin/Ruf 1998; Bezold 2009; Grassmann et al. 2010, S.28.

<sup>24</sup> Fetzter 2011, S. 25.

<sup>25</sup> Vgl. Gallin/Ruf 1998, S. 42.

<sup>26</sup> Schemel 2010, S. 4.

<sup>27</sup> Vgl. Textkompetenzentwicklungsmodell nach Augst et al. 2007. In: Bremerich-Foss 2009, S. 81-84.

<sup>28</sup> Selter 2004, S. 23.; Grassmann et al. 2010, S. 29.

konstruierte, gemeinsam geteilte Sichtweise [...] durch den Prozess des Aushandelns differenzierter und reichhaltiger als das je individuelle Vorverständnis. Lernfortschritt stellt sich dar als Teilhabe an diesem sozial konstruierten und sprachlich vermittelten Verständnis (Rogoff, 1990).<sup>29</sup> Dies unterstützt die Erweiterung der allgemein mathematischen Kompetenzen des „Kommunizierens“ und „Argumentierens“.

<sup>29</sup> Pauli/Reusser 2000, S. 5.

## Literaturverzeichnis

- Bremerich-Foss, Albert, u.a. (Hrsg.) (2009):** Bildungsstandards für die Grundschule: Deutsch konkret. Berlin: Cornelsen Scriptor, S. 81-84.
- Carniel, Dorothee; Knapstein, Kordula; Spiegel, Hartmut (2002):** Räumliches Denken fördern. Erprobte Unterrichtseinheiten und Werkstätten zur Symmetrie und Raumgeometrie. Donauwörth: Auer.
- Eichler, Klaus-Peter; Eipert, Peter (2005):** Zur Vorstellung von räumlichen Bewegungen. In: Grundschulunterricht, Heft 11/2005. München: Oldenbourg, S. 15-20.
- Fetzer, Marei (2011):** Schreiben, um Mathematik zu lernen. In: Die Grundschulzeitschrift. Lerntagebücher. Lernwege in Mathematik dokumentieren. Heft 244, Mai 2011. Seelze: Friedrich, S. 24-29.
- Franke, Marianne (2007):** Didaktik der Geometrie in der Grundschule. München: Spektrum.
- Gallin, Peter; Ruf, Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen** zur Fachkompetenz. Seelze: Kallmeyer.
- Grassmann, Marianne; Eichler, Klaus-Peter; Mirwald, Elke; Nitsch, Bianca (2010):** Mathematikunterricht. Kompetent im Unterricht der Grundschule Band 5. Hohengehren: Schneider, S. 93-160.
- Hessisches Kultusministerium (Hrsg.) (1995):** Rahmenplan Grundschule. Frankfurt/Main: Diesterweg, S. 144f; 164-171.
- Hessisches Kultusministerium (Hrsg.) (2011):** Bildungsstandards und Inhaltsfelder. Das neue Kerncurriculum für Hessen. Primarstufe. Mathematik. Wiesbaden.
- Hirt, Ueli; Luginbühl, Sandra (2003):** Schauen und Bauen 2. Spiele mit dem Somawürfel. Seelze: Kallmeyer.
- Huhmann, Tobias (2011):** Zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln. Die Inter-Netzzo-Werkstatt. In: Praxis Grundschule, Heft 5/2011. Braunschweig: Westermann, S. 46-55.
- Jansen, Peter (2007):** Rechnen braucht Geometrie. Die Entwicklung eines tragfähigen Zahlbegriffs beruht auf räumlicher Orientierung. In: Grundschule, Heft 12/2007. Braunschweig: Westermann, S. 8-11.
- Krauthausen, Günter; Scherer, Petra (2007):** Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg: Spektrum, S. 53-76.
- Merschmeyer-Brüwer, Carla (2011):** Raum und Form. Vorstellung und Verständnis. In: Mathematik differenziert, Heft 1/2011. Braunschweig: Westermann, S. 4-5.
- Radatz, Hendrik; Rickmeyer, Knut (1991):** Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel.
- Rickmeyer, Knut (1996):** Übungen mit dem Somawürfel. Zur Entwicklung der Raumvorstellung. In: Praxis Grundschule, Heft 2/1996. Braunschweig: Westermann, S. 4-9.
- Ruwisch, Silke (2006):** Komponenten des Raumvorstellungsvermögens. In: Grundschulmagazin, Heft 5/2006. München: Oldenbourg, S. 13-16.
- Schemel, Vanessa (2010):** Zauberquadrate entdecken. Unter: <http://www.pikas.tudortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-7-informationsmaterial/informationstexte/informationstexte.html> (Letzter Abruf: 20.11.2011)
- Schipper, Wilhelm (2009):** Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel, S. 248-273.
- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2005):** Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. S. 7-10. Pdf unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf) (Letzter Abruf: 17.06.2013).
- Selter, Christoph (2004):** Erforschen, Entdecken und Erklären im Mathematikunterricht der Grundschule. Handreichung des Programms SINUS an Grundschulen. Unter: <http://www.sinus-an-grundschulen.de/index.php?id=113> (Letzter Abruf: 30.09.2011).
- Winkler, Dorothea (2006):** Karteien zum Soma-Würfel. Bauen und Experimentieren mit dem Soma-Würfel. Braunschweig: Westermann.

## ?. Einheit: „Somawürfelnetze“ -

### Schulung der Raumvorstellung durch Umgang mit dem Somawürfel

Lerntandems färben fehlende Flächen am Netz eines Somawürfels und verbalisieren gefundene Strategien.

#### ZIELE

- Die Kinder können das Netz des Somawürfels gedanklich falten und bestimmen, welche Kantenabschnitte dabei wie zusammentreffen. (Veranschaulichung)
- Die Kinder können anhand der unvollständigen zweidimensionalen Darstellung des Somawürfels mithilfe mentaler sowie handelnder Rotation der Teile des Somawürfels Rückschlüsse auf die Lage dieser ziehen. (Mentale Rotation)
- Die Kinder können ihre Strategien verbalisieren und eventuell deren Effizienz bewerten, indem sie die Reihenfolge der Nutzung begründen.

#### ZEIT

4 – 5 Schulstunden für die intensive Auseinandersetzung mit den Somawürfelnetzen.

Eine intensive Arbeit mit Würfelnetzen und das Kennenlernen des Somawürfels sollte vorausgegangen sein.

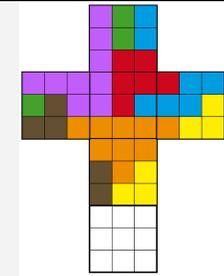
#### DARUM GEHT ES

In dieser Einheit werden die Kinder vor die Aufgabe gestellt, das unvollständig gefärbtes Netz eines Somawürfels im Lerntandem vollständig zu kolorieren. Dabei sollen die Lernenden ihre Vorgehensweisen notieren. Durch diese Aufgabenstellung werden zwei Komponenten des räumlichen Vorstellungsvermögens im Rahmen dieser Einheit besonders gefordert:

Einerseits muss durch die Darstellung des Somawürfels in Form seines (unvollständigen) Netzes, gedanklich gefaltet werden, um die fehlende Fläche korrekt färben zu können (Teilaspekt: Veranschaulichung).

Andererseits sind alleine über das gedankliche Falten des Netzes nicht alle Felder zu färben. Die Kinder müssen somit über die bereits gefärbten Felder Rückschlüsse über die Raumlage der einzelnen Teile des Somawürfels ziehen (Teilaspekt: Mentale Rotation).

Die Kinder sollen sich in ihren Lerntandems dabei über ihre Vorgehensweisen austauschen und diese aufschreiben. Im Informationstext „Somawürfelnetze\_Sachinfos“ werden die entsprechenden Anforderungen sowie fachliche Hintergründe detaillierter beschrieben.



#### Schuljahr 4

#### Lehrplan-Bezug

##### Inhaltsbezogene Kompetenzen

##### Raum und Form:

- zwei- und dreidimensionale Darstellungen in Beziehung setzen
- räumliches Vorstellungsvermögen entwickeln

##### Prozessbezogene Kompetenzen

##### Problemlösen:

- Lösungswege reflektieren
- Lösungsstrategien entwickeln und auf ähnliche Sachverhalte übertragen

##### Kommunizieren:

- Vorgehensweisen beschreiben
- Lösungswege anderer nachvollziehen



Die Kartei eignet sich gut dazu, eine Lerngruppe, die bereits Vorerfahrungen mit Würfelnetzen hat, weiterführend herauszufordern.

### SO KANN ES GEHEN

#### Vorangegangene Arbeit

Der hier beschriebenen Aktivität mit den Netzen eines Somawürfels sollte eine intensive Arbeit mit Würfelnetzen und das Kennenlernen des Somawürfels vorausgegangen sein. Dazu bieten sich z.B. die ebenfalls auf der Homepage des PIK-AS-Projektes zu findenden Einheiten „Würfelnetze“, „Inter-Netzzo“ und „Wir werden Würfelbaumeister“.

**Ergänzung:** Die vorangegangene Arbeit ist von zentraler Bedeutung, da die Kinder bei der hier beschriebenen Einheit auf die bereits gemachten Erfahrungen, die erworbenen räumlichen Kompetenzen und das daraus gewonnene Wissen aufbauen *müssen*.

Es hat sich außerdem bewährt, dass die Kinder in Vorbereitung auf diese Einheit die Teile ihres Somawürfels selbst aus 27 Holzklötzchen (1,5cm x 1,5cm x 1,5cm) leimen und färben. Dies hat zum Einen den Vorteil, dass den Kinder die Klötze zur systematischen Entwicklung aller Würfelvierlinge (vgl. „Wir werden Würfelbaumeister“) zur Verfügung stehen (Achtung: Die Kinder sollten zu zweit arbeiten, sonst reichen deren Holzklötze des Bausatzes für einen Somawürfel für die Herleitung nicht aus!). Zum Anderen setzen sich die Kinder durch das eigene Leimen und Färben ihrer Teile des Somawürfels sehr intensiv mit deren Aufbau auseinander. Als Anschauungsobjekt für Plenumsphasen ist es sinnvoll, einen großen Somawürfel (z.B. mit 27 Klötzen der Maße 5cm x 5cm x 5cm) herzustellen (z.B. aus einer Dachlatte im Baumarkt zusägen lassen). Dieser kann mündlicher Erläuterungen der Kinder unterstützen.

Die vorliegende Einheit sieht das Arbeiten in leistungsheterogenen Lerntandems vor. Bei der Einteilung der Lerntandems sollte darauf geachtet werden, dass die beiden Kinder sich möglichst gut ergänzen, sodass beide von der gemeinsamen Arbeit profitieren und ein „ermutigendes Lernklima mit gegenseitiger Unterstützung und Hilfestellung“<sup>52</sup> entstehen kann.<sup>53</sup> Bei der Einteilung sollten vor allem die Fähigkeit des räumlichen Vorstellungsvermögens, Kompetenzen im Hinblick auf die Verbalisierung von Gedankengängen sowie Aspekte des Arbeitsverhaltens ins Gewicht fallen. Es ist sinnvoll, dass die Kinder für diese Einheit nebeneinander sitzen.

#### Zum methodischen Einsatz des Materials

Zunächst wird den Lernenden das Netz eines Somawürfels als stummer Impuls im Kinostiz präsentiert (Somawürfelnetz\_gross-Demonstration“). Die Kinder äußern sich nun dazu und begründen ihre Annahmen um was es sich handeln könnte. Dabei wiederholen die Kinder kennengelernte Fachbegriffe des Wortspeichers. Die Lehrkraft benennt nun das Stundenthema „Somawürfelnetze“ und schreibt dieses an die Tafel. Dann erläutert sie den Arbeitsauftrag „Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes und notiert eure Strategien!“. Dabei nutzt sie die großen Karteikarten und Arbeitsblätter, um zu zeigen, wie eine Karteikarte über dem AB 1 auf dem Klemmbrett platziert wird. Nachdem ein Kind den Arbeitsauftrag wiederholt hat, gehen die Schülerinnen und Schüler an die Plätze und arbeiten in ihren Lerntandems an der

- Lösungswege gemeinsam reflektieren
- eingeführte mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden

Argumentieren:

- Begründungen formulieren
- Lösungswege vergleichen und bewerten

#### Kinder sprechen über...

- ... ihre eigenen Vorgehensweisen.
- ... Lösungswege ihrer Partnerin/ihrer Partners.
- ... die Effizienz einzelner Strategien.
- ... Würfel und deren Netze. Dabei nutzen sie entsprechende Fachbegriffe (Kante, Fläche, Ecke).
- ... bereits gefärbte Felder und ziehen Rückschlüsse auf die Raumlage eines bestimmten Teils des Somawürfels.

#### Material

Ein Lerntandem benötigt:

- 1 bis 2 Somawürfel mit entsprechender Farbgebung
- 1 Klemmbrett (DIN A4)



Aufgabenstellung.

### Problemstellung/Leitfrage

Färbt die fehlende(n) Fläche(n) des Somawürfelnetzes und notiert eure Strategien!

### Arbeitsphase

Zu Beginn der Arbeitsphase erhält jedes Lerntandem ein Klemmbrett, AB 1 und AB 2 in einfacher Ausfertigung. Da die Lerntandems unter Umständen mehrere Karteikarten bearbeiten, sollte AB 1 öfter kopiert und ein Vorrat neben der Kartei platziert werden. Die Kinder bedienen sich an der differenzierten Kartei und beginnen mit einer beliebigen Karte. Während des Arbeitens können sie ihre Somawürfel nutzen. Da diese bei der Verwendung von 27 Würfeln der Größe 1,5cm x 1,5cm x 1,5cm den Maßen der Kartei entsprechen, können diese auch von den Kindern auf der gewählten Karteikarte platziert werden, um deren Lage besser zu veranschaulichen. Um die Kinder jedoch zum gedanklichen Falten anzuhalten, sollte auf die Regel hingewiesen werden, dass immer nur zwei Teile des Somawürfels aneinander gehalten bzw. auf der Karteikarte platziert werden dürfen. Die Kinder dürfen den Somawürfel also erst nach dem Färben des Netzes vollständig aufbauen.

Durch das Arbeiten zu zweit werden die Kinder dazu angeregt, im Austausch Begründungen dafür zu finden, warum bestimmte bereits gefärbte Flächen auf eine gewisse Raumlage des entsprechenden Teils des Somawürfels hinweisen. Dadurch werden eigene Erkenntnis für die Partnerin bzw. den Partner nachvollziehbar. Sie beschreiben so ihre Strategien und vollziehen die ihres Gegenübers nach. Dabei kommen sie u.U. dazu unterschiedliche Vorgehensweisen und Strategien zu bewerten. Bei der schriftlichen Fixierung ihrer Strategien können die Begriffe der individuellen und gemeinsam entwickelten Wortspeicher den Kindern behilflich sein.

Die Lehrkraft hält sich im Hintergrund und beobachtet. Ggf. bringt sie den Austausch einzelner Kinder durch Fragen in Gang oder unterstützt Lerntandems durch das Bereithalten zugeschnittener blanko Somawürfelnetze („Somawürfelnetz\_blanko\_Differenzierung“).

### Differenzierung

Differenzierung findet in dieser Stunde auf vielfältige Weise statt. Durch die Einteilung der Lerntandems findet bereits eine Differenzierung durch die Art der Zusammenarbeit mit der entsprechenden Partnerin/dem entsprechenden Partner statt. Weiterhin kann aus der vierfach differenzierten Lerntheke selbst der Schwierigkeitsgrad gewählt und je nach Lerntempo unterschiedlich viele Karten bearbeitet werden (qualitative und quantitative Differenzierung). Bei der Verbalisierung der Strategien findet weiterhin eine natürliche Differenzierung insofern statt, als dass die Kinder jedes Lerntandems die genutzten Strategien ihres Könnens entsprechend beschreiben und in der Strategiekonferenz ggf. von treffenderen Verbalisierungen desselben Gedankens profitieren. Weiterhin kann die Lehrkraft als Maßnahme zur Differenzierung bereits ausgeschnittene blanko Würfelnetze des Somawürfels bereithalten. Diese können bei Bedarf an einzelne Gruppen verteilt

- 1 blanko AB pro Karteikarte (AB 1)
- 1 Karte aus der Kartei
- 1 Strategiepapier (AB 2)
- 7 Buntstifte (lila, gelb, blau, grün, braun, orange und rot)

#### *Die Lehrkraft benötigt:*

- Klemmbrett DIN A3
- AB 1 und AB 2 in DIN A3
- großes Somawürfelnetz („Somawürfelnetz\_gross\_Demonstration“)
- großer Somawürfel
- 4 große Beispielkarten der Kartei
- 4-fach differenzierte Kartei „Somawürfelnetze“ (40 Karten)
- ausgeschnittene Somawürfelnetze blanko als zusätzliche Differenzierungsmöglichkeit („Somawürfelnetz\_blanko\_Differenzierung“)



werden. Sie können von den Gruppen entsprechend ihrer Karteikarte gefärbt und gefaltet werden und da sie die Originalgröße des Somawürfels der Kinder haben, sowohl bei der Veranschaulichung (*Wie wird der Würfel zusammengefasst? Wie berühren sich die Kanten?*) als auch bei der mentalen Rotation (*Wie liegt das Teil, wenn die entsprechende Farbe an diesen Stellen zu sehen ist? Welche Teile können ausgeschlossen werden?*) unterstützen. Es empfiehlt sich, diese Netze nicht auszulegen, sondern gezielt bei Bedarf als zusätzliche Unterstützung anzubieten. Sonst besteht die Gefahr, dass einige Kinder zu schnell zu der genannten Hilfe greifen und so das Falten und Rotieren im Kopf von vorn herein umgehen.

### Schlussphase / Reflexion

Abschließend findet eine Strategiekonferenz im Kinositz statt. Je nach Erfahrung der Lerngruppe mit dieser Methode können die Strategiekonferenzen auch an Gruppentischen stattfinden (eine Konferenz pro Tischgruppe). Dies hätte den Vorteil, dass mehr Kinder zu Wort kämen und so aktiv beteiligt wären. Bei einer Lerngruppe, die noch wenig Erfahrung mit dieser Methode hat, besteht der Vorteil in der Durchführung im Plenum darin, dass sie auf diese Weise den Ablauf einer solchen Konferenz zuvor an einigen Beispielen kennenlernen können. Unter der Leitfrage „Wie seid ihr vorgegangen, um das Somawürfelnetz zu färben?“ berichten einzelne Lerntandems von den notierten Strategien. In der Konferenz entsteht auf diese Weise ein Austausch über die Vorgehensweisen der Kinder. Dabei können die Lernenden je nach Art der Beteiligung entweder durch das Erläutern und beispielhafte Darstellen ihrer Strategien oder aber durch das Nachvollziehen nicht genutzter Strategien bzw. anderer Formulierungen ebenfalls genutzter Strategien profitieren. Es ist hilfreich, wenn die großen Karten aus der Lerntheke (eine Karte pro Schwierigkeitsgrad auf DIN A 3 vergrößert) an der Tafel aufgehängt werden, anhand derer die mündlichen Erläuterungen zusätzlich von den Kindern veranschaulicht werden können.

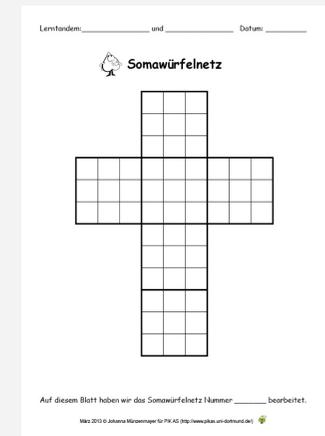
Je nach Lerngruppe sind folgende weiterführende Reflexionsanstöße möglich:

- Die Kinder können dazu angehalten werden, die Reihenfolge der Nutzung ihrer Strategien zu begründen und reflektieren dadurch über deren Effizienz.
- Die Kinder werden anhand von Beispielkarten dazu aufgefordert, die vier Schwierigkeitsgrade zu begründen. Dabei Verbalisieren die Lernenden die unterschiedlichen Anforderungen der Kartei.
- Die Kinder werden dazu aufgefordert Möglichkeiten zu nennen, die Anforderungen der Kartei weiter zu erhöhen.
- Die Kinder ordnen ihre Tätigkeiten den Teilkompetenzen der Raumvorstellung zu (vgl. Lernplakat „Raumvorstellung“)

### Weiterarbeit

Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens sollte am Ende der Stunde ein Ausblick auf das weitere Arbeiten gegeben werden. In den Folgestunden wird zunächst das Arbeiten mit der Kartei fortgesetzt. Stattfindende Vorgänge im Kopf können dabei als

- Wortspeicher zum Beschreiben von Strategien („Wortspeicher\_Strategien“)
- Wortspeicher zum Somawürfel (Wortspeicher\_Somawürfel“)
- Plakat „Raumvorstellung“



AB1\_Somawürfelnetze\_Arbeitsblatt



Einstieg, in Zwischenreflexionsphasen oder zum Abschluss der Stunde eingesetzt werden.

Nachdem die Kinder intensiv mit den vorgegebenen Karteikarten gearbeitet haben, kann über die zweite Reflexionsfrage dazu übergeleitet werden, dass die Lernenden selbst die Kartei erweitern. Zum Erstellen eigener Karteikarten können sie beliebige Würfelnetze (nicht nur das „Kreuz“) nutzen. Die Lerntandems erhalten hierfür AB 3 und schneiden sechs Flächen für ein Somawürfelnetz aus.

Die Lernenden gehen nun von einem beliebig zusammengesetzten Somawürfel aus und überlegen, auf welche Weise sie diesen zweidimensional darstellen wollen, wie viele Flächen sie ungefärbt lassen und mit welchem Schwierigkeitsgrad sie ihre Karte bewerten. Hierfür wählen sie eine Schwierigkeitsstufe aus der Auswahl des ABs 4 und kleben das entworfene Somawürfelnetz darauf.

Die so entstandenen Karteikarten können mit anderen Lerntandems ausgetauscht werden. Die fehlenden Flächen können dabei direkt auf der Karteikarte gefärbt werden, Im Anschluss daran kann ein Feedback hinsichtlich der Einordnung in den entsprechenden Schwierigkeitsgrad erfolgen.



**Hier können Sie sich weiter informieren zu ...**

... „*Würfelnetze*“ : Haus 7 - Inhaltsbereich „Raum und Form“ für den Einsatz im Unterricht der Klassen 3 und 4

... „*Inter-Netzzo*“: Haus 7 - Inhaltsbereich „Raum und Form“ für den Einsatz im Unterricht der Klassen 3 und 4

... „*Wir werden Würfelbaumeister*“: Haus 7 - Inhaltsbereich „Raum und Form“ für den Einsatz im Unterricht der Klassen 3 und 4

# Wortspeicher zum Somawürfel



der Würfel

die Kante

die Ecke

die Fläche

das Würfelnetz

das Würfelgebäude

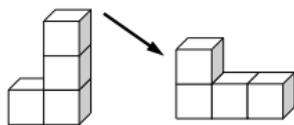
der Würfelzwilling

der Würfeldrilling

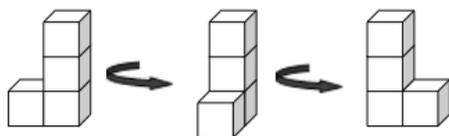
der Würfelvierling

der Somawürfel

kippen



drehen

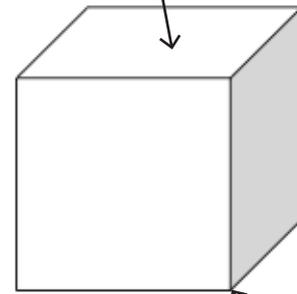


falten

klappen

nach hinten, vorne, links, rechts

die Fläche



← die Kante

← die Ecke



# Wortspeicher zum Beschreiben von Strategien



die Vorgehensweise

die Strategie

zuerst

danach

immer

sicher

vermuten

überprüfen

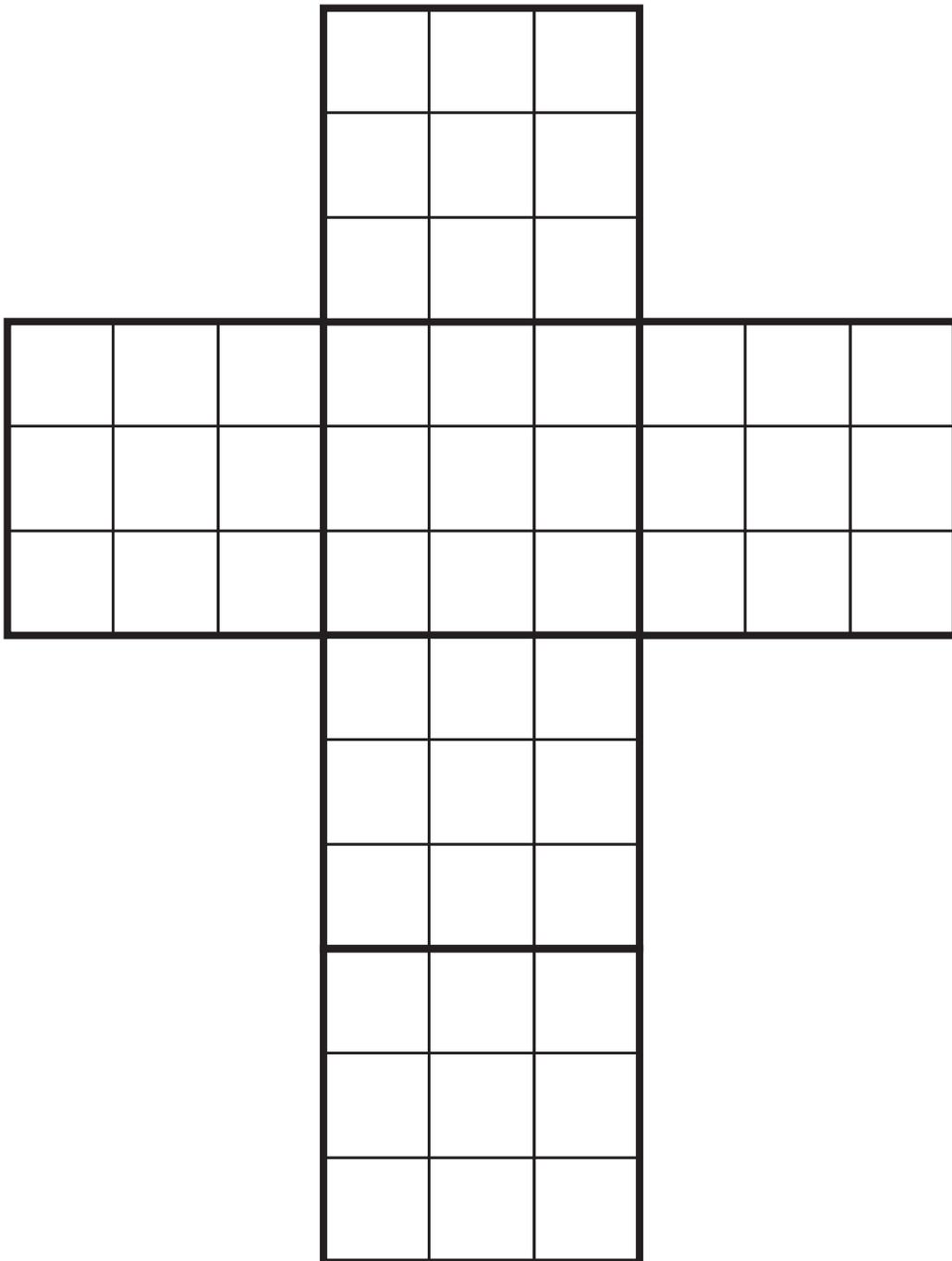
ausschließen

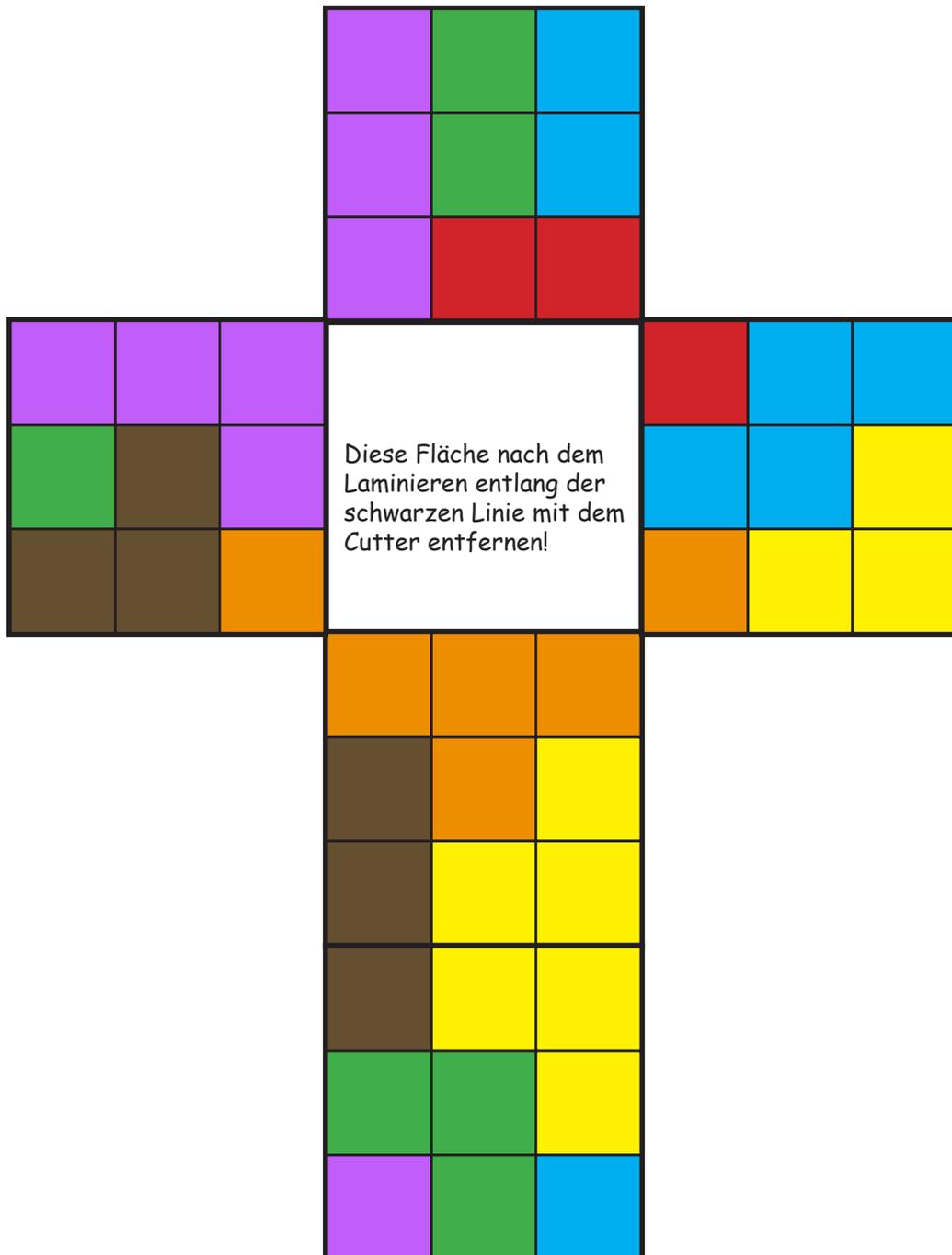


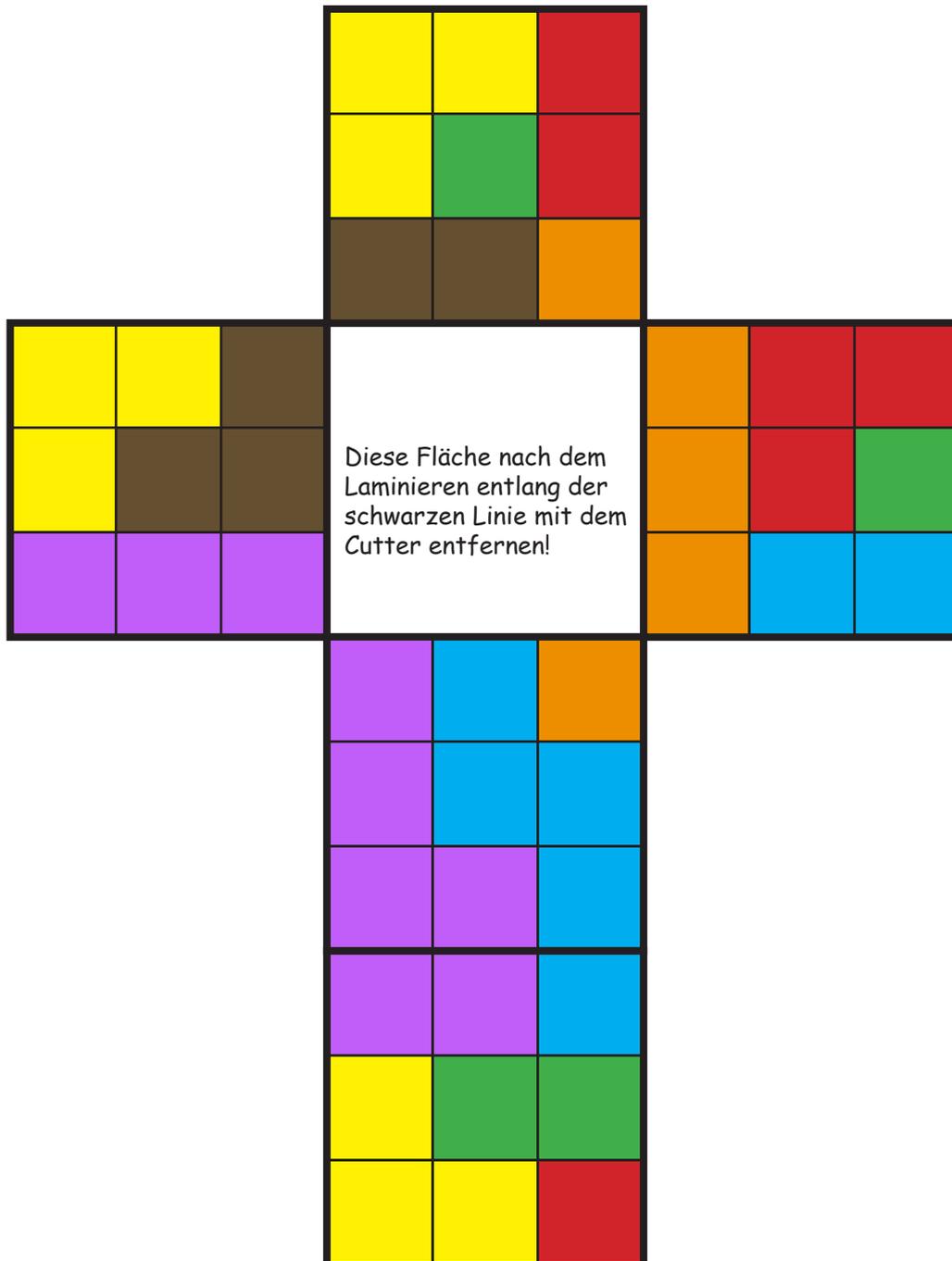


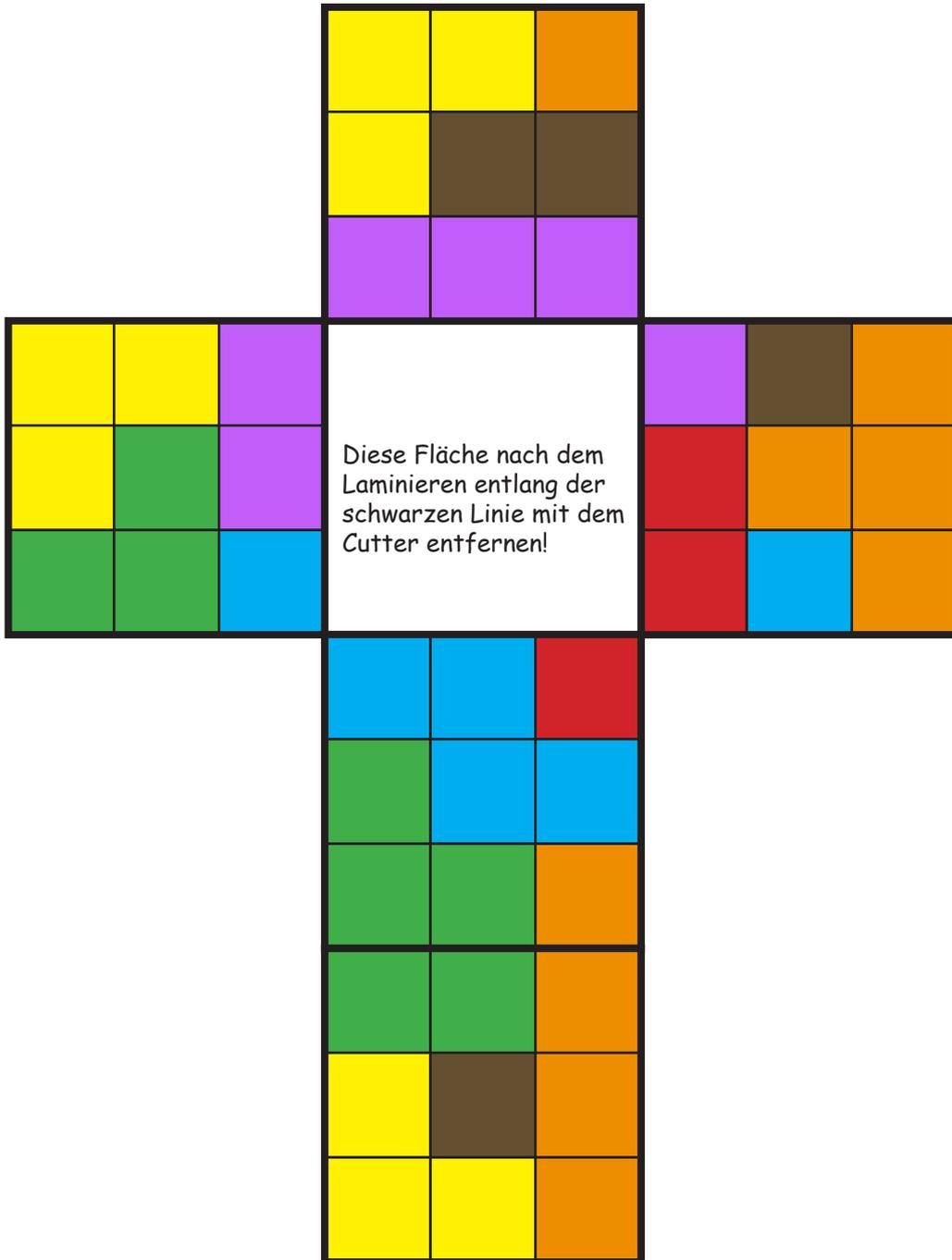
# Differenzierungsmaterial

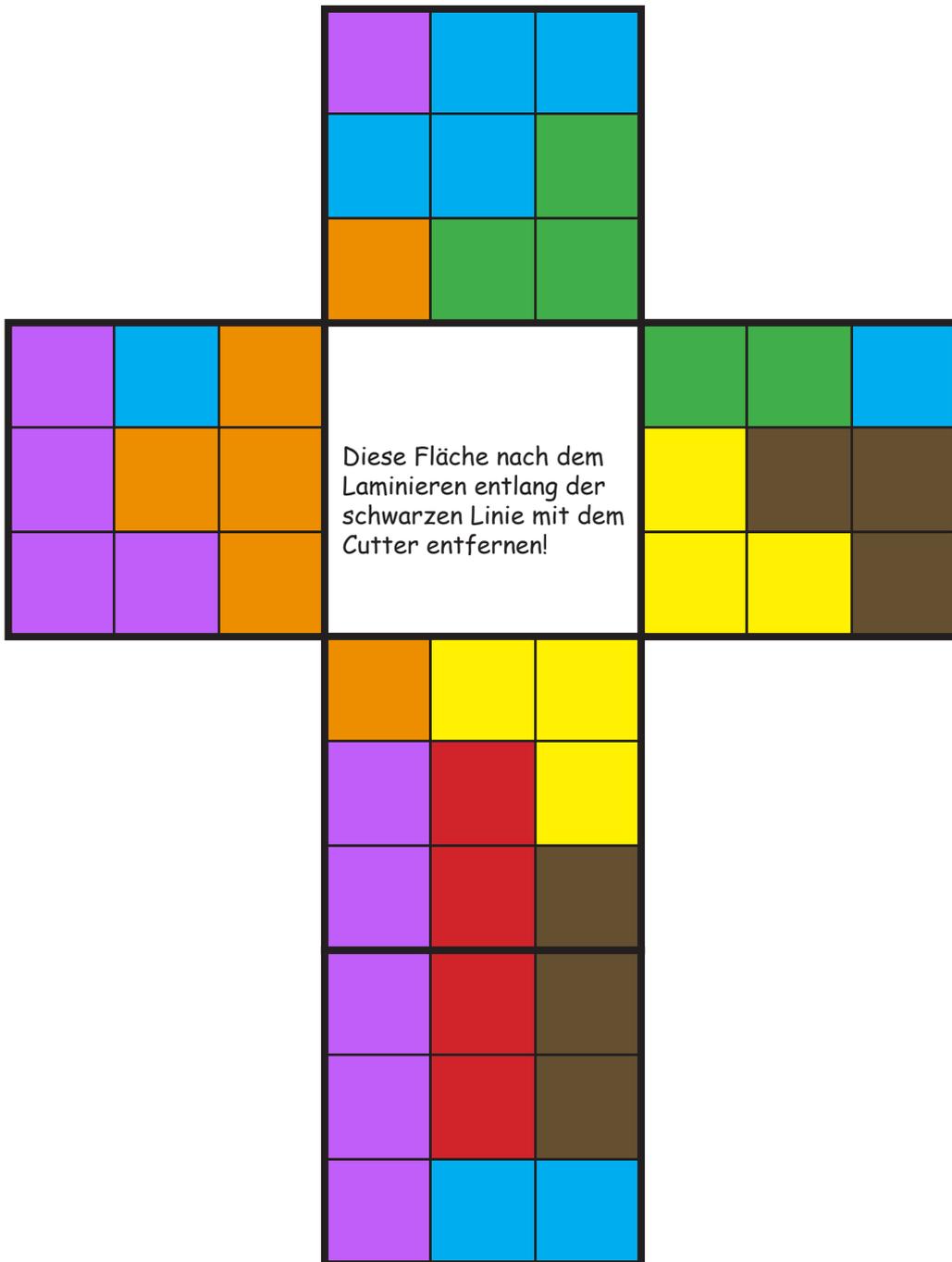
Dieses Somawürfelnetz kann auf dickeres (weißes) Papier kopiert und anschließend ausgeschnitten werden. Es kann von den Kindern beliebig gefärbt und gefaltet werden und so der Differenzierung dienen.

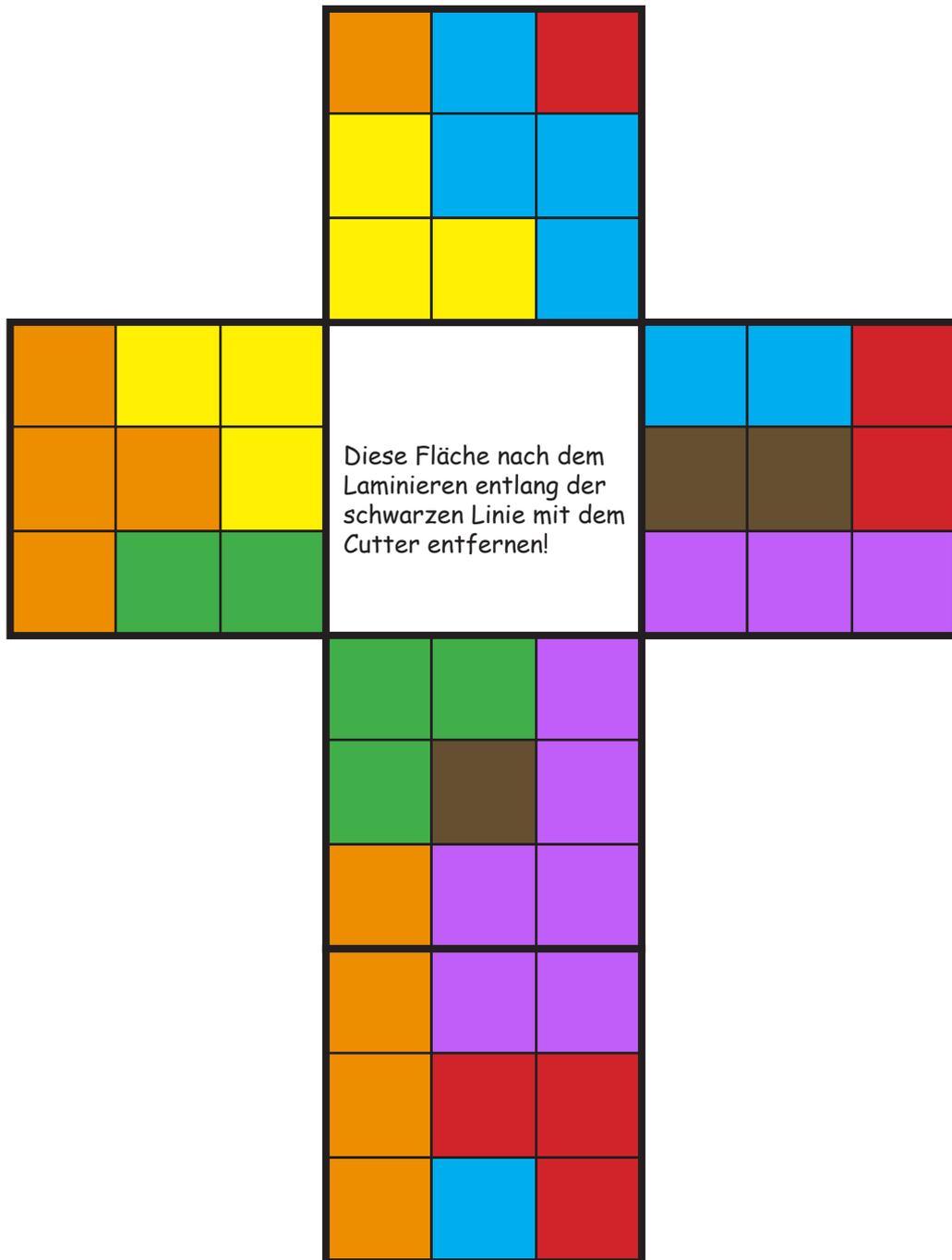


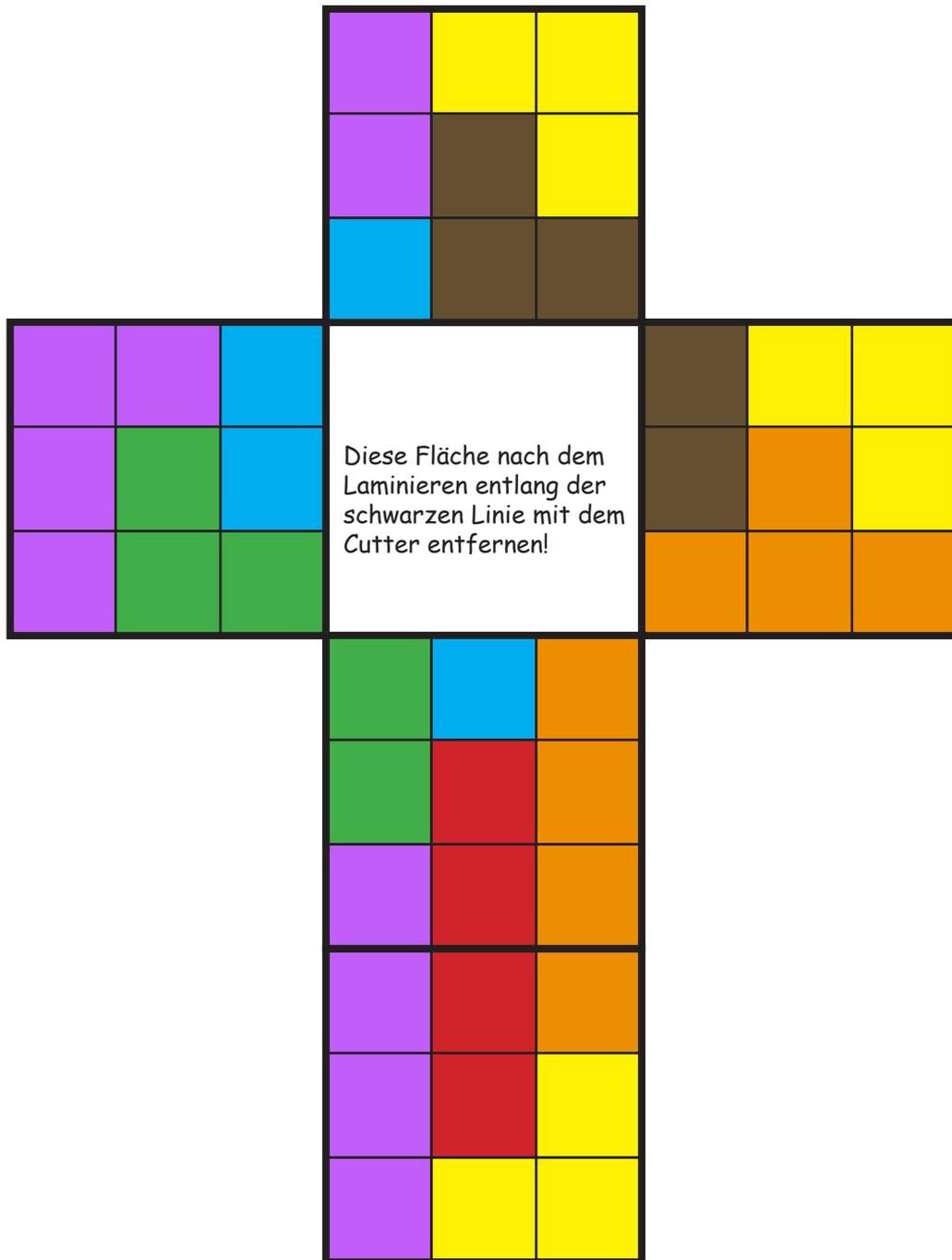


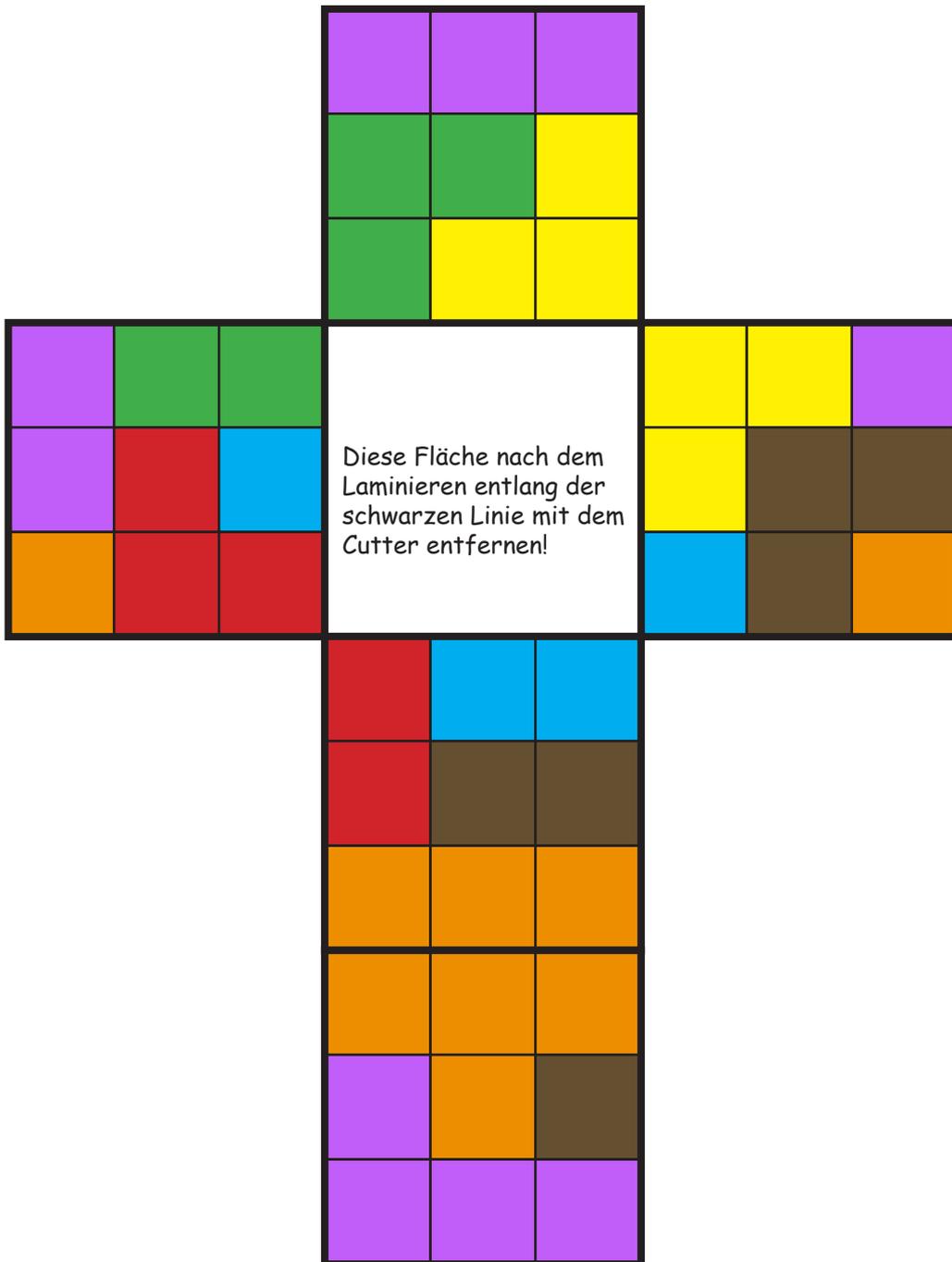


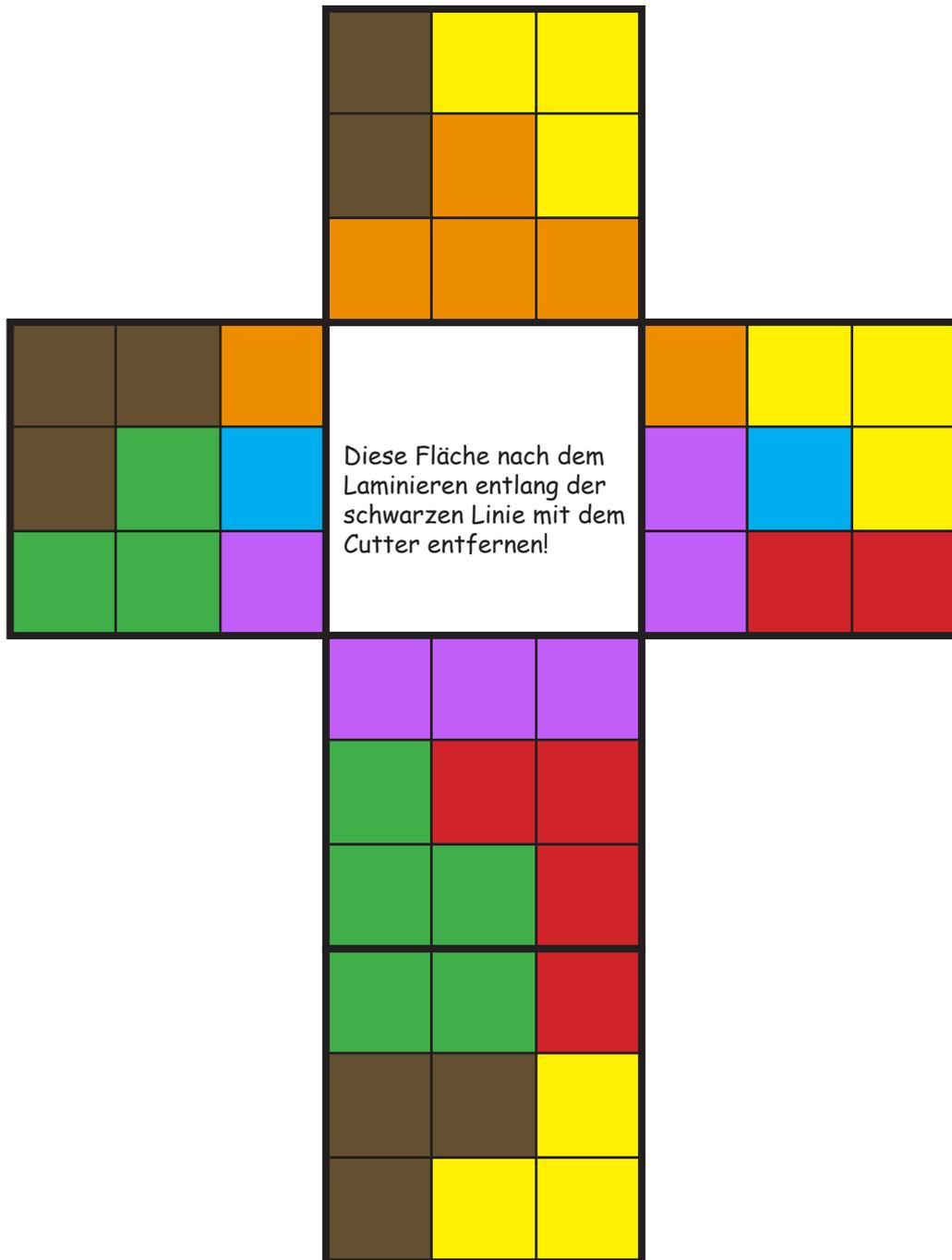


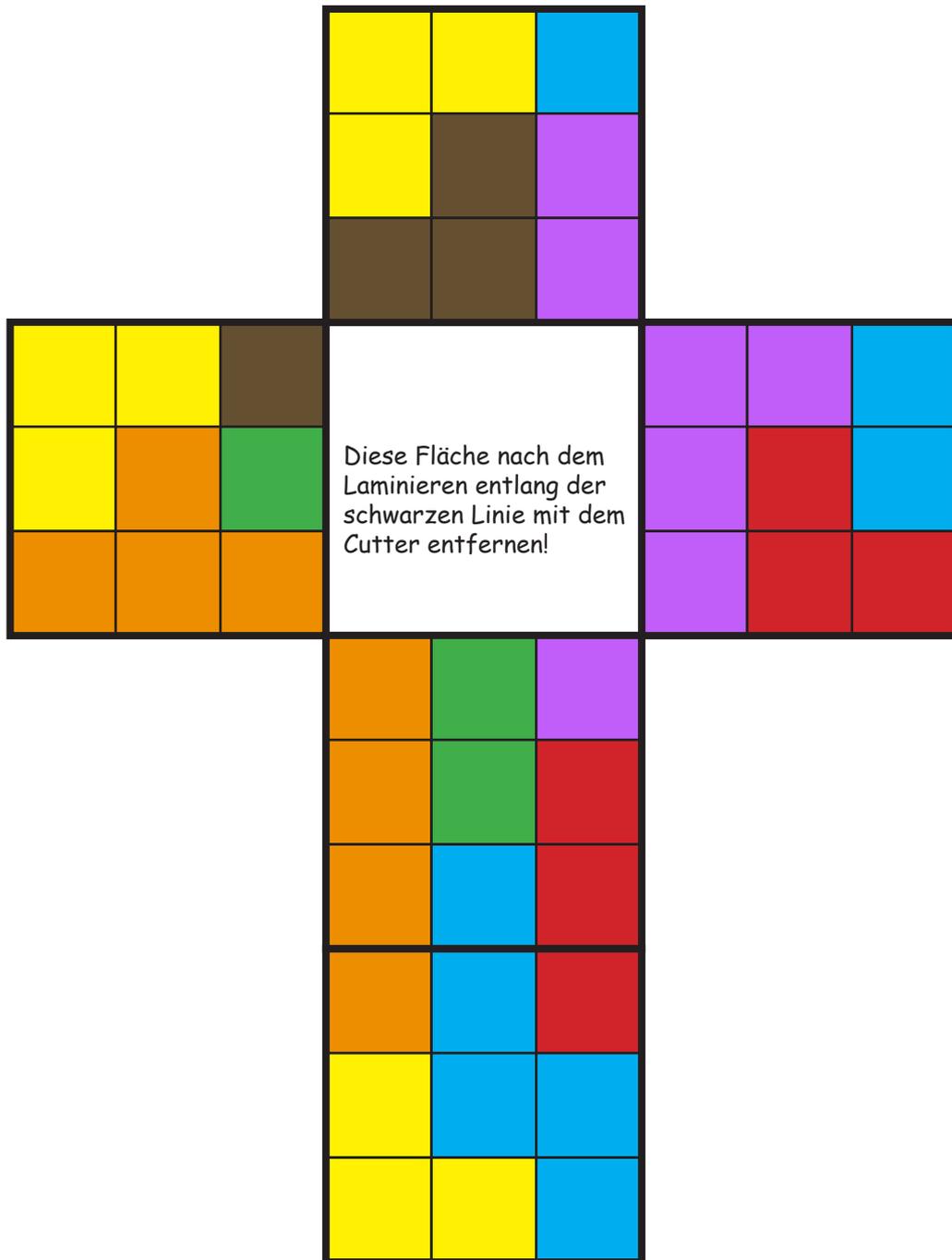


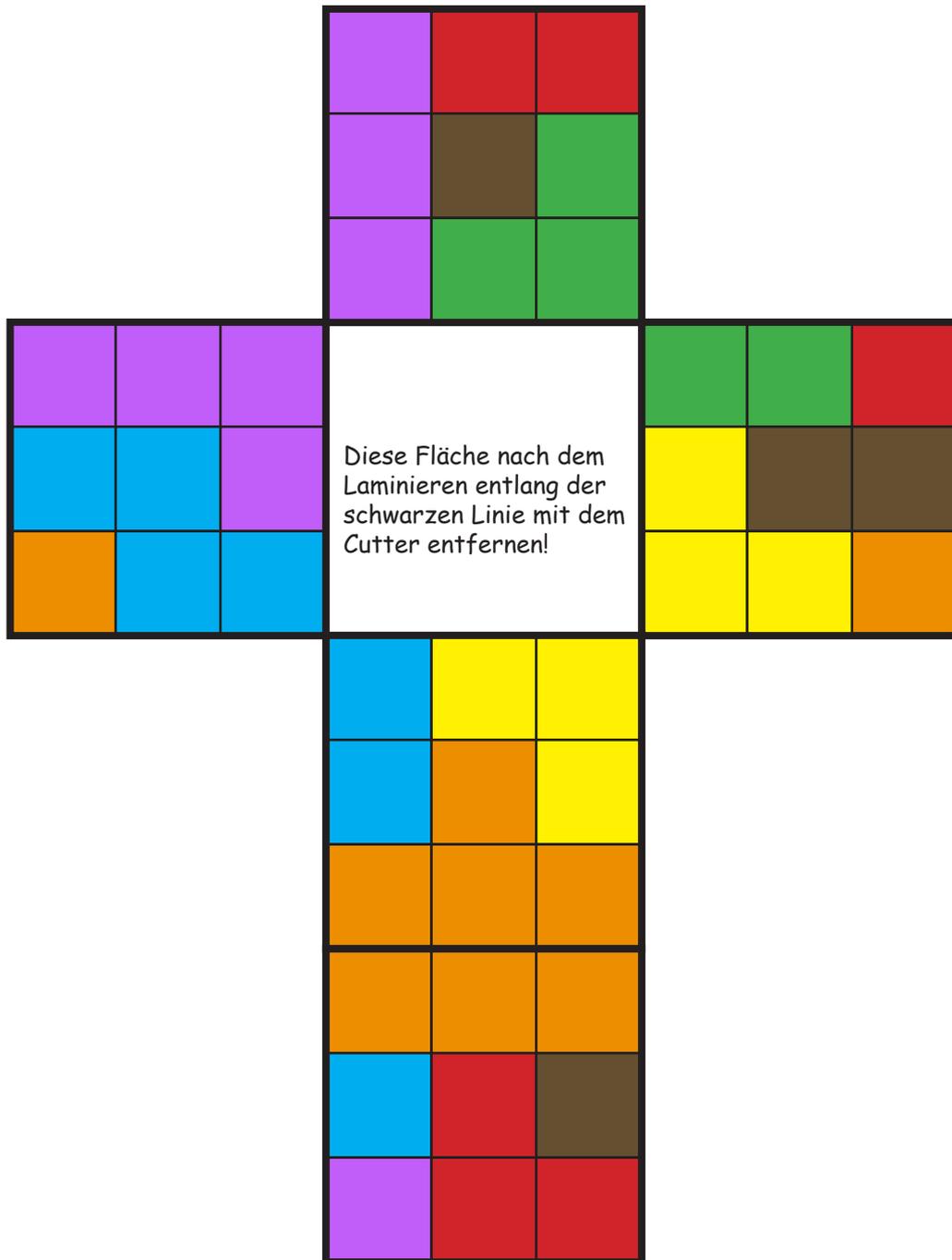


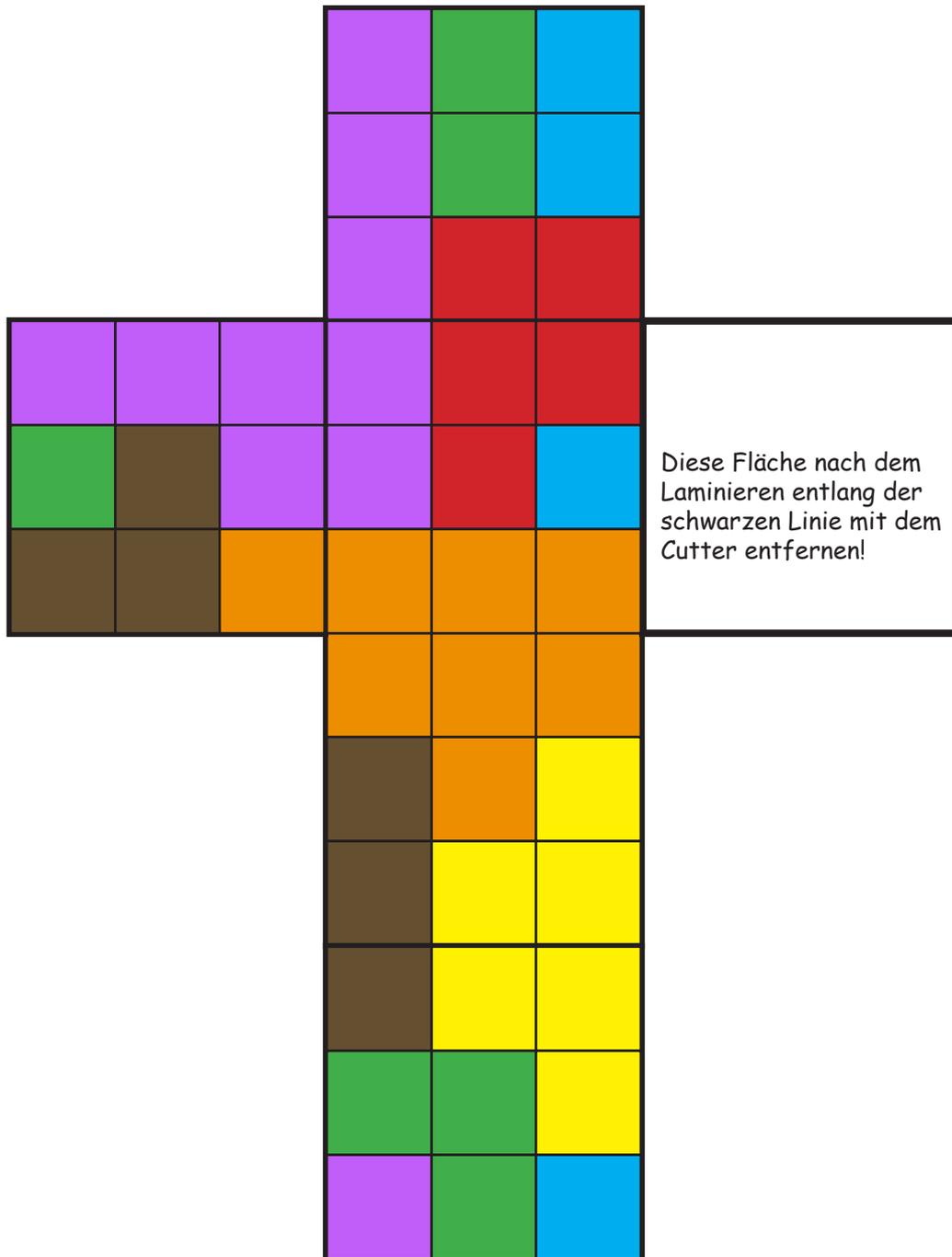


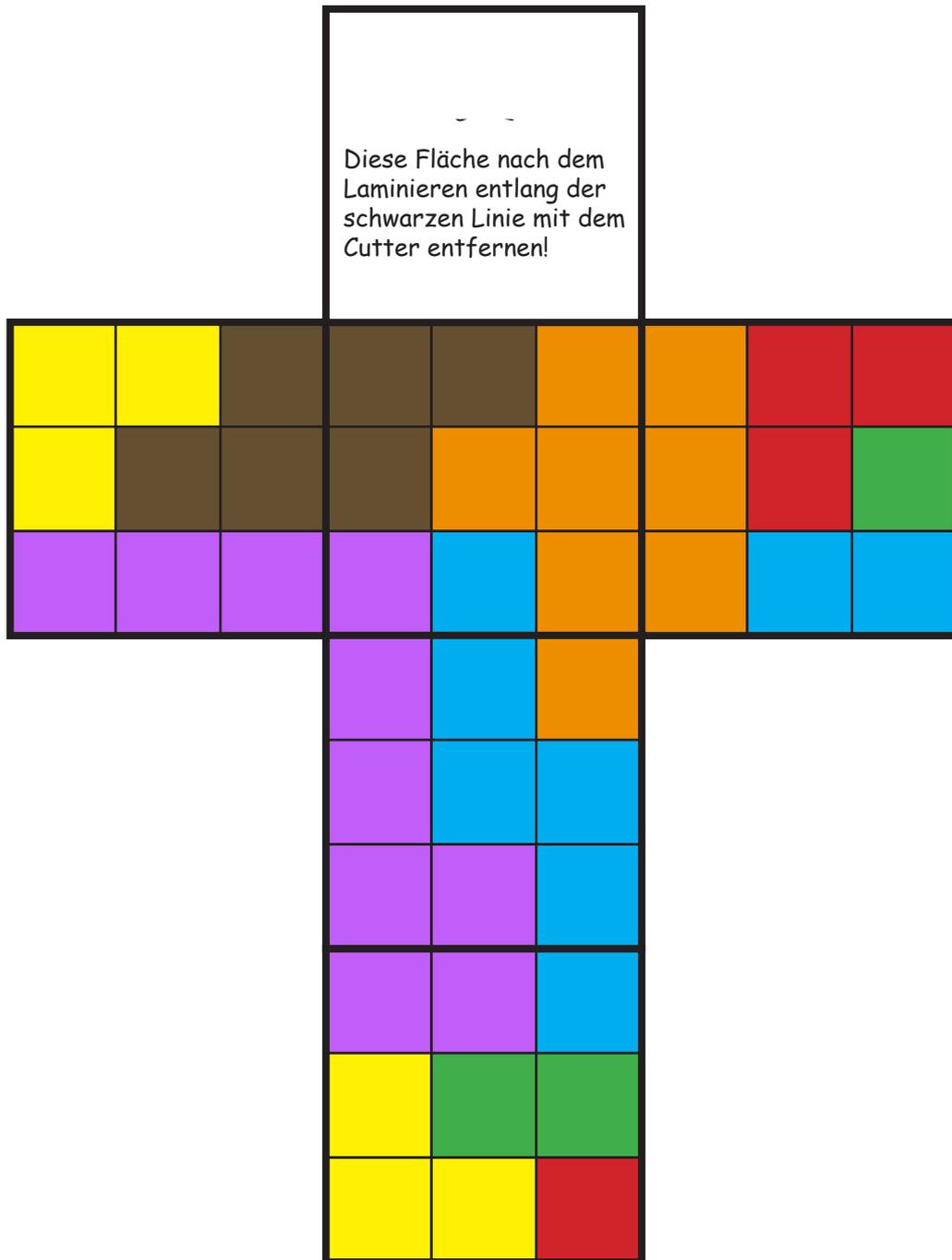


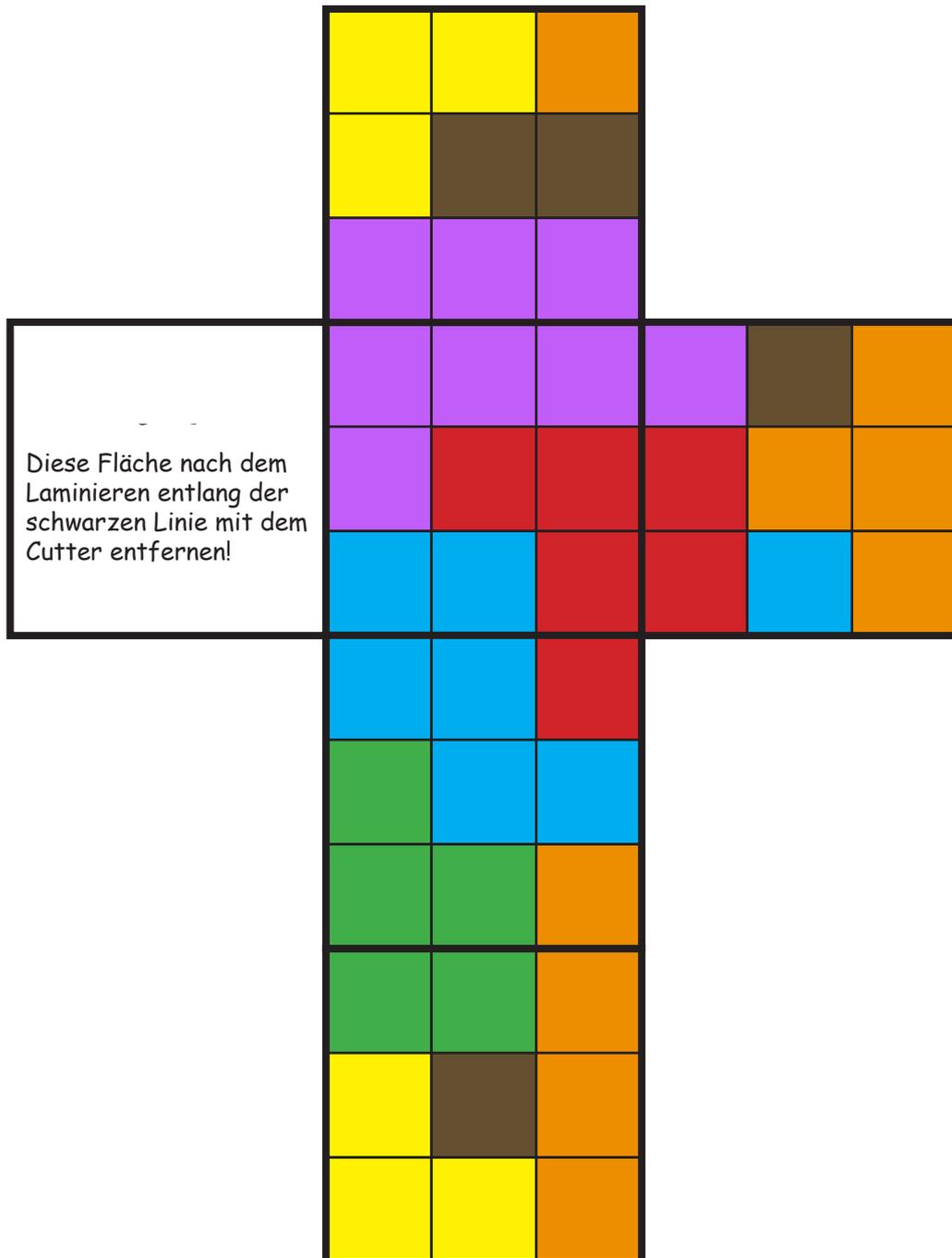


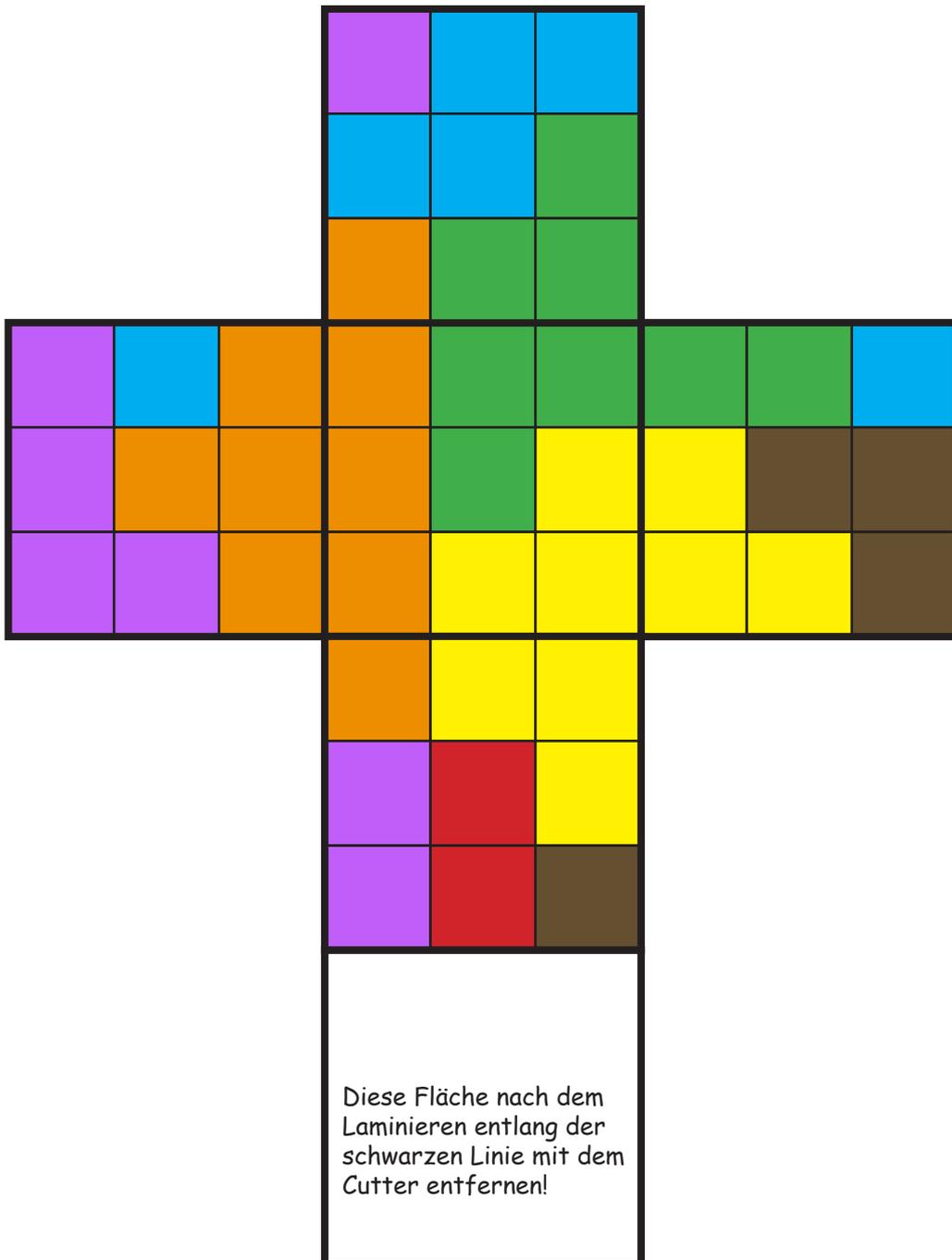


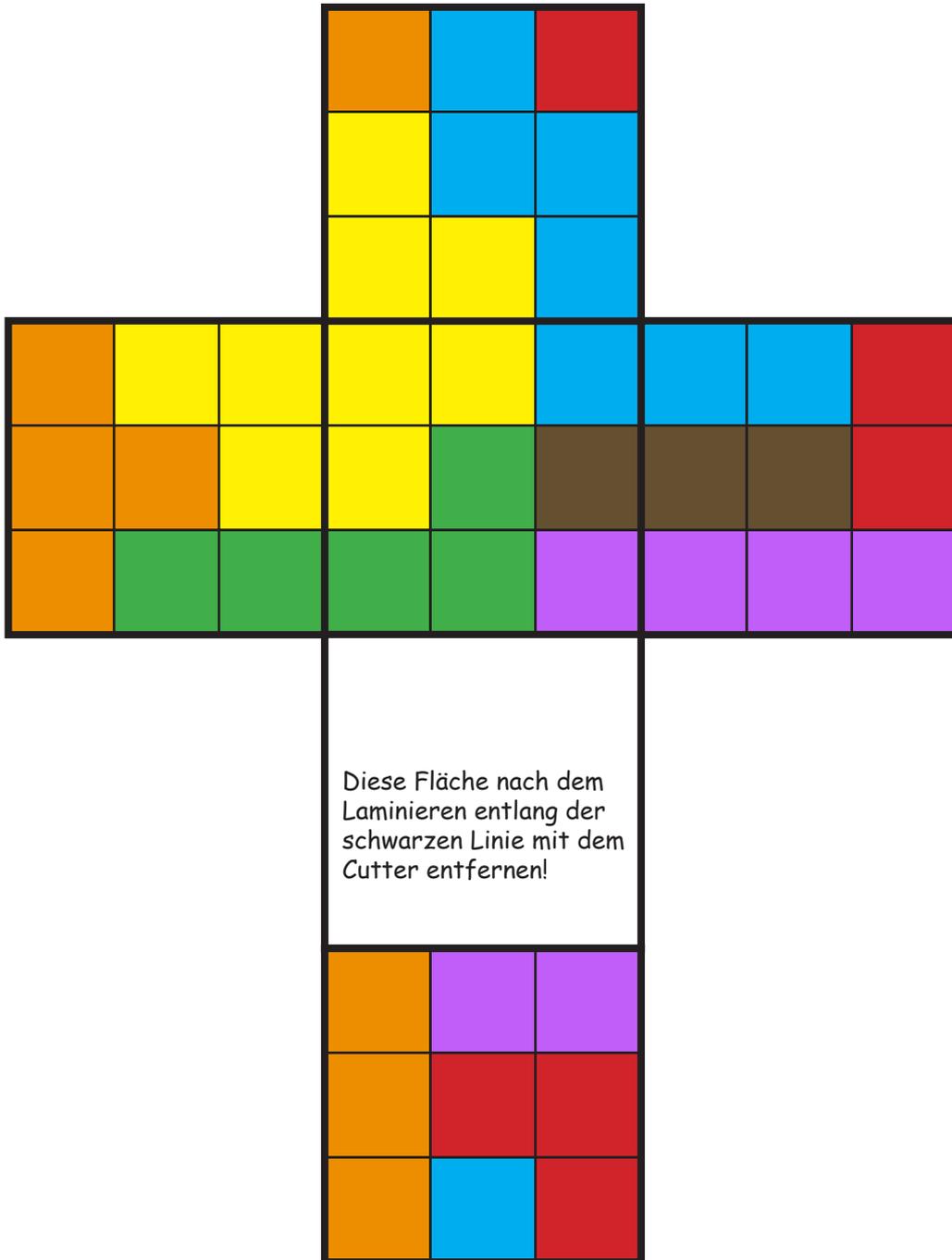


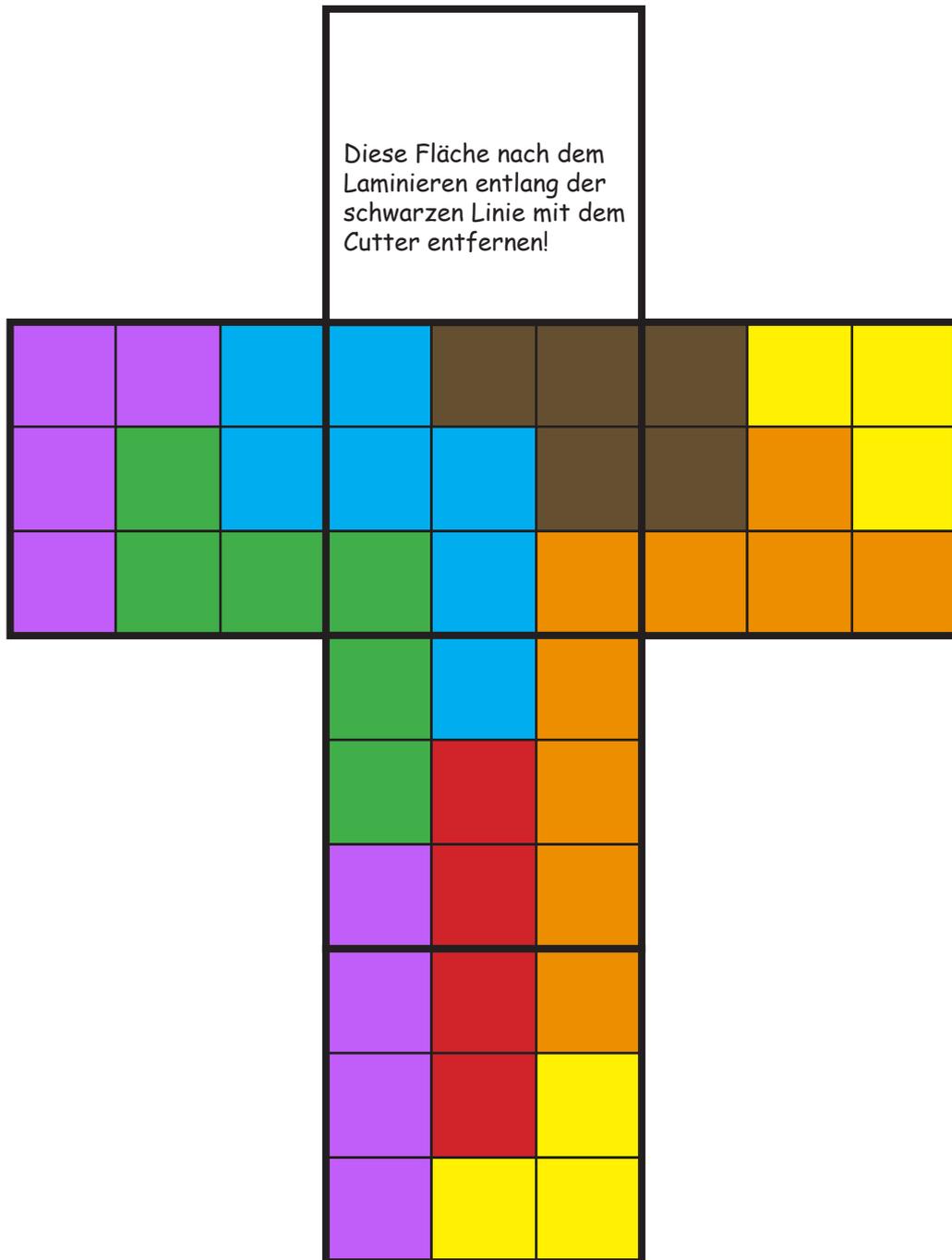


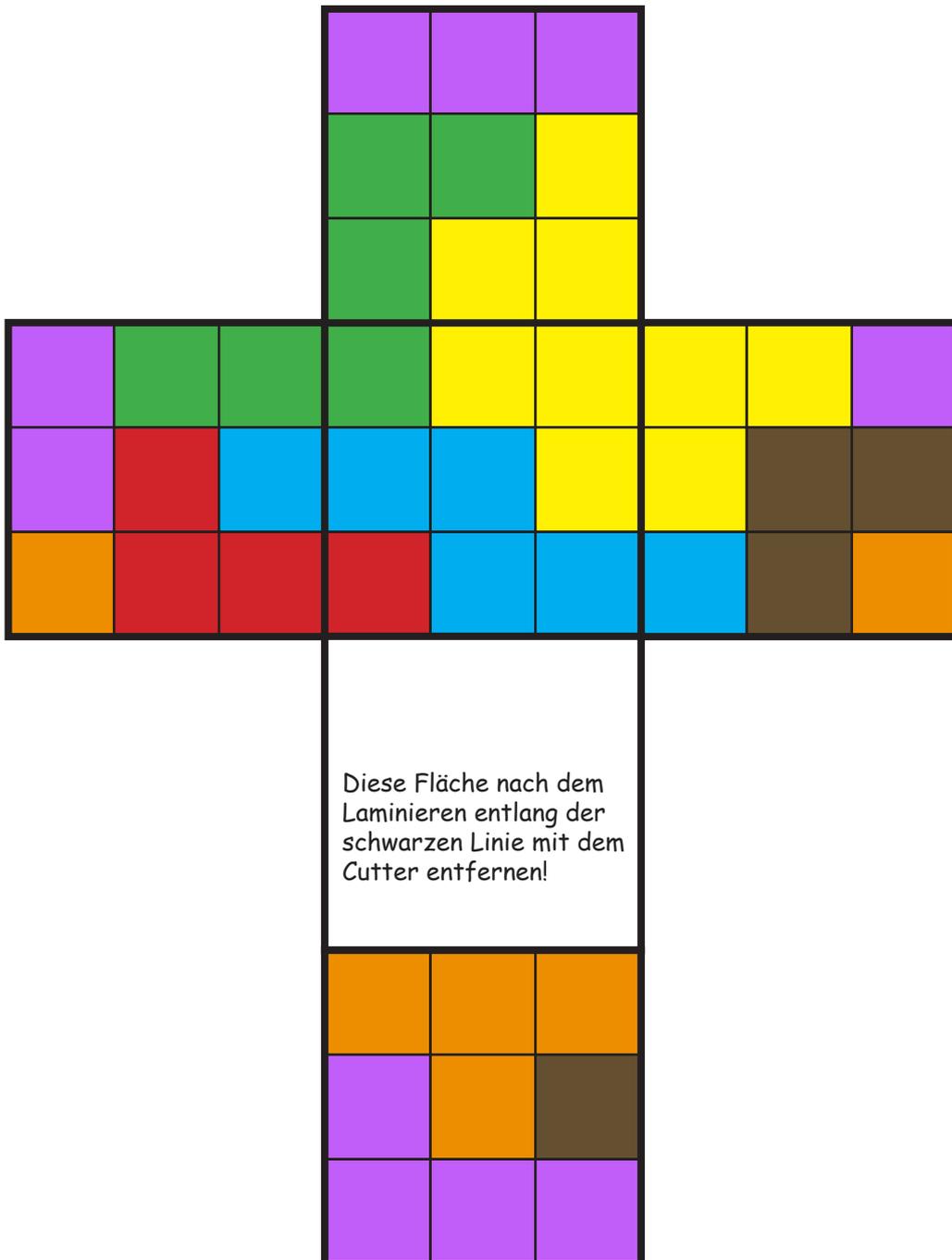


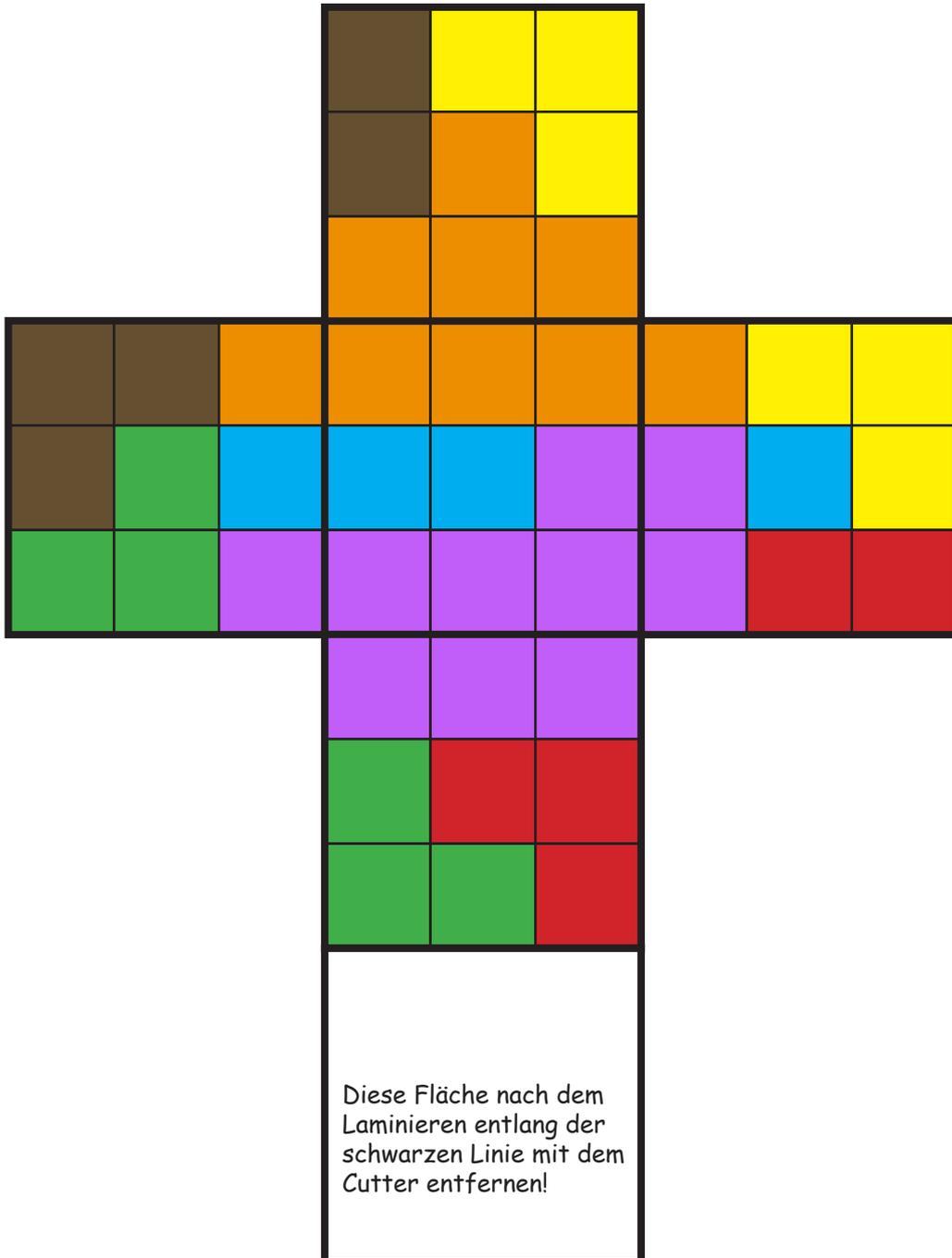


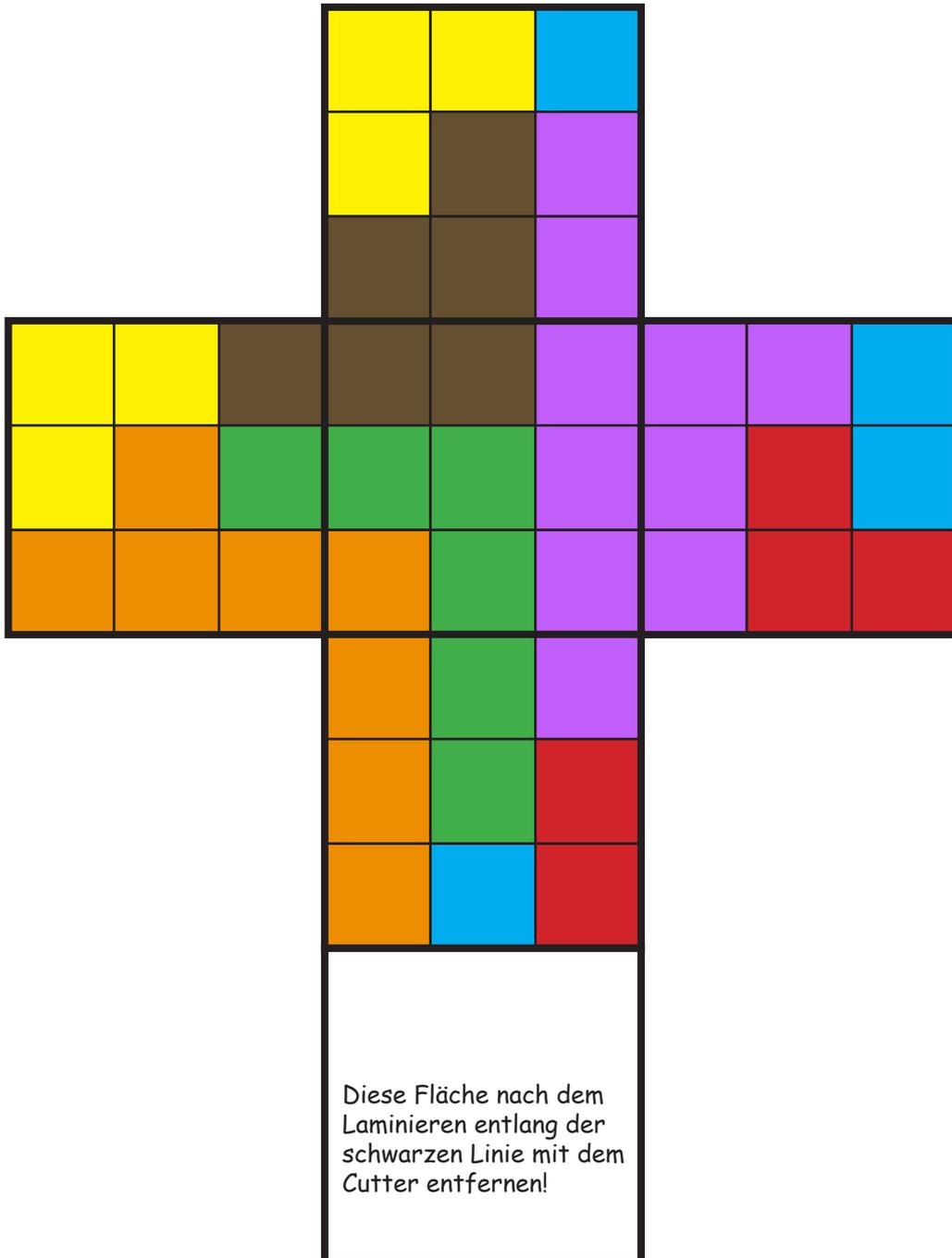


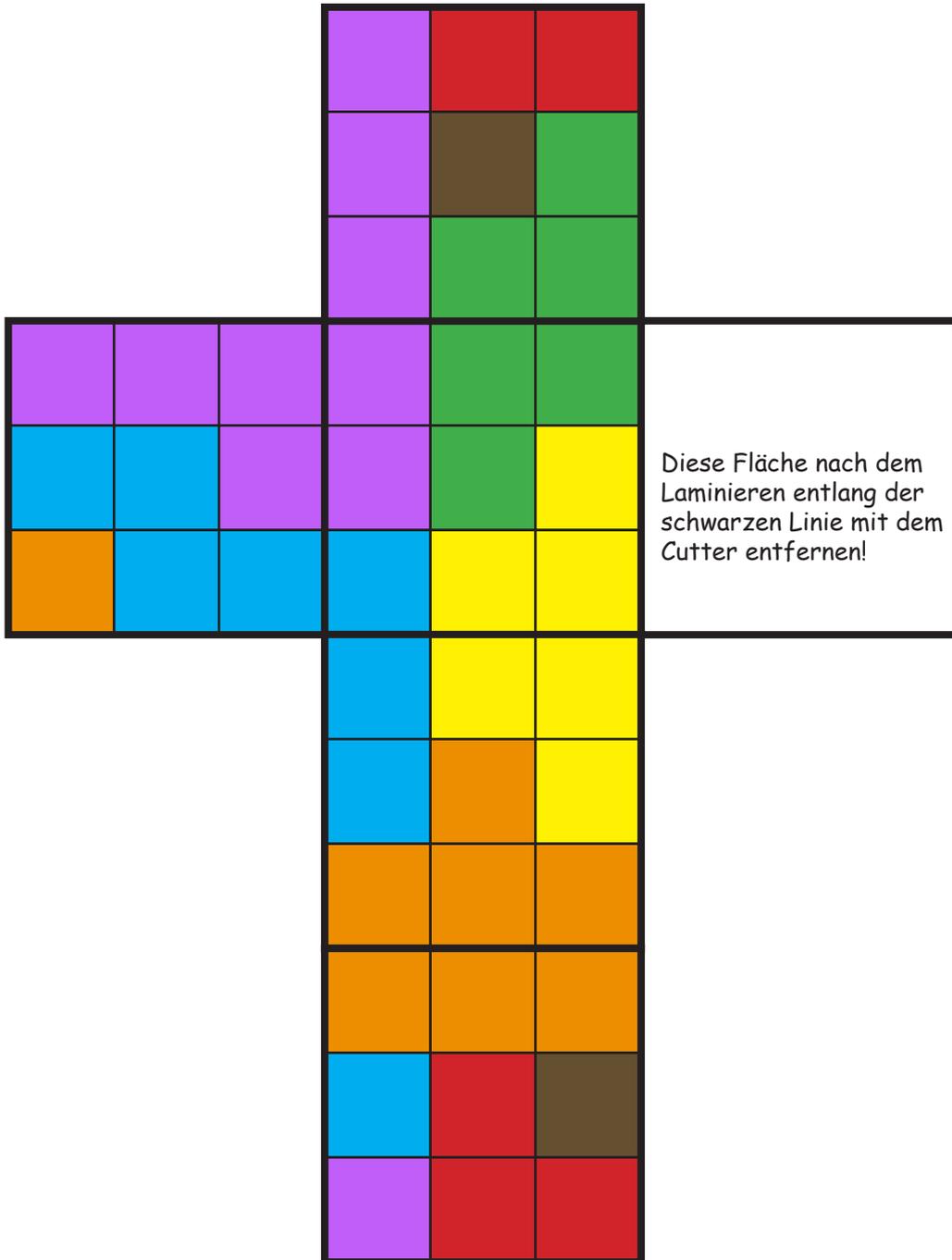


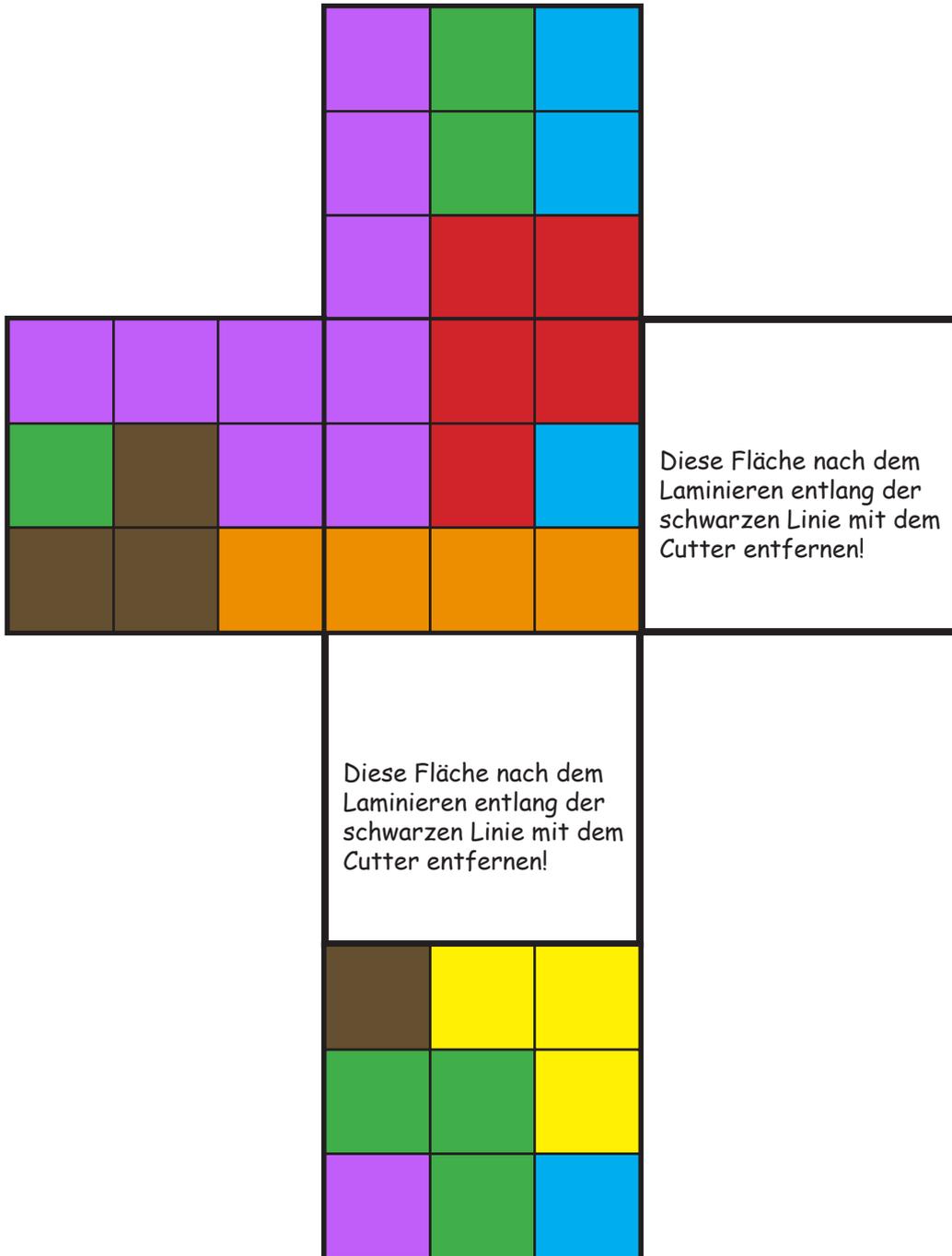


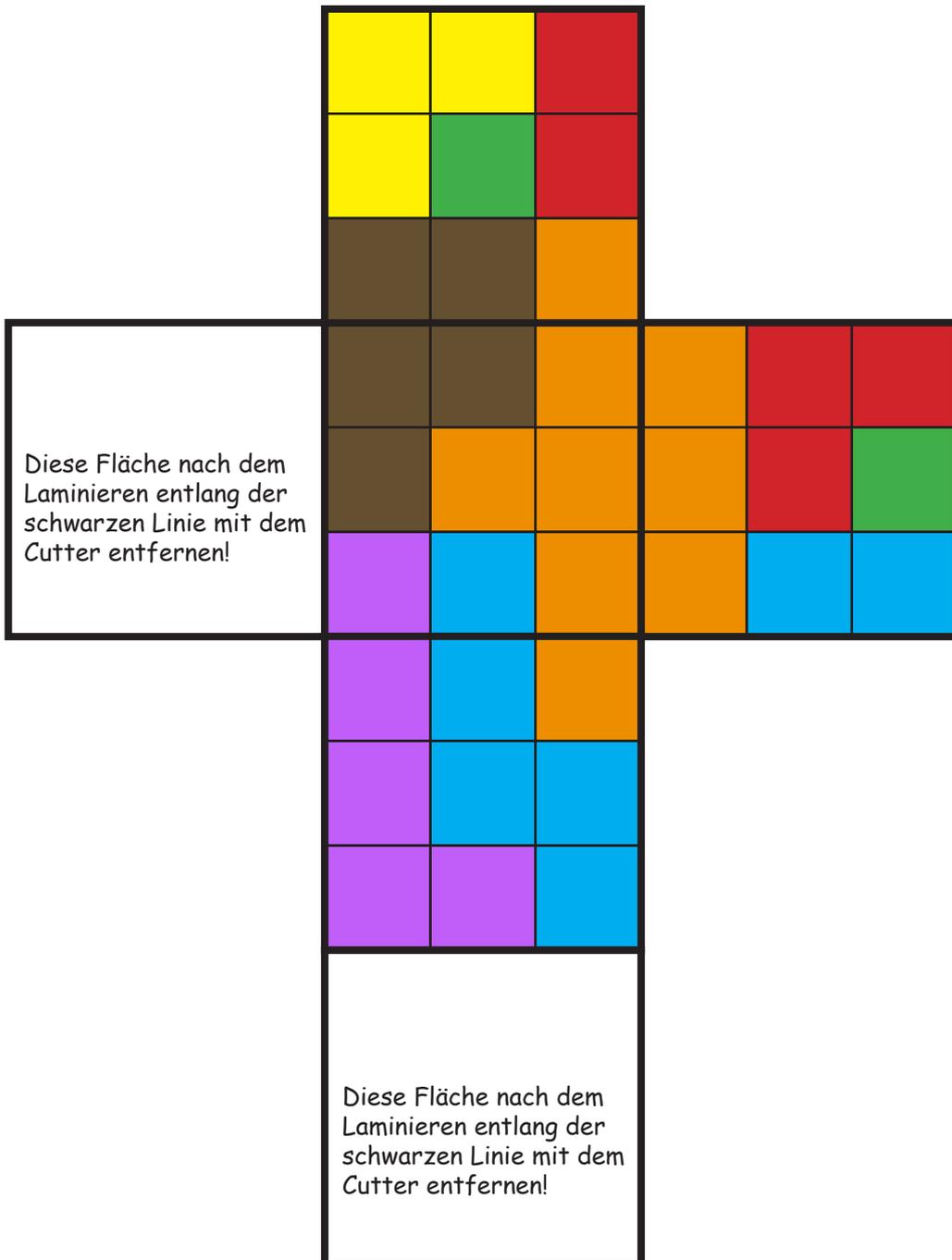


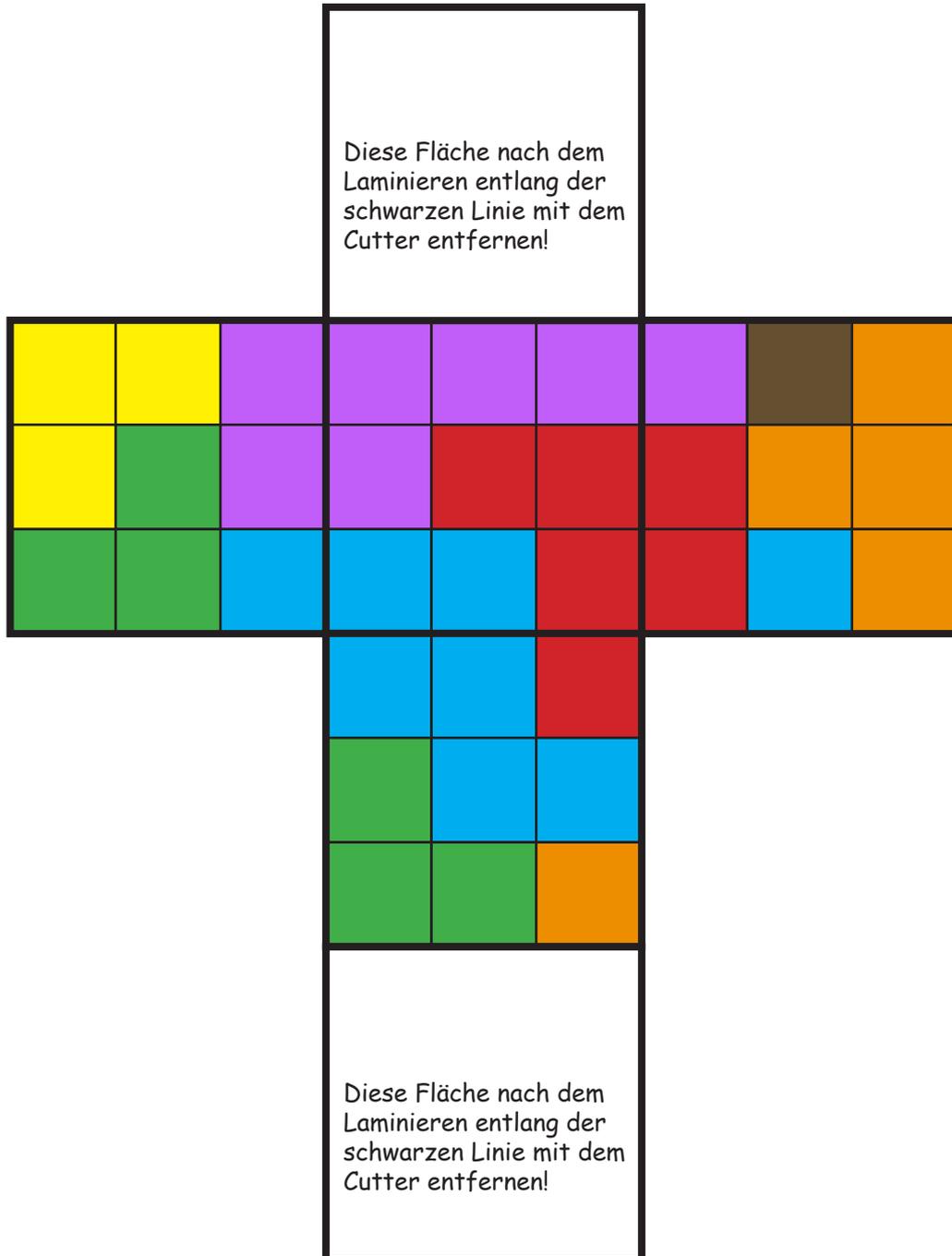


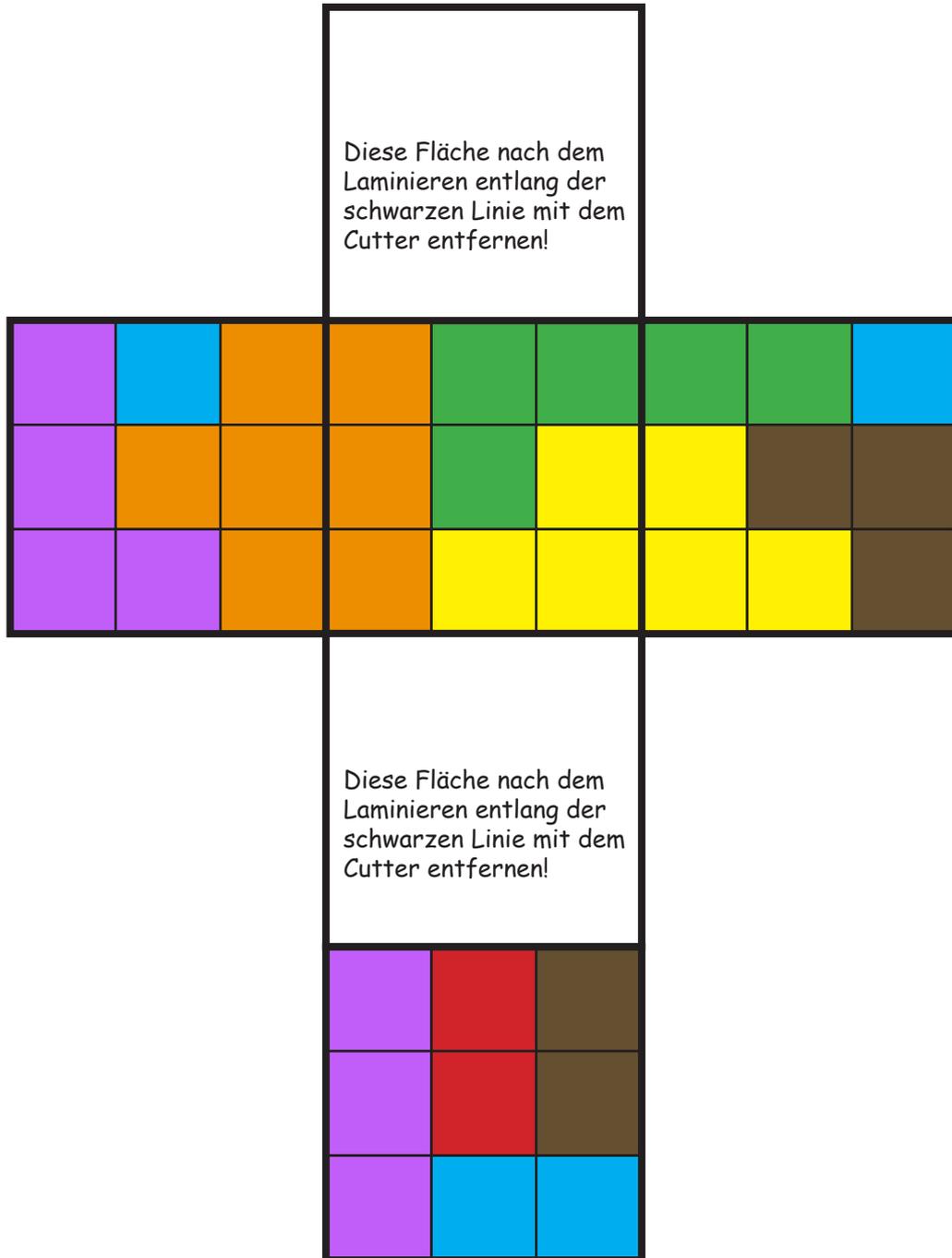


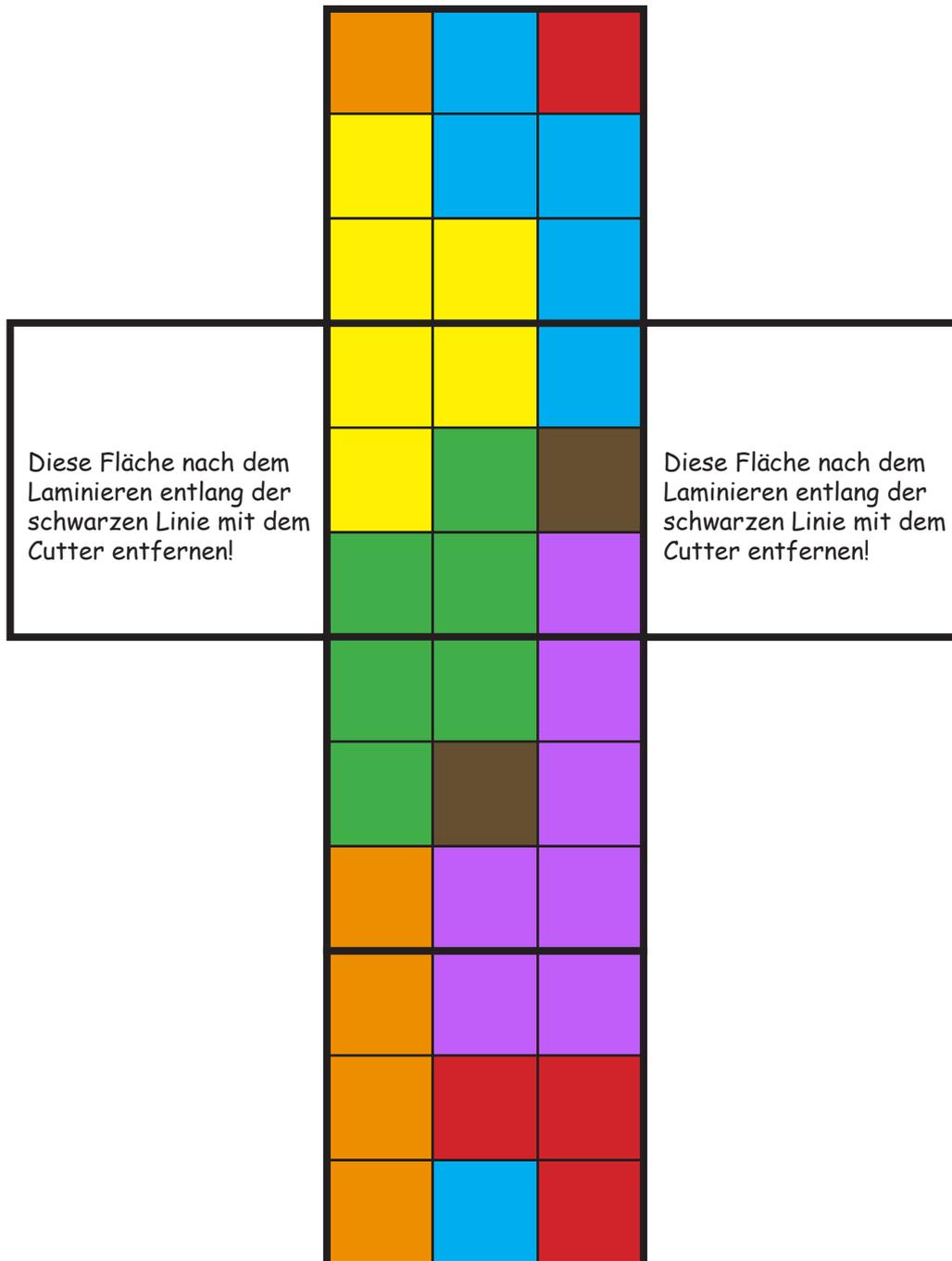


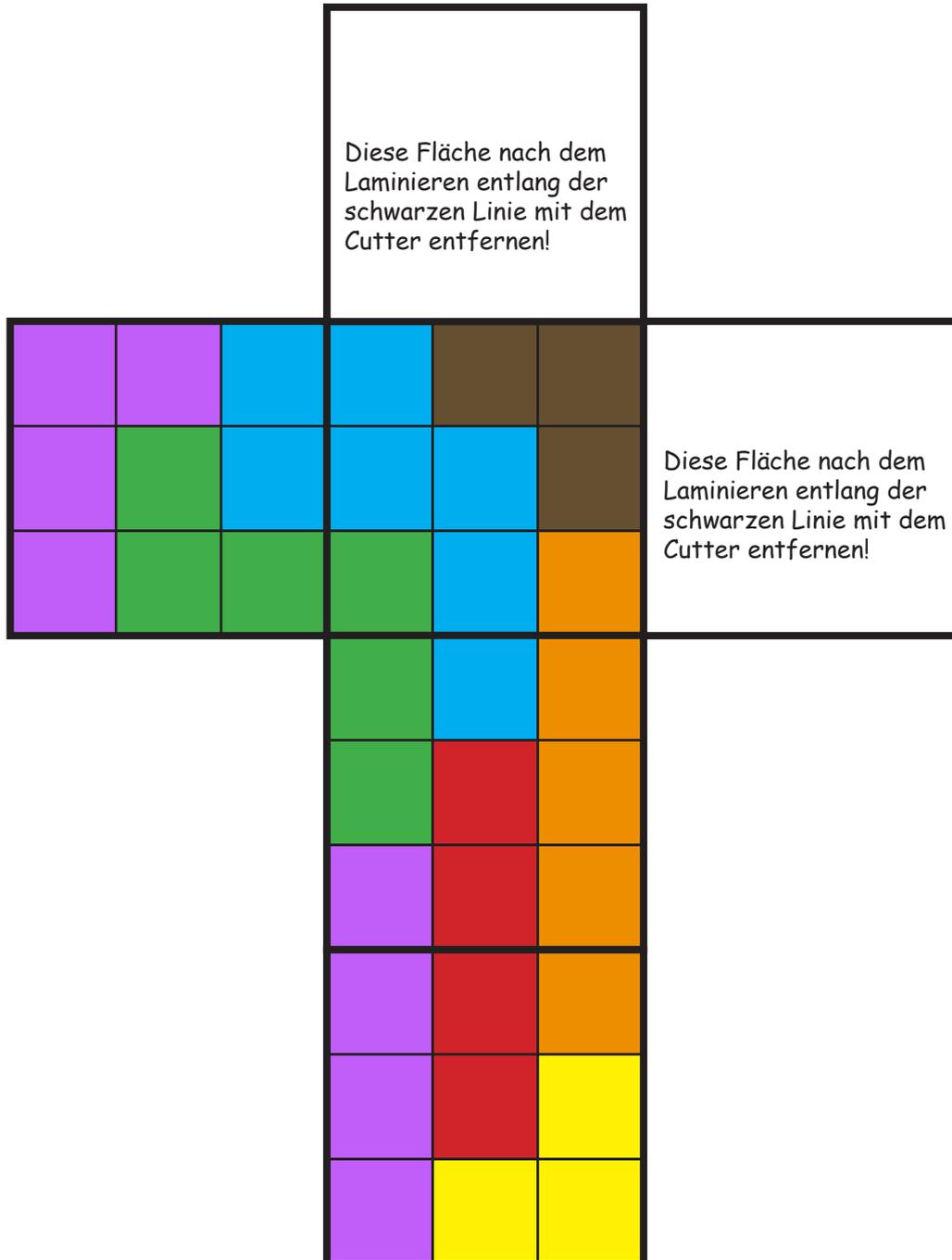


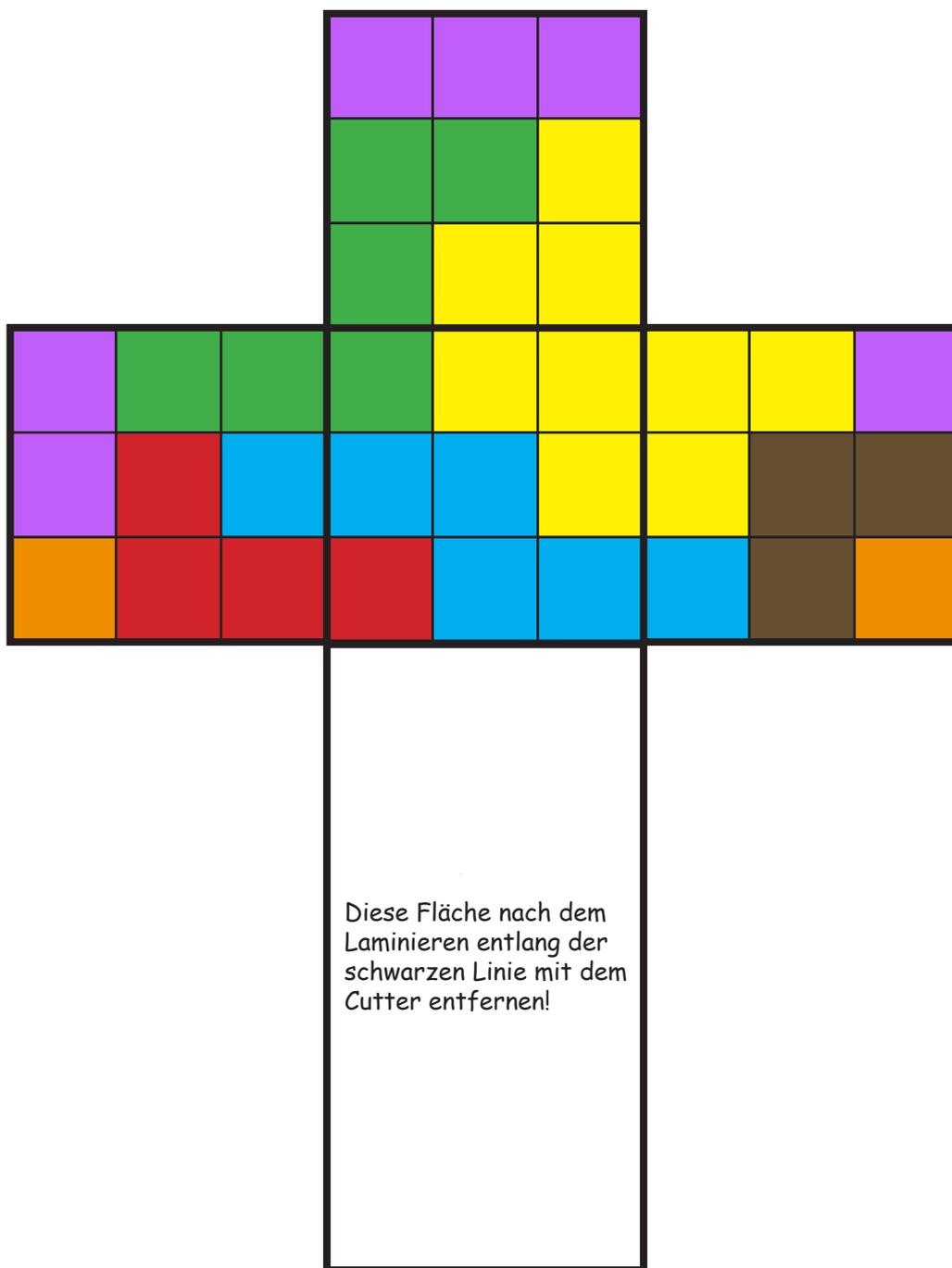


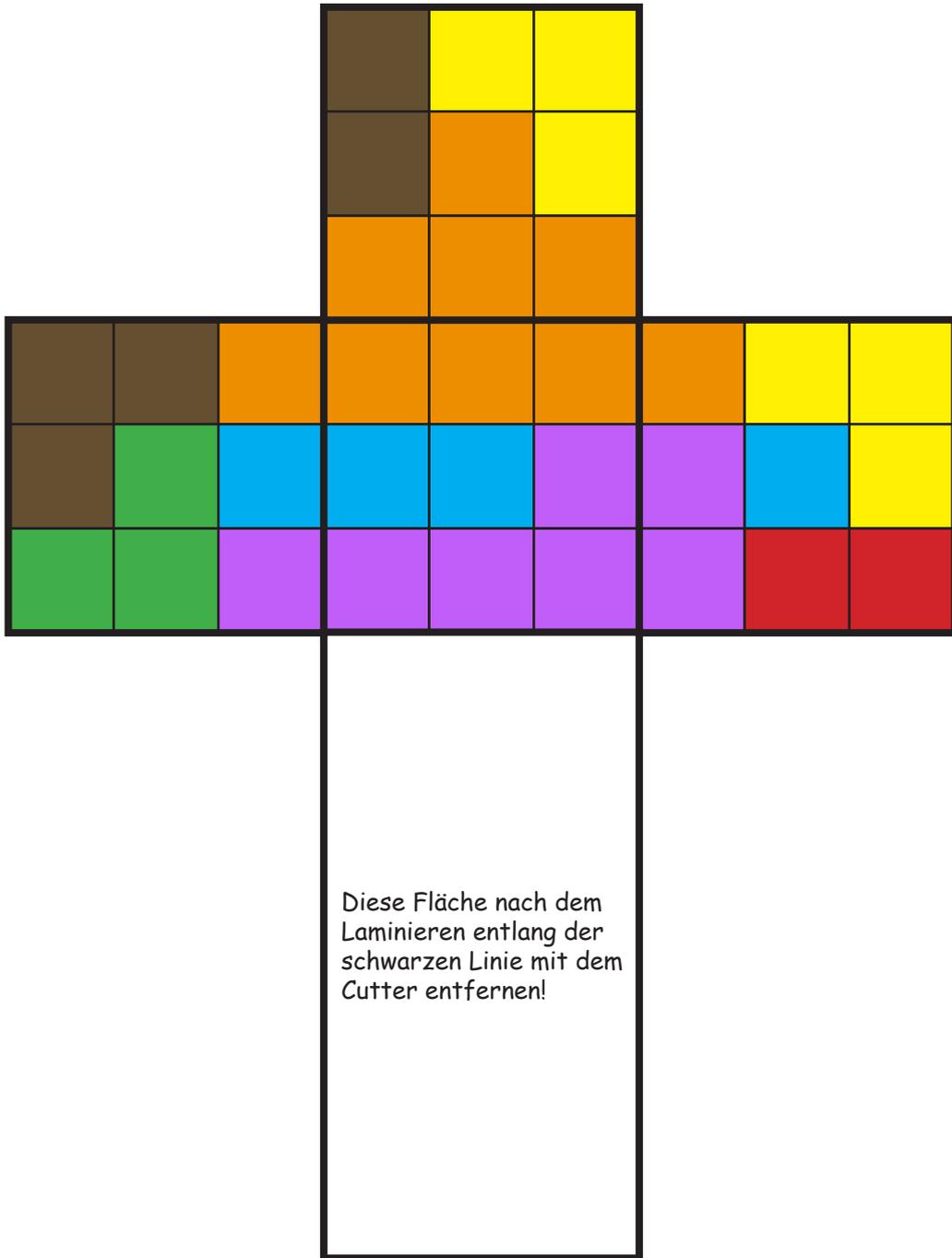






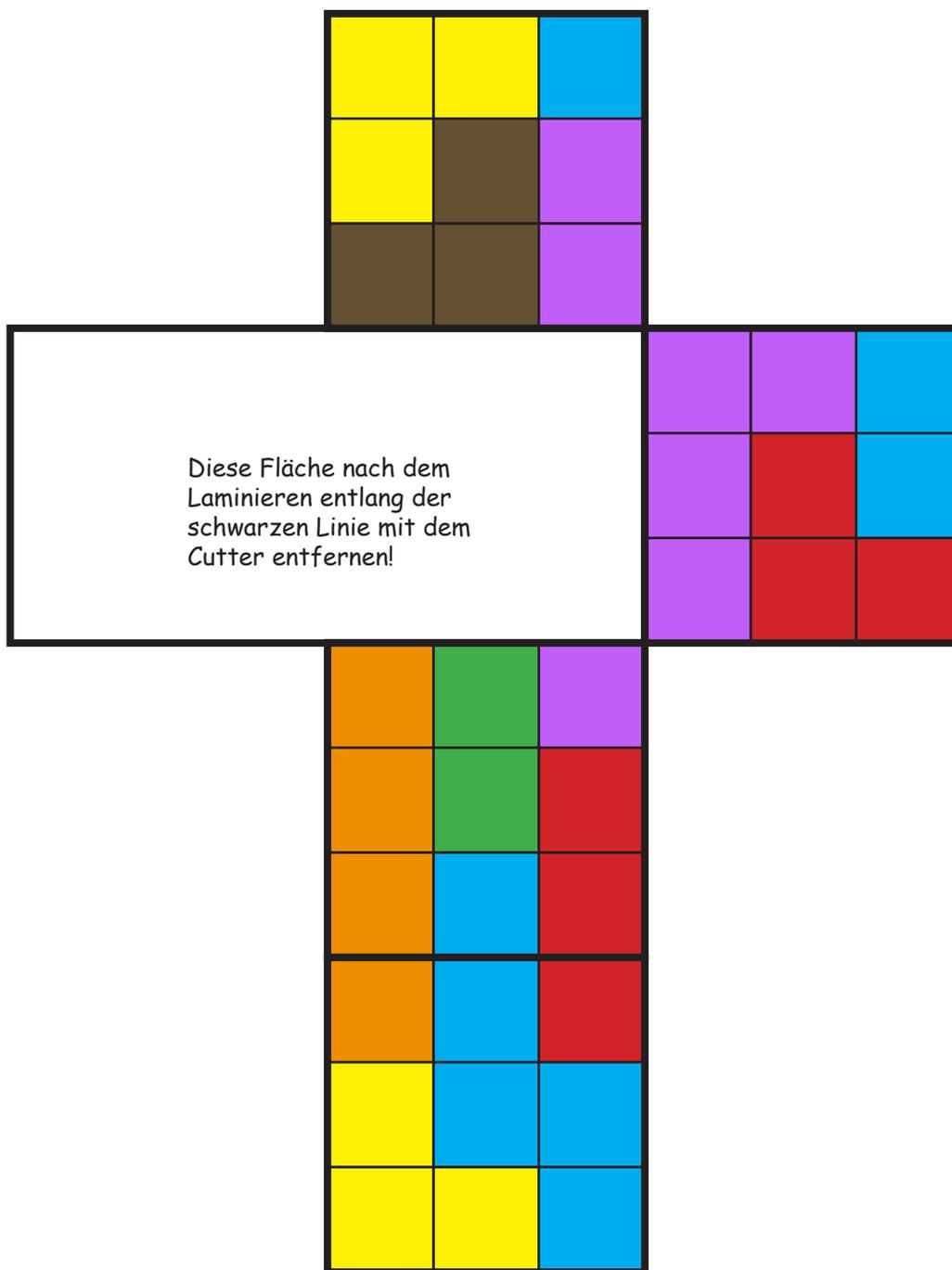


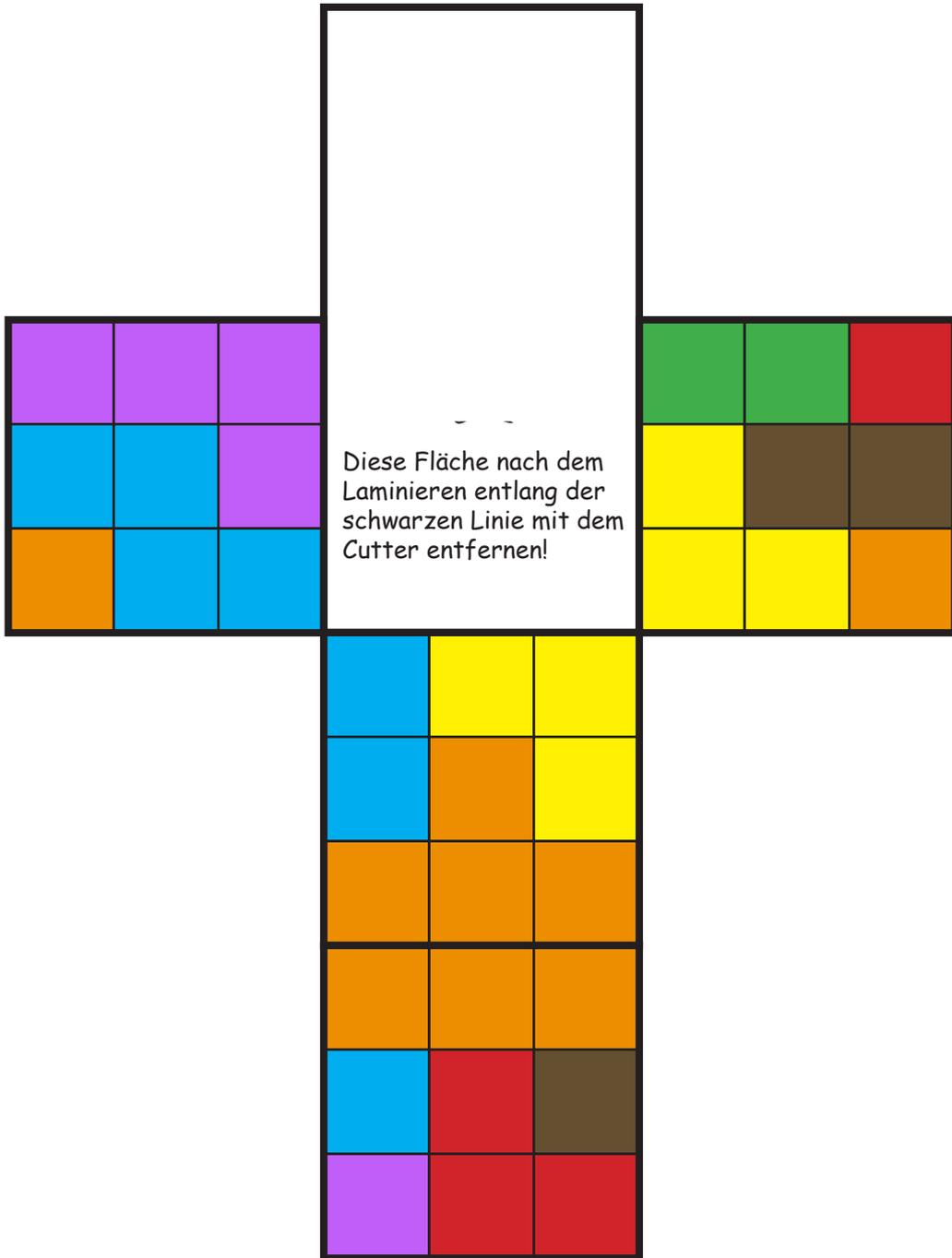


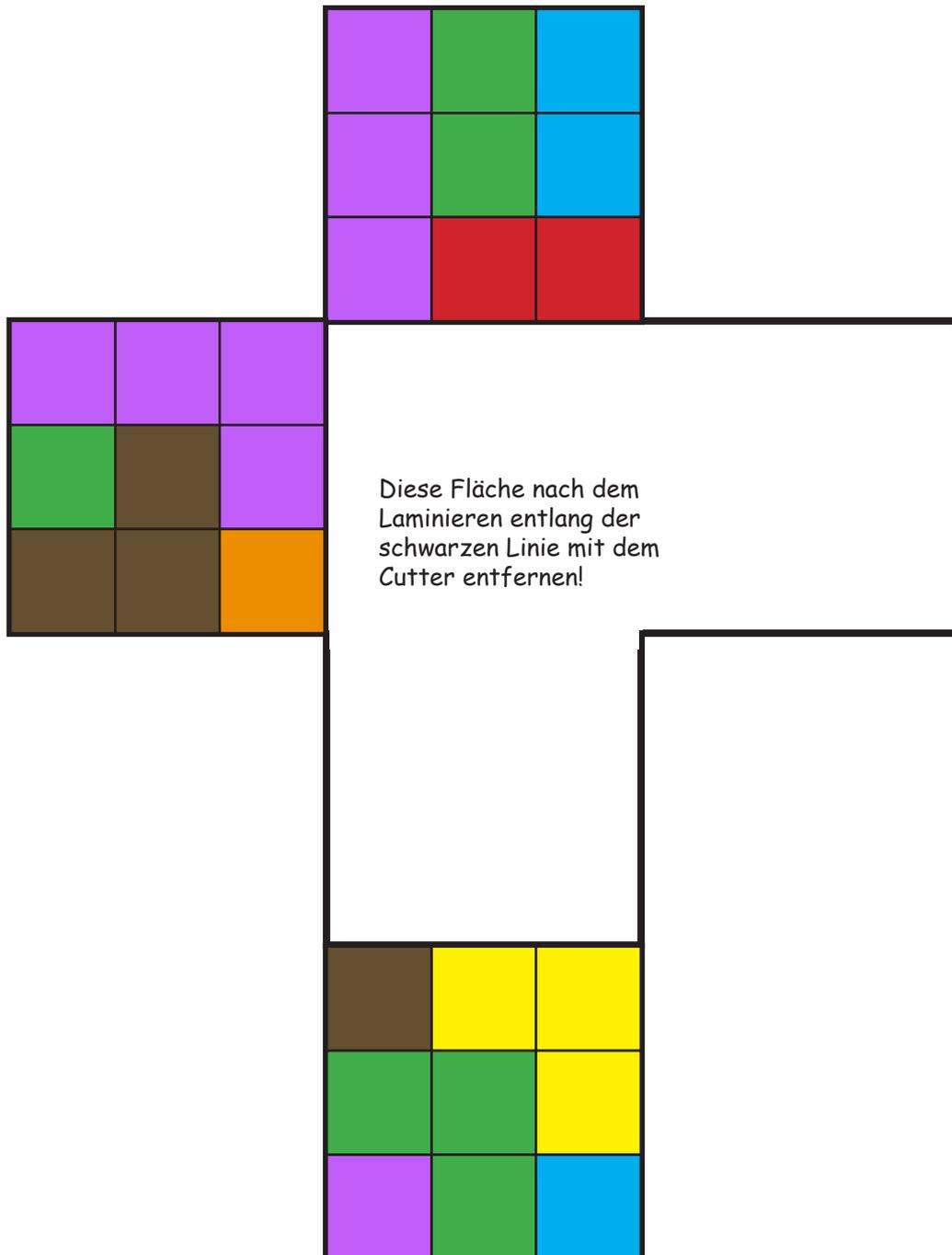


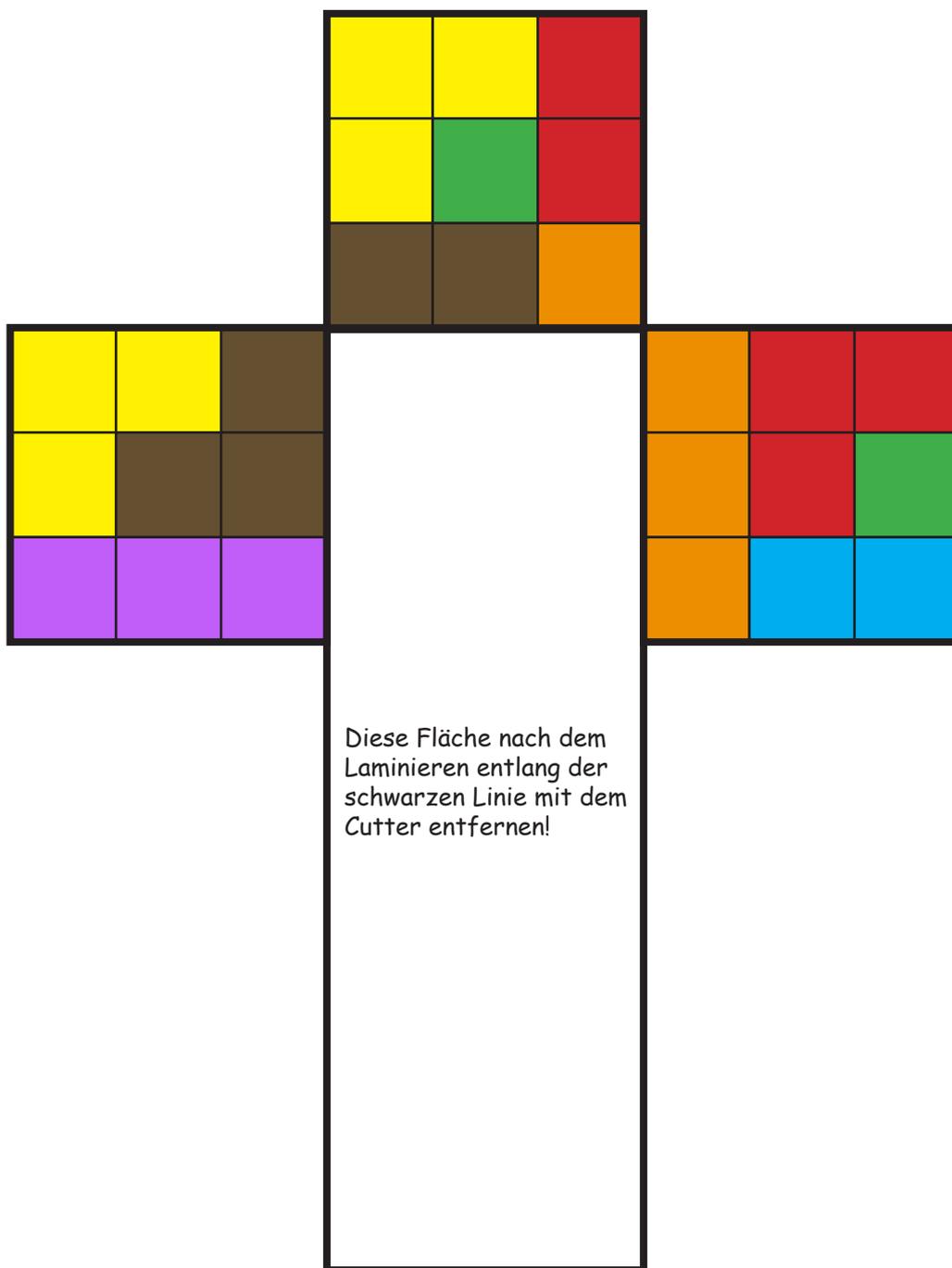
Diese Fläche nach dem Laminieren entlang der schwarzen Linie mit dem Cutter entfernen!

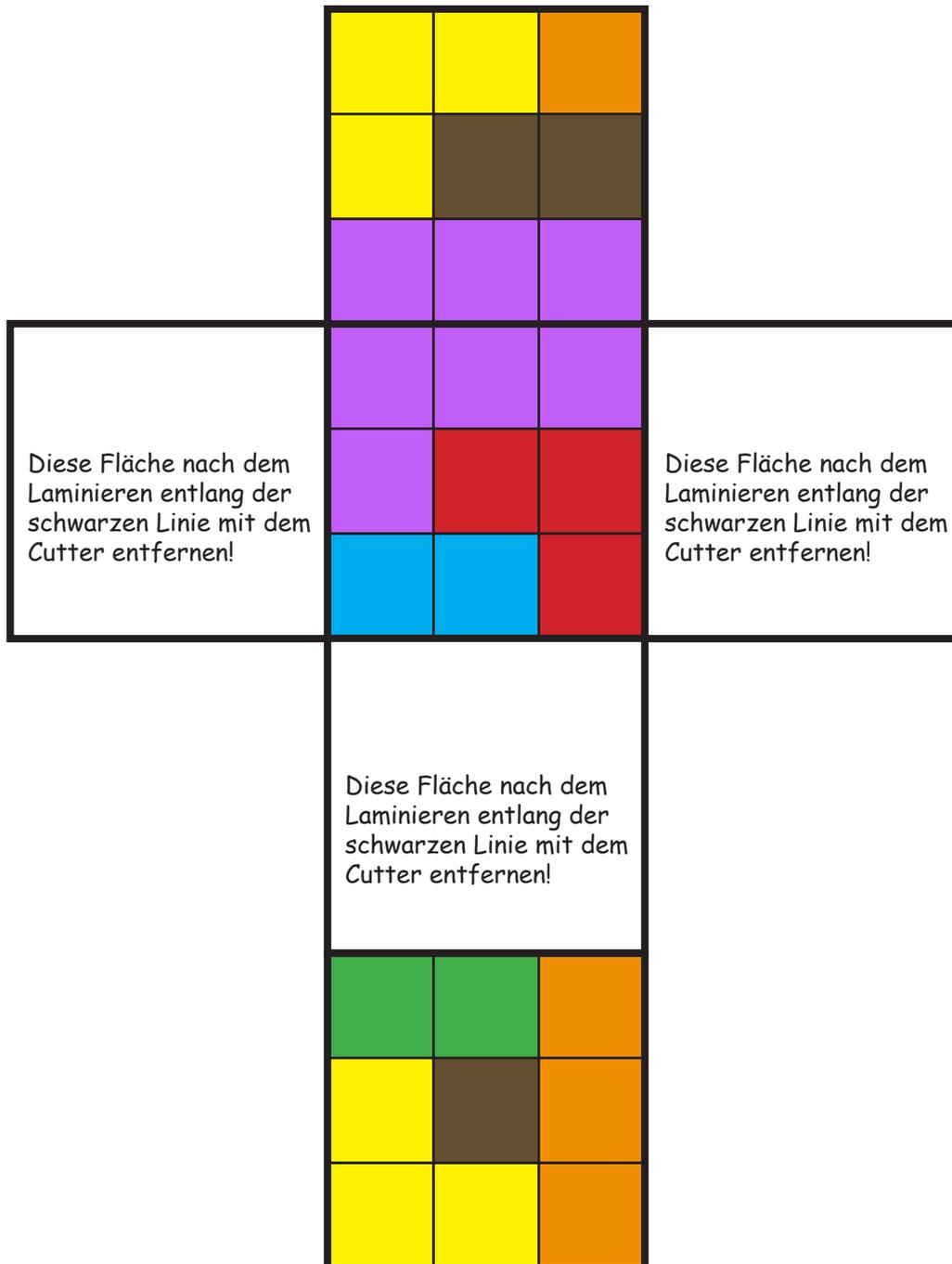


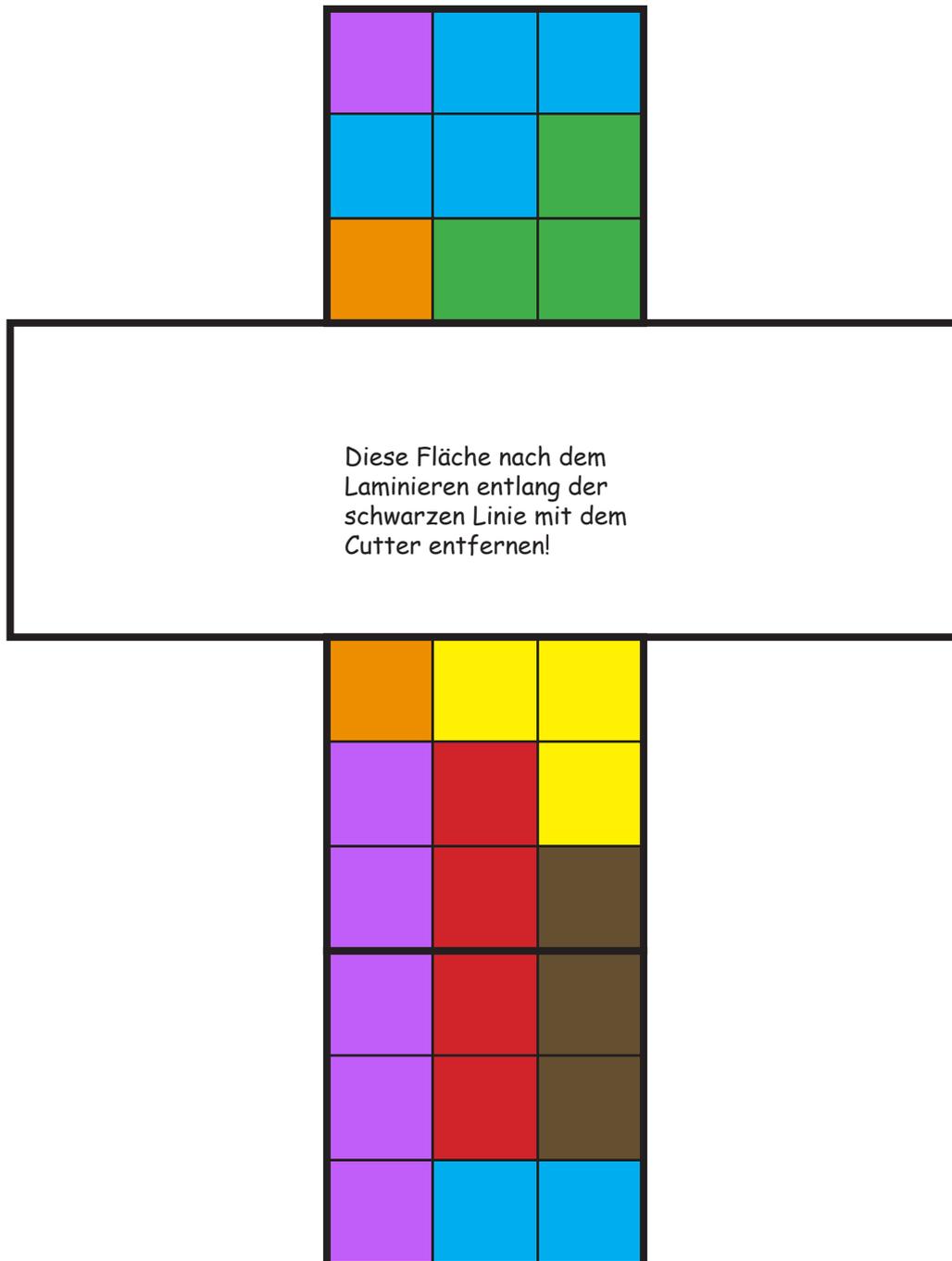


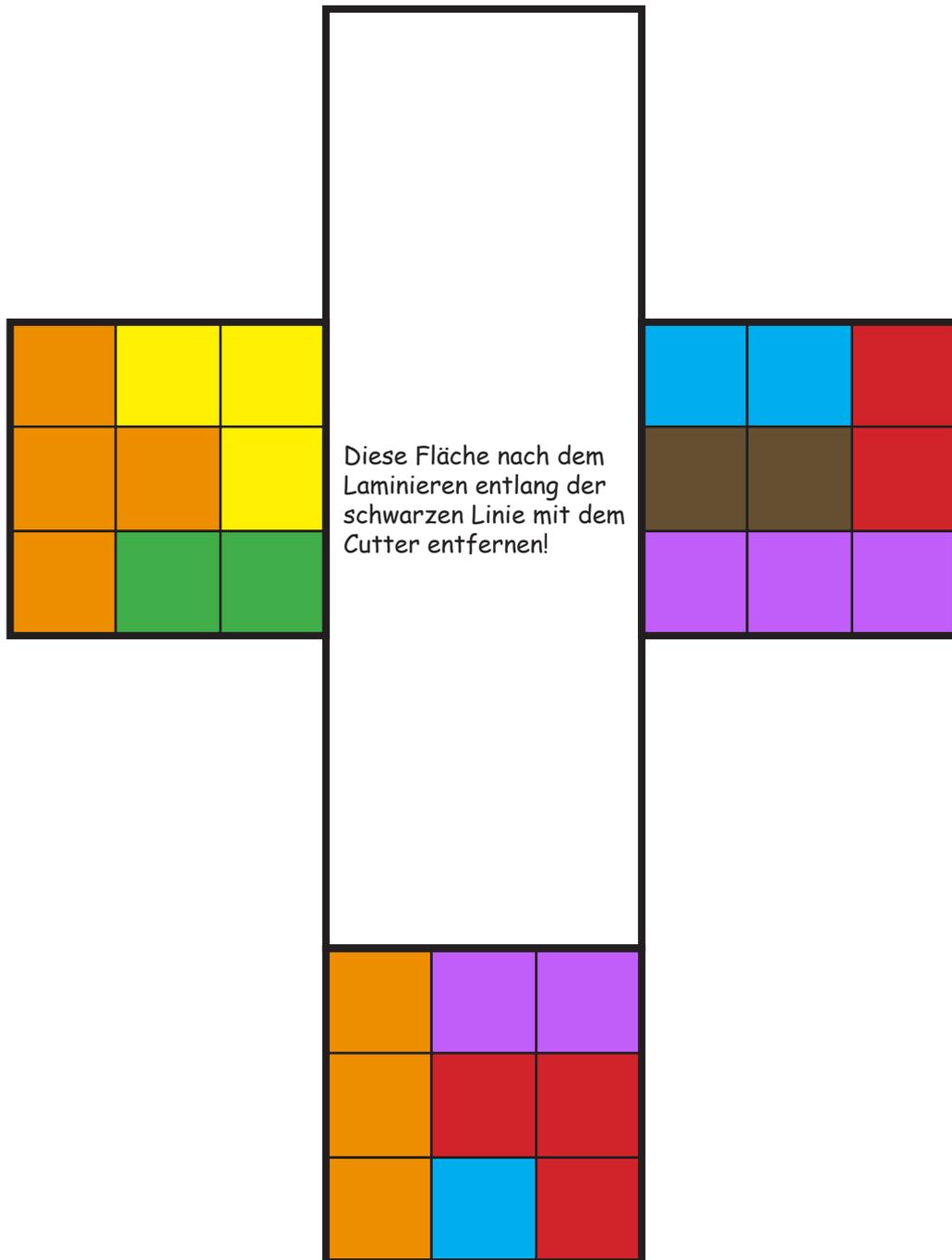


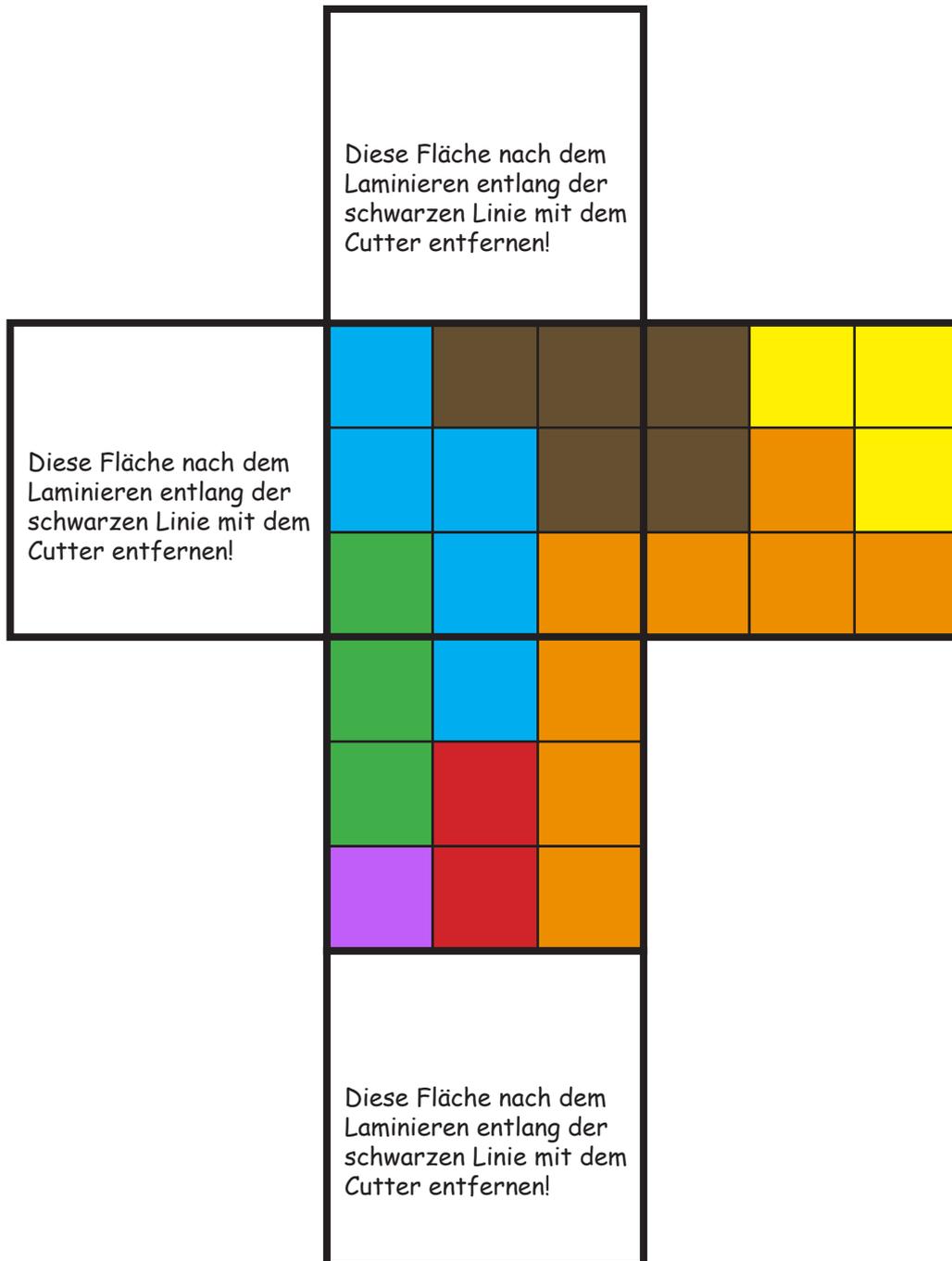


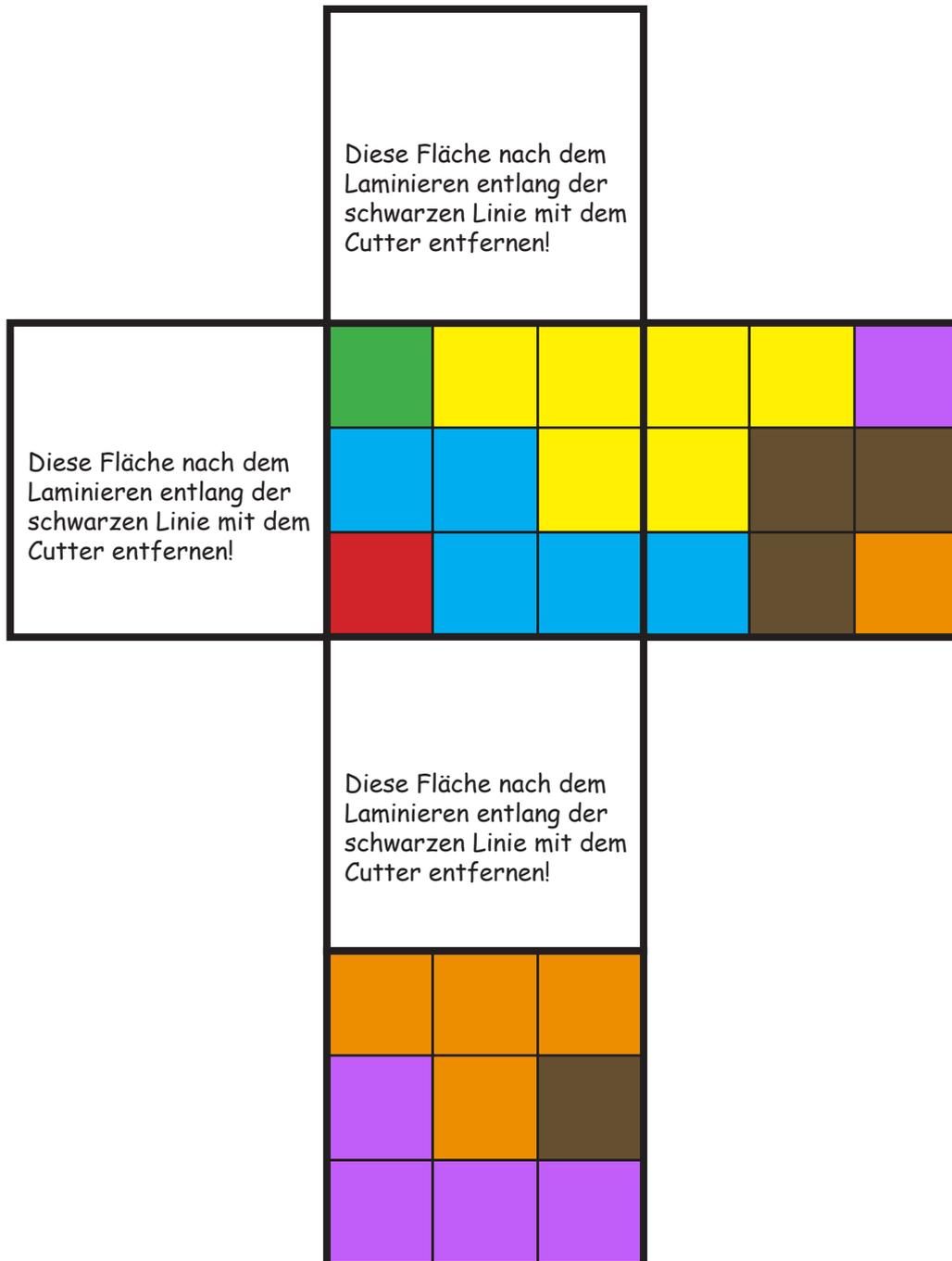


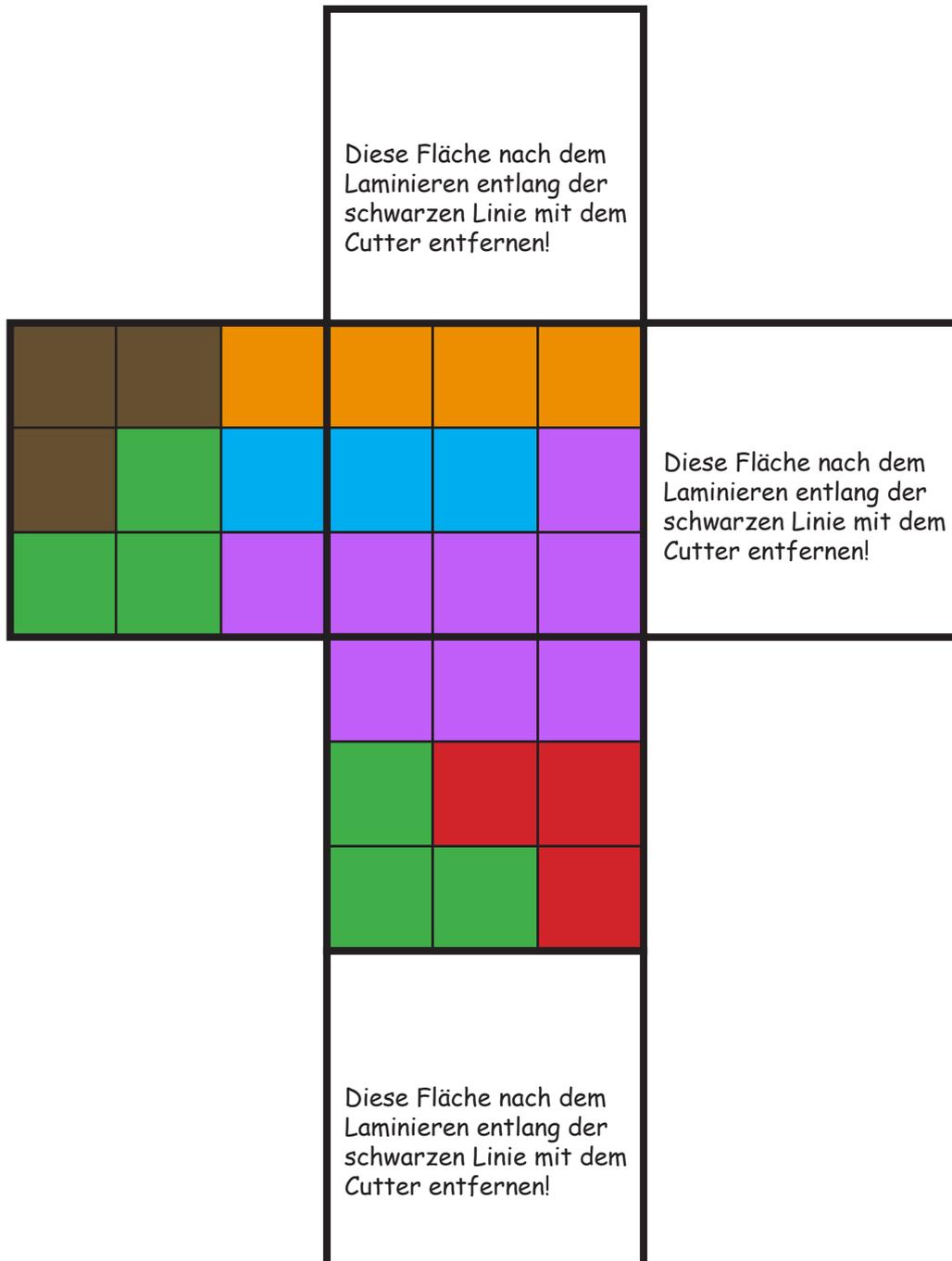


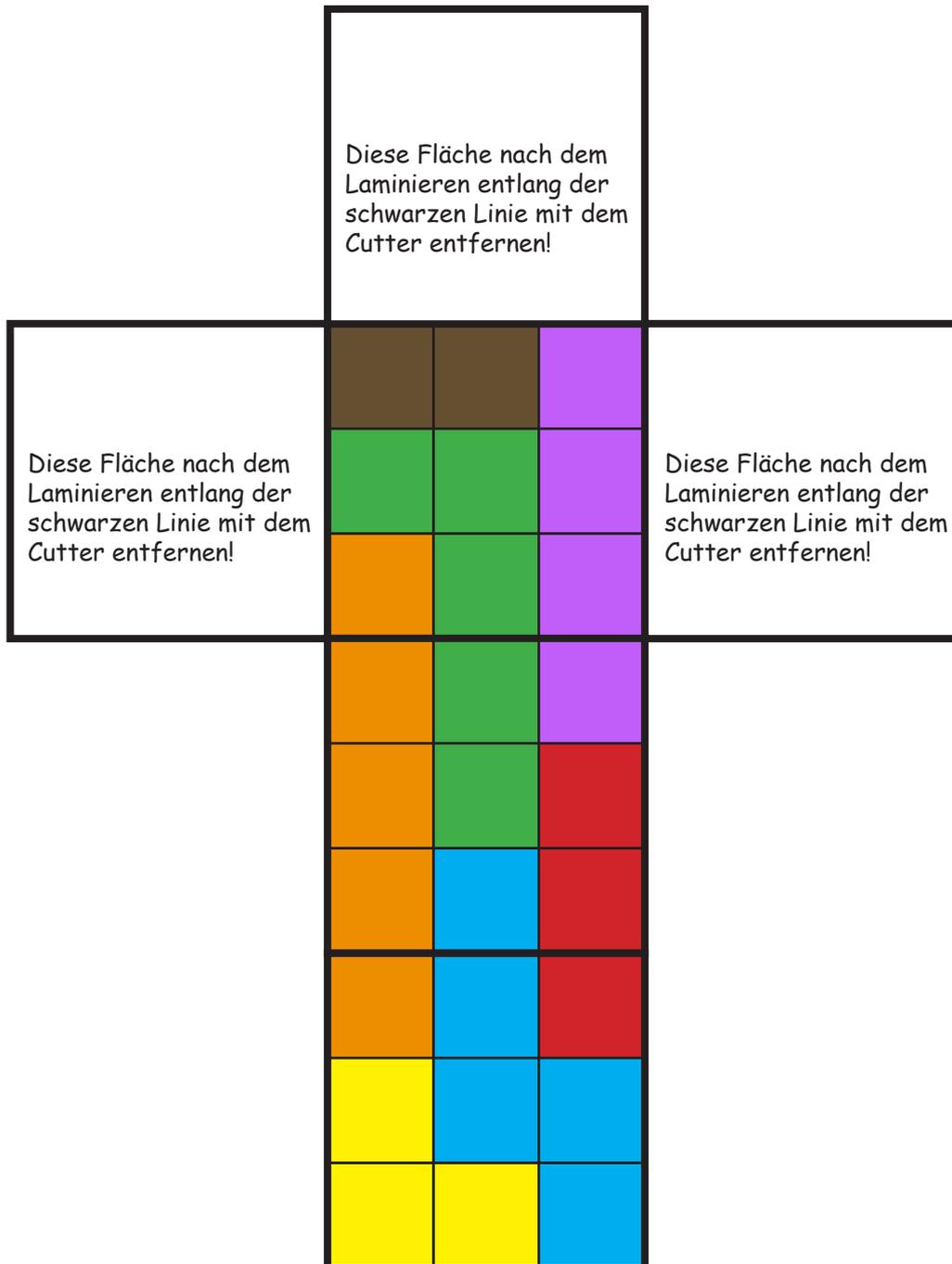


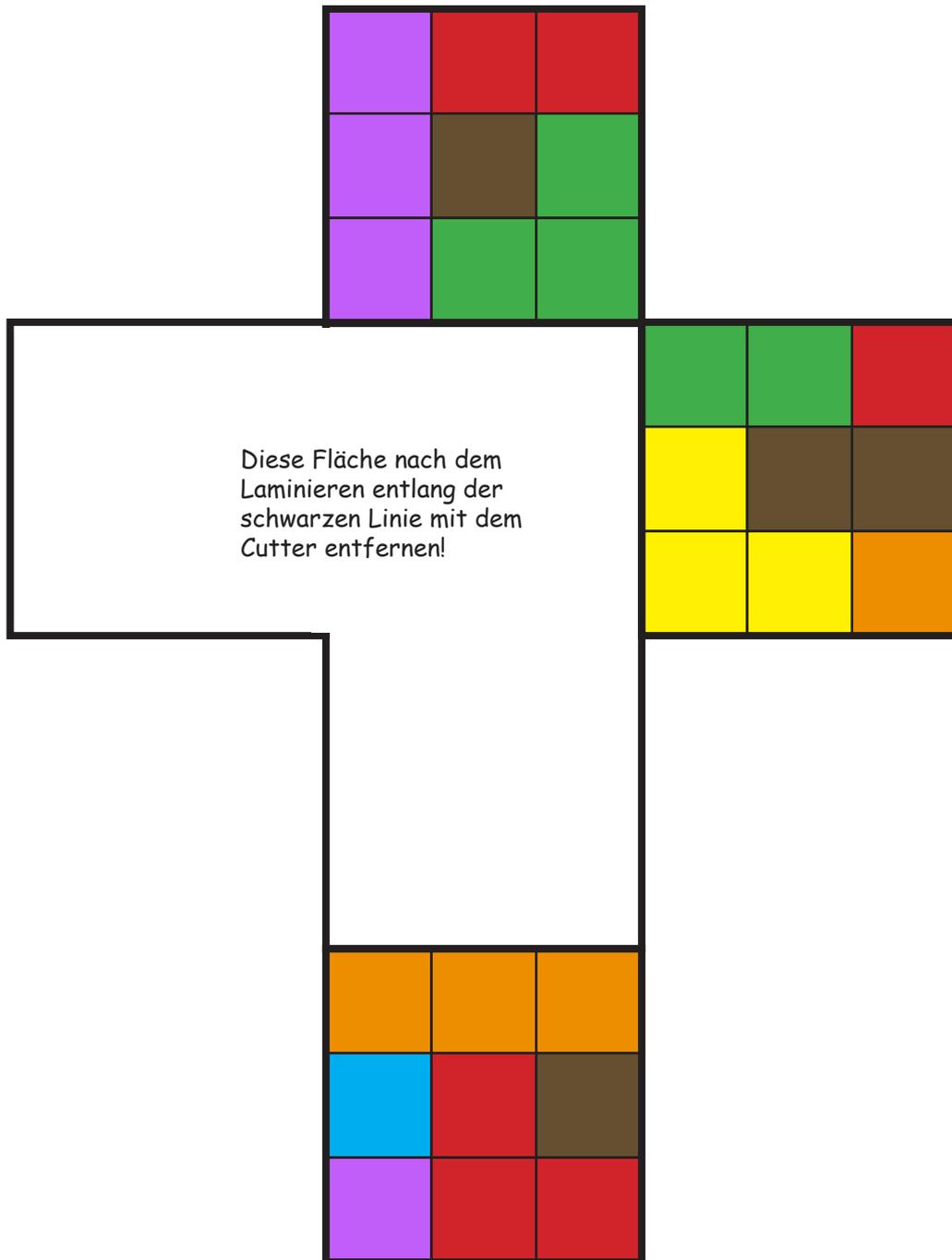


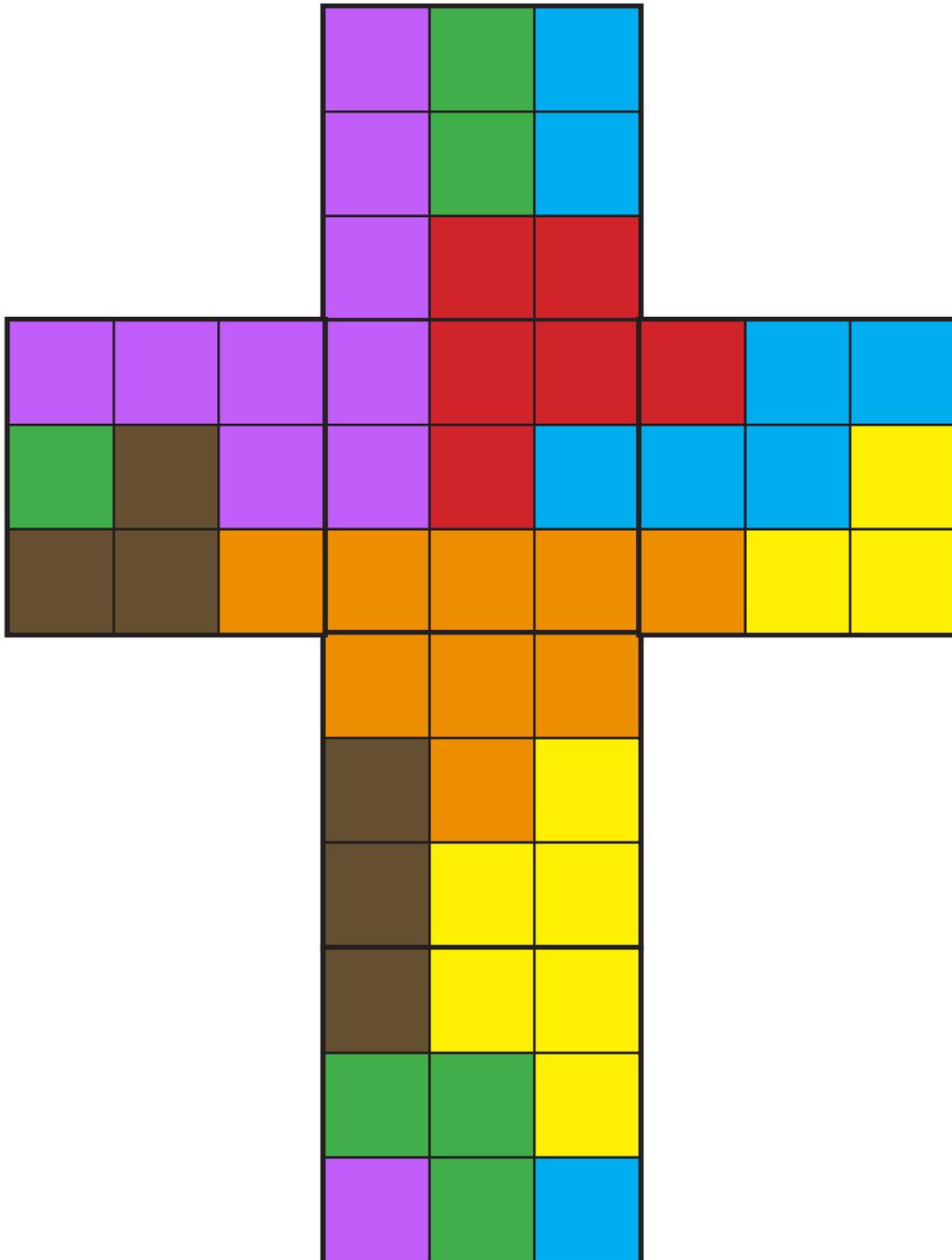


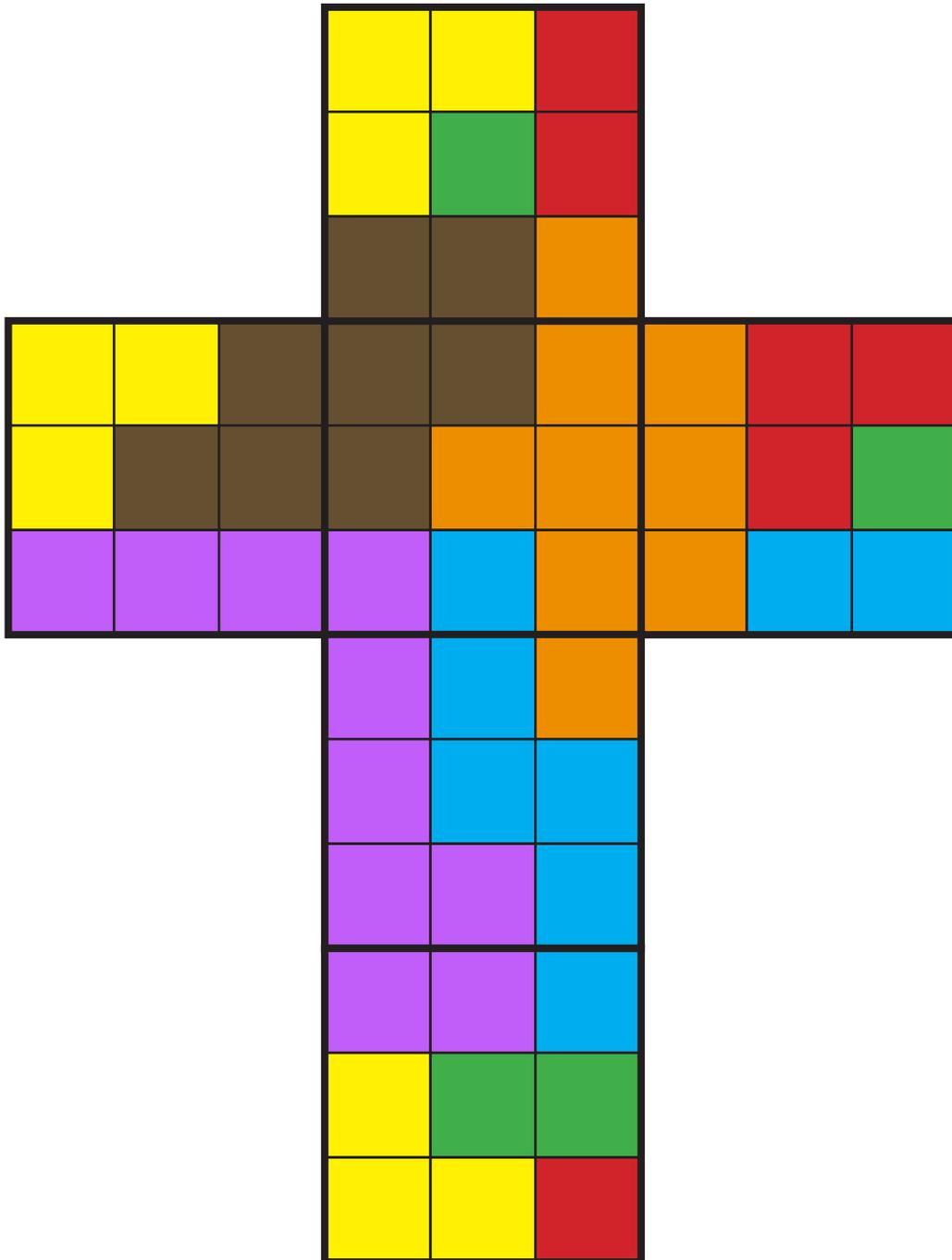


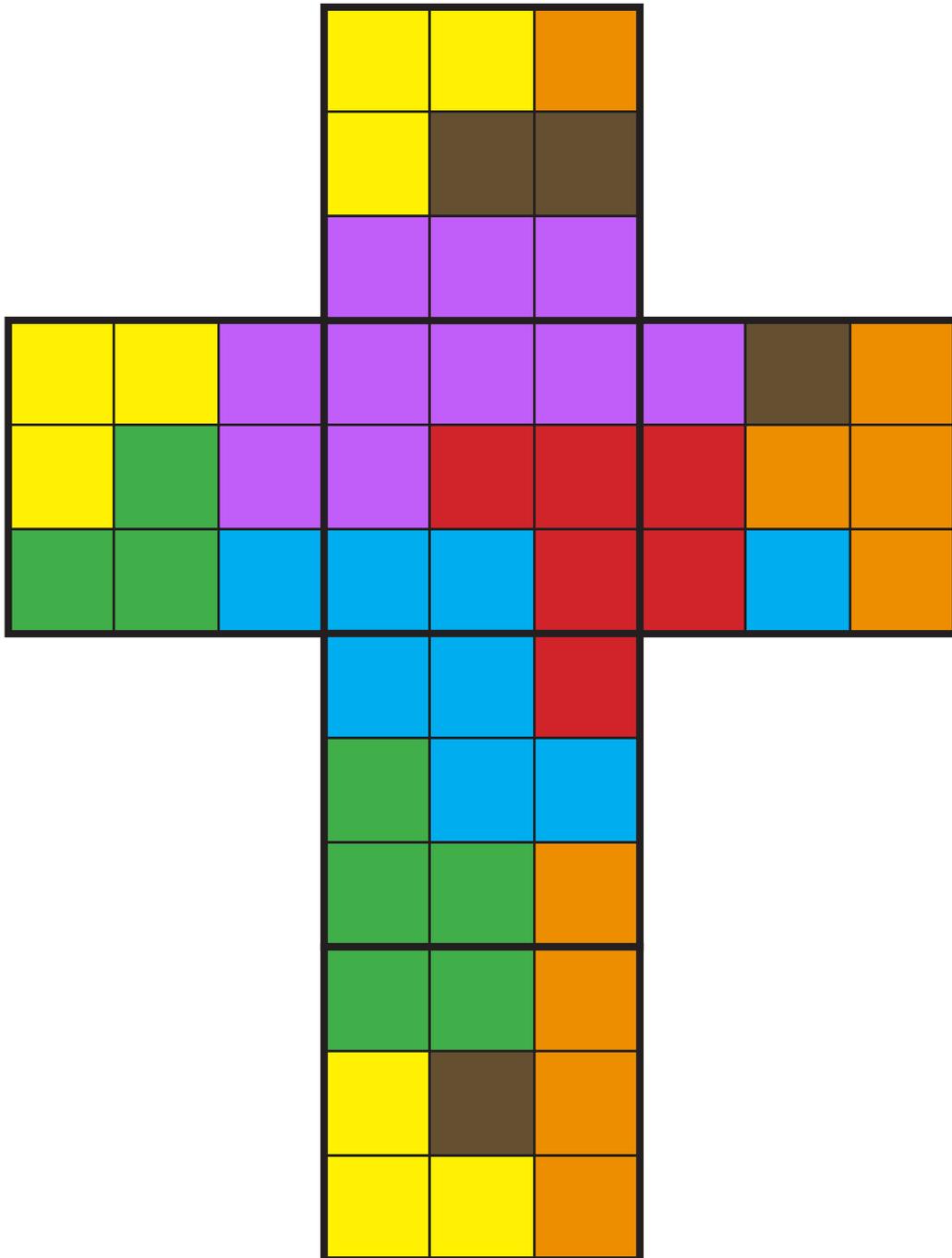


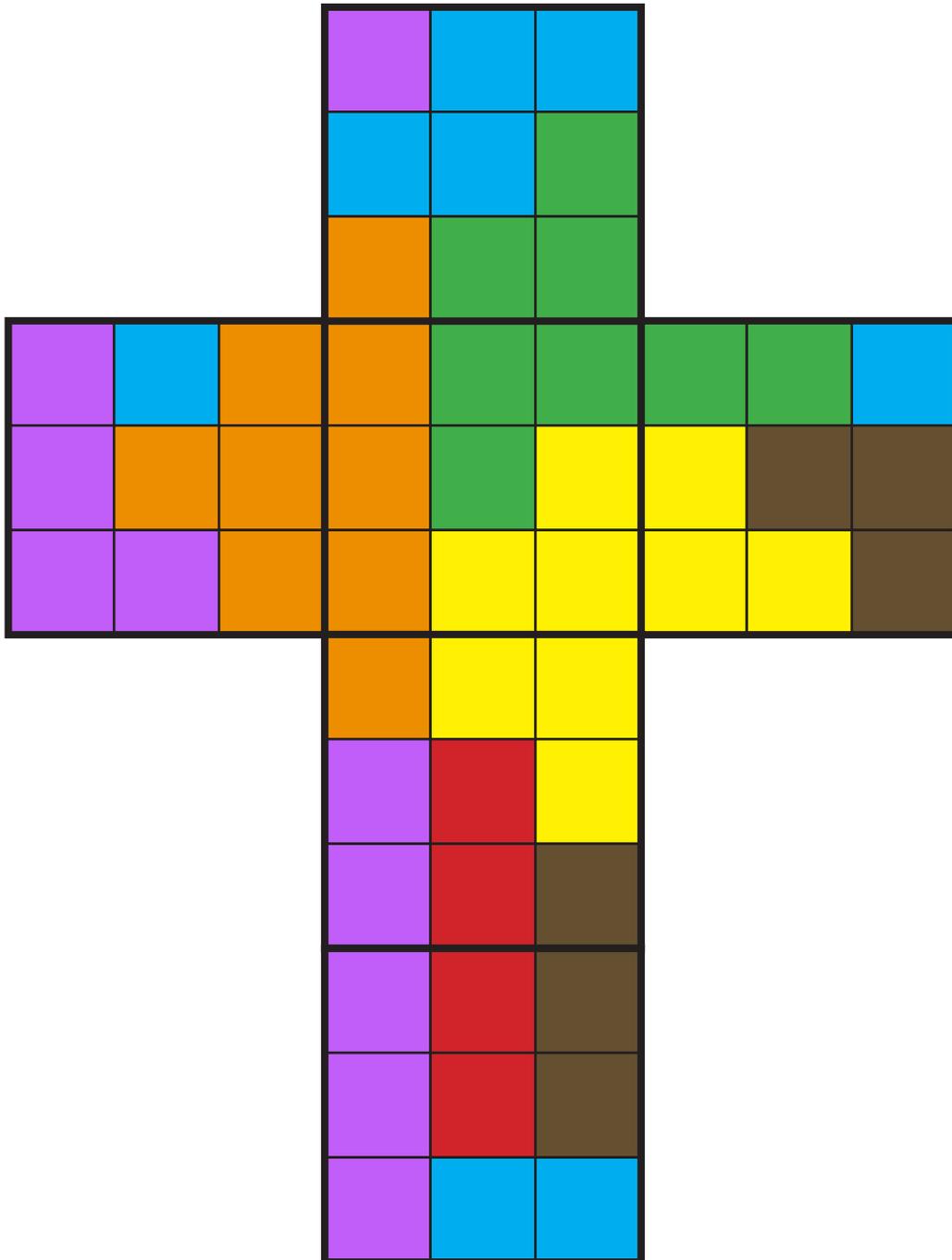


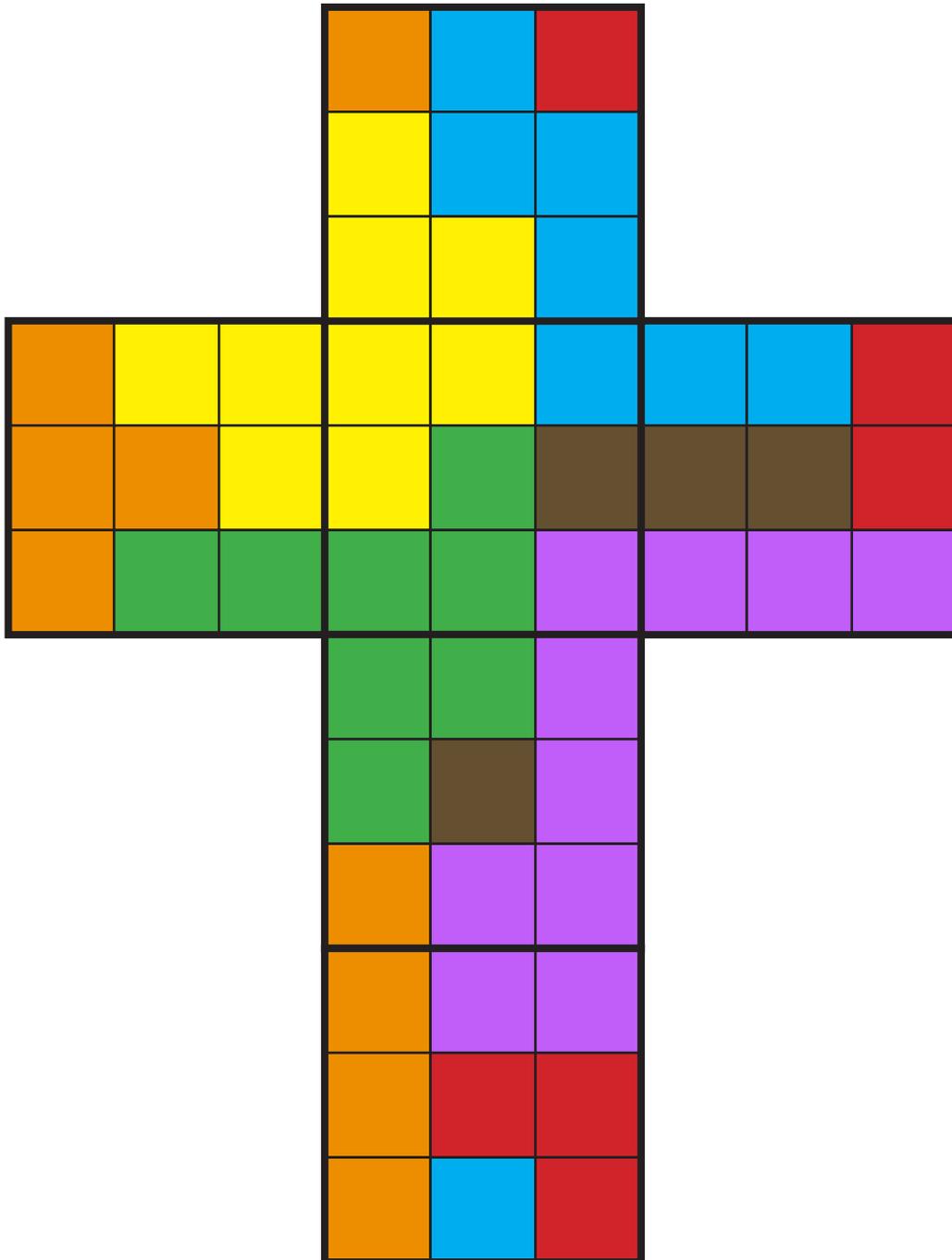


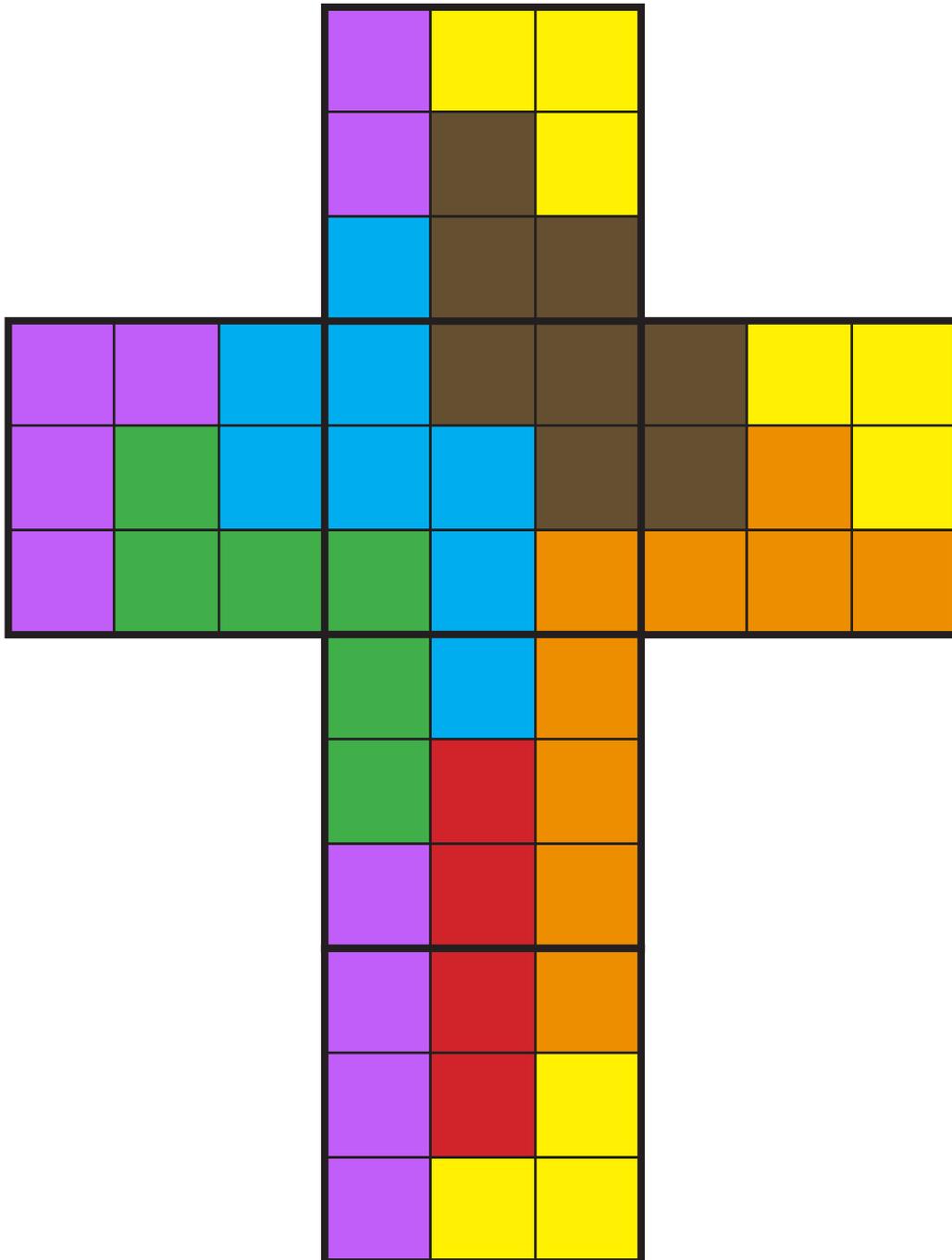


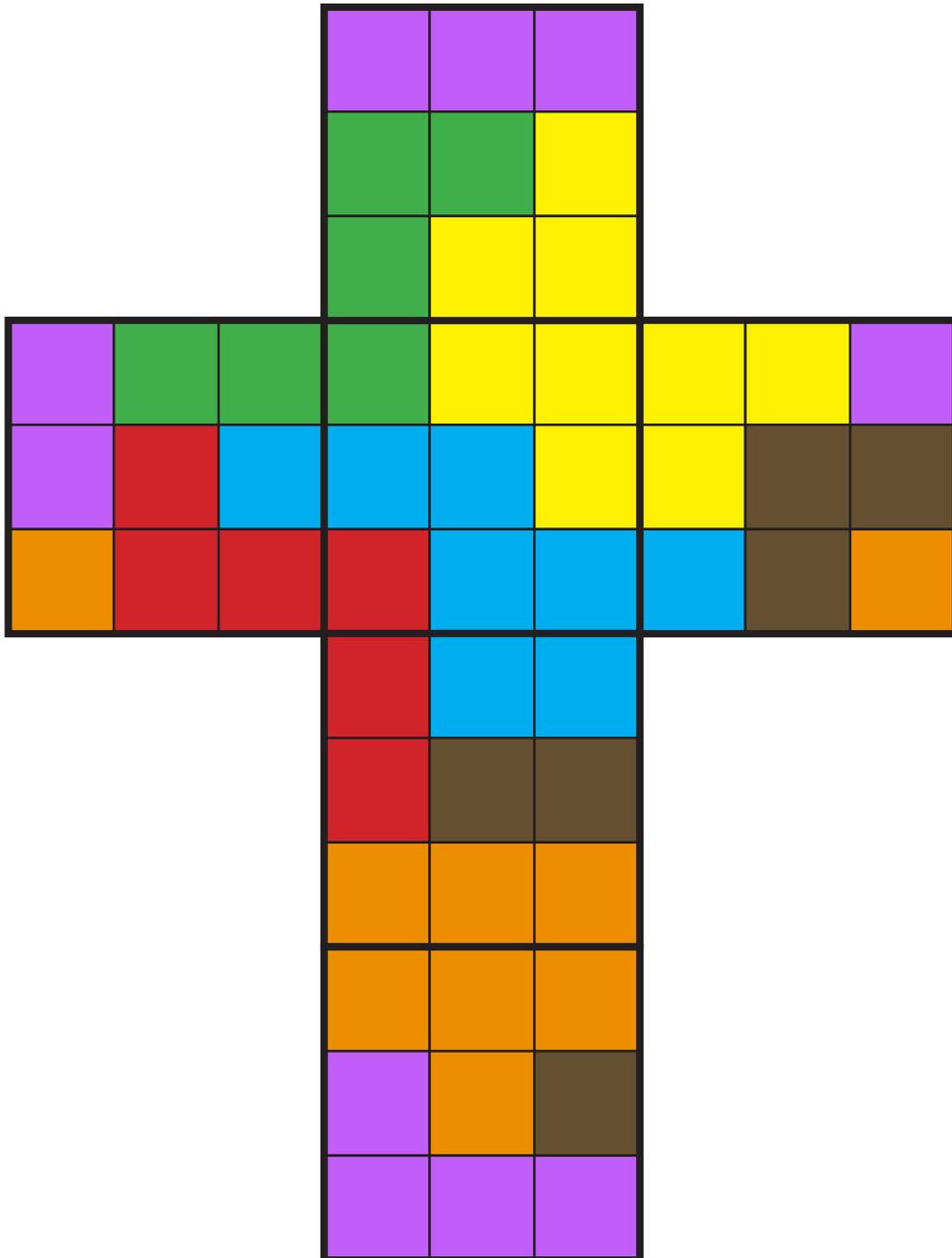


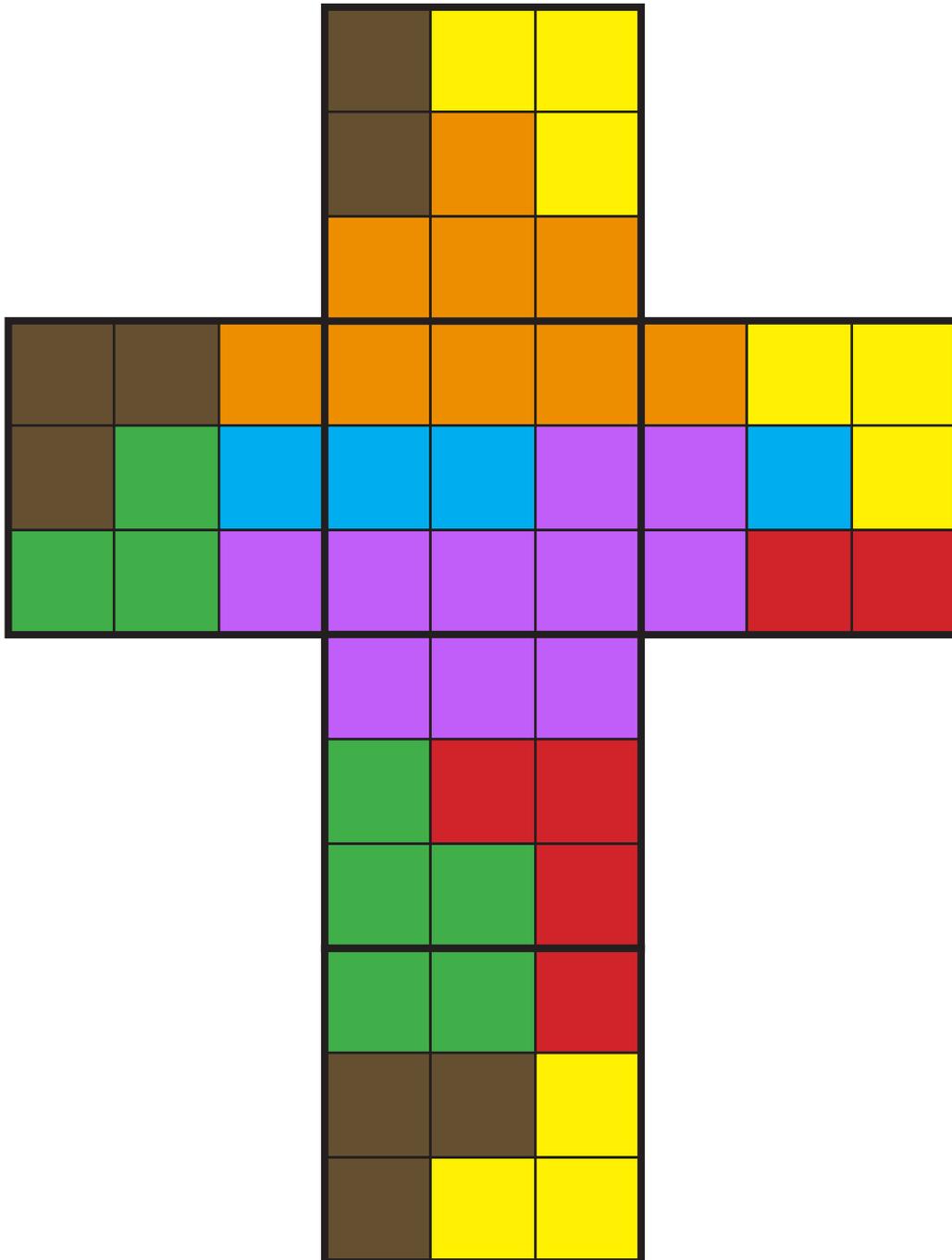


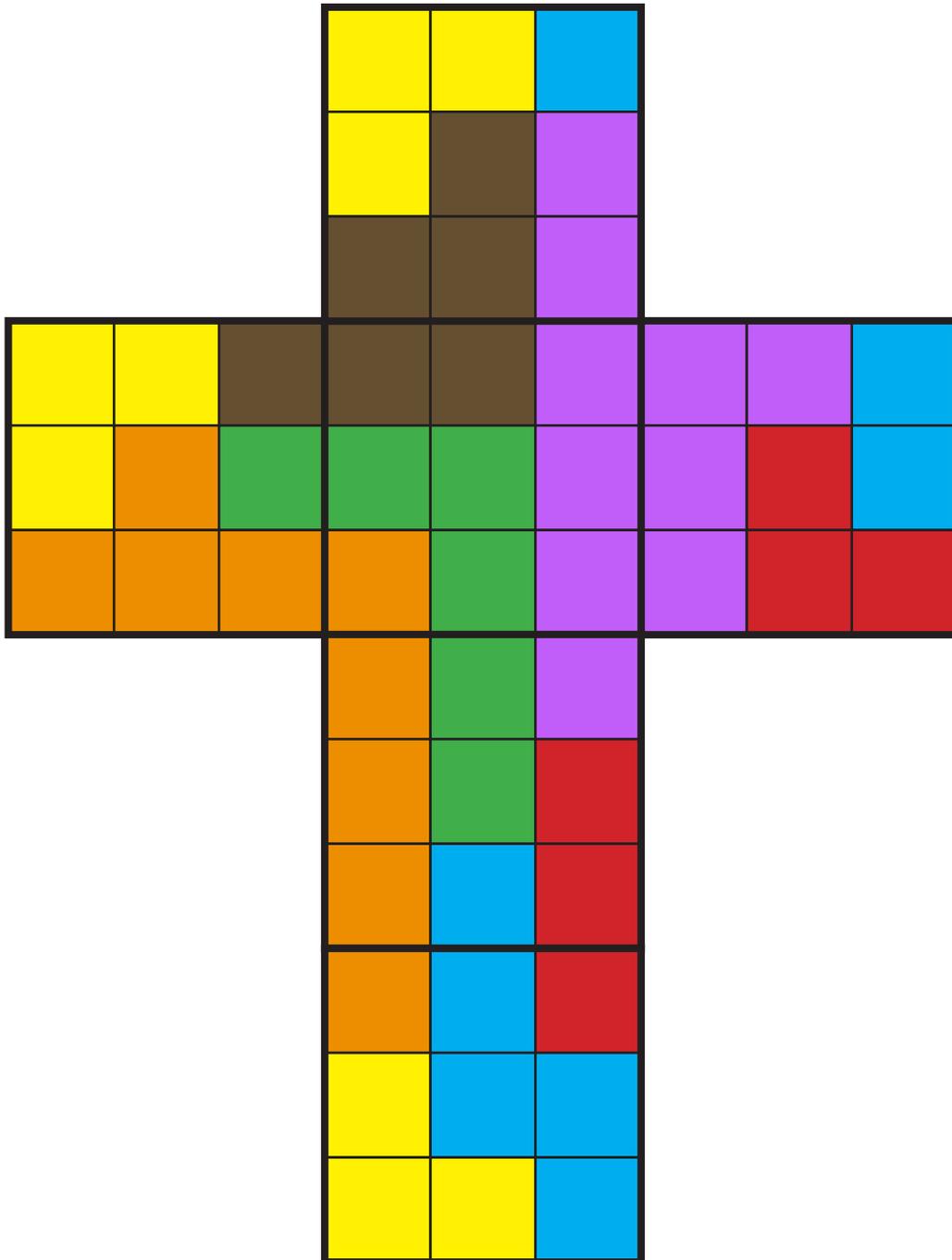


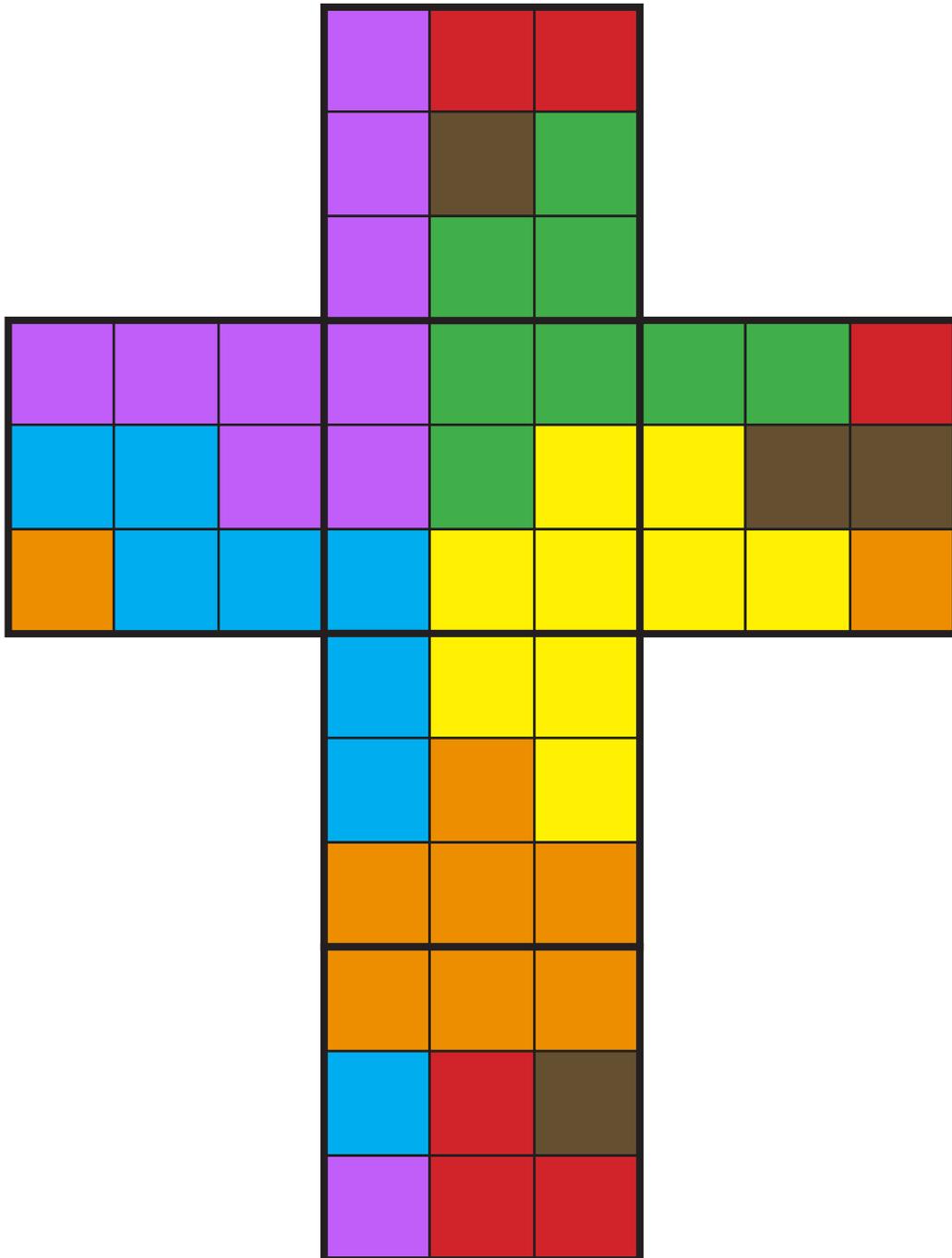












# Herstellung der Kartei



1. **Drucken** Sie die folgenden Dateien (DIN A4) farbig aus:

„Kartei01\_Somawuerfelnetze\_leicht.pdf“  
„Kartei02\_Somawuerfelnetze\_mittel.pdf“  
„Kartei03\_Somawuerfelnetze\_schwer.pdf“  
„Kartei04\_Somawuerfelnetze\_experte.pdf“

2. **Laminieren** Sie die 40 ausgedruckten Karteikarten.

3. Entfernen Sie die gekennzeichneten Flächen der Würfelnetze, indem Sie die Karten nacheinander auf eine Unterlage legen und die entsprechende(n) Fläche(n) mit Hilfe eines Lineals und eines Cutters **herausschneiden**.

4. Zur **Aufbewahrung** der fertigen Karteikarten eignen sich Stehsammler aus Pappkarton, die auf halber Höhe abgeschnitten und innen beschwert werden (z.B. kleine Fliesen).

5. Die Kinder überprüfen die Richtigkeit ihrer **Lösung** durch Zusammenbauen des Somawürfels. Zusätzlich können Sie für sich die Datei „Kartei05\_Somawuerfelnetze\_loesungen.pdf“ ausdrucken.

6. Zur **Demonstration** des Umgangs mit den Karteikarten, den Arbeitsblättern und den Klemmbrettern drucken Sie sich zusätzlich am Besten eine Karteikarte jeder Schwierigkeitsstufe auf DIN A3 aus. Wählen Sie Karteikarten, die nicht dieselbe Lösung haben. Sinnvoll wäre es z.B. die Karten 1, 12, 23, 34 auszudrucken. Kopieren Sie weiterhin je einmal das Strategiepapier sowie AB1 auf DIN A3 und besorgen Sie sich ein Klemmbrett in entsprechender Größe. Diese Materialien können auch in Reflexionsphasen eingesetzt werden und die Erklärungen der Kinder unterstützen.

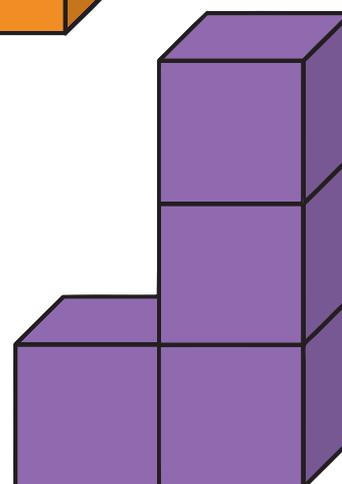
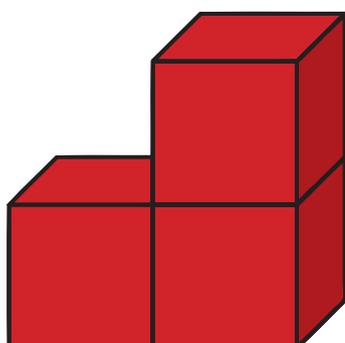
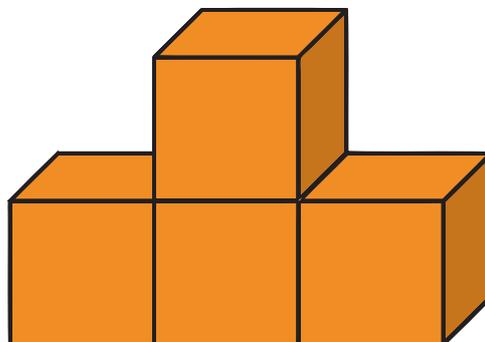
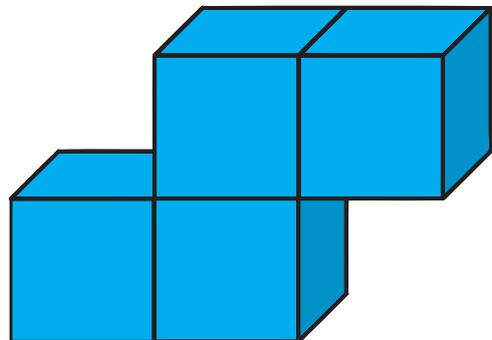
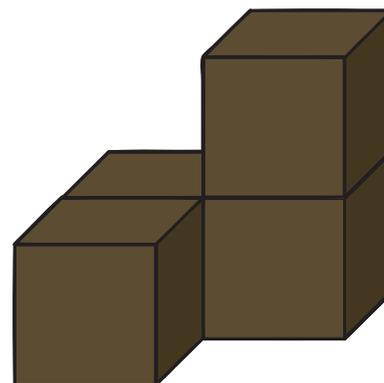
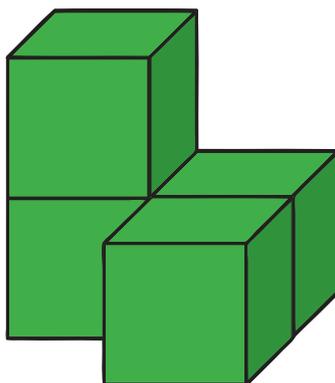
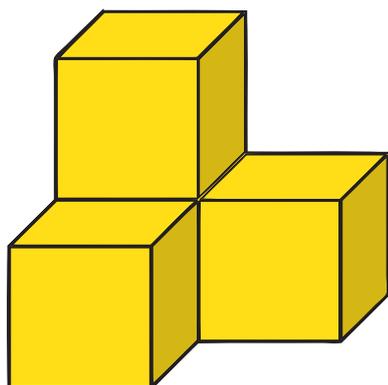


# Herstellung des Somawürfels



Die 27 Holzklötzchen (1,5cm x 1,5cm x 1,5cm) entsprechend der Abbildungen zusammenleimen und färben (z.B. mit Acrylfarben).

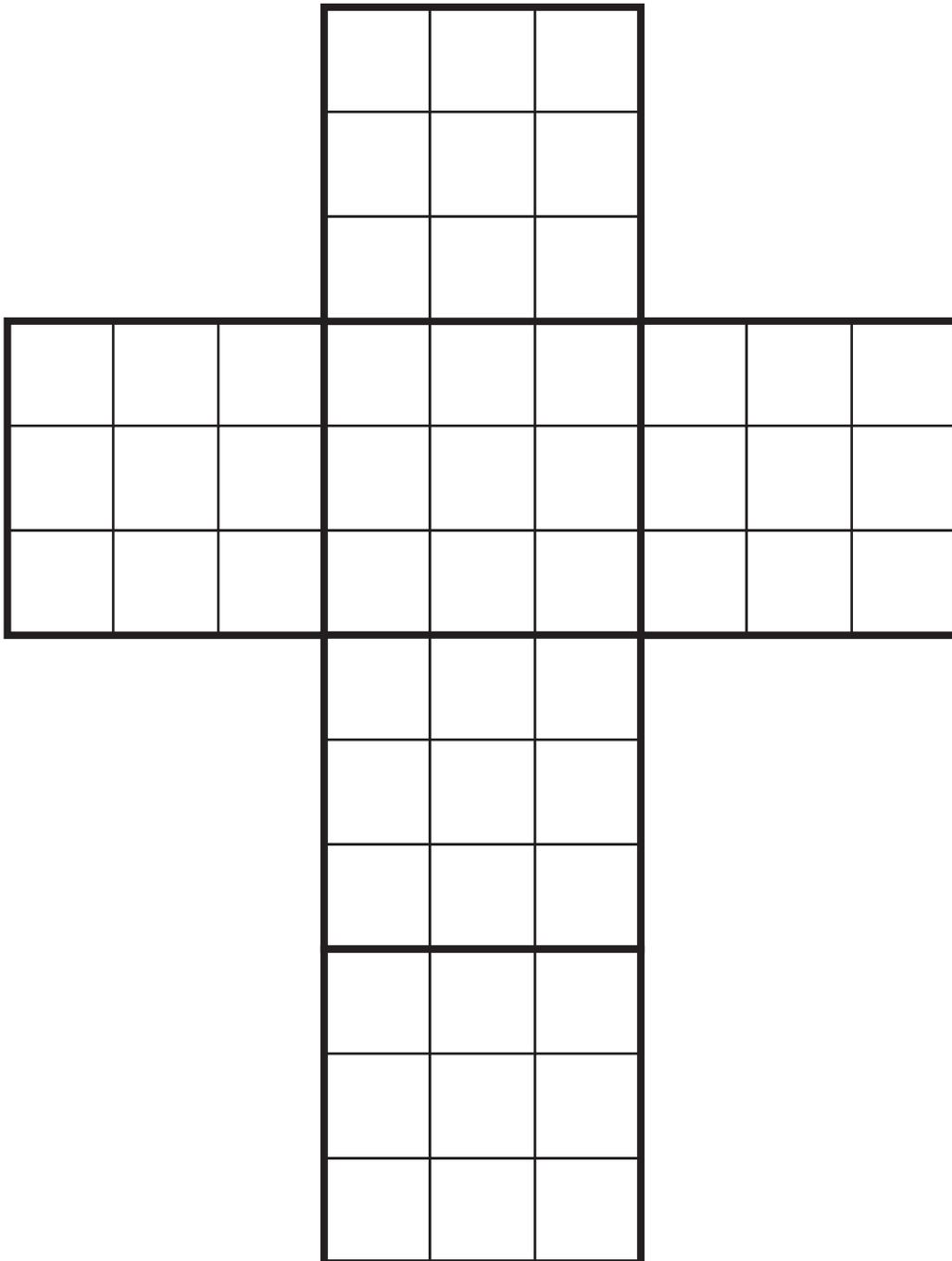
Die Abbildungen stehen auch in groß unter dem Namen „Somawuerfelteile\_gross\_demonstration.pdf“ zur Verfügung.



Lerntandem: \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_



# Somawürfelnetz



Auf diesem Blatt haben wir das Somawürfelnetz Nummer \_\_\_\_\_ bearbeitet.



Lerntandem: \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_



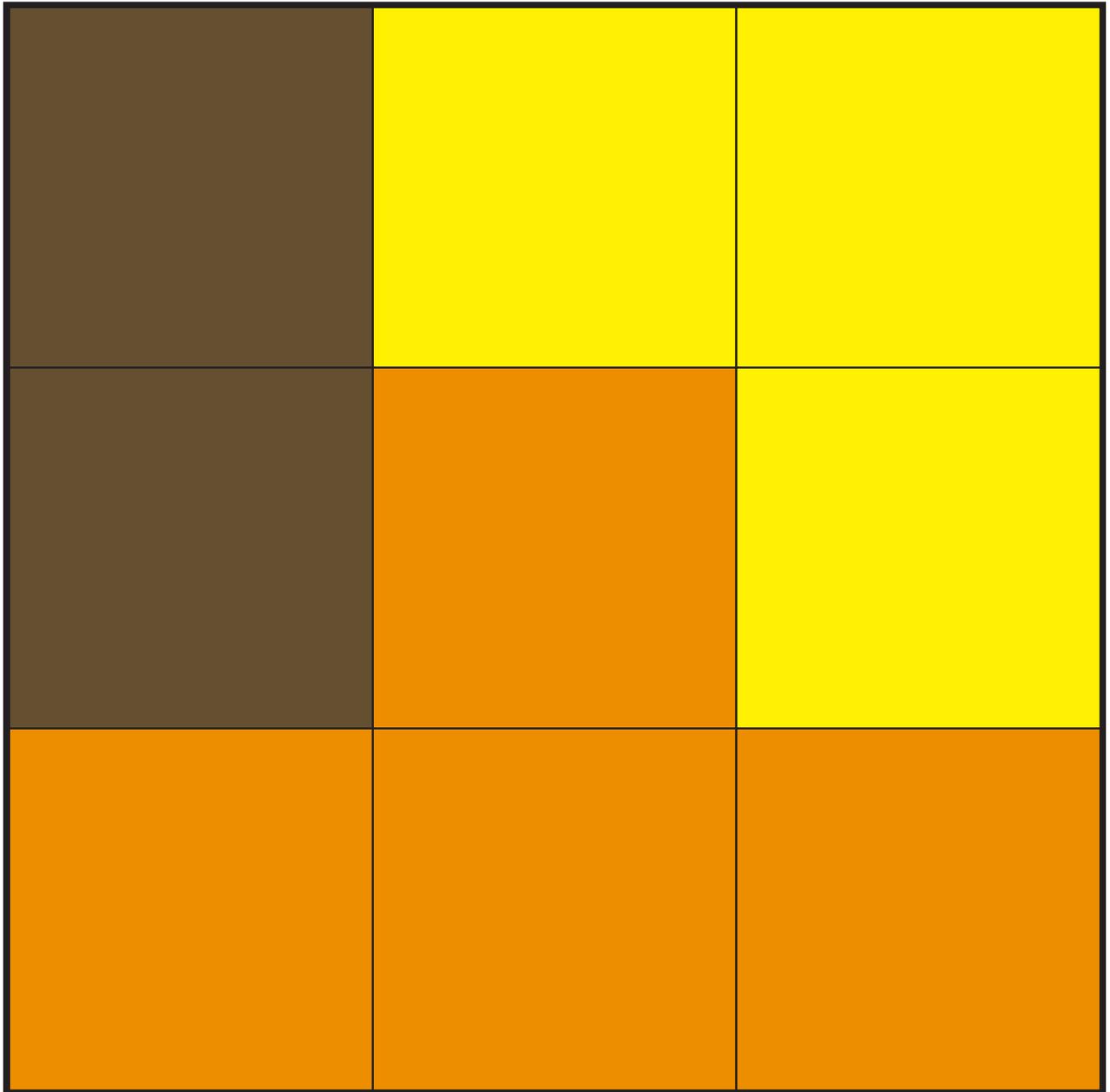
# Strategiepapier

Diese Vorgehensweisen haben uns beim Lösen der Aufgabe geholfen:


Denkt an den Wortspeicher! Die Formulierungen dort können euch helfen!



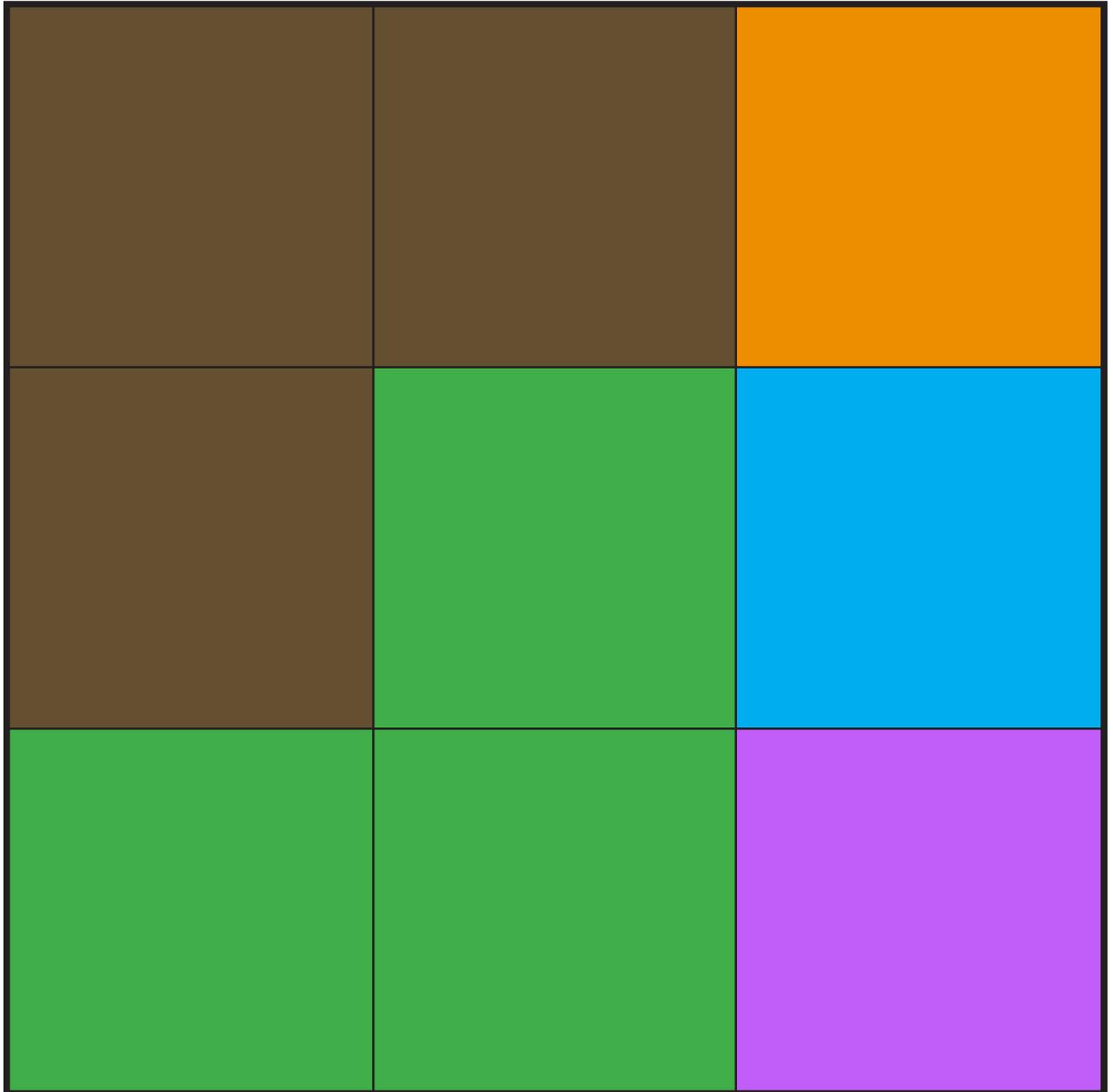
# Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



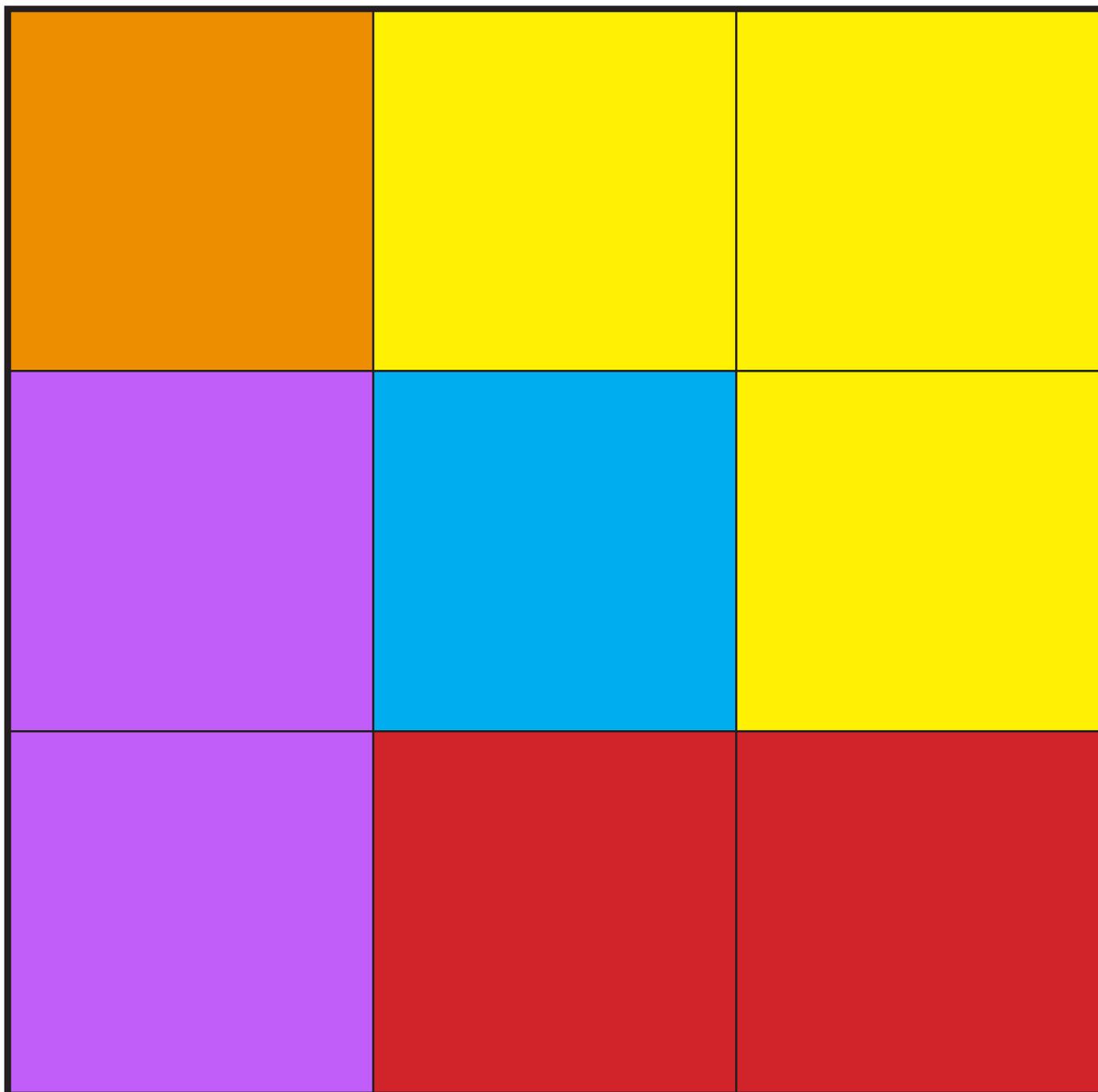
Alle Flächen dieses Somawürfelnetzes (Kartei Nr. 8) auf dickeres (weißes) Papier ausdrucken, ausschneiden und an den entsprechenden Seiten mit Tesafilm zusammenkleben. Evtl. können auf der Rückseite Magnetblättchen befestigt werden, um das Aufhängen an der Tafel zu erleichtern.



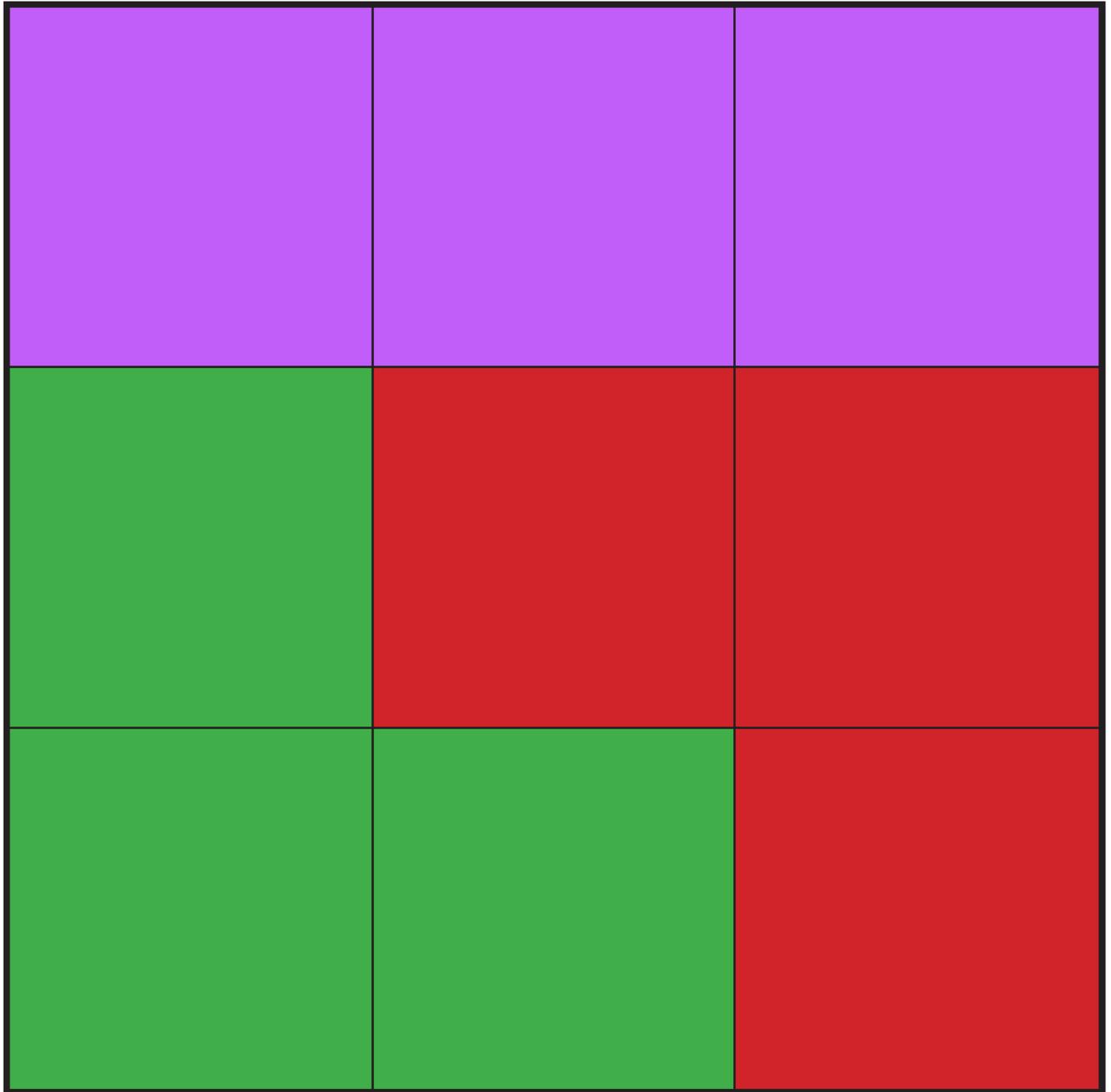
# Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



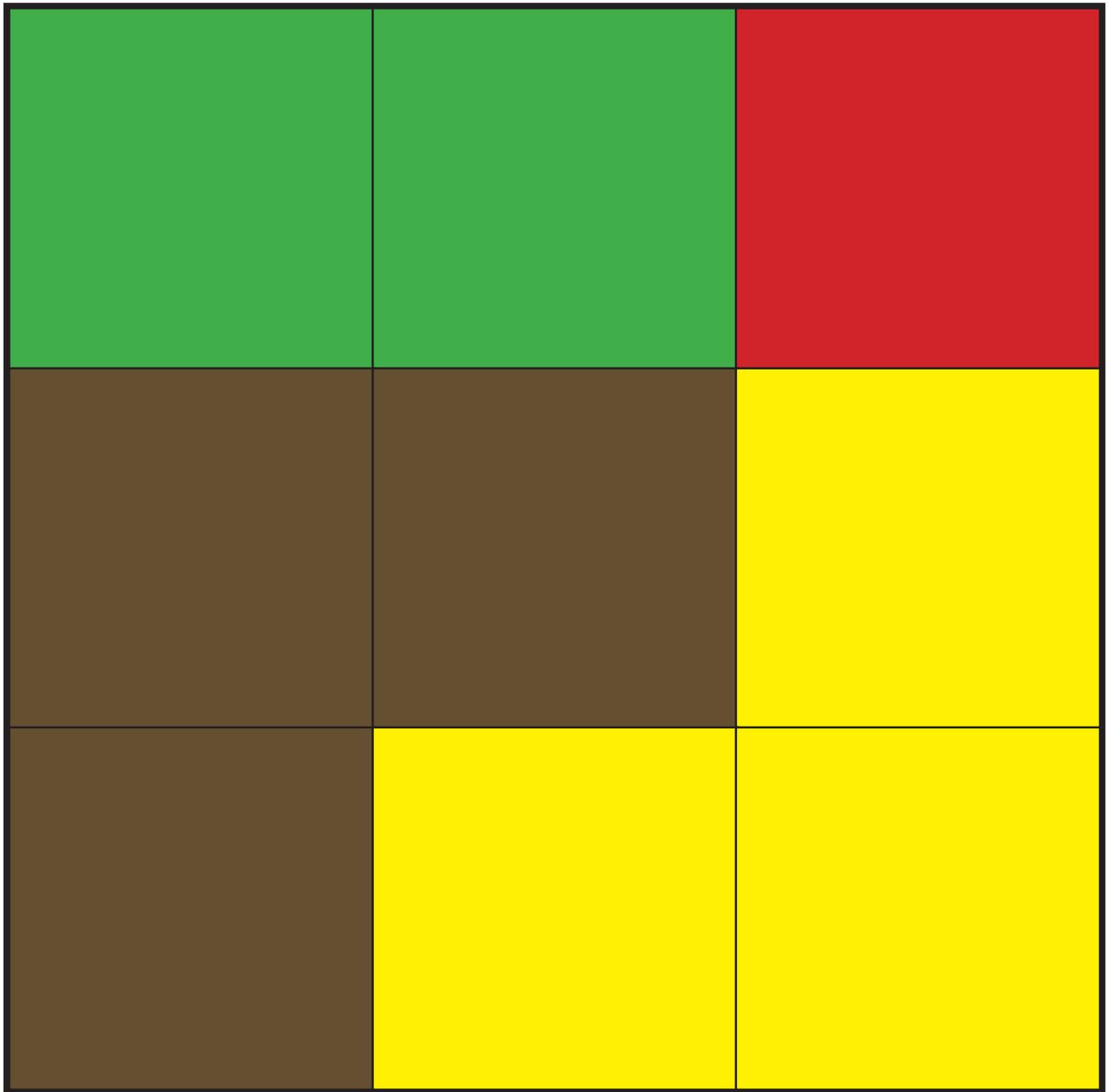
# Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm



# Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm

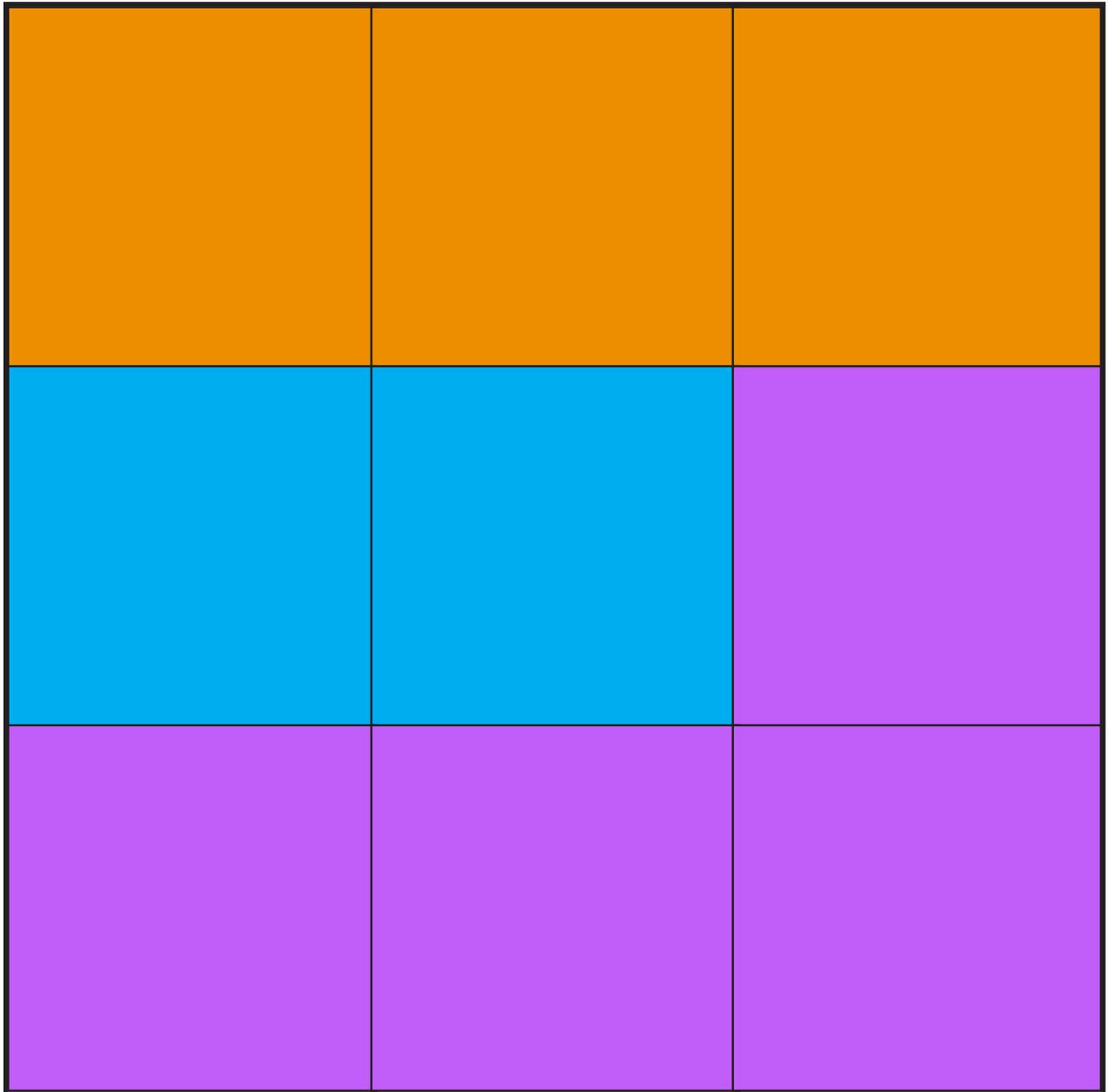


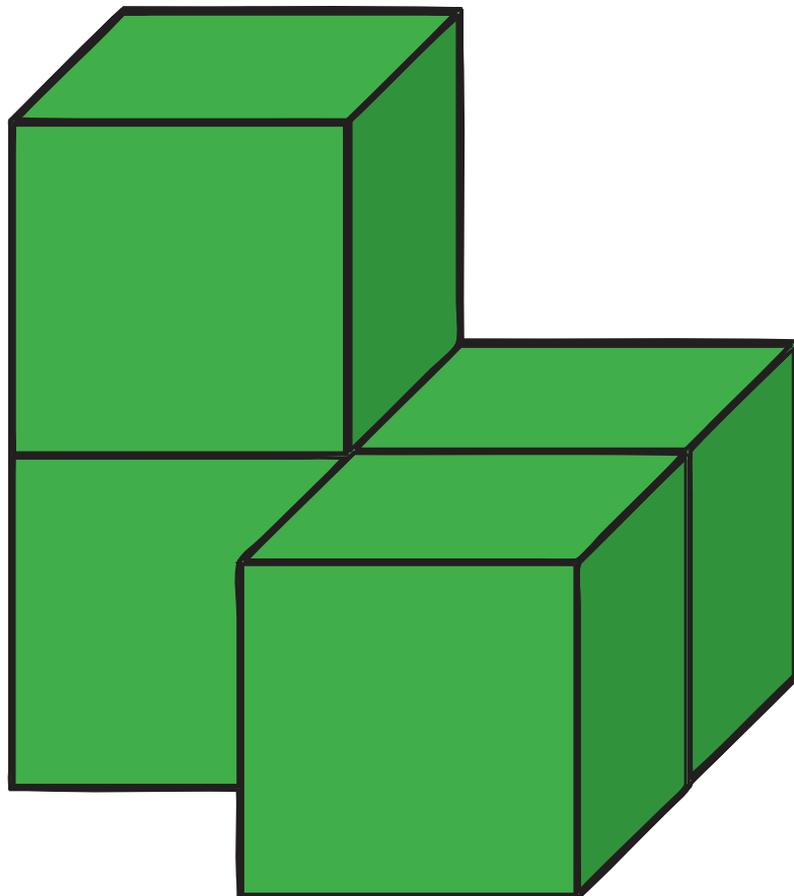
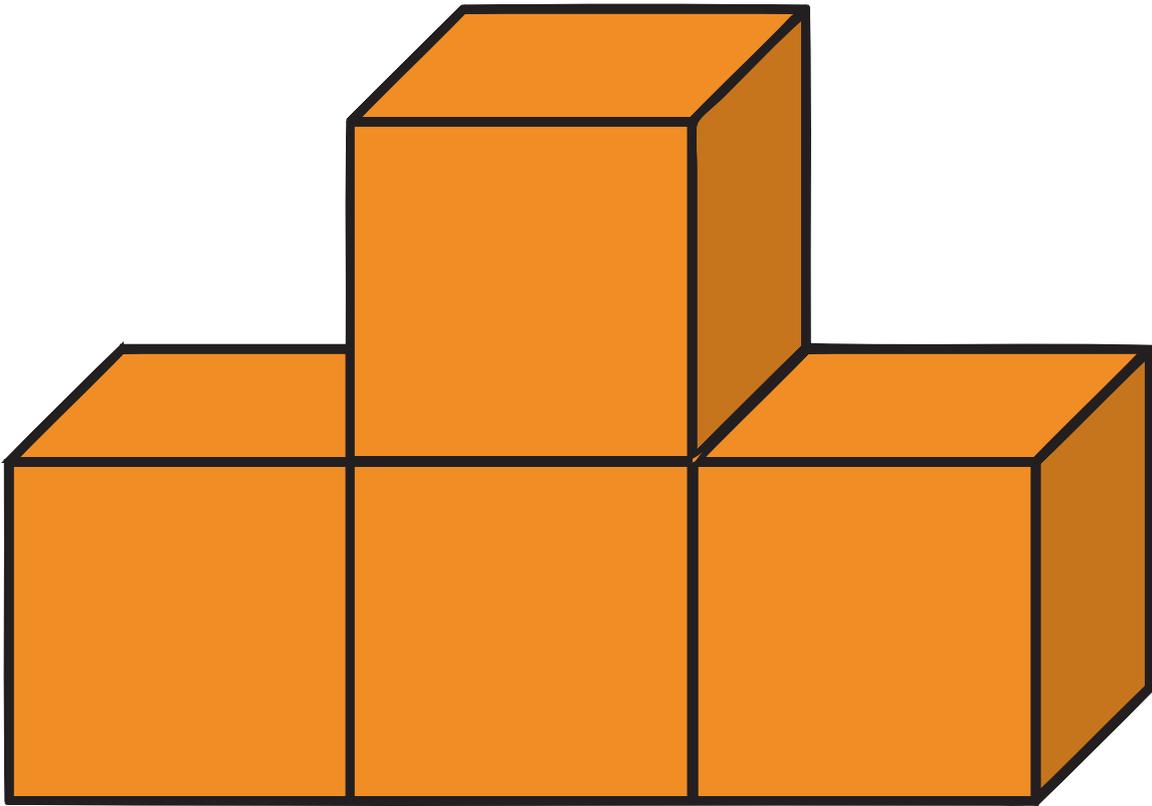
# Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm

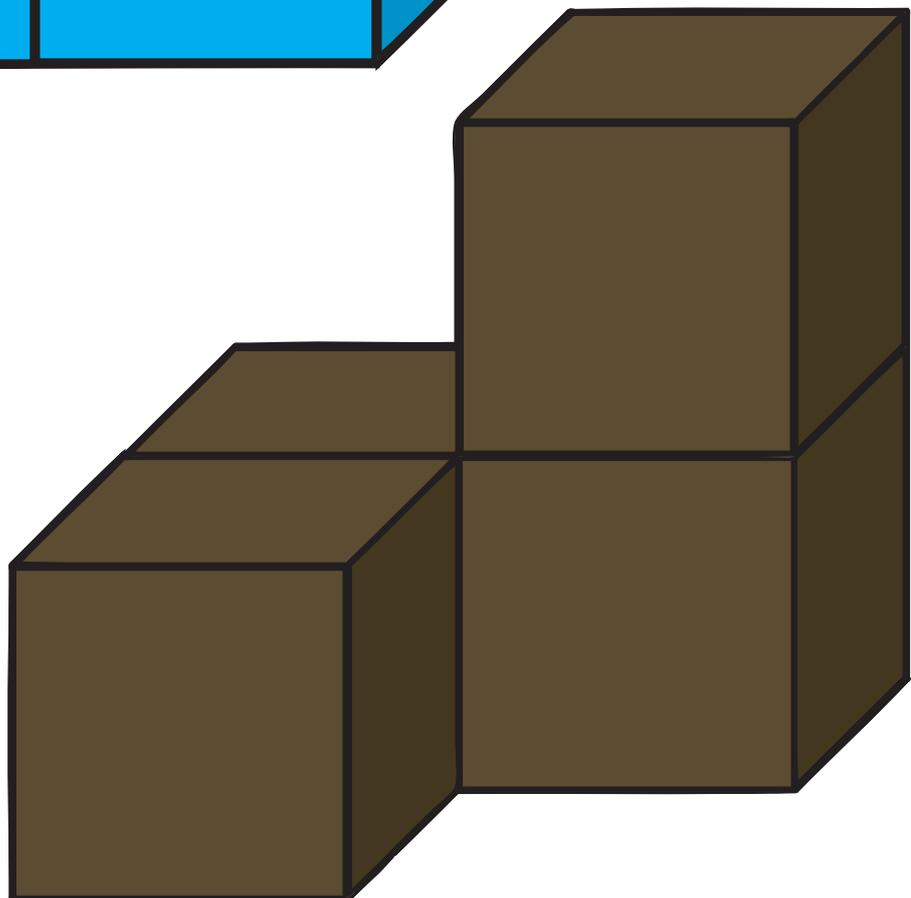
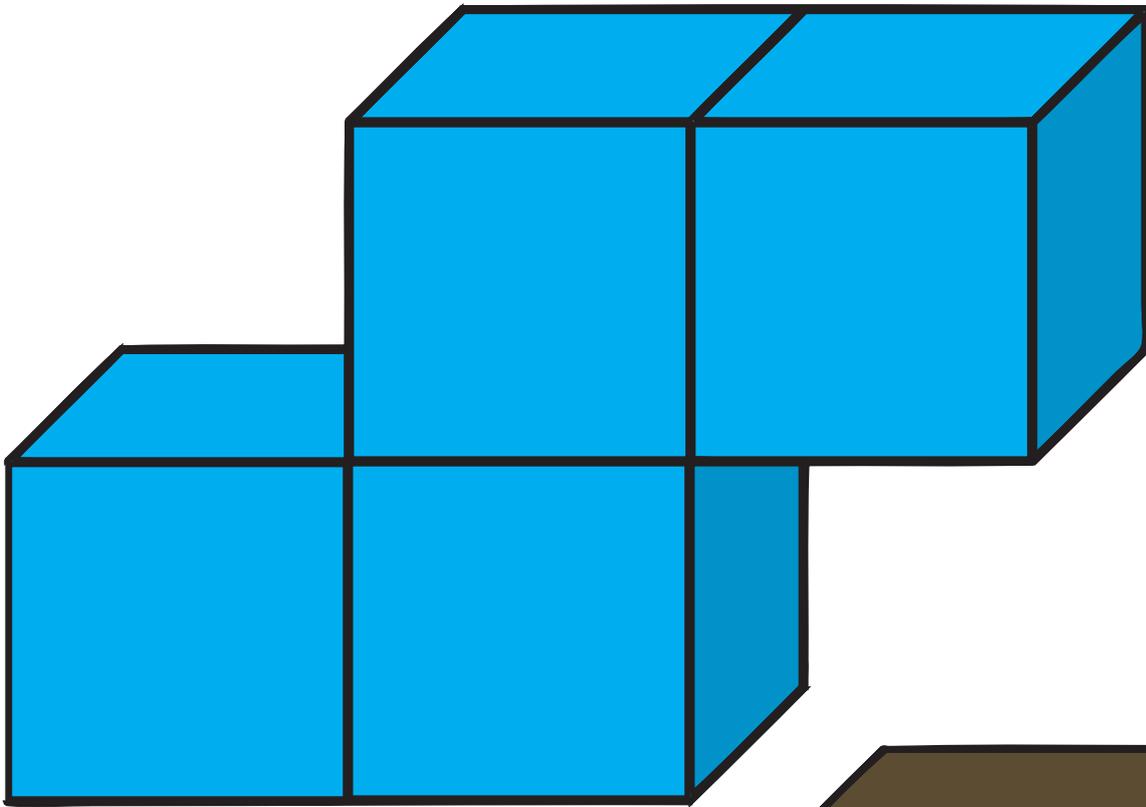


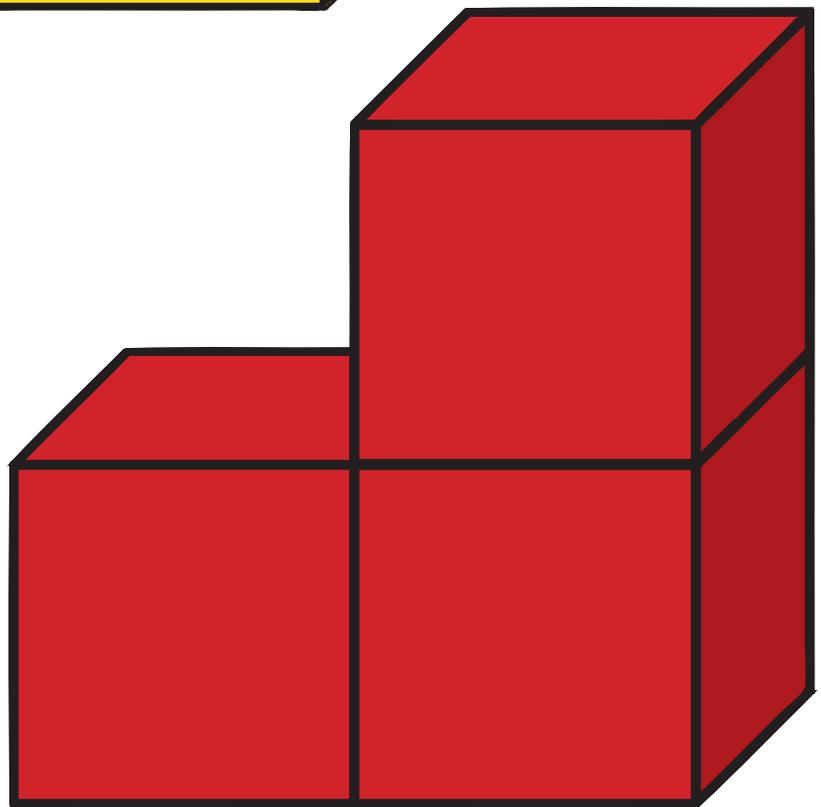
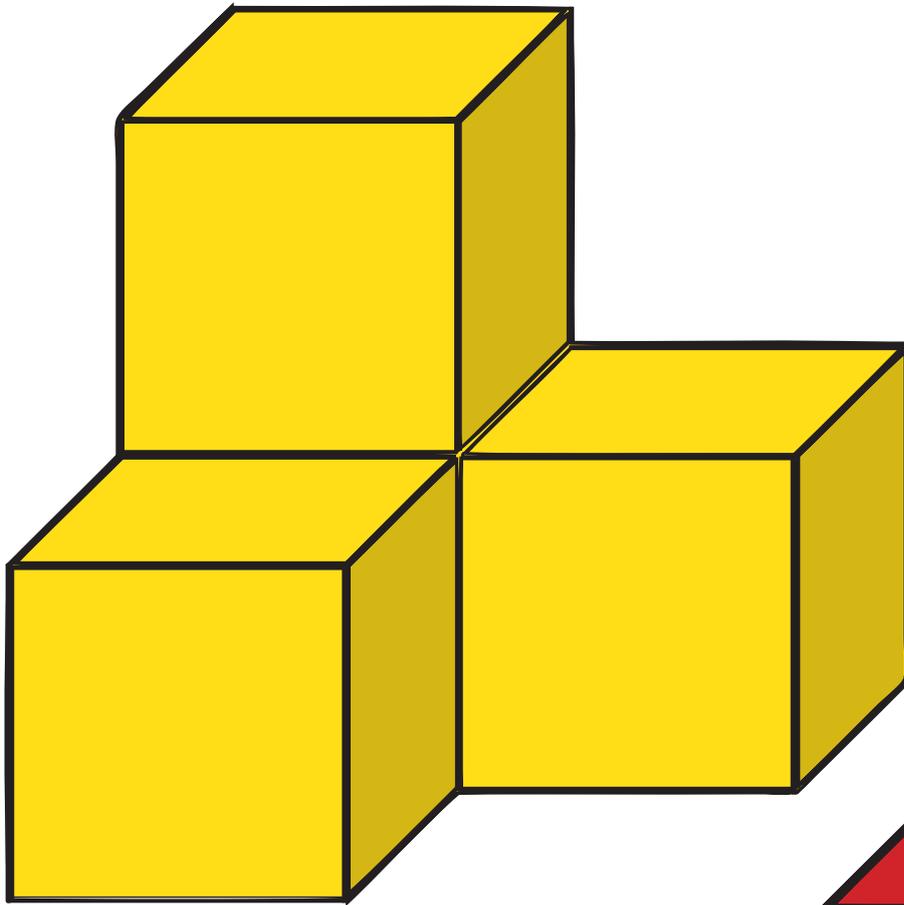
# Demonstration Somawürfelnetz 18x18cm

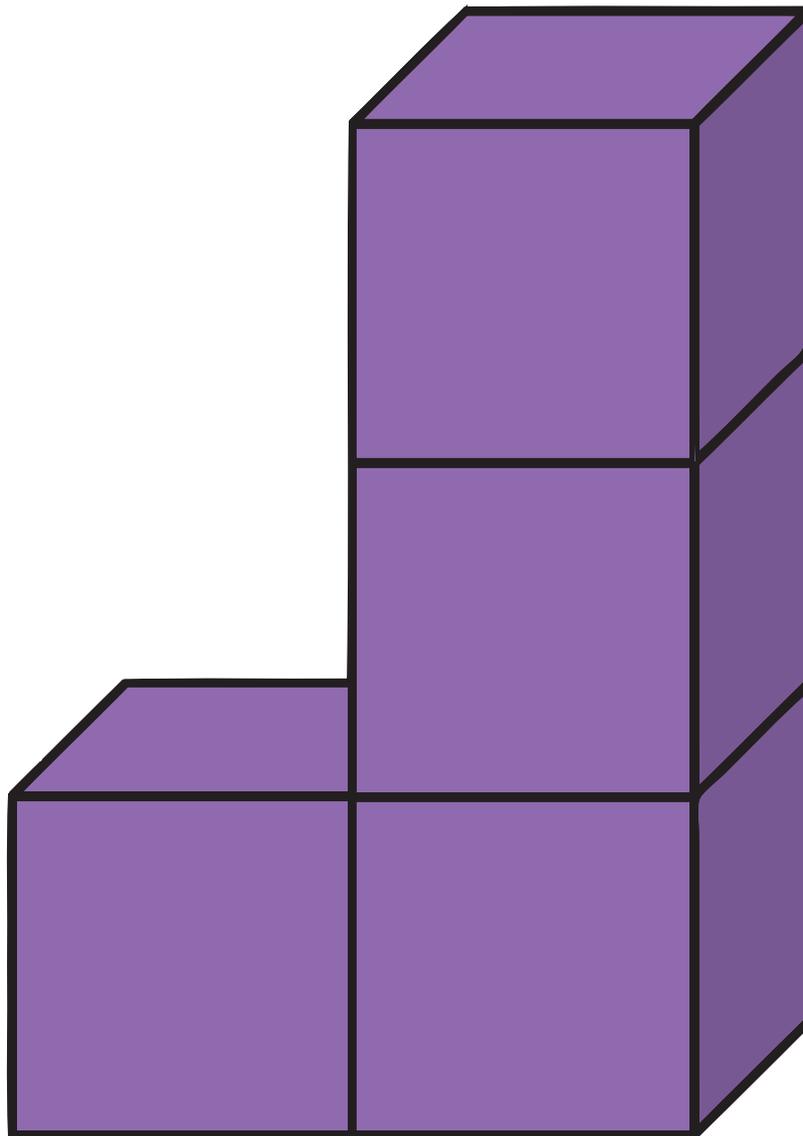
---















# Somawürfelnetz

---

Lerntandem: \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_





# Somawürfelnetz

---

Lerntandem: \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_





# Somawürfelnetz

---

Lerntandem: \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_



# Somawürfelnetz

---

Lerntandem: \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_

