Sachinformationen

Mathebriefkasten –

ein Instrument zur ritualisierten Dokumentation von Alltagsleistungen

Für ein authentisches Bild dessen, was Kinder leisten, ist es unverzichtbar, auch deren ‚Alltagsleistungen' zu dokumentieren. Nicht zuletzt auf dieser Grundlage können individuelle Fördermaßnahmen – keineswegs nur für die schwächeren Schüler – geplant werden.

Damit die Lernstände der Kinder kontinuierlich wahrgenommen und sie in ihrer Leistungsfähigkeit gefördert werden können, bedarf es gewisser Rituale; einen solchen regelmäßigen Einblick in individuelle Lernstände erhält man beispielsweise, indem man einen sog. *Mathebriefkasten* (vgl. SUNDERMANN & SELTER [3]2011, S. 117-120) einrichtet, das kann z.B. ein mit gelbem Papier beklebter Schuhkarton mit Schlitz sein[1].

In diesen Briefkasten werfen die Kinder „Briefe" an die Lehrperson, die individuelle Aufgabenbearbeitungen und Erklärungen für die Lehrperson zu diesen enthalten, welche nicht länger als fünf bis zehn Minuten in Anspruch genommen haben sollten. Vorab hat die Lehrperson am Ende - oder auch zu Beginn - einer Unterrichtsstunde, eines Tages oder einer Lerneinheit eine A5- oder A6-Karteikarte bzw. ein entsprechend großes Blatt Papier ausgeteilt (vgl. auch Haus 9, UM). Darauf notieren die Schüler/innen zunächst Datum und Namen sowie die Antwort auf eine Frage bzw. die Bearbeitung einer Kurzaufgabe.

Die Art der Aufgabenstellung hängt davon ab, was im Zusammenhang mit dem bereits durchgeführten oder dem noch bevorstehenden Unterricht erhoben werden soll. Sie kann sich beispielsweise auf die Verfügbarkeit von Kenntnissen oder Fertigkeiten, das Verständnis von Verfahren oder Konzepten oder die Ausprägung von Haltungen oder Einstellungen beziehen.

Beispielaufgaben sind …

- Schreibe auf, wie du 701 - 698 rechnest. Schreibe dann noch einen weiteren Rechenweg auf. Erkläre, welchen Rechenweg du schlauer findest.
- Schreibe fünf Malaufgaben mit dem Ergebnis 1000 auf.
- Runde 1251 auf Hunderter und beschreibe, warum du so vorgehst.
- Erkläre, warum bei der Addition von zwei ungeraden Zahlen immer eine gerade Zahl herauskommt.
- Schreibe auf, was du heute gelernt (gemacht) hast.
- Schreibe eine Frage oder eine Idee auf, die du zur heutigen Stunde (zu einem bestimmten Lerninhalt) hast.

Es sollte ergänzend hinzugefügt werden: „Erkläre so, dass ich verstehen kann, wie du gedacht hast!", damit den Kindern deutlich wird, dass es nicht allein um Lösungen, sondern um eine „Hilfestellung" für die Lehrperson zur weiteren Unterrichtsplanung geht.

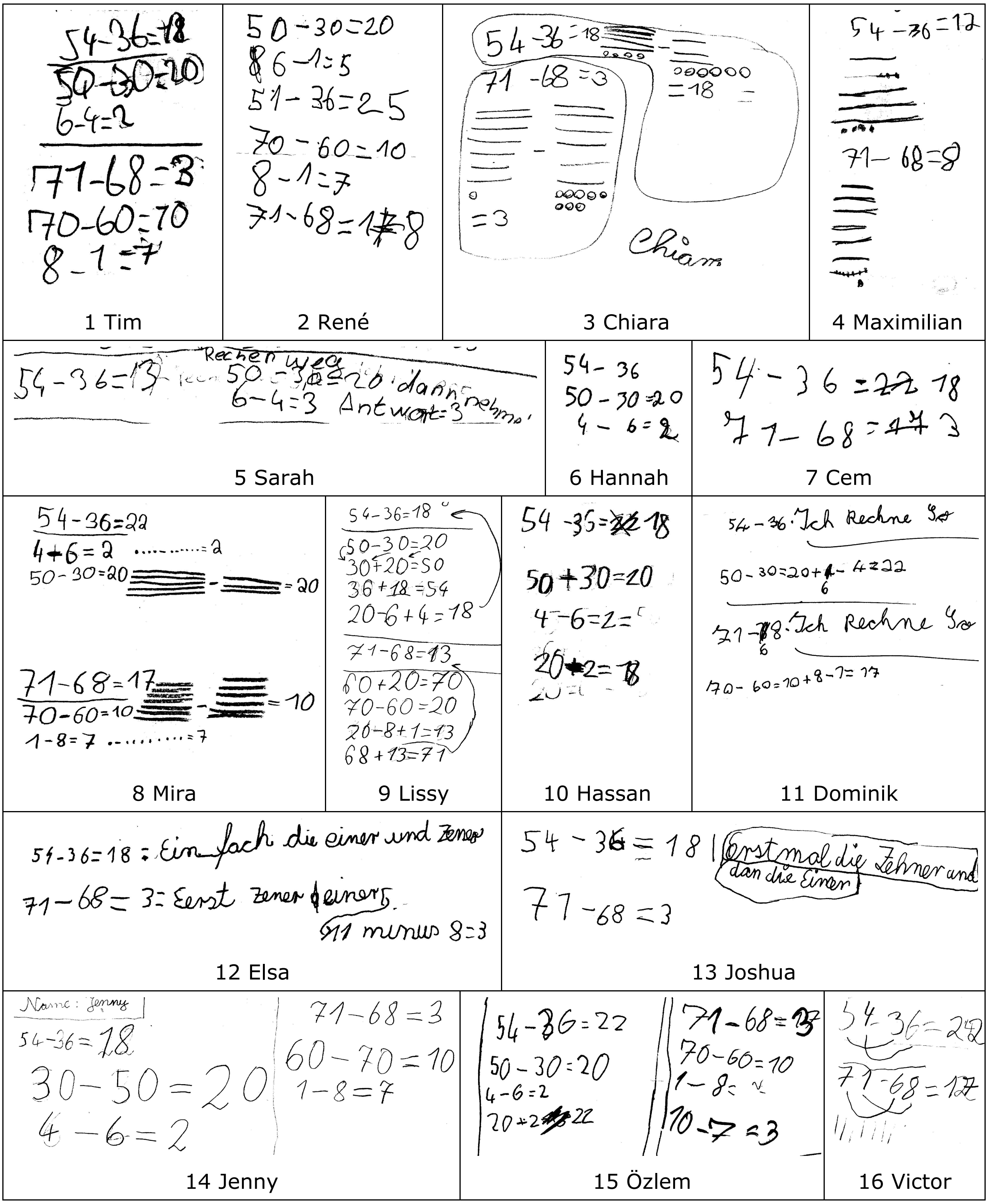
Aufgaben für den Mathebriefkasten können natürlich auch differenziert nach Grundanforderungen und weiterführenden Anforderungen formuliert werden…

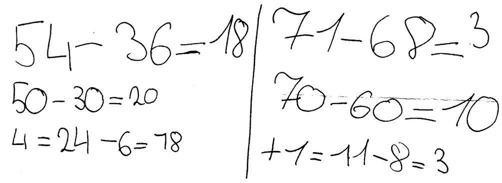
[1] *Anmerkung:* Natürlich kann auf die Rahmung „Briefkasten" verzichtet werden; entscheidend ist der Informationsgehalt der Aufgaben: Beim Einsatz dieser Methode ist immer eine sorgfältige Aufgabenauswahl wichtig, denn erst dadurch können Informationen über die Kompetenzen und Lösungswege der Kinder gewonnen werden (vgl. zu „Informativen Aufgaben" auch Haus 9, UM).

- Schreibe auf, wie du 701-698 rechnest. Schreibe dann noch einen weiteren Rechenweg auf. *Beschreibe die Unterschiede deiner beiden Rechenwege.

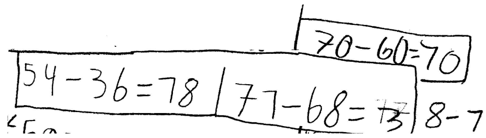
Im folgenden Beispiel (vgl. M 9.3_ AB3_Mathebriefkasten) hatte die Lehrerin eine dritte Klasse neu übernommen. Zu Beginn des Schuljahres stellte sie den Kindern die beiden Aufgaben 54–36 und 71–68. Bewusst stellte sie zwei Aufgaben mit Zehnerübergang, von denen eine auch gut durch Ergänzen (von 68 bis 71) lösbar war.

Es folgt eine repräsentative Auswahl von insgesamt 18 Eigenproduktionen.





17 Michael



18 Vanessa

Die Lehrerin sah die einzelnen Lösungen zum einen darauf hin durch, ob die richtigen Ergebnisse erzielt wurden. Sie schaute sich jedoch vor allem die Rechenwege an und konnte so feststellen, dass einige Kinder die Ergebnisse 22 und 17 erzielten, weil sie ‚Zehner minus Zehner' und ‚Einer minus Einer' rechneten, dabei stets die kleinere von der größeren Zahl subtrahierten und dann die Teilergebnisse addierten. Die Konsequenz, die die Lehrerin daraus zog, bestand darin, diese von den Kindern häufig von der Addition, wo sie gut funktioniert, auf die Subtraktion übertragene Strategie im Unterricht nochmals ausführlicher zu thematisieren.

Bei manchen Kindern führten nicht Verständnis-, sondern Rechenfehler zum falschen Resultat, etwa bei Lissy, die 70–60=20 rechnete, oder bei Sarah (6–4=3). René unterlief zusätzlich zu dem oben beschriebenen Verständnisfehler ein Fehler beim Abschreiben (51 statt 54). Nicht unmittelbar einsichtig war der Lehrerin, welches Ergebnis René bei der zweiten Aufgabe angeben wollte. Sie fragte ihn am nächsten Tag, wie sie auch Maximilian bat, seine Vorgehensweise mit Hilfe der Strich-Punkt-Darstellung zu erläutern. Hier zeigten sich Probleme im Gebrauch dieser als Veranschaulichung gedachten Darstellung, die in einem nachfolgenden Gespräch behoben werden konnten.

Manche Kinder notierten ihre Rechnung nicht vollständig, wie Hannah, die nur ihre Teilergebnisse und nicht das Endergebnis festhielt. Andere Kinder schrieben nur die Ergebnisse, aber nicht die Vorgehensweise auf. Die Lehrerin besprach mit den Kindern, dass die Notation eines Lösungswegs in manchen Fällen wichtig ist, damit von ihr oder von anderen Kinder verstanden werden kann, wie das Kind gedacht hat. Außerdem wurde in den Folgestunden anhand weiterer Aufgaben über ‚geschickte' oder ‚weniger geschickte' Rechenwege reflektiert – in Abhängigkeit vom Zahlenmaterial, aber auch von eigenen Vorlieben bzw. Kompetenzen. Zudem wurden das Dokumentieren und das gegenseitige Vorstellen von Rechenwegen, z. B. in Mathekonferenzen (vgl. Haus 8), geschult.

Mathebriefe können geordnet für jedes Kind gesammelt werden, um die Entwicklung von Lernzuwächsen dokumentieren zu können. Zentral ist, dass es sich bei Mathebriefen *nicht* um eine Form von Lernzielkontrollen handelt, sondern um ein diagnostisches Instrument, das die Förderung der einzelnen Kinder intendiert.

Es ist auch möglich, die Kinder zu bitten, denselben Mathebrief zweimal - mit zeitlichem Abstand zueinander – zu schreiben: So lassen sich Entwicklungen gut erkennen. Für einen systematischen Überblick über die individuellen Lernstände hat sich das Ausfüllen einer Übersichtstabelle als hilfreich erwiesen.

Hilfreich kann es auch sein, die wahrgenommenen Lernstände über ein Schulhalbjahr hinweg in einer Tabelle festzuhalten. Werden in kurzer Zeit und bezogen auf ein bestimmtes Thema vergleichsweise viele solcher Aufgaben gestellt, bietet sich auch eine *themen*bezogene Klassenliste an.

Literaturhinweise

SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER (2006): Pädagogische Leistungskultur: Materialien für Klasse 3 und 4. Mathematik. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule

SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER ([3]2011): Beurteilen und fördern im Mathematikunterricht. Gute Aufgaben. Differenzierte Arbeiten. Ermutigende Rückmeldungen. Berlin: Cornelsen Scriptor

Auswertung

Mathebriefe Nr. ___ - ___

Themen ____

Klasse _______ **Datum** ___________

Namen der Kinder								Kommentare / Förderhinweise

Juli 2010 © PIK AS (http://www.pikas.uni-dortmund.de/)

Name:
Datum:

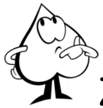
Manche Kinder können nicht lesen und sie kennen auch das Minuszeichen nicht.
Erkläre einem Kind die Aufgabe 6 – 4 = 2 .

Name:
Datum:

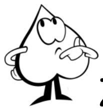
Manche Kinder können nicht lesen und sie kennen auch das Minuszeichen nicht.
Erkläre einem Kind die Aufgabe 6 – 4 = 2 .

Du kannst ein Bild dazu malen!

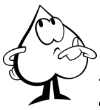
Name:
Datum:

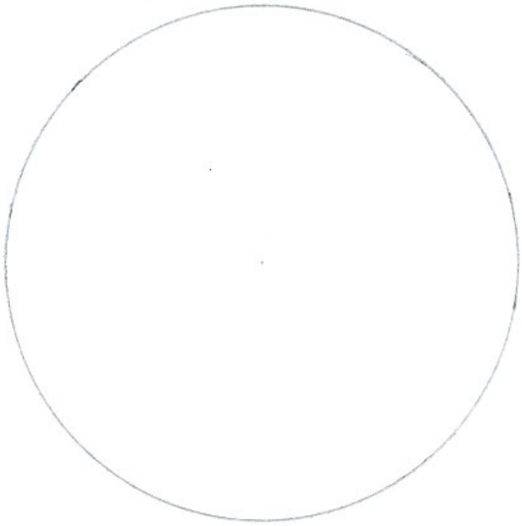

Zeichne möglichst genau ein Bild von einem Lineal!

Name:
Datum:

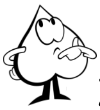

Zeichne möglichst genau ein Bild von einem Lineal!

Name:
Datum:


Zeichne möglichst genau ein Bild von einer Uhr!



Name:
Datum:


Zeichne möglichst genau ein Bild von einer Uhr!

„Jede Aufgabe hat ´ne Lösung“ – Vom rationalen Kern irrationalen Vorgehens

Anfang der 80er-Jahre wurde in Frankreich Zweit- und Drittklässlern die Aufgabe vorgelegt: ‚Auf einem Schiff befinden sich 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?‘

Von den befragten 97 Kindern haben 76 die im Text angegebenen Zahlenwerte miteinander kombiniert und kamen dadurch beispielsweise zu dem Ergebnis, dass der Kapitän 36 Jahre alt sein müsse. Achtzig Prozent der Schüler hatten also eine unlösbare Aufgabe durch die Verknüpfung irrelevanter Daten gelöst.

Die französischen Forscher haben, durch diese ‚Erfolge ermutigt‘, eine Testbatterie mit einer Reihe vergleichbarer Fragen entworfen und mit sieben- bis elfjährigen Kindern erprobt – mit ähnlichen, die gängige Praxis des Sachrechnens nachdrücklich in Frage stellenden Ergebnissen. Dabei ließen sie etwa auch Tiere vom Schiff fallen, was die Kinder dazu veranlasste, zu subtrahieren, oder sie wählten eine große und eine kleine Zahl, mit dem Resultat, dass die Schüler dividierten.

1 Ein Erlebnis im Schulpraktikum

Zehn Studierende des Lehramts Primarstufe haben mit mir vor einigen Monaten ein Schulpraktikum durchgeführt, dessen wesentliche Zielsetzung darin bestand, eine höhere Sensibilität für die Denk- und Vorgehensweisen von Kindern zu erlangen. Den Einstieg zu Beginn des Semesters haben wir u.a. so gestaltet, dass jeweils eine Studentin mit zwei Kindern ein Interview führte, in dessen Zentrum die Auseinandersetzung mit sog. ‚Kapitänsaufgaben‘ stand.

In der Vorbesprechung hatten die o.a. Befunde – verständlicherweise – Erstaunen hervorgerufen, und es herrschte die feste Überzeugung vor, dass ‚normale‘ Drittklässler niemals auf diesen Aufgabentyp hereinfallen würden. Zwei Studentinnen hatten die Interviews vorbereitet und sich die folgenden sechs Aufgaben überlegt.

1. Michael ist 8 Jahre alt. Seine Mutter ist 26 Jahre älter als Michael. Wie alt ist sie?
2. Anke ist 12 Jahre alt. Ankes Mutter ist dreimal so alt. Wie alt ist die Mutter?
3. Ein Hirte hat 19 Schafe und 13 Ziegen. Wie alt ist der Hirte?
4. Ein 27 Jahre alter Hirte hat 25 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Hirte?
5. In einer Klasse sind 13 Jungen und 15 Mädchen. Wie alt ist die Lehrerin?
6. Ein Bienenzüchter hat 5 Bienenkörbe mit jeweils 80 Bienen. Wie alt ist der Bienenzüchter?

Am Morgen, an dem die Interviews dann stattfinden sollten, waren wir alle sehr gespannt: Wie würden die Kinder damit umgehen, dass man ihnen unlösbare Aufgaben stellte? Würde die Durchführung eines Interviews wesentlich länger dauern als 5 Minuten? Oder würde es tatsächlich ein Kind geben, dass die Anzahl der Jungen und der Mädchen addierte, um das Alter der Lehrerin zu berechnen?

Als wir dann am Ende der Stunde zusammenkamen, waren wir ohne Ausnahme bis ins ‚pädagogische Mark‘ erschüttert: *Alle* Schüler hatten jeweils *alle* sechs Aufgaben gelöst, indem sie die angegebenen Zahlen irgendwie miteinander in Beziehung setzten. Selbst bei der vierten Aufgabe, in der doch ganz deutlich vermerkt worden war, dass der Hirte 27 Jahre alt war, hatten die Kinder addiert oder subtrahiert. Von zwei Interviews lagen Videoaufzeichnungen vor, die wir uns – gewissermaßen noch unter „Schock“ stehend – unmittelbar anschauten.

Einzelne Episoden bestärkten uns in der Auffassung, dass die Kinder nur mechanisch vorgingen und den Kontext vollkommen ausblendeten. Sebastian (S) etwa hatte bei der vierten Aufgabe alle drei Zahlen addiert, während Dennis (D) die ersten beiden zusammengezählt und die dritte von der so erhaltenen Summe subtrahiert hatte. Die Interviewerin (I) versuchte, den entstandenen Konflikt dadurch zu lösen, dass sie die Kinder anhielt, sich den Text noch einmal ganz genau durchzulesen. Sie hoffte, die Kinder würden entdecken, dass der Text doch besagte, der Hirte wäre 27 Jahre alt. Aber es kam anders:

S: Mh, ich weiß es. Ein 27 Jahre alter Hirte, da muss man die 25 noch dazuzählen, und die 10 Ziegen, die laufen ja nicht weg!

I: Die laufen nicht weg?

S: Ne, hab ich ja geschrieben!

I: Und was musst Du da rechnen?

S: 27 plus 25 plus die 10.

I: Weil die Ziegen nicht weglaufen?

S: Ja.

I: Und was meinst Du? (zu Dennis)

D: Die laufen weg!

I: Bei Dir laufen sie weg, ne! …

D: Der passt da nicht 'drauf auf!

Wir haben uns diese Szene – wie einige andere – mehrmals angeschaut, und je häufiger wir dieses taten, desto unwirklicher und erschreckender wurde die Situation. Sebastian und Dennis gaben allen Ernstes an, dass hinzukommende oder weglaufende Tiere, worüber der Text ja keinerlei Auskunft gab, Einfluss auf das Alter des Hirten hätten. Und bei der dritten Aufgabe hatten sie ihren Rechenweg wie folgt erklärt: „Wir haben die Schafe und die Ziegen zusammengezählt, und dann kommt da ´raus, wie alt der Hirte ist!“ Die sonst so aufgeweckten Kinder der Klasse 3 hatten an diesem Morgen ihren Verstand mit Betreten des Klassenzimmers abgegeben.

2 Die defizitorientierte Sichtweise

Ein Blick in die einschlägige Literatur bestätigte diesen Eindruck. Für Stella Baruk etwa waren die eingangs erwähnten französischen Forschungen sogar Anlass, ein Buch mit dem Titel ‚Wie alt ist der Kapitän?‘ zu schreiben, indem sie die Untersuchungsergebnisse wie folgt kommentiert: „Kinder wie Sie und ich, d.h. wie die, die wir waren oder wie unsere eigenen Kinder, Kinder aus dem letzten Viertel des 20. Jahrhunderts, die nicht in pädagogischer oder psychologischer Sonderbehandlung, nicht im Krankenhaus oder auf einer psychiatrischen Station sich befinden – nein ganz ‚normale‘ Kinder, die unsere Staatsbürger im Jahr 2000 werden sollen, haben Schafe mit Ziegen gekreuzt, um das Alter des Kapitäns herauszubekommen“ (Baruk 1989, 29).

Im folgenden spricht sie von „normalen Kindern mit so anormalen Verhaltensweisen“, von „Blindheit und Taubheit gegenüber den Tatsachen“ oder von einer „geistigen Umnachtung von Kindern, die keine Geistesgestörten sind“ (ebd., 30ff.). Stella Baruk artikuliert im weiteren mit teilweise sehr drastischen Worten, wie der Mathematikunterricht es bisweilen schaffe, intelligente und aufgeschlossene Schüler nach und nach irreparabel zu schädigen und zu demoralisieren.

Eine zweite Spur der Auseinandersetzung mit Kapitänsaufgaben findet sich in einer Untersuchung von Hendrik Radatz, in der verstreut zwischen berechenbaren auch einige nicht-berechenbare Sachinformationen angeboten wurden, wie etwa: „Katja verschickt zum Kindergeburtstag 8 Einladungen. Die Geburtstagsfeier findet in 4 Tagen statt“ (Radatz 1983, 210). An der Erhebung nahmen insgesamt 333 Vorschulkinder und Schülerinnen bzw. Schüler der ersten fünf Schuljahre teil: „Dabei zeigte sich, dass nur wenige Vorschulkinder und Schulanfänger versuchten, derartige Sachgeschichten zu berechnen. Kinder ohne lange Erfahrungen mit Mathematikunterricht stellten … durchweg fest, dass man nicht ‚zuzählen‘ oder ‚rechnen‘ könne.

… Kinder dieser Altersgruppe konzentrierten sich auf die Aussagen bzw. die Sachen selbst" (ebd., 214).

Eine prozentuale Aufschlüsselung der Berechnungsversuche bestätigt diese These: Während von den Kindergartenkindern bzw. den Erstklässlern nur etwa 10% der Kapitänsaufgaben ‚gelöst' wurden, lagen die entsprechenden Prozentsätze bei den Schülern des zweiten Schuljahres (etwa 30%) sowie der dritten bzw. vierten Klasse (etwa 60%) ungleich höher, um dann allerdings im fünften Schuljahr wiederum auf 45% abzusinken. Radatz folgert daraus, dass die Einstellung der Schüler gegenüber eingekleideten Aufgaben ganz entscheidend durch den Unterricht geprägt würde. Außerdem bestätige sich die Erkenntnis, dass „die Arithmetik und ihre Anwendungen von sehr vielen Grundschülern als eine Art Spiel mit künstlicher Regelhaftigkeit und ohne besondere Beziehungshaltigkeit zur außerschulischen Realität angesehen wird. … Die Unvereinbarkeit bestimmter Lösungen mit der Realität oder den inneren Bedingungen einer Aufgabe wird von sehr vielen Grundschülern nicht empfunden" (ebd., 215f.).

Der amerikanische Mathematikdidaktiker Alan Schoenfeld schließlich berichtet von einer Untersuchung des Schweizer Psychologen Kurt Reusser, der in Anlehnung an die französische Untersuchung selbst Schüler der ersten fünf Schuljahre bei der Bearbeitung von Kapitänsaufgaben beobachtete. Reusser erhielt vergleichbare Resultate, was Schoenfeld (1991, 316f., Übers. d. d. Verf.) zu der Bemerkung veranlasst: „Die interviewten Schüler haben es nicht nur versäumt, die Irrelevanz der gegebenen Daten zu erkennen, sondern haben auch ganz unbeschwert die einzelnen Zahlen miteinander verknüpft. … Es gibt gute Gründe, anzunehmen, dass der Mathematikunterricht bewirkt, dass die Schüler nach und nach ihren gesunden Menschenverstand verlieren."

Die Befunde von Baruk, Radatz und Schoenfeld bestärkten also die von uns angestellten Vermutungen: Sachaufgaben scheinen im Mathematikunterricht häufig unter Ausschaltung des Verstandes bzw. unter Nichtbeachtung der Rahmenbedingungen des Kontextes schematisch gelöst zu werden.

3 Erste Zweifel

Mir wurde allerdings zunehmend unwohler, und ich fragte mich: Ist das wirklich so?

Mein Blickwinkel auf Lern- und Unterrichtsprozesse ist nämlich vorwiegend *kompetenzorientiert* und eigentlich nicht so sehr *defizitorientiert*. Ich bemühe mich daher immer, danach zu schauen, was Kinder *können*, und möchte Lehr-/Lernprozesse nicht vorrangig danach beurteilen bzw. ausrichten, was sie *nicht können*.

Ich setzte also die Brille des Pessimisten ab sowie die des Optimisten auf und versuchte sodann, nach rationalen Hintergründen des anscheinend so irrationalen Handelns zu forschen. Plötzlich ergab sich eine Reihe von interessanten Fragestellungen:

- Sind die Kinder wirklich ‚geistig umnachtet'? Oder deute ich ihr Verhalten nur so? Oder vielleicht lediglich die Ergebnisse ihres Verhaltens?
- Blenden Sie die Bedeutung wirklich aus? Oder konstruieren sie vielleicht einen anderen Kontext?
- Wie würden sich die Kinder verhalten, wenn sie die Aufgaben nicht von Erwachsenen in der Schule, sondern von Gleichaltrigen am Nachmittag gestellt bekämen?
- Wie reagierten sie, wenn man eingangs anmerken würde, dass einige der Aufgaben lösbar seien, andere jedoch nicht? Oder was würde geschehen, wenn eine dritte Person den Kindern vor Interviewbeginn sagen würde, dass ein Erwachsener sie gleich ‚veräppeln' würde?
- Welche Auswirkungen hätte es, die Zahlen als Zahlwörter – und nicht als Zahlsymbole – anzugeben? Wenn man vertrautere Kontexte wählen würde? Wenn man nicht mit zwei lösbaren Aufgaben begönne?
- Und: Welche Auffälligkeiten könnte man feststellen, wenn man die Interviews genauer analysierte und sich dabei bemühte, das *Positive* herauszustellen, und nicht so sehr auf die *Defizite* achtete.

An unserem Institut ergab sich ein reger Gedankenaustausch über die zu beobachtenden Phänomene sowie über die angerissenen Fragestellungen. In verschiedenen dritten Schuljahren wurde die Aufgabenserie daher unter veränderten Bedingungen eingesetzt. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen: Während Variationen in der Aufgabendarbietung (Zahlwörter, andere Kontexte, veränderte Reihenfolge) keine allzu großen Auswirkungen hatten, führte ein veränderter didaktischer Kontrakt zu spürbar anderen Resultaten …

Begann man das Interview nämlich beispielsweise mit dem Hinweis, dass einige der Aufgaben lösbar und einige nicht lösbar waren, so unternahmen deutlich weniger Schüler bei unlösbaren Aufgaben einen Berechnungsversuch. Diese Unterschiede zwischen der aufgeklärten und der nicht aufgeklärten Bedingung konnten im übrigen auch in der quantitativ-empirischen Studie von Stern (1992, 22) nachgewiesen werden.

4 Die kompetenzorientierte Sichtweise

Im Rahmen des Praktikums beschlossen wir dann, die Interviewserie zwei Monate später zu wiederholen und die Videoaufzeichnungen bewusst mit der Optimistenbrille zu betrachten. Wir entschieden uns dafür, die aufgeklärte Rahmenbedingung zu wählen, und wollten es den Kindern dadurch ermöglichen, Unlösbarkeit zu konstatieren, ohne an den eigenen Fähigkeiten zweifeln zu müssen.

Wir gingen nämlich davon aus, dass die Kinder beim ersten Interview dazu neigten, *alle* Aufgaben zu berechnen – so irrelevant die angegebenen Daten auch erschienen –, da sie im Laufe ihrer schulischen Sozialisation gelernt hatten, dass im Mathematikunterricht jede Aufgabe eine eindeutig bestimmbare Lösung hat. Objektiv unlösbare Aufgaben gab es demnach nicht, sondern lediglich Problemstellungen, die der einzelne aufgrund mangelnder Kompetenzen nicht bewältigen konnte.

Alle Erfahrungen, die nun bei der Durchführung und Auswertung der Interviews gesammelt werden konnten, deuteten darauf hin, dass die Vermutung, die Kinder gäben mit Beginn des Unterrichts ihren Verstand ab, in dieser Absolutheit keineswegs haltbar ist.

Natürlich ließen sich weiterhin Schülerinnen und Schüler beobachten, die (scheinbar) nur schematisch mit den Zahlen manipulierten. Zwar zeigten sie bisweilen gewisse Irritationen, die Kinder gaben sich jedoch dann relativ schnell einem Berechnungs-Automatismus hin: „Das kann eigentlich nicht stimmen. Sollen wir hier ‚28' hinschreiben? Komm´, wir schreiben hier ‚28' hin."

Die Anzahl der rein mechanischen Aufgabenbearbeitungen nahm jedoch ab, und einer ganzen Reihe von Schülern konnte man die Erleichterung gewissermaßen anmerken, die Unlösbarkeit einer Aufgabe artikulieren zu können, ohne sie auf die eigene Inkompetenz zurückführen zu müssen. Es wurde uns ganz deutlich, wie sehr die kleine Veränderung des didaktischen Kontraktes die Ergebnisse unserer Interviews beeinflusst hatte. Die eingangs von uns eingenommene defizitorientierte Sichtweise hatte sich als zu einseitig und zu einfach erwiesen. Die Schüler hatten sich nämlich merkwürdig verhalten, weil die ganze Situation, in der sie sich befanden, sie dazu veranlasste, nicht weil ihr Verstand grundsätzlich chloroformiert war.

Und selbst bei denjenigen Aufgaben, bei denen (aus Erwachsenensicht) irrelevante Daten miteinander verknüpft worden waren, ließ sich ein häufig rationaler Kern des scheinbar so irrationalen Handelns identifizieren, wenn man nur genau genug hinschaute. Den Kindern war klar, dass sie eigentlich nicht die Zahlenangaben miteinander verknüpfen konnten, um die Lösung zu erhalten; andererseits, so ihre Überlegung, musste die Lösung irgendwo im Text versteckt sein.

Hans Freudenthal hat dieses Phänomen ebenfalls beobachtet und darauf hingewiesen, dass Kinder häufig den ‚magischen Kontext' suchen würden. „Wenn Kinder ein Problem lösen wollen, suchen sie nach geheimen Zeichen, nach Andeutungen, die zufällig oder absichtlich versteckt sind, und insbesondere nach Zahlen als Spuren, um hinter die Schliche zu kommen – kurzum, sie suchen den magischen Kontext. … Wie alt könnte der Kapitän sein? Die 26 Schafe und 10 Ziegen an Bord lassen sich mit den Daten vergleichen, aus denen der Astrologe die Zukunft voraussagt" (Freudenthal 1984, 39). Die Kinder versuchten also, die Aufgaben in einem anderen Bedeutungszusammenhang zu sehen, der es ihnen erlaubte, die Zahlenangaben mit der im

Text entfalteten Situation in Verbindung zu bringen. Einige Beispiele derartiger, in der Regel hoch kreativer Hilfskonstruktionen, die wir beobachten konnten, sollen im folgenden angeführt werden:

- „Der Hirte hat zu jedem Geburtstag ein Schaf oder eine Ziege geschenkt bekommen."
- „Er hat sich für jedes Lebensjahr ein Tier gekauft; dann weiß er immer, wie alt er ist."
- „Die Schulklasse ist eine besondere Klasse, weil in ihr genauso viele Kinder sind, wie die Lehrerin alt ist."
- „Normal ist ein Mensch nicht 400 Jahre alt. Aber der Bienenzüchter heißt Ming, und der ist auf Mongor geboren. Hast Du das gestern nicht im Fernsehen gesehen?"

Das Erklärungsgrundmuster der Kinder bestand dabei darin, dass die Zahlen eben so gewählt gewesen seien, dass das Endergebnis verrate, wie alt die jeweilige Person sei. Sebastian und Dennis beispielsweise hatten das Resultat der Lehrerinnen-Aufgabe mit „28" angegeben, woraufhin der Interviewer fragte, wie diese wohl in der eigenen Klasse zu formulieren und zu berechnen sei.

S: In einer Klasse sind …

D: Ne, in unserer Klasse sind …

S: Ja, in unserer Klasse sind 11 Jungen und 12 Mädchen. Wie alt ist die Lehrerin?

I: Und was wäre dann die Lösung?

S: 23; ein bisschen jung, ne, für Frau Limmroth?

D: Ja, dann ist die auch unlösbar.

I: In Eurer Klasse?

D: Aber in einer anderen nicht.

Einige Praktikantinnen haben sich mit mir auch die Interviews der ersten Serie nochmals angeschaut und dabei bewusst nach Spuren rationalen Handelns gesucht. Wir entdeckten, dass wir bei der ersten Durchsicht mit der Pessimistenbrille viele interessante verbale Äußerungen und aufschlussreiche mimische bzw. gestische Aspekte an uns vorbeirauschen lassen hatten. So hatten Stefan (St) und Ramona (R) bei der dritten Aufgabe das Ergebnis „32" angegeben, eine genauere Analyse der Videoaufzeichnungen verdeutlichte uns jedoch, dass ihr Weg dorthin durchaus von Zweifeln und einem gewissen Unbehagen begleitet war.

I: So, jetzt haben wir schon die dritte Aufgabe.

St: Ein Hirte hat 19 Schafe und … (stockt)

R: 13 Ziegen.

St: Ein Hirte hat 19 Schafe und 13 Ziegen. Wie alt ist der Hirte? (Stefan ist verunsichert). … Hä?

R: Hä?

St: Ah, jetzt versteh' ich.

R: Ich auch!

St: Die beiden zusammenzählen.

R: 32.

St: Ja, 32.

I: Könnt Ihr mir das mal erklären?

St: Anders geht's ja nicht.

R: Der muss ja schon 32 sein, wenn er so viele Tiere hat, da muss er ja schon 32 sein!

St: Aber das geht ja dann nicht, weil da ja kein Alter steht.

I: Mh (zustimmend), was geht nicht?

St: Das Alter! Wenn da kein Alter steht. Plus? Oder so? (ratlos) Erzähl Du 'mal. (zu Ramona)

R: Ich versteh' nicht, wie Du das meinst.

St: Ich auch nicht.

Dass Stefans und Ramonas Zweifel von uns allen im ersten Durchgang nicht besonders wahrgenommen wurden, stellte keinen Einzelfall dar. Je länger wir uns die Videoaufzeichnungen anschauten, desto mehr Spuren vernünftigen Denkens fanden wir und desto mehr mussten wir unsere ursprünglich defizitorientierte Sichtweise relativieren. Es erwies sich für uns als ein entscheidender Gesichtspunkt, mit welchem Blickwinkel wir an die Analyse der Geschehens herangingen.

Solange wir nach irrationalem Vorgehen suchten, so nahmen wir es zuhauf wahr. Unterstellten wir den Antworten und den Handlungsweisen der Kinder jedoch prinzipiell zuerst einmal einen rationalen Kern, so fiel uns häufig auf, wie originell und – von einem anderen Standpunkt aus gedacht – vernünftig die Kinder vorgingen. Die Auseinandersetzungen mit den Kapitänsaufgaben erschienen uns dabei als besonders geeignetes Beispiel für ein allgemein zu beobachtendes Phänomen: Überlegungen von Schülerinnen und Schülern sind oft vernünftiger, organisierter und intelligenter, als wir es in der Flüchtigkeit des Unterrichts wahrnehmen. Ob wir es registrieren, hängt allerdings davon ab, wie wir ihr Verhalten interpretieren und welche didaktischen Kontrakte wir mit ihnen schließen. Dieses steht in einem engen Zusammenhang damit, was wir ihnen zutrauen. Und hier scheinen wir Experten uns nicht selten zu irren.

5 Für eine optimistischere Einschätzung des geistigen Potentials

Es existieren Belege, dass Experten – Lehrende, Studierende, Didaktiker – das geistige Potential von Kindern unterschätzen. Das englische LAMP-Projekt (Trickett & Sulke 1993) beispielsweise hat deutlich gemacht, dass die Leistungsfähigkeit von Kindern sich häufig aufgrund zu niedriger Erwartungen seitens der Erwachsenen nicht in dem Maße entfalten kann, indem es möglich wäre. Die Analyse eines schriftlichen Test mit 881 deutschen Schulanfängern sowie der Vorabeinschätzung von 426 Lehrkräften und Studierenden, wieviel Prozent der Schüler die einzelnen Testaufgaben korrekt bearbeiten würden, brachte eine Kluft zwischen den arithmetischen Kompetenzen von Erstklässlern und dem Pessimismus der Experten zu Tage und wies somit in die gleiche Richtung (Selter 1993).

Wir alle, die in irgendeiner Form an Konzeptionen oder praktischen Realisierungen des Mathematikunterrichts mitwirken, sollten uns daher überlegen, ob unsere Wahrnehmung von Äußerungen und Handlungen der Kinder manchmal nicht etwas zu stark vom defizitorientierten Blickwinkel geprägt ist. Vielleicht käme es unseren gemeinsamen Anstrengungen zugute, wenn wir uns statt dessen bemühten, auch die kompetenzorientierte Sichtweise zu ihrem Recht kommen zu lassen und das geistige Potential der Kinder optimistischer zu beurteilen.

Literatur:

Baruk, Stella (1989): Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser.

Freudenthal, Hans (1984): Wie alt ist der Kapitän? In: mathematiklehren. H. 5, S. 38 bis 39.

Radatz, Hendrik (1983): Untersuchungen zum Lösen eingekleideter Aufgaben. In: Journal für Mathematik-Didaktik. 3. Jahrgang, S. 205 bis 217.

Schoenfeld, Alan (1991): On Mathematics as Sense-Making: An Informal Attack on the Unfortunate Divorce of Formal and Informal Mathematics. In: James F. Voss et al. (eds.): Informal Reasoning and Education. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, S. 311 bis 343.

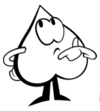
Selter, Christoph (1993): Die Kluft zwischen den arithmetischen Kompetenzen von Erstklässlern und dem Pessimismus der Experten. Eingereicht beim Journal für Mathematik-Didaktik.

Stern, Elsbeth (1992): Warum werden Kapitänsaufgaben ‚gelöst'? In: Mathematikunterricht. 38. Jahrgang. Heft 5, S. 7 bis 30.

Trickett, Liz & Frankie Sulke (1993): Fördern heißt fordern! Mathematikunterricht mit schulschwachen Kindern. In: Die Grundschulzeitschrift. Oktober. Heft 68, S. 35-38.

Anmerkung: Dieser Beitrag von Christoph Selter ist eine Vorversion des Kapitels 3.3 (Seiten 30-36) des Buches ‚Wie Kinder rechnen' von Christoph Selter und Hartmut Spiegel, erschienen im Klett-Verlag.

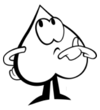
Name:
Datum:


Eine Lehrerin hat 23 Goldfische und 5 Meerschweinchen.
Wie alt ist die Lehrerin?

* Was hast du dir überlegt? Wie bist auf deine Antwort gekommen?


Diese Aufgabe fand ich leicht/schwierig, weil...

Name:
Datum:


Kann man diese Aufgabe lösen?
Eine Lehrerin hat 23 Goldfische und 5 Meerschweinchen.
Wie alt ist die Lehrerin?


Nicht jede Aufgabe hat eine Lösung!


Diese Aufgabe fand ich leicht/schwierig, weil...

Name:
Datum:

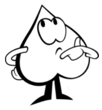
Erkläre, warum bei der Addition von zwei ungeraden Zahlen immer eine gerade Zahl herauskommt.

Name:
Datum:

Erkläre, warum bei der Addition von zwei ungeraden Zahlen immer eine gerade Zahl herauskommt.

Du kannst auch eine Zeichnung machen!

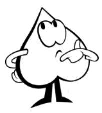
Name:
Datum:



Schreibe auf, wie du möglichst schlau rechnest!

a) 54 – 36 b) 71 – 68

Name:
Datum:

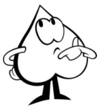


Schreibe auf, wie du möglichst schlau rechnest!

a) 54 – 36 b) 71 – 68

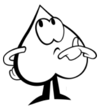
*Schreibe jeweils noch einen zweiten Rechenweg auf, wie du diese Aufgaben lösen könntest.

Name:
Datum:



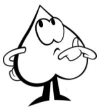
Schreibe auf, wie du möglichst schlau 701 – 698 rechnest.
Schreibe dann noch einen zweiten Rechenweg auf, wie du diese Aufgabe lösen könntest.

Name:
Datum:



Schreibe auf, wie du möglichst schlau 701 – 698 rechnest.
Schreibe dann noch einen zweiten Rechenweg auf, wie du diese Aufgabe lösen könntest.
*Beschreibe die Unterschiede deiner beiden Rechenwege!

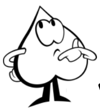
Name:
Datum:



Werbung: Ist das ein Sonderangebot?

Was hast du dir überlegt? Wie bist auf deine Antwort gekommen?

Name:
Datum:

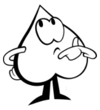


Werbung: Ist das ein Sonderangebot?

Was hast du dir überlegt? Wie bist auf deine Antwort gekommen?

* Denke dir selbst eine solche „Werbung“ aus.
Male und schreibe auf der Rückseite!

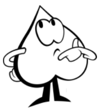
Name:
Datum:



Baue mit Würfeln ein Gebäude.
Regel: Es soll immer eine Fläche genau auf der anderen liegen.

Zeichne einen Bauplan!
Achte darauf: Zeichne so, dass ein anderes Kind mit deinem Bauplan dein Gebäude ganz genau nachbauen kann.

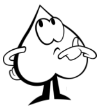
Name:
Datum:



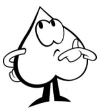
Baue mit Würfeln ein Gebäude.
Regel: Es soll immer eine Fläche genau auf der anderen liegen.

Zeichne einen Bauplan!
Achte darauf: Zeichne so, dass ein anderes Kind mit deinem Bauplan dein Gebäude ganz genau nachbauen kann.

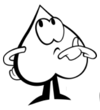
Name:
Datum:


Schreibe fünf Malaufgaben mit dem Ergebnis 1000 auf!

Name:
Datum:

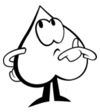

Schreibe zwei leichte und zwei schwierige Malaufgaben mit dem Ergebnis 1000 auf!
*Erkläre, warum diese Aufgaben für dich leicht oder schwierig sind!

Name:
Datum:



Runde 1251 auf Hunderter.
Beschreibe, warum du so vorgehst!

Name:
Datum:



Runde 1251 auf Hunderter.
Beschreibe, warum du so vorgehst!

Name:
Datum:

Drei Freunde haben im Lotto 9546 € gewonnen. Sie teilen den Gewinn gerecht.

Schreibe auf, wie du diese Aufgabe löst!
Erkläre so, dass andere Kinder deinen Lösungsweg verstehen können!

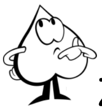
Name:
Datum:

3 Freunde haben im Lotto 9546 € gewonnen. Sie teilen den Gewinn gerecht.

Schreibe auf, wie du diese Aufgabe löst!
Erkläre so, dass andere Kinder deinen Lösungsweg verstehen können!

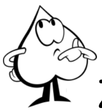
1. Du kannst Zeichnungen machen. 2. Du kannst Rechengeld benutzen.

Name:
Datum:



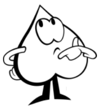
Zeichne mit dem Zirkel zwei Kreise, die einen Abstand von 2 cm zueinander haben.
Erkläre, wie du vorgegangen bist!

Name:
Datum:

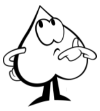


Zeichne mit dem Zirkel zwei Kreise, die einen Abstand von 2 cm zueinander haben.
Erkläre, wie du vorgegangen bist!

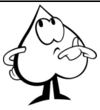
Name:
Datum:


Schreibe auf, was du heute gelernt hast!

Name:
Datum:

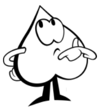

Schreibe auf, was du heute gelernt hast!

Name:
Datum:



Schreibe eine **Frage** oder eine **Idee** auf, die du zur heutigen Stunde hast!

Name:
Datum:



Hast du **Fragen**, **Ideen** oder **Wünsche** für den Mathematikunterricht?