



Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Basisinformationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion, Teil 2

Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

DARUM GEHT ES

Die Kinder sollen die schriftlichen Rechenverfahren auf „der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten (...) *verständlich*“ ausführen können (Lehrplan 2008, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS). Ein solches verständnisvolles Erlernen kann dann besonders gut gelingen, wenn die Algorithmen nicht nur „beigebracht“ und nachvollzogen werden, sondern wenn Bezüge zu bereits Bekanntem und Verstandenem hergestellt werden, hier also zu den beim „Rechnen auf eigenen Wegen“ (vgl. Teil 1) entwickelten halbschriftlichen Strategien.

Im Folgenden werden zunächst die Verfahren der schriftlichen Addition und Subtraktion kurz vorgestellt, um dann jeweils mögliche Zugangsweisen über halbschriftliche Rechenwege darzulegen.

Schriftliche Addition und Subtraktion

Traditionell wird zwischen drei Hauptmethoden des Rechnens unterschieden: dem mündlichen, dem halbschriftlichen und dem schriftlichen Rechnen (vgl. auch *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1*).

Das zentrale Kennzeichen des schriftlichen Rechnens ist das Zerlegen der Zahlen in Ziffern, die bei der Addition und Subtraktion stellengerecht untereinander geordnet und berechnet werden. Dabei rechnet man nach festen Regeln, mit Hilfe eines Algorithmus.

Schriftliche Addition

Die schriftliche Addition ist für viele Kinder das - von den insgesamt vier schriftlichen Rechenverfahren - am leichtesten nachzuvollziehende Verfahren. Es ist der erste Algorithmus, mit dem sich die Kinder in der Mitte des dritten Schuljahres auseinandersetzen müssen.

Bei der schriftlichen Addition gibt es weltweit hinsichtlich der Notation wesentlich nur *ein* Verfahren: Es werden die Summanden zunächst stellengerecht untereinander geschrieben. Die Addition der einzelnen Stellenwerte vollzieht sich von rechts nach links: Zunächst werden die Einer miteinander addiert, um die erste Teilsumme zu erhalten. Für die weiteren Teilsummen erfolgt die Addition der Zehner und der Hunderter, wobei traditionell von unten nach oben addiert wird – aber aufgrund der Kommutativität nicht muss. Sollte die Summe in einer Stellenwertspalte den Wert 9 überschreiten, notiert man einen Übertrag am unteren Rand der nächsten (linken) Spalte (im Beispiel rechts: 7 Einer + 5 Einer = 12 Einer, also: Schreibe 2 Einer und 1 Zehner (als Übertrag)). Anschließend geht man zur nächsten (linken) Spalte über und addiert auch hier wieder die Ziffern. Wurde am unteren Rand ein Übertrag notiert, so addiert man diesen nun mit zu den anderen Ziffern der Stellenwertspalte hinzu (4 Zehner + 2 Zehner + 1 Zehner = 7 Zehner: Schreibe 7 Zehner. Abschließend addiert man nach dem gleichen Schema die Ziffern in der Hunderterstelle (3 Hunderter + 1



Schuljahr 3

Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Zahlen und Operationen -
Schwerpunkt Ziffernrechnen

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein,
argumentieren,
darstellen/kommunizieren

	H	Z	E
	3	4	7
+	1	2	5
			1
	4	7	2

Schriftliche Addition:
Kurzschreibweise



Hunderter = 4 Hunderter: Schreibe 4 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend - zunächst noch benannt werden.

Welche halbschriftliche Strategie lässt sich mit dem Verfahren der schriftlichen Addition in Beziehung setzen?

Die schriftliche Addition lässt sich leicht aus der halbschriftlichen Hauptstrategie „Stellenweise“ (Stellenwerte extra) herleiten: Der halbschriftlichen Addition der Einer (7 + 5) entspricht die stellenmäßige Addition der Einer in der Stellentafel (7 + 5), der halbschriftlichen Addition der Zehner (40 + 20) entspricht die stellenmäßige Addition der Zehner (4 + 2) in der Stellentafel. Hinzugefügt wird noch der Übertrag 1 Zehner. Der halbschriftlichen Addition der Hunderter (300 + 100) entspricht die stellengemäße Addition der Hunderter (3 + 1) in der Stellentafel.

Im Unterrichtsmaterial werden daher diese beiden Wege einander gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 2 Addition*).

Lea rechnet so:	Paul rechnet so:
Sie addiert halbschriftlich .	Er addiert schriftlich .
$347 + 125$	$347 + 125$
Sie rechnet so:	Er rechnet so:

Anmerkung: Der Algorithmus der schriftlichen Addition lässt sich auch von den Kindern selbst „erfinden“ (vgl. z.B. Becker/Spiegel: http://math-www.upb.de/~hartmut/Eigene_Texte/KadWz_schr.Add.pdf). Der im Unterrichtsmaterial vorgestellte Weg dient wesentlich auch der Vorbereitung des methodischen Gangs zur Hinführung zur schriftlichen Subtraktion: So ist das Verfahren des Vergleichens beider Rechenwege sowie der Umgang mit den „Forschermitteln“ (Darstellung auf der Handlungsebene mit Zehner-System-Blöcken und Notation auf der ikonischen Ebene mit Strich-Punkt-Darstellung) den Kindern dann bei dem deutlich komplexeren Algorithmus der schriftlichen Subtraktion durch Entbündeln (s. unten) bereits bekannt.

Schriftliche Subtraktion

Bei der schriftlichen Subtraktion gibt es *verschiedene* Verfahren. Der nordrhein-westfälische Lehrplan schreibt kein Verfahren vor.



Welche Verfahren der schriftlichen Subtraktion gibt es überhaupt?

Die verschiedenen Verfahren unterscheiden sich durch

- a) die Art der Berechnung der Differenz und der Sprechweise:
 - Abziehen (Wegnehmen) in Minus-Sprechweise oder
 - Ergänzen (Hinzufügen) in Plus-Sprechweise
- b) die Art der Behandlung des Übertrags:
 - Entbündeln, auch ‚Borge-Technik‘ genannt,
 - gleichsinniges Verändern sowohl des Minuenden (der oberen Zahl) als auch des Subtrahenden (der unteren Zahl), auch ‚Erweiterungs-Technik‘ genannt oder
 - Auffüllen des Subtrahenden zum Minuenden

	Berechnen der Differenz durch Abziehen (Minus-Sprechweise)		Berechnen der Differenz durch Ergänzen (Plus-Sprechweise)
Entbündeln (Borge-Technik)	6 Einer minus 3 Einer sind 3 Einer. 2 Zehner minus 8 Zehner funktioniert hier nicht. Ich tausche 1 Hunderter, das sind 10 Zehner. Dann habe ich 12 Zehner. 12 Zehner minus 8 Zehner gleich 4 Zehner. ...	$\begin{array}{r} 4 \cdot 10 \\ 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	3 Einer plus 3 Einer sind 6 Einer. 8 Zehner plus wie viel Zehner sind 2 Zehner funktioniert hier nicht. Ich tausche 1 Hunderter, das sind 10 Zehner. Dann habe ich 12 Zehner. 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. ...
Gleichsinniges Verändern (Erweiterungs-Technik)	6 Einer minus 3 Einer sind 3 Einer. 2 Zehner minus 8 Zehner funktioniert hier nicht. Ich erweitere oben mit 10 Zehnern und unten mit 1 Hunderter. Oben habe ich jetzt 12 Zehner. 12 Zehner minus 8 Zehner gleich 4 Zehner. ...	$\begin{array}{r} 10 \\ 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	3 Einer plus 3 Einer sind 6 Einer. 8 Zehner plus wie viel Zehner sind 2 Zehner funktioniert hier nicht. Ich erweitere oben mit 10 Zehnern und unten mit 1 Hunderter. Oben habe ich jetzt 12 Zehner. 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. ...
Auffüllen (Auffüll-Technik)		$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$	Ich ergänze vorwärts zum nächsten passenden Einer, also 3 Einer plus 3 Einer gleich 6 Einer. Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also 8 Zehner plus 4 Zehner gleich 12 Zehner. Ich erhöhe die 2Hunderter um 1 Hunderter...



Welche halbschriftlichen Strategien lassen sich mit den schriftlichen Verfahren der Subtraktion in Beziehung setzen?

Vielen Kindern und auch vielen Erwachsenen fällt es schwer, das früher vorgeschriebene *Erweiterungsverfahren* zu verstehen. So kann es sein, dass die Kinder das Verfahren zwar ausführen können, jedoch nicht verstanden haben, wo die „kleine Eins da unten“ herkommt. Dies ist problematisch, da so Fehler leichter entstehen und nicht erkannt werden können.

Das PIK AS-Unterrichts-Material thematisiert daher *zwei leichter verständliche Verfahren*, die aus halbschriftlichen Strategien herzuleiten sind:

1. Das *Entbündeln* (kombiniert mit der Minus-Sprechweise; in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Abziehen“ oder „Borgen“ genannt).
2. Das *Auffüllen* (in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Ergänzen“ genannt).

Zu 1: Schriftlich Subtrahieren mit dem Entbündelungs-Verfahren

Beim *Entbündeln* wird die Grundvorstellung der Subtraktion als „Wegnehmen“ (Abziehen) genutzt. Es wird hierbei durch ‚Wechseln‘ (oder ‚Eintauschen‘) gewährleistet, dass der Subtrahend (die untere Zahl) Stelle für Stelle vom Minuenden (der oberen Zahl) „weggenommen“ wird.

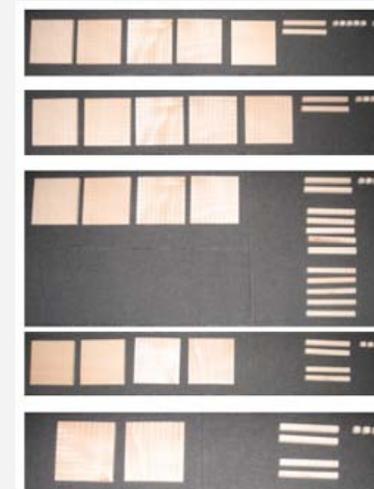
Der Algorithmus beginnt auch hier rechts: Zuerst werden die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter „weggenommen“. Der Übertrag erfolgt durch das Entbündeln einer Einheit der nächst höheren Stelle des Minuenden: Weil man im Beispiel rechts von den 2 Zehnern 8 Zehner nicht abziehen kann (2 Zehner – 8 Zehner), entbündelt man einen der 5 Hunderter. Ein Hunderter wird in 10 Zehner eingetauscht bzw. gewechselt. Die anderen 4 Hunderter bleiben bestehen. Dann kann weiter subtrahiert werden (12 Zehner – 8 Zehner = 4 Zehner; 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend - zunächst noch benannt werden.

Im Unterrichtsmaterial wird das schriftliche *Entbündelungs-Verfahren* der verwandten halbschriftlichen Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ (‚Wechsel-Trick‘) gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet auch hier: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtsplanung, Teil 2 Subtraktion*):

Für die Strategie des *Entbündelns* sollten Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene und die Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’sche Darstellung) auf der Zeichenebene als ‚Forschermittel‘ angeboten werden. Durch den Materialbezug ist das Entbündeln, der von den Kinder so genannte „Wechsel-Trick“ oder „Eintausch-Trick“, eine sich ‚natürlich‘ ergebende halbschriftliche Strategie, für die in der Erprobung auch sehr leistungsschwache Kinder als ‚Experten‘ fungieren konnten; das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Entbündelns‘ ist – wenn die Kinder diese halbschriftliche Strategie verstanden haben - für alle Kinder gut nachvollziehbar.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ } ^{10} \\ \cancel{5} 26 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

Kurzschreibweise beim Entbündeln



526 – 283: Subtrahieren durch *stellenweises Wechseln* mit Zehner-System-Blöcken (von oben nach unten: Abfolge der entstehenden Zahlbilder)



Lea rechnet so:	Paul rechnet so:						
<p>Lea subtrahiert halbschriftlich mit dem Wechsel-Trick. Sie subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.</p> <p style="text-align: center;">$526 - 283$</p> <p>Lea rechnet so:</p> <p style="text-align: right;">$526 - 283 = 243$</p> <p>6 Einer - 3 Einer = 3 Einer 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht. Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten. 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner. 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter. Das Ergebnis ist 243!</p>	<p>Paul subtrahiert schriftlich mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.</p> <p>Paul rechnet so:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$526 - 283$</td></tr> <tr><td style="border: none; padding: 2px;">HZE</td></tr> <tr><td style="border: none; padding: 2px;">4 2 6</td></tr> <tr><td style="border: none; padding: 2px;">- 2 8 3</td></tr> <tr><td style="border: none; padding: 2px;">-----</td></tr> <tr><td style="border: none; padding: 2px;">2 4 3</td></tr> </table> <p>6 Einer - 3 Einer = 3 Einer 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht. Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter. 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner. 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter. Das Ergebnis ist 243!</p>	$526 - 283$	HZE	4 2 6	- 2 8 3	-----	2 4 3
$526 - 283$							
HZE							
4 2 6							
- 2 8 3							

2 4 3							

Gewechselt, weggenommen, verbleibender Rest = Ergebnis

$200 + 40 + 30 - 283 = 243$

526 – 283: Notation des Entbündelungs-Prozesses auf der Zeichenebene mit der Strich-Punkt-darstellung (zunächst unter Nutzung verschiedener Farben)

Alternativ kann zur „Einführung“ der schriftlichen Subtraktion auch das Auffüll-Verfahren der verwandten halbschriftlichen Strategie „stellengerechtes Ergänzen“ gegenüber gestellt werden:

Zu 2: Schriftlich Subtrahieren mit dem Auffüll-Verfahren

Beim Auffüllen deutet man *jede Subtraktionsaufgabe als Ergänzungsaufgabe*, statt $526 - 283$ wird $283 + \underline{\quad} = 526$ gerechnet. Der Grundgedanke ist also das „Auffüllen“ des Subtrahenden (der unteren Zahl) zum Minuenden (zur oberen Zahl).

Für das Verständnis dieses Rechenweges ist es wichtig, dass beide *Grundvorstellungen* der Subtraktion, die des „Wegnehmens“ (Abziehens) und die *des Ergänzens*, möglichst von Klasse 1 an, gleichgewichtig im Unterricht thematisiert worden sind. Für die Strategie des *Ergänzens* sollte der *Rechenstrich* als ‚Forschermittel‘ genutzt werden.

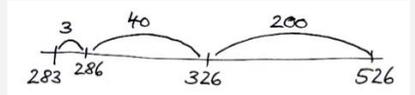
Auch hier wird von rechts nach links gerechnet: Man beginnt beim Subtrahenden: Zu den 3 Einern fügt man 3 Einer hinzu, so dass man zu den geforderten 6 Einern gelangt. Nun ergänzt man noch die 8 Zehner um 4, so dass man zu den geforderten 2 Zehnern kommt. Da man dabei den Hunderter (also 300) überschreitet, wird auch die Ziffer an der Hunderterstelle um Eins größer, im Beispiel wird die 2 zur 3. Dies vermerkt man in der schriftlichen Rechnung durch eine kleine „Übertrags-Eins“.

Zum Verständnis können die Stellenwerte zunächst noch benannt werden.

Im Unterrichtsmaterial wird das schriftliche *Auffüll-Verfahren* der verwandten halbschriftlichen Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ gegenüber gestellt. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt wiederum zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet auch hier: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“ (weitere Erläuterungen finden Sie in der *Unterrichtspla-*

$$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

Kurzschreibweise beim Auffüllen



526 – 283: Subtrahieren durch *stellengerechtes Ergänzen* mit dem Rechenstrich (leerer Zahlenstrahl)



nung, Teil 2 Subtraktion).

Das stellengerechte Ergänzen stellt eine Sonderform des *Ergänzens* dar, da hier darauf geachtet wird, beginnend bei den Einern zum jeweils nächsten passenden Stellenwert zu ergänzen. Es ist – im Unterschied zum Ergänzen ohne Beachtung der Stellen – zwar im engeren Sinne keine sich unbedingt ‚natürlich‘ ergebende, jedoch eine leicht verständliche halbschriftliche Strategie, wenn die Grundvorstellung des Subtrahierens durch „Ergänzen“ im Vorfeld aufgebaut wurde. Und: Das verwandte schriftliche Verfahren des ‚Auffüllens‘ ist anschließend durch den Vergleich für die Kinder gut nachvollziehbar.

Lea rechnet so:	Paul rechnet so:
<p>Lea subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">526 - 283</div> <p>Lea rechnet so:</p> <p>Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also + <u>3</u> Einer, gleich 286.</p> <p>Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also + <u>4</u> Zehner, gleich 326.</p> <p>Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also + <u>2</u> Hunderter, gleich 526.</p> <p>Das Ergebnis ist 243!</p>	<p>Paul subtrahiert schriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.</p> <p>Paul rechnet so:</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">526 - 283</div> <p>Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also: $3 + \underline{3} = 6$, schreibe 3.</p> <p>Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also: $8 + \underline{4} = 12$, schreibe 4, übertrage 1.</p> <p>Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also: $3 + \underline{2} = 5$, schreibe 2.</p> <p>Das Ergebnis ist 243!</p>

Anmerkung: Denkbar ist es auch, die schriftliche Subtraktion durch ‚Auffüllen‘ mit der Strategie des ‚stellengerechten Ergänzens‘ über die Nutzung der Stellentafel und Herleitung aus dem Modell eines Zählers in Beziehung zu setzen (vgl. Wittmann, Erich Ch. & Gerhard N. Müller 2009: Das Zahlenbuch 3, Lehrerband, S. 169).

ZIELE: Bezug zum *Lehrplan Mathematik* Nordrhein-Westfalen 2008

Die Kinder sollen die schriftlichen Rechenverfahren auf „der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten (...) *verständlich*“ ausführen können (S. 58; Hervorh. durch PIK AS).

Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4

Zahlen und Operationen – Ziffernrechnen

„Die Schülerinnen und Schüler erläutern die schriftlichen Rechenverfahren der Addition“ und „der Subtraktion (...), in-



dem sie die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben“ (S. 62).

Problemlösen/kreativ sein

„Die Schülerinnen und Schüler entnehmen Problemstellungen die für die Lösung relevanten Informationen“ (erschließen) und „nutzen die Einsicht in Zusammenhänge zur Problemlösung“ (lösen) und „übertragen Vorgehensweisen auf ähnliche Sachverhalte“ (übertragen; S. 59).

Argumentieren

„Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen über mathematische Zusammenhänge oder Auffälligkeiten an“ (vermuten) und „testen Vermutungen anhand von Beispielen und hinterfragen, ob ihre Vermutungen (...) zutreffend sind“ (überprüfen) und „erklären Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten an Beispielen“ (begründen; S. 60).

Darstellen/Kommunizieren

„Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten komplexere Problemstellungen gemeinsam“ (kooperieren und kommunizieren; S. 60).

Für das Vorgehen im Unterricht leitet sich aus den vorangegangenen Aussagen die folgende Leitfrage für den 2. Teil der Unterrichtsreihe ab (vgl. zum Gesamtvorhaben: Haus 5, UM, *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung*):

LEITFRAGE

„Wie erarbeite ich die schriftlichen Rechenverfahren, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Teil II), wie können die schriftlichen Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder gesetzt werden?“

SO KANN ES GEHEN - VORSCHLÄGE ZUM AUFBAU DES LERNWEGS

Das Unterrichtsmaterial zum Teil 2 des Lernwegs gliedert sich wie folgt:

1. Schriftliche Addition

Ziel: Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege (vgl. S. 2) - den Zusammenhang, dass beide Male stellenweise addiert wird.

Info zum AB: Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., 1. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H) genutzt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehner-System-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Algorithmus gegenüber gestellt. Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist ver-

The image shows a student's work on a worksheet titled 'Wir addieren halbschriftlich und schriftlich'. It compares two methods for adding 347 + 125 and 278 + 615. On the left, the 'Stellenweise' (place-by-place) method is shown with blocks and arrows. On the right, the 'schriftlich' (written) method is shown with a standard column addition. The student's name 'Jenny' and date '13.11.10' are written at the top. A small cartoon character is also present.

Schüler-AB zum Vergleich der Strategie ‚Stellenweise‘ mit dem Verfahren der schriftlichen Addition (Seite 1 von 3)



chieden?“

Weiterführende methodische Informationen - illustriert durch Beispiele aus der Praxis - finden Sie in der *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Addition*.

2. Schriftliche Subtraktion

Ziel: Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege: *Entweder* den Zusammenhang, dass bei beiden Rechenwegen a) stellenweise „gewechselt“ (vgl. S. 4f.) *oder* b) „ergänzt“ (vgl. S. 5f.) wird.

Info zu den AB: Hier liegen daher zwei *alternative AB* vor. Die übergeordnete Aufgabenstellung regt jeweils wiederum zum Vergleich an (vgl. Ausführungen oben):

1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehnersystem-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ („Wechseln“) gegenüber gestellt (vgl. Video „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des *Entbündelungs*-Verfahrens“; in: Haus 5, IM).

Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des ‚Wechsel-Tricks‘; Erarbeiten des ‚Entbündelns‘; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - unter Nutzung des Rechenstrichs - dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. Video „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren“ – Eine Doppelstunde zur verständigen Einführung des Algorithmus am Beispiel des *Ergänzungs*-Verfahrens“; in: Haus 5, IM).



Schüler-AB zum Vergleich des ‚Wechsel-Tricks‘ mit dem schriftlichen Verfahren des ‚Entbündelns‘ (Seite 1 von 3)



Aufbau der Doppelstunde

1. **Sitzkreis an Tafel:** Wiederholung des **halbschriftlichen ‚Ergänzen-Tricks‘**; Erarbeiten des **schriftlichen ‚Ergänzens‘**; Formulierung des **Forscherauftrags** (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. **Arbeitsphase:** Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen **Forscherbericht**; treffen sich in **Mathe-Konferenzen**; erfinden eigene Aufgaben
3. **Sitzkreis an Tafel:** Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im **Tafelbild** mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

Weiterführende methodische Informationen illustriert durch Beispiele aus der Praxis finden Sie in der *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion*.

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

<p>Rechnet halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick $528 - 283$</p> <p>Rechnet schriftlich mit dem Ergänzen-Trick $528 - 283$</p> <p>Vergleiche die Rechenwege. Was fällt dir auf?</p>	<p>Rechnet halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick $528 - 283$</p> <p>Rechnet schriftlich mit dem Ergänzen-Trick $528 - 283$</p> <p>Vergleiche die Rechenwege. Was fällt dir auf?</p>
--	--

Schüler-AB zum Vergleich des ‚Ergänzen-Tricks‘ mit dem schriftlichen Verfahren des Auffüllens (Ergänzens), (Seite 1 von 3)



Weiterführende Literaturhinweise

PADBERG, Friedhelm & Christiane BENZ (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.

RADATZ, Hendrik et al. (1999): Schriftliche Addition und Subtraktion. In: Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel, S. 119 – 142)

Haus 5, FM  Modul 5.3: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Aufgezeigt am Beispiel der Addition und Subtraktion

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-fortbildungs-material/modul-5.3-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen/index.html>

Haus 5, IM  Elterninfos: Schriftliche Subtraktion (jeweils ein Informationspapier zum Auffüll- und zum Entbündelungs-Verfahren)

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/elterninfos/elterninfos.html>

Weitere Informationen (auch zu Schwierigkeiten und Fehlern) finden Sie auf der Website unseres Partner-Projektes KIRA  :

Schriftliche Addition: http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=368&lang=8

Typische Fehler bei der schriftlichen Subtraktion: http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idcat=253&lang=8



Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 2 (Addition)

Allgemeine Anmerkungen vorweg

Den Überblick über alle drei Teile des gesamten Vorhabens finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1 - 3*.

Lernvoraussetzungen

„Die schriftliche Addition ist das unkomplizierteste Verfahren der schriftlichen Rechenverfahren, das die Kinder Mitte des 3. Schuljahres kennenlernen und anwenden. Zugleich ist es der erste komplexe Algorithmus, mit dem die Kinder in Kontakt treten. Trotz des niedrigen Schwierigkeitsgrads müssen die Kinder einige Voraussetzungen mitbringen, um den Algorithmus zu erlernen. Sie sollten die Aufgaben des Einsundeins beherrschen und ein tiefes Verständnis des *Bündelungsprinzips* besitzen, um das Verfahren ausführen zu können. Weiterhin förderlich für das Erlangen eines korrekten Ergebnisses ist eine ausgeprägte Vorstellung von der Größenordnung der Zahlen und die Kompetenz des Überschlagsrechnens“ (http://www.kira.tu-dortmund.de/front_content.php?idart=752; hier finden Sie auch weitere Informationen zum Verfahren sowie zu Schwierigkeiten und Fehlertypen).

Die nachstehend skizzierte Unterrichtseinheit kann durchgeführt werden, wenn die Kinder verschiedene halbschriftliche Strategien, insbesondere die Strategie ‚Stellenweise‘, in der eben dieses Bündelungsprinzip genutzt wird, verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene sowie mit der Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’sche Darstellung) dieser auf Zeichenebene vertraut sind (vgl. Teil I „Rechnen auf eigenen Wegen“, *Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Addition*).

LEITFRAGE

„Wie erarbeite ich die schriftliche Addition, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 62), wie kann das schriftliche Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder (die im Vorfeld erarbeitet wurden) gesetzt werden?“

Schuljahr 3

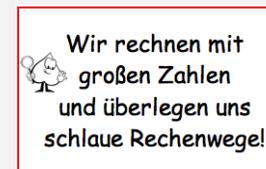
Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Zahlen und Operationen -
Schwerpunkt Ziffernrechnen

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein,
argumentieren,
darstellen/kommunizieren





Lehrplanbezug: „Auf der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten entwickeln und nutzen die Schülerinnen und Schüler Rechenstrategien, rechnen überschlagend und führen die schriftlichen Rechenverfahren **verständlich** aus“ (LP NRW, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS).

„Wir addieren halbschriftlich und schriftlich“ – Verständige Einführung des schriftlichen Algorithmus der Addition

Die Kinder vergleichen die halbschriftliche Strategie ‚Stellenweise Addieren‘ mit dem schriftlichen Algorithmus der Addition.

ZIELE

Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege - den Zusammenhang, dass beide Male stellenweise addiert wird.

ZEIT

2 Schulstunden (optimaler Weise: 1 Doppelstunde)

DARUM GEHT ES

Die Lehrperson favorisiert eine der im Vorfeld erarbeiteten halbschriftlichen Strategie im Hinblick auf den *schriftlichen Algorithmus*: Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., 2. Einheit („So rechne ich!“), das die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H) genutzt hat, wird in der dargestellten Weise (vgl. Abb. unten) - optimaler Weise unter Nutzung von Zehner-System-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Algorithmus gegenüber gestellt. Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“

Bewusst wird hier das stellenweise Berechnen der Summe mit den Einern begonnen sowie auf der ikonischen Ebene das „Wechseln“ von Überträgen thematisiert, um später die Analogie zum schriftlichen Algorithmus der Addition zu erleichtern. Es wäre auch denkbar, das „Wechseln“ hier noch nicht zu thematisieren, jedoch wird dieses durch den Umgang mit dem Material (Zehner-System-Blöcken) zu einer sich ‚natürlich‘ ergebenden Strategie.

Die ikonische Darstellung des halbschriftlichen Rechenwegs (Strich-Punkt-Darstellung) entspricht in der Leserichtung nicht zwingend der symbolisch dargestellten Rechnung, die mit den Einern beginnt (das AB bildet das Produkt eines Prozesses ab, nicht den Prozess der Entstehung der Notation selbst), deshalb ist es wichtig, zunächst allen Kindern Einsicht in diesen Prozess (mit Material) zu geben); so lässt sich das Ergebnis aber „richtig“ (stellengerecht) ablesen.

Material

Lehrperson

- „Forschermittel“:
Zehner-System-Blöcke
- * Reihenverlauf-Themenleine
- * Lernplakat ‚Rechenwege Addition‘
- * Plakat ‚Wortspeicher‘
- * Plakat ‚Satzanfänge‘
- * Satzstreifen Sprechweise schriftlicher Additions-Algorithmus
- * Plakat „Mathe-Konferenz-Leitfaden“
- * Anmelde-Liste „Mathe-Konferenz“
- * AB PIKO-Funktionen
- Reflexionsimpuls-Karte ‚Forscherauftrag‘
- * Plakat „Ideen für das Lernwegbuch“

Material

SchülerInnen

- AB
- * „Forschermittel“:
Zehner-System-Blöcke
- * „Rechenwegbuch“ (Vorarbeiten aus Teil 1)
- * AB Lernwege-Buch
- * Rollenkarten Mathe-Konferenz
- * Reiter „Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!“
- * Papierstreifen, Eddings
- * Protokollbogen Mathe-Konferenz
- * (AB) Lernwegbuch



Ferner wird in der ikonischen Darstellung der Weg des Wechsels deutlich gemacht, was der halbschriftliche symbolische Weg so nicht sichtbar macht, da sich das Wechseln nur durch den (daher so wichtigen) Umgang mit dem Material ergibt (10 Einer rot gestrichen (weggenommen) werden gegen 1 grünen Zehner eingetauscht (gewechselt), damit die Gemeinsamkeiten mit dem schriftlichen Weg deutlicher werden (Wo kommt „die kleine (grüne) 1“ her?).

Anmerkung: Der Algorithmus der schriftlichen Addition lässt sich auch von den Kindern selbst „erfinden“ (vgl. z.B. Becker/Spiegel: http://math-www.upb.de/~hartmut/Eigene_Texte/KadWz_schr.Add.pdf). Der hier gewählte Weg dient wesentlich der Vorbereitung des methodischen Gangs zur Hinführung zur schriftlichen Subtraktion: So ist das Verfahren des Vergleichens beider Rechenwege sowie der Umgang mit den „Forschermitteln“ (Darstellung auf der Handlungsebene mit Zehner-System-Blöcken und Notation auf der ikonischen Ebene mit Strich-Punkt-Darstellung) den Kindern dann bei dem deutlich komplexeren Algorithmus der schriftlichen Subtraktion bereits bekannt.

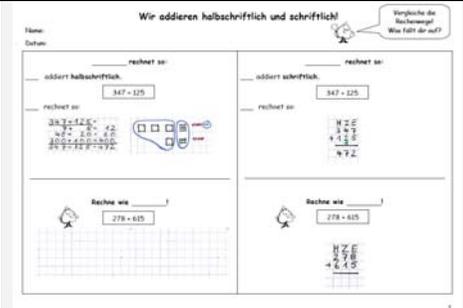
Informationen zu den Arbeitsblättern

Das AB besteht aus drei Seiten. Im Unterrichts-Material liegen vier verschiedene Fassungen dieser AB vor (vgl. Abbildungen rechts): 1. Mit Namen (Lea und Paul) und 2. ohne Namen (damit die Kinder bzw. die Lehrperson die Namen derjenigen Kinder einsetzen können/kann, die tatsächlich so gerechnet haben; letztgenannter Weg ist aus unserer Sicht zu bevorzugen). Jede dieser beiden Fassungen gibt es 3. ohne und (für leistungsschwächere Kinder) 4. mit Zwischenschritt.

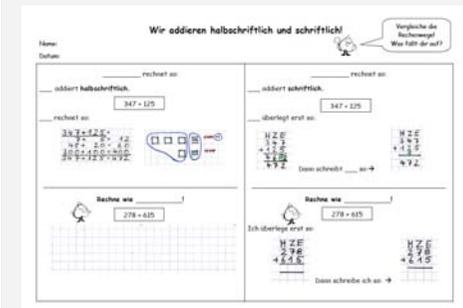
Zum AB, Seite 1:

Auf Seite 1 wird anhand der Beispielaufgabe 347 + 125 auf der linken Seite des AB die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚Stellenweise Addieren‘ wiederholt. Die ikonische Darstellung greift dabei die bekannten farbigen Markierungen auf (rot: weggenommen, grün: gebündelt, blau: verbleibender Rest = Ergebnis). Diese Aufgabe erfordert auf der Handlungsebene (mit Zehner-System-Blöcken) und der Zeichenebene (mit Strich-Punkt-Darstellung) bei den Einern sofort das ‚Wechseln‘ (Bündeln), da hier direkt ein Übertrag entsteht: 7 + 5 = 12. 10 Einer werden (rot) weggestrichen und gegen einen (grünen) Zehner gewechselt.

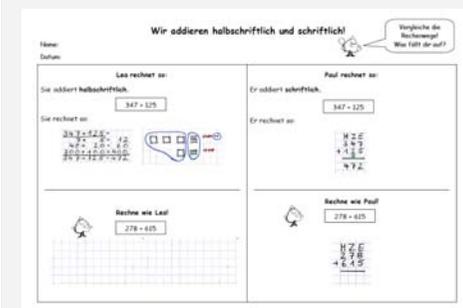
Dieser eine (grüne) Zehner findet sich bei der Gegenüberstellung im schriftlichen Algorithmus auf der rechten Seite als „kleine (grüne) 1“ wieder. Um diese Einsicht, dass auch beim schriftlichen Verfahren ein Bündlungsprozess erfolgt, zu erleichtern, können Sie auch die zweite Variante des AB’s nutzen, in der zunächst dieser Zwischenschritt deutlich gemacht wird.



AB Seite 1 ohne Namen, ohne Zwischenschritt



AB Seite 1 ohne Namen, mit Zwischenschritt



AB Seite 1 mit Namen, ohne Zwischenschritt



Bei der zweiten Aufgabe sind die Kinder aufgefordert, das vorgestellte Vorgehen bei einer weiteren Aufgabe selbst zu erproben. Um dies zu erleichtern, ist der Übertrag wiederum bei den Einern zu leisten.

Wichtig ist es, dass die Kinder immer beide Seiten der selben Aufgabe (die linke (halbschriftliche) und die rechte (schriftliche)) im Zusammenhang bearbeiten, damit die übergeordnete Aufgabe, Entdeckungen beim Vergleich der beiden Rechenwege zu tätigen, möglich ist. Es sollte also verhindert werden, dass Kinder zunächst erst die linke und dann erst die rechte Seite der Aufgabenblätter bearbeiten.

Das nachstehend abgebildete AB ist die Variante ‚Ohne vorgegebene Namen mit Zwischenschritt‘:

Jenny rechnet zunächst auf der linken Seite halbschriftlich (stellenweise) wie ihr Mitschüler Dennis es im Teil 1 der Reihe getan hatte (in einer anderen Lerngruppe war dies „Nicks Trick“ (s.o.)). Anschließend rechnet sie auf der rechten Seite schriftlich (weil noch kein Kind dieser Klasse den schriftlichen Algorithmus kannte) so wie PIKO (die Leitfigur des Projektes PIK AS, den die Kinder (spätestens) seit der Auseinandersetzung mit den AB der vorausgegangenen Reihe kennen).

Interessant ist ihre symbolische (naturgemäß noch nicht) stellengerechte Notation der Teil-Ergebnisse, die zeigt, dass sie die einzelnen Teilsummen entweder im Kopf addiert oder das Ergebnis von der ikonischen Darstellung abgelesen hat.

Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!

Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name: Jenny
Datum: 13.4.10

Dennis We rechnet so:

Die addiert halbschriftlich.

347 + 125

Die rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \begin{array}{r} 7 + 5 = 12 \\ 40 + 20 = 60 \\ 300 + 100 = 400 \\ \hline 347 + 125 = 472 \end{array} \end{array}$$


Rechne wie Dennis We

278 + 615

Die rechnet so:

$$\begin{array}{r} 278 + 615 = \\ \begin{array}{r} 8 + 5 = 13 \\ 70 + 10 = 80 \\ 200 + 600 = 800 \\ \hline 278 + 615 = 893 \end{array} \end{array}$$


PIKO rechnet so:

PIKO addiert schriftlich.

347 + 125

PIKO überlegt erst so:

HZE	HZE
347	347
+ 125	+ 125
472	472

Dann schreibt PIKO so: →

Rechne wie PIKO

278 + 615

Ich überlege erst so:

HZE	HZE
278	278
+ 615	+ 615
893	893

Dann schreibe ich so: →

HZE	HZE
347	347
+ 125	+ 125
472	472

1



Zum AB, Seite 2:

Links und rechts stehen wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	438 + 357	1	E
2	689 + 234	2	E und Z
3	374 + 567	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

Zum AB, Seite 3:

Auf Seite 3 sollen die Kinder einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen aufgefallen ist. Die Kinder sollten hierzu nicht die Farben rot, grün und blau nutzen, da diese bereits für die Darstellung des Bündelungsprozesses genutzt werden; sie können Gleiches z.B. mit einem braunen und Verschiedenes mit einem orangefarbenen Stift markieren.

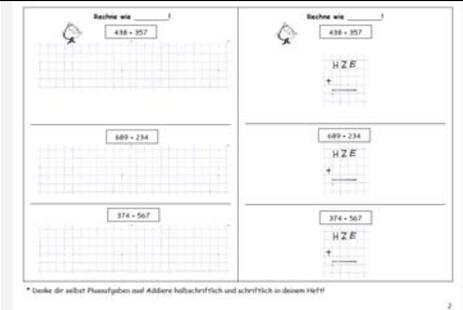
Anschließend schreiben sie ihre Entdeckungen im Forscherbericht auf.

Unterstützung bei der Verbalisierung kann dabei das bereits im Teil 1 der Reihe erstellte und ggf. erweiterte Wortspeicher-Plakat bieten (vgl. Abb. rechts, Unterrichtsplanung Teil1; auch: Video zur Entstehung eines Wortspeichers: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informations-material/informationsvideos/index.html>).

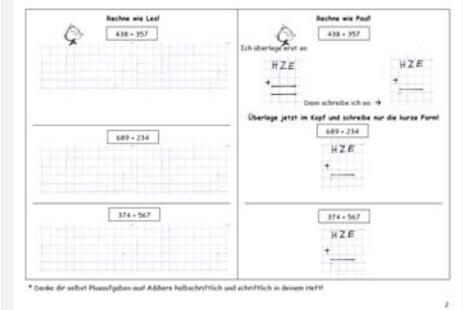
Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Julian erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male stellenweise addiert wird, sich die Notation aber unterscheidet.

Gleich ist... der schriftliche Rechenweg ist der gleiche wie der Halbschriftliche nur untereinander.

Verschieden ist... das man beim Halbschriftliche Rechenweg in Reihen schreibt. Und bei dem schriftlichen untereinander.



AB Seite 2
ohne Namen, ohne Zwischenschritt



AB Seite 2
mit Namen, mit Zwischenschritt



AB, Seite 3
„Forscherbericht“



SO KANN ES GEHEN

Anmerkung: Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie zwei Videos, welche eine mögliche Umsetzung der Doppelstunde zur „Einführung“ der schriftlichen *Subtraktion* illustrieren (vgl. Link auf Seite 9). Der methodische Gang dort entspricht dem auch hier vorgestellten Vorgehen bei der Addition.

Einstiegsphase/Problemstellung

1. Transparenz über die Einheit

Hilfreich ist es, den Kindern wiederum vorab *Ziel- und Prozess-Transparenz* zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch die „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. *Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine*), indem diese durch die neue Themenkarte ergänzt wird (vgl. im Foto rechts): „Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich. Was ist gleich? Was ist verschieden?“

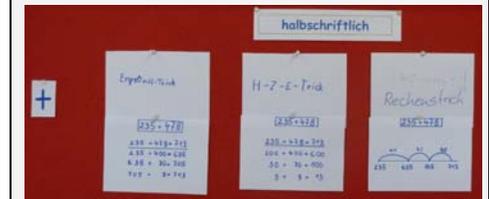


2. Anknüpfung und Problemstellung

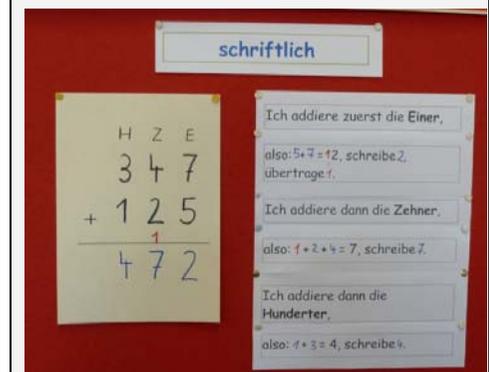
Die Einstiegsphase ist in zwei Teile gegliedert: Sie beginnt (im Sitzhalbkreis vor der Tafel) mit einer Wiederholung von Bekanntem, anschließend entwickelt die Lehrperson die Problemstellung der Stunde.

Anknüpfung:

Zunächst wiederholen die Kinder die aus dem vorangegangenen Unterricht bekannte Strategie ‚Stellenweise Addieren‘ (von den Kindern auch „Erst die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter-Trick“ oder „H-Z-E-Trick“ genannt): Hierzu erinnert die Lehrperson – optimaler Weise visuell gestützt über das (im Teil 1 der Reihe entstandene) Lernplakat ‚Rechenwege Addition‘ und die Rechenwegebücher der Kinder - an die Vorarbeiten und notiert die auf dem AB befindliche erste Additionsaufgabe $347 + 125$ auf der linken Tafelhälfte. Anschließend legen die Kinder diese mit Zehner-System-Blöcken – optimaler Weise auf einem niedrigen Tisch vor der Tafel, so dass für alle Kinder eine gute Sicht gewährleistet bleibt - und bündeln entsprechend die 12 Einer zu einem Zehner und 2 Einern. Anschließend oder auch parallel zur Handlung zeichnet ein Kind die passende Strich-Punkt-Darstellung dazu auf die linke Tafelhälfte. Die Lehrperson achtet darauf, dass der Bündelungsprozess, der getroffenen Absprache entsprechend, im Tafelbild farbig markiert wird (rot: *weggenommen*, grün: *gebündelt*, blau: *verbleibender Rest = Ergebnis*).



Bsp. Rechenwege-Lernplakat halbschriftliche Addition



Satzstreifen: Sprechweise schriftlicher Additions-Algorithmus



Problemstellung:

Gemeinsam wird anschließend das neue schriftliche Verfahren aus dem bekannten halbschriftlichen entwickelt: Die rechte Tafelhälfte wird geöffnet. Der schriftliche Algorithmus wird erarbeitet, auch hier wird farbig markiert. In Analogie zum halbschriftlichen Verfahren, markiert ein Kind bzw. ggf. die Lehrperson auch hier die Bündelungshandlung mit der Farbe Grün. Parallel dazu können Sie Satzstreifen an die Tafel hängen, welche ein mögliches beispielhaftes Sprachvorbild repräsentieren.

Es ist auch denkbar, zunächst eine Additionsaufgabe ohne Übertrag zu stellen. Die Erfahrung zeigt, dass es in den meisten Klassen Kinder gibt, die dazu in der Lage sind, „untereinander“ zu addieren, also Additionsaufgaben bereits mit dem schriftlichen Verfahren zu lösen.

Anschließend stellt die Lehrperson das dreiseitige Arbeitsblatt vor und formuliert den übergeordneten ‚Forscherauftrag‘ der Stunde: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“. Diesen können Sie auch mit der entsprechenden *Impulskarte* visualisieren (vgl. Abb. rechts oben). Sie sollten darauf hinweisen, dass die Kinder im AB auf Seite 1 (und ggf. 2) farbig markieren sollen, was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten aufgefallen ist und ggf. noch einmal an den (im Vorfeld entstandenen) Wortspeicher (vgl. Abb. rechts unten) erinnern.

Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst möglichst eigenständig die drei Seiten des AB: Sie vergleichen die beiden Vorgehensweisen und wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an. Anschließend markieren sie ihre Entdeckungen farbig (auf Seite 1 des AB) und verfassen einen Forscherbericht (auf Seite 3 des AB). Wenn sie der Ansicht sind, dass sie (die wesentlichen) Gemeinsamkeiten und Unterschiede entdeckt und so notiert haben, dass andere Kinder ihre Berichte verstehen können, melden sie sich zu einer ‚*Mathe-Konferenz*‘ an (vgl. auch: Video „*Mathe-Konferenzen*“ in Haus 8, Informations-Material und Link zum Unterrichts-Material für ‚*Mathe-Konferenzen*‘ auf Seite 9).

Anschließend tauschen sie sich in *Mathe-Konferenzen* über ihre Entdeckungen hinsichtlich des Forscher-Auftrages aus: Die Schüler und Schülerinnen sollen in den *Mathe-Konferenzen* ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Außerdem sollen sie wahrgenommene Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege vorstellen und zusammentragen. Diese können sie auf Papierstreifen mit einem dicken Stift (Edding) zur Vorbereitung der Präsentation im Plenum notieren und /oder ein gemeinsames Protokoll anfertigen.

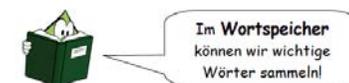
Differenzierung

Als Differenzierungsangebot können Sie einen flexiblen Beginn der Arbeitsphase anbieten: Die Kinder, die sich noch nicht sicher fühlen, können mit der Lehrperson gemeinsam die nächste Aufgabe (an der Tafel) bearbeiten.

Auf dem AB sind ferner weiterführende Anforderungen (WA = *- Aufgaben) ausgewiesen: Da *Eigenproduktionen* von Kindern für die Lehrperson besonders informativ sein können (vgl. S. 9: Link zum Thema), werden die Kinder im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, Additionsaufgaben zu erfinden und analog mit beiden Rechenwegen zu lösen.



Reflexionsimpuls-Karte ‚Forscherauftrag‘



- der Rechenrick (die Strategie), ...
- der Einer, der Zehner, der Hunderter, der Tausender, ...
- der Einer-Würfel, die Zehner-Stange,
- die Hunderter-Platte, der Tausender-Würfel, ...
- der Rechenstrich, der Zahlenstrahl, ...
- die erste Zahl, die zweite Zahl, die dritte Zahl, ...
- das Ergebnis, die Summe (das Ergebnis einer Plusaufgabe),
- die Differenz (das Ergebnis einer Minusaufgabe), ...
- addieren (plus rechnen),
- subtrahieren (minus rechnen), ...
- wechseln, eintauschen, gegen etwas tauschen,
- wegnehmen, abziehen, vermindern, ergänzen, auffüllen,
- dazu tun, dazu legen, dazu rechnen,
- verschieben, verändern, erhöhen,
- erhalten, ...
- gleich,
- verschieden,
- weniger, mehr, größer, kleiner,
- nah beieinander, weit auseinander, ...
- ...
- ...

Wortspeicher-Plakat



Schlussphase / Reflexion im Plenum

Die abschließende Reflexionsphase im Plenum sollte den Kindern nochmals Raum geben, entdeckte Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Rechenwege zusammenzutragen. Dabei soll den Kindern vor allem bewusst werden, dass bei beiden Rechenmethoden stellenweise addiert wird: Zum Abschluss der Stunde lesen die Schülerinnen und Schüler (bzw. die Konferenz-Teams) ihre Berichte vor, heften ggf. hierzu die Papierstreifen an die Tafel, diskutieren ihre Entdeckungen und markieren diese im Tafelbild mit Farben. Die Lehrperson moderiert diese Plenumsphase und fasst ggf. die Entdeckungen der Kinder an der Tafel schriftlich zusammen (oder – wenn möglich - lässt Kinder diese Entdeckungen an der Tafel notieren).

Zum Abschluss der Stunde kann die Lehrperson die Kinder wiederum dazu auffordern, in ihrem Lernwegebuch zu dokumentieren, welche Erkenntnisse sie in der heutigen (Doppel-)Stunde gewonnen haben. Durch diese Auseinandersetzung des Kindes mit seinen eigenen Ideen und Gedanken soll eine Bewusstheit über den eigenen Lernprozess geschaffen werden. So kann das Kind dazu angeregt werden, zunehmend Mit-Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen.

Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens kann zudem ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden.

Weiterarbeit

In der Folgestunde sollten die Entdeckungen (möglichst unter Nutzung des entstandenen Tafelbildes) noch einmal aufgegriffen werden und weitere Additionsaufgaben halbschriftlich (stellenweise) und schriftlich gelöst werden.

Hieran sollte sich eine Phase des *beziehungsreichen Übens der schriftlichen Addition* anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Anschließend wird - analog zum Vorgehen bei der Addition - eine Unterrichtsreihe zur *schriftlichen Subtraktion* durchgeführt (vgl. *Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion*).

Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!

Mein Lernwegebuch

Datum: _____

Das habe ich gelernt: ⊖ viel ⊖ mittel ⊖ wenig

Mit einem Lernwegebuch kannst du Experte für dein eigenes Lernen werden! Hierüber kannst du etwas in dein Lernwegebuch schreiben...

- Was hast du heute gemacht?
- Wie bist du bei der heutigen Aufgabe vorgegangen?
- Welche Rechenwege hast du heute kennen gelernt?
- Gab es einen Rechenweg, den du besonders schlaun findest? Wenn ja: Warum?
- Was hat dir gefallen? Was hat dir nicht gefallen? Warum?
- Hattest du Probleme? Wenn ja: Welche? Wie hast du dir geholfen?
- Hast du mit anderen Kindern zusammengearbeitet? Mit wem? Wie hat es geklappt?
- Bist du mit deiner Arbeit zufrieden? Oder nicht? Warum?
- Welche Wünsche oder Ideen hast du für unsere Weiterarbeit?
- _____
- _____

Das *Lernwegebuch-Plakat* kann den Kindern Unterstützung beim Verfassen eines Lernberichtes bieten.



Weiterführende Informationen

Haus 5: Informations-Videos zur verständigen Einführung des schriftlichen Subtraktions-Verfahrens

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/informationsvideos/index.html>

Haus 5: Eigenproduktionen (vgl. auch  FM, Modul 5.1) -

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus 5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf>

Haus 8: Mathe-Konferenzen

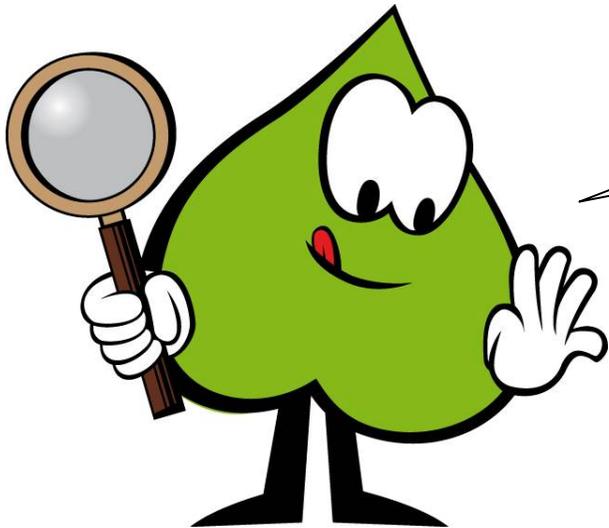
<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html>

Piko's Forscherauftrag:

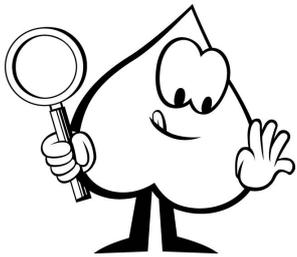
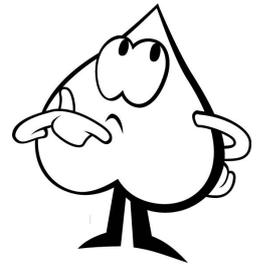
Vergleiche die beiden
Rechenwege!

Was ist **gleich**?

Was ist **verschieden**?



Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich



Was ist gleich?
Was ist verschieden?

halbschriftlich

schriftlich

Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name:
Datum:

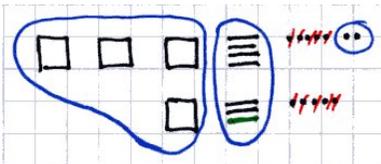
Lea rechnet so:

Sie addiert halbschriftlich.

$$347 + 125$$

Sie rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ 300 + 100 = 400 \\ \hline 347 + 125 = 472 \end{array}$$



Paul rechnet so:

Er addiert schriftlich.

$$347 + 125$$

Er überlegt erst so:

H	Z	E		
3	4	7		
+	1	2	5	
		4	6	12
		4	7	2

Dann schreibt er so: →

H	Z	E		
3	4	7		
+	1	2	5	
		4	7	2

Rechne wie Lea!



$$278 + 615$$

Handwriting practice grid for the calculation 278 + 615.

Rechne wie Paul!



$$278 + 615$$

Ich überlege erst so:

H	Z	E		
2	7	8		
+	6	1	5	

Dann schreibe ich so: →

H	Z	E		
2	7	8		
+	6	1	5	

Rechne wie Lea!



$$438 + 357$$

$$689 + 234$$

$$374 + 567$$

Rechne wie Paul!



$$438 + 357$$

Ich überlege erst so:

Dann schreibe ich so: →

Überlege jetzt im Kopf und schreibe nur die kurze Form!

$$689 + 234$$

$$374 + 567$$

* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:
Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege von Lea und Paul! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name:
Datum:

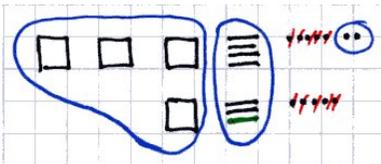
Lea rechnet so:

Sie addiert halbschriftlich.

$$347 + 125$$

Sie rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ \underline{300 + 100 = 400} \\ 347 + 125 = 472 \end{array}$$



Paul rechnet so:

Er addiert schriftlich.

$$347 + 125$$

Er rechnet so:

H	Z	E	
3	4	7	
+	1	2	5
		<u>1</u>	
4	7	2	

Rechne wie Lea!



$$278 + 615$$

Grid for writing the calculation.

Rechne wie Paul!



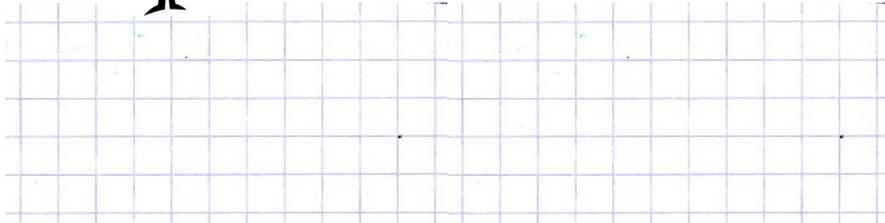
$$278 + 615$$

H	Z	E	
2	7	8	
+	6	1	5
		<u> </u>	

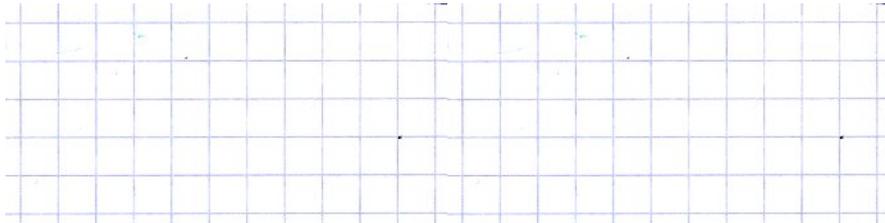
Rechne wie Lea!



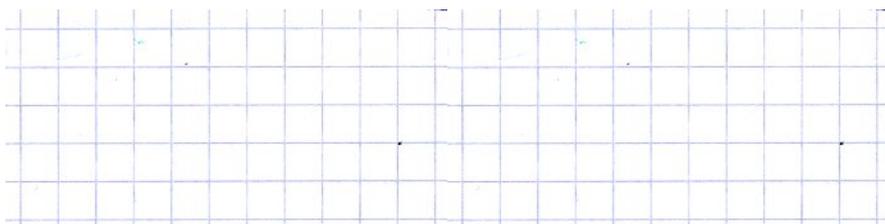
$$438 + 357$$



$$689 + 234$$



$$374 + 567$$



Rechne wie Paul!



$$438 + 357$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$689 + 234$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$374 + 567$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:
Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege von Lea und Paul! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name: _____

Datum: _____

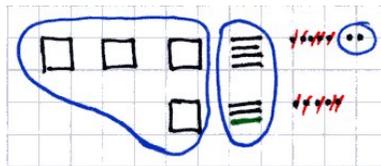
_____ rechnet so:

_____ addiert halbschriftlich.

$$347 + 125$$

_____ rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ 7 + 5 = 12 \\ 40 + 20 = 60 \\ 300 + 100 = 400 \\ \hline 347 + 125 = 472 \end{array}$$



_____ rechnet so:

_____ addiert schriftlich.

$$347 + 125$$

_____ überlegt erst so:

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 46 \text{ (12)} \\ \hline 472 \end{array}$$

Dann schreibt _____ so: →

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 347 \\ + 125 \\ \hline 472 \end{array}$$

Rechne wie _____!



$$278 + 615$$

Blank grid for writing the calculation.

Rechne wie _____!



$$278 + 615$$

Ich überlege erst so:

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 278 \\ + 615 \\ \hline \hline \end{array}$$

Dann schreibe ich so: →

$$\begin{array}{r} H Z E \\ 278 \\ + 615 \\ \hline \hline \end{array}$$

Rechne wie _____!



$$438 + 357$$

$$689 + 234$$

$$374 + 567$$

Rechne wie _____!



$$438 + 357$$

Ich überlege erst so:

Dann schreibe ich so: →

Überlege jetzt im Kopf und schreibe nur die kurze Form!

$$689 + 234$$

$$374 + 567$$

* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:
Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbigen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir addieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name:

Datum:

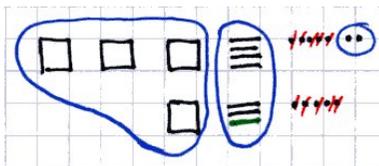
_____ rechnet so:

_____ addiert **halbschriftlich**.

$$347 + 125$$

_____ rechnet so:

$$\begin{array}{r} 347 + 125 = \\ \underline{7 + 5 = 12} \\ 40 + 20 = 60 \\ \underline{300 + 100 = 400} \\ 347 + 125 = 472 \end{array}$$



_____ rechnet so:

_____ addiert **schriftlich**.

$$347 + 125$$

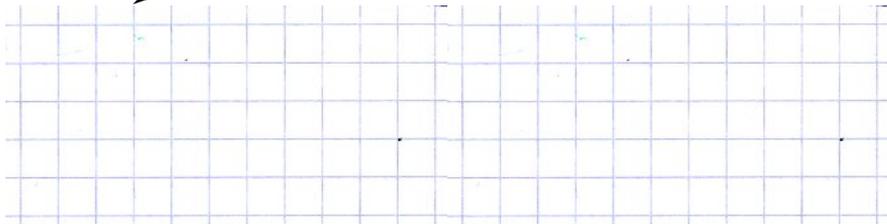
_____ rechnet so:

H	Z	E
3	4	7
+	1	2
		5
		<u>1</u>
4	7	2

Rechne wie _____!



$$278 + 615$$



Rechne wie _____!



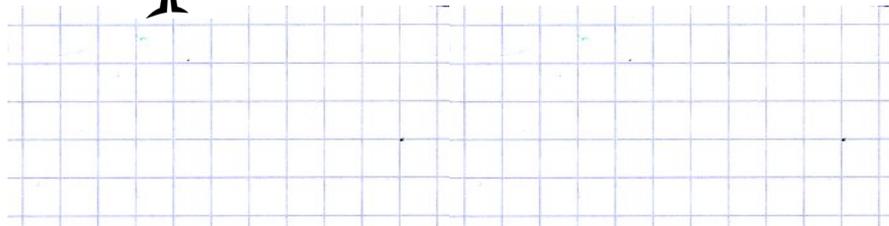
$$278 + 615$$

H	Z	E
2	7	8
+	6	1
		5
		<u> </u>

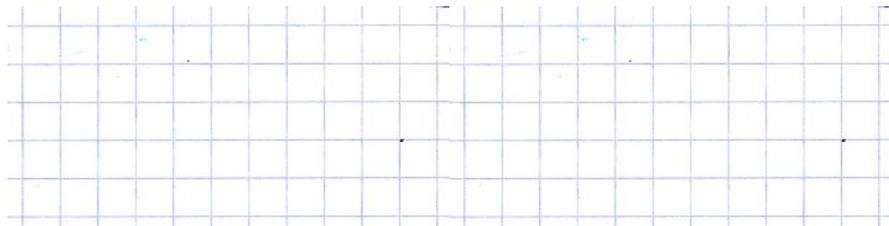
Rechne wie _____!



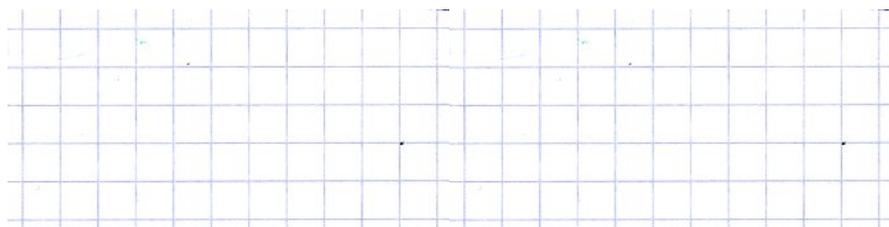
$$438 + 357$$



$$689 + 234$$



$$374 + 567$$



Rechne wie _____!



$$438 + 357$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$689 + 234$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

$$374 + 567$$

$$\begin{array}{r} H Z E \\ + \\ \hline \end{array}$$

* Denke dir selbst Plusaufgaben aus! Addiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:
Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*



Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 2 (Subtraktion)

Allgemeine Anmerkungen vorweg

Den Überblick über alle drei Teile des gesamten Vorhabens finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1 - 3*.

Bei der schriftlichen Subtraktion gibt es *verschiedene* Verfahren (vgl. *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 2*). Der nordrhein-westfälische Lehrplan schreibt kein Verfahren vor. Das PIK AS-Unterrichts-Material thematisiert *zwei leichter verständliche Verfahren*, die aus halbschriftlichen Strategien herzuleiten sind:

1. Das *Entbündeln* (kombiniert mit der Minus-Sprechweise; in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Abziehen“ oder „Borgen“ genannt).
2. Das *Auffüllen* (in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Ergänzen“ genannt).

Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie *Informationspapiere für Eltern* (vgl. Link auf Seite 16), die jeweils eines der beiden Verfahren der schriftlichen Subtraktion vorstellen und es mit dem früher vorgeschriebenen Erweiterungs-Verfahren vergleichen.

Lernvoraussetzungen

Die nachstehend skizzierte Unterrichtseinheit kann dann durchgeführt werden, wenn die Kinder verschiedene halbschriftliche Strategien zur Subtraktion kennen gelernt haben (vgl. *Teil 1, „Rechnen auf eigenen Wegen“*). Für die beiden o.g. schriftlichen Verfahren sind zwei unterschiedliche Strategien wesentlich, welche die Kinder verstanden haben müssen.

Zu 1: Für das *Entbündeln* sollten die Kinder die halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ (den sog. „Wechsel-Trick“) verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene sowie mit der Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’schen Darstellung) auf der Zeichenebene vertraut sein (vgl. Teil I „Rechnen auf eigenen Wegen“, *Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Subtraktion*).

Zu 2: Für das *Auffüllen* sollten die Kinder die halbschriftliche Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ („Ergänzen-Trick“) verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Rechenstrich vertraut sein (vgl. ebd.).

Schuljahr 3

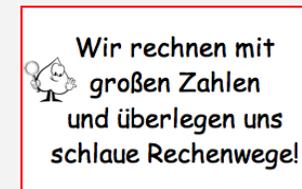
Lehrplan-Bezug

Inhaltsbezogene Kompetenzen

Zahlen und Operationen -
Schwerpunkt Ziffernrechnen

Prozessbezogene Kompetenzen

Problemlösen/kreativ sein,
argumentieren,
darstellen/kommunizieren





LEITFRAGE

„Wie erarbeite ich die schriftliche Subtraktion, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 62), wie kann das schriftliche Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder (die im Vorfeld erarbeitet wurden) gesetzt werden?“

Lehrplanbezug: „Auf der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten entwickeln und nutzen die Schülerinnen und Schüler Rechenstrategien, rechnen überschlagend und führen die schriftlichen Rechenverfahren **verständlich** aus“ (LP NRW, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS).

„Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich“ –

Verständige Einführung des schriftlichen Algorithmus der Subtraktion

Die Kinder vergleichen *entweder*

1. die halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des *Entbündelns* *oder*
2. die halbschriftliche Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des ‚*Auffüllens*‘.

ZIELE

Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege - den Zusammenhang, dass *entweder*

1. beide Male stellenweise „gewechselt“ wird *oder*
2. beide Male stellenweise „ergänzt“ wird.

ZEIT

2 Schulstunden (optimaler Weise: 1 Doppelstunde)

DARUM GEHT ES

1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise mit Wechseln/Eintauschen“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson dem schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ gegenüber gestellt (vgl. Video zur „Einführung“ des Entbündelungs-Verfahrens in Haus 5, IM). *oder*

Material

Lehrperson

- „Forschermittel“:
Zehner-System-Blöcke
- * Reihenverlauf-Themenleine
- * Lernplakat ‚Rechenwege Addition‘
- * Plakat ‚Wortspeicher‘
- * Plakat ‚Satzanfänge‘
- * Satzstreifen Sprechweise schriftlicher Subtraktions-Algorithmus
- * Plakat ‚Mathe-Konferenz-Leitfaden‘
- * Anmelde-Liste ‚Mathe-Konferenz‘
- * AB PIKO-Funktionen
- Reflexionsimpuls-Karte ‚Forscherauftrag‘
- * Plakat ‚Ideen für das Lernwegbuch‘

Material

SchülerInnen

- AB
- * „Forschermittel“:
Zehner-System-Blöcke
- * „Rechenwegbuch“ (Vorarbeiten aus Teil 1)
- * AB Lernwege-Buch
- * Rollenkarten Mathe-Konferenz
- * Reiter ‚Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!‘
- * Papierstreifen, Eddings



2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. Video zur „Einführung“ des Auffüll-Verfahrens in Haus 5, IM).

Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt jeweils zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“

Informationen zu den Arbeitsblättern

Hier liegen zwei *alternative* AB vor. Sie müssen entscheiden, welches Verfahren Sie thematisieren möchten:

Entweder das AB

1. zum Vergleich der halbschriftlichen Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des *Entbündelns*

oder

2. zum Vergleich der halbschriftlichen Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ mit dem schriftlichen Verfahren „Auffüllen“.

Das AB besteht jeweils aus drei Seiten. Im Unterrichts-Material liegen sechs verschiedene Fassungen dieser AB vor (vgl. Abbildungen rechts):

1. Für das Entbündeln und 2. das Auffüllen.

Beim Entbündeln gibt es eine Fassung, in der das Vorgehen entweder als a) „Wechseltrick“ oder b) „Eintausch-Trick“ bezeichnet wird. Diese beiden Namen waren die in der Erprobung von den Kindern am häufigsten genutzten.

Alle Fassungen gibt es zudem mit Namen (Lea und Paul) bzw. ohne Namen (damit die Kinder bzw. die Lehrperson die Namen derjenigen Kinder einsetzen können/kann, die tatsächlich so gerechnet haben; letztgenannter Weg ist aus unserer Sicht zu bevorzugen).

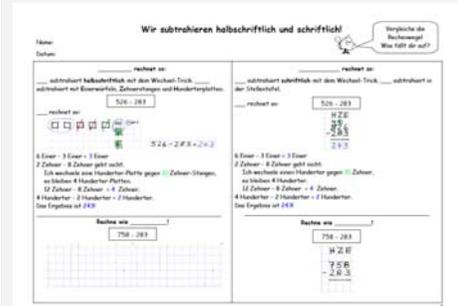
1. Zum Entbündelungs-Verfahren

Zum AB, Seite 1:

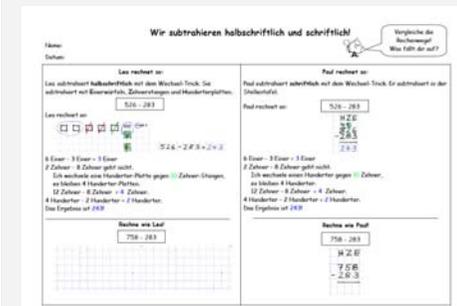
Auf Seite 1 wird anhand der Beispielaufgabe 526 - 283 auf der linken Seite des AB die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise Subtrahieren mit Wechseln* (bzw. Eintauschen)‘ wiederholt. Die ikonische Darstellung greift dabei die bekannten farbigen Markierungen auf (rot: **weggenommen**, grün: **gewechselt/eingetauscht**, blau: **verbleibender Rest = Ergebnis**). Diese Aufgabe erfordert auf der Handlungsebene (mit Zehner-System-Blöcken) und der Zeichenebene (mit Strich-Punkt-Darstellung) bei den Zehnern das ‚*Wechseln*‘ (Entbündeln) eines Hunderters, ein Übertrag entsteht: „2 Zehner - 8 Zehner geht nicht. Ich wechsele eine Hunderterplatte gegen 10 (grüne, weil gewechselt) Zehner-Stangen. Dann kann ich weiter rechnen: 12 Zehner bis 8 Zehner gleich 4 Zehner.“

* Protokollbogen Mathe-Konferenz

* (AB) Lernwegbuch



AB Seite 1 Entbündeln: „Wechsel-Trick“ ohne Namen



AB Seite 1 Entbündeln „Wechsel-Trick“ mit Namen



Name: *Ronja J.* Datum: *5.3.10* AB 3

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen

Leo rechnet so:

$685 - 368 = 317$ $912 - 478 = 434$

Rechne wie *Leo*:

$865 - 321 = 544$ $780 - 263 = 517$

$322 - 174 = 148$ $1904 - 546 = 1358$

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

Ich finde diesen Rechen-trick weil er sicher ist.

*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?
für alle

Leo rechnet so:

Er subtrahiert halbschriftlich mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.

$526 - 283$

Er rechnet so:

$526 - 283 = 243$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.
Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.
Das Ergebnis ist 243!

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

Name: _____ Datum: _____

rechnet so: ... rechnet so:

Ich erkläre dem Partner...

AB Seite 1 Entbündeln „Eintausch-Trick“ ohne Namen

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

Name: _____ Datum: _____

Leo rechnet so: ... Paul rechnet so:

Ich erkläre dem Partner...

AB Seite 1 Entbündeln „Eintausch-Trick“ mit Namen

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

Name: _____ Datum: _____

rechnet so: ... rechnet so:

Ich erkläre dem Partner...

AB Seite 1 Auffüllen „Ergänzen-Trick“ ohne Namen

Links: Schülerlösung zu RW 3 AB 3 „Stellenweise mit Wechseln/Eintauschen“: Ronja rechnet wie Leo (vgl. Teil1, Rechnen auf eigenen Wegen)

Rechts: Auf dem AB zu dieser Einheit wird eben dieser Rechenweg (in der linken Hälfte) wieder aufgegriffen und noch einmal an anderem Zahlenmaterial erläutert.

In der rechten Hälfte des AB wird das schriftliche Entbündeln anhand der gleiche Aufgabe dargestellt: Auch hier werden zuerst die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter „weggenommen“. Der Übertrag erfolgt durch das Entbündeln einer Einheit der nächst höheren Stelle des Minuenden (der oberen Zahl): Weil man im Beispiel von den 2 Zehnern 8 Zehner nicht abziehen kann (2 Zehner – 8 Zehner), entbündelt man einen der 5 Hunderter (durchstreichen der Ziffer 5 im Hunderter). Ein Hunderter wird in 10 Zehner eingetauscht bzw. gewechselt. Die gewechselten 10 Zehner werden (zunächst) *mit grünem Stift* in der Zehner-Stelle oberhalb des Minuenden notiert, um die Analogie zum halbschriftlichen Verfahren augenfälliger zu machen. Die anderen 4 Hunderter bleiben bestehen (Notieren der Ziffer 4 in



der Hunderterstelle oberhalb des Minuenden). Dann kann weiter subtrahiert werden (12 Zehner – 8 Zehner = 4 Zehner; 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter). Zum leichteren Verständnis können die Stellenwerte – wie vorstehend – zunächst noch benannt werden.

Piko rechnet so:

Er subtrahiert **schriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Er rechnet so:

$$526 - 283$$

	H	Z	E
	4	10	
	5	2	6
-	2	8	3
	2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.
 Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner,
 es bleiben 4 Hunderter.
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.
 Das Ergebnis ist 243!

Oben: Der Algorithmus der schriftlichen Subtraktion mit dem Entbündelungs-Verfahren („Wechsel-“, bzw. „Eintausch-Trick“).

Bei der zweiten Aufgabe sind die Kinder aufgefordert, das vorgestellte Vorgehen bei einer weiteren Aufgabe (758 – 283) selbst zu erproben. Um dies zu erleichtern, ist der Übertrag wiederum bei den Zehnern zu leisten.

Wichtig ist es, dass die Kinder immer beide Seiten der selben Aufgabe (die linke (halbschriftliche) und die rechte (schriftliche)) im Zusammenhang bearbeiten, damit die Bearbeitung der übergeordneten Aufgabe, Entdeckungen beim Vergleich der beiden Rechenwege zu tätigen, möglich ist. Es sollte also verhindert werden, dass Kinder zunächst gänzlich erst die linke und dann erst die rechte Seite der Aufgabenblätter bearbeiten.

Die nachstehend abgebildete Schülerlösung ist die AB-Variante Entbündeln ohne Namen mit „Eintausch-Trick“:

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich! Vergleiche die Rechenwege! Was fällt dir auf?

Name: _____ Datum: _____

<p>Les rechnet so:</p> <p>Les subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergebnis-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.</p> <p>Les rechnet so:</p> <p>Ich erkläre zum nächsten passenden Einer: also + 3 Einer, gleich 285. Ich erkläre zum nächsten passenden Zehner: also + 8 Zehner, gleich 526. Ich erkläre zum passenden Hunderter: also + 2 Hunderter, gleich 526. Das Ergebnis ist 243.</p>	<p>Paul rechnet so:</p> <p>Paul subtrahiert schriftlich mit dem Ergebnis-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.</p> <p>Paul rechnet so:</p> <p>Ich erkläre zum nächsten passenden Einer: also + 3 (-), 6, schreibe 3. Ich erkläre zum nächsten passenden Zehner: also + 8 (-), 12, subtrahiere 4, übertrage 1. Ich erkläre zum nächsten passenden Hunderter: also + 3 (-), 5, schreibe 0. Das Ergebnis ist 243.</p>
---	---

AB Seite 1 Auffüllen
 „Ergänzen-Trick“ mit Namen



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!

Name: P. P. P. P. Datum: 27.6.2010

Vergleiche die Rechenwege! Was fällt dir auf?

Sascha rechnet so:

Sascha subtrahiert halbschriftlich mit dem Eintausch-Trick. Sascha subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.

526 - 283

Sascha rechnet so:

526 - 283 = 243

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.
Ich tausche eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen ein, es bleiben 4 Hunderter-Platten.
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.
Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Sascha!

758 - 283

758 - 283 = 475

Pfko rechnet so:

Pfko subtrahiert schriftlich mit dem Eintausch-Trick. Pfko subtrahiert in der Stellentafel.

526 - 283

Pfko rechnet so:

H Z E
5 2 6
- 2 8 3

2 4 3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.
Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.
Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Pfko!

758 - 283

H Z E
7 5 8
- 2 8 3

4 7 5

Zum AB, Seite 2:

Links und rechts stehen wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	782 - 134	1	E
2	357 - 249	1	E
3 *	932 - 478	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

Zum AB, Seite 3:

Auf Seite 3 sollen die Kinder einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen

* Danke für selbst Minusaufgaben auf Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

**AB, Seite 2:
Weitere Subtraktionsaufgaben**

* Danke für selbst Minusaufgaben auf Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Schülerlösung zu Seite 2

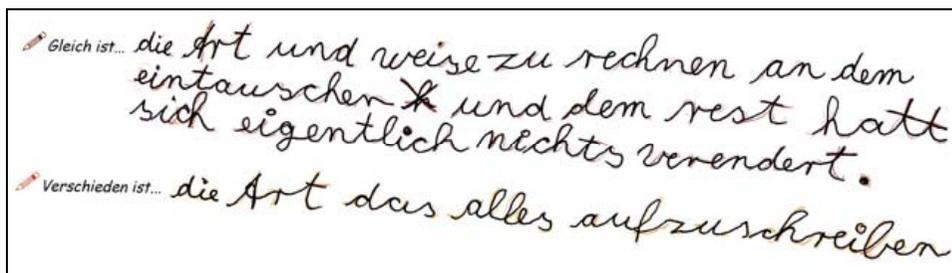


aufgefallen ist. Die Kinder sollten hierzu nicht die Farben rot, grün und blau nutzen, da diese bereits für die Darstellung des Entbündelungsprozesses genutzt werden; sie können Gleiches z.B. mit einem braunen und Verschiedenes mit einem orangefarbenen Stift markieren.

Anschließend schreiben sie ihre Entdeckungen im Forscherbericht auf.

Unterstützung bei der Verbalisierung kann dabei das bereits im Teil 1 der Reihe erstellte und ggf. erweiterte Wortspeicher-Plakat bieten (vgl. Abb. rechts, Unterrichtsplanung Teil1; auch: Haus 4, Video zur Entstehung eines Wortspeichers: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informations-material/informationsvideos/index.html>).

Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Lia erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male stellenweise eingetauscht (gewechselt) wird, sich die Notation aber unterscheidet.



ALTERNATIVE:

2. Zum Ergänzungs-Verfahren

Zum AB, Seite 1:

Auf Seite 1 auf der linken Seite des AB wird anhand der Beispielaufgabe 526 - 283 die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚Stellengerechtes Ergänzen‘ wiederholt. Zentrales ‚Forscher-Mittel‘ ist hier der Rechenstrich.

Beim Ergänzen bzw. Auffüllen deutet man *jede Subtraktionsaufgabe als Ergänzungsaufgabe*, statt 526 – 283 wird 283+__ = 526 gerechnet. Der Grundgedanke ist also das „Auffüllen“ des Subtrahenden (der unteren Zahl) zum Minuenden (zur oberen Zahl). Das *stellengerechte Ergänzen* stellt eine Sonderform des *Ergänzens* dar, da hier darauf geachtet wird, beginnend bei den Einern zum jeweils nächsten passenden Stellenwert zu ergänzen. Es ist – im Unterschied zum Ergänzen ohne Beachtung der Stellen – zwar im engeren Sinne keine sich unbedingt ‚natürlich‘ ergebende, jedoch eine leicht verständliche halbschriftliche Strategie, wenn die Grundvorstellung des Subtrahierens durch „Ergänzen“ im Vorfeld aufgebaut wurde und der Rechenstrich zur Visualisierung genutzt wird.



AB, Seite 3
„Forscherbericht“



Im Wortspeicher können wir wichtige Wörter sammeln!

- der Rechenrick (die Strategie), ...
- der Einer, der Zehner, der Hunderter, der Tausender, ...
- der Einer-Würfel, die Zehner-Stange,
- die Hunderter-Platte, der Tausender-Würfel, ...
- der Rechenstrich, der Zahlenstrahl, ...
- die erste Zahl, die zweite Zahl, die dritte Zahl, ...
- das Ergebnis, die Summe (das Ergebnis einer Plusaufgabe),
- die Differenz (das Ergebnis einer Minusaufgabe), ...
- addieren (plus rechnen),
- subtrahieren (minus rechnen), ...
- wechselln, eintauschen, gegen etwas tauschen,
- wegnehmen, abziehen, vermindern, ergänzen, auffüllen,
- dazu tun, dazu legen, dazu rechnen,
- verschieben, verändern, erhöhen,
- erhalten, ...
- gleich,
- verschieden,
- weniger, mehr, größer, kleiner,
- nah beieinander, weit auseinander, ...
- ...
- ...

Beispiel für ein Wortspeicher-Plakat



AB 4*

Name: _____ Datum: _____

Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

685 - 368 rechnet so: 912 - 478

368 + 317 = 685 478 + 434 = 912

7 30 317 7 30 434

368 375 345 478 442 512 912

Rechne wie _____

865 - 321	580 - 364
821 - 365	* 1708 - 463

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

Ich finde diesen Rechen-trick weil

*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

Ronja rechnet so:

Ronja subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Ronja subtrahiert am Rechenstrich.

526 - 283

Ronja rechnet so:

3 E 4 Z 2 H

283 286 326 526

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also + 3 Einer, gleich 286.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter, also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist **243!**

Links: RW 3, AB 4* (vgl. Teil 1: Rechnen auf eigenen Wegen)

Rechts: Auf dem AB zu dieser Einheit wird eben dieser Rechenweg (in der linken Hälfte) wieder aufgegriffen und noch einmal an anderem Zahlenmaterial erläutert.

Auch beim schriftlichen Subtrahieren mit dem Auffüll-Verfahren wird von rechts nach links gerechnet: Man beginnt aber beim Subtrahenden (der unteren Zahl): Zu den 3 Einern fügt man 3 Einer hinzu, so dass man zu den geforderten 6 Einern gelangt. Nun ergänzt man noch die 8 Zehner um 4, so dass man zu den geforderten 2 Zehnern kommt. Da man dabei den Hunderter (also 300) überschreitet, wird auch die Ziffer an der Hunderterstelle um Eins größer, im Beispiel wird die 2 zur 3. Dies vermerkt man in der schriftlichen Rechnung durch eine „kleine“ (hier rot markierte) „Übertrags-Eins“.

Zum Verständnis können die Stellenwerte zunächst noch benannt werden.



Piko rechnet so:

Piko subtrahiert schriftlich mit dem Ergänzen-Trick. *Piko* subtrahiert in der Stellentafel.

Piko rechnet so:

$$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

H Z E

5 2 6
- 2 8 3
 1
2 4 3

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,
also: $3 + \underline{3} = 6$, schreibe 3.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,
also: $8 + \underline{4} = 12$, schreibe 4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,
also: $3 + \underline{2} = 5$, schreibe 2.

Das Ergebnis ist 243!

Oben: Der Algorithmus der schriftlichen Subtraktion mit dem Auffüll-Verfahren („Ergänzen-Trick“). Da kein Kind in dieser Erprober-Klasse das Auffüll-Verfahren kannte, setzten die Kinder Piko, die Leitfigur des Projektes PIK AS, als „Experten“ für diesen Rechenweg ein.

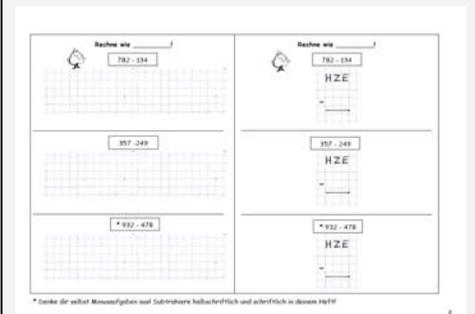
Zum AB, Seite 2:

Links und rechts stehen auch hier wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	782 - 134	1	E
2	357 - 249	1	E
3 *	932 - 478	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

Zum AB, Seite 3:

Auf Seite 3 sollen die Kinder auch hier einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst



AB, Seite 2:
Weitere Subtraktionsaufgaben
(diese Seite entspricht der beim Entbündeln genutzten)



farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen aufgefallen ist.

Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Emma erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male ergänzt wird, sich die Notation aber unterscheidet.

*Gleich ist... Das man bei beiden ^{Aufgaben} Erg^{änzen} muss.
Das Ergebnis.*

Verschieden ist... Das man den halbschriftlichen Rechen-trick mit einem Rechenstrich rechnet und den schriftlichen rechnet man un^{tereinander}.

SO KANN ES GEHEN

Anmerkung: Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie zwei Videos, welche eine mögliche Umsetzung der Planung dieser Doppelstunde zur „Einführung“ der schriftlichen *Subtraktion* illustrieren (vgl. Link auf Seite 16).

Das methodische Vorgehen unterscheidet sich bei den alternativ einzuführenden Subtraktions-Verfahren nicht, beide Male wird die Unterrichts-Einheit in drei Phasen gegliedert (vgl. Abb. unten):

Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des **„Wechsel-Tricks“**; Erarbeiten des **„Entbündelns“**; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des **halbschriftlichen „Ergänzen-Tricks“**; Erarbeiten des **schriftlichen „Ergänzens“**; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.



AB, Seite 3: „Forscherbericht“
(diese Seite entspricht der beim Entbündeln genutzten)



Einstiegsphase/Problemstellung

1. Transparenz über die Einheit

Hilfreich ist es, den Kindern wiederum vorab *Ziel- und Prozess-Transparenz* zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch die „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. *Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine*), indem diese durch die neue Themenkarte ergänzt wird: „Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich. Was ist gleich? Was ist verschieden?“

2. Anknüpfung und Problemstellung

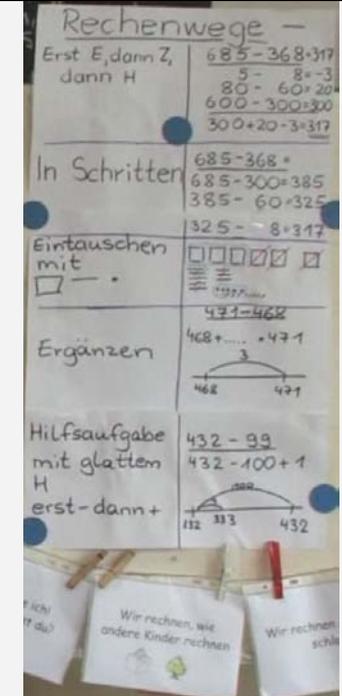
Die Einstiegsphase ist in zwei Teile gegliedert: Sie beginnt (im Sitzhalbkreis vor der Tafel) mit einer Wiederholung von Bekanntem, anschließend entwickelt die Lehrperson die Problemstellung der Stunde.

Anknüpfung:

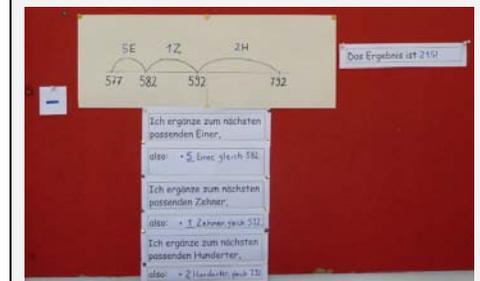
Zunächst wiederholen die Kinder die aus dem vorangegangenen Unterricht bekannte halbschriftliche Strategie, entweder das „Wechseln/Eintauschen“ oder das „stellengerechte Ergänzen“. Hierzu erinnert die Lehrperson – optimaler Weise visuell gestützt über das (im Teil 1 der Reihe entstandene) Lernplakat ‚Rechenwege Subtraktion‘ (vgl. Abb. rechts) und die Rechenwegbücher der Kinder - an die Vorarbeiten und notiert die auf dem AB befindliche erste Subtraktionsaufgabe $526 - 283$ auf der linken Tafelhälfte. Anschließend wiederholen die Kinder die jeweils relevante halbschriftliche Strategie.

Anmerkung: Es ist auch möglich, zunächst eine Subtraktionsaufgabe ohne Übertrag zu stellen (z.B. $784 - 362$) und diese sowohl halbschriftlich als auch schriftlich („untereinander rechnend“) lösen zu lassen.

- Beim „Wechseln“ legen die Kinder diese Aufgabe mit Zehner-System-Blöcken – optimaler Weise auf einem niedrigen Tisch vor der Tafel, so dass für alle Kinder eine gute Sicht gewährleistet bleibt - und entbündeln dabei eine Hunderterplatte. Anschließend oder auch parallel zur Handlung zeichnet ein Kind die passende Strich-Punkt-Darstellung dazu auf die linke Tafelhälfte. Die Lehrperson achtet darauf, dass der Bündelungsprozess, der getroffenen Absprache entsprechend (vgl. Text auf dem AB, Seite 1 links oben), verbalisiert und im Tafelbild farbig markiert wird (**rot: weggenommen**, **grün: gewechselt/eingetauscht**, **blau: verbleibender Rest = Ergebnis**).



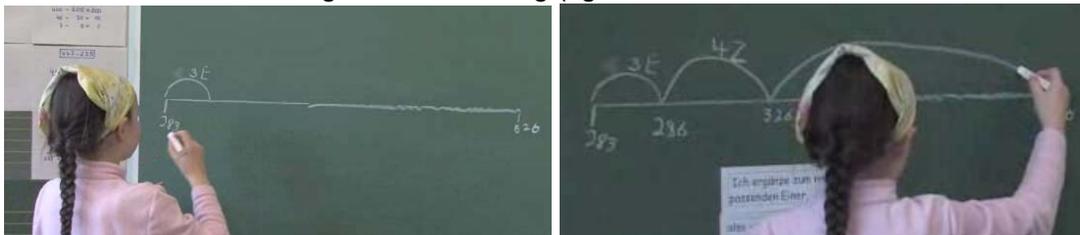
Beispiel für ein Rechenwege-Lernplakat zur halbschriftlichen Subtraktion



Ausschnitt aus einem Lernplakat zum halbschriftlichen Rechenweg „Stellengerecht Ergänzen“



- Beim „stellengerechten Ergänzen“ zeichnet ein Kind den Rechenstrich und löst die Aufgabe an diesem. Die Lehrperson achtet auch hier auf die sachrichtige Verbalisierung (vgl. Text auf dem AB, Seite 1 links oben).



Problemstellung:

Gemeinsam wird anschließend das neue schriftliche Verfahren aus dem bekannten halbschriftlichen entwickelt: Die rechte Tafelhälfte wird geöffnet und der schriftliche Algorithmus wird erarbeitet. Um den Kindern den Algorithmus der schriftlichen Subtraktion auch in der passenden Sprechweise anzubieten, werden handlungsbegleitend Satzstreifen (vgl. *Lehrmaterial*) an die Tafel geheftet .

- Beim Entbündeln: Auch hier wird wie beim halbschriftlichen „Wechseln“ farbig markiert: In Analogie zum halbschriftlichen Verfahren markiert ein Kind bzw. ggf. die Lehrperson die Entbündelungshandlung (die durch Wechseln eines Hunderter entstanden **10** Zehner in der Zehner-Stelle) farbig mit **grün**.



6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche einen Hunderter gegen **10** Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter. 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist **243!**"



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

- Beim Auffüllen sollte die kleine „Übertrags-Eins“, die das Überschreiten des Hunderters deutlich macht, farblich (z.B. rot) hervorgehoben werden.



Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,

also: $3 + 3 = 6$, schreibe 3.

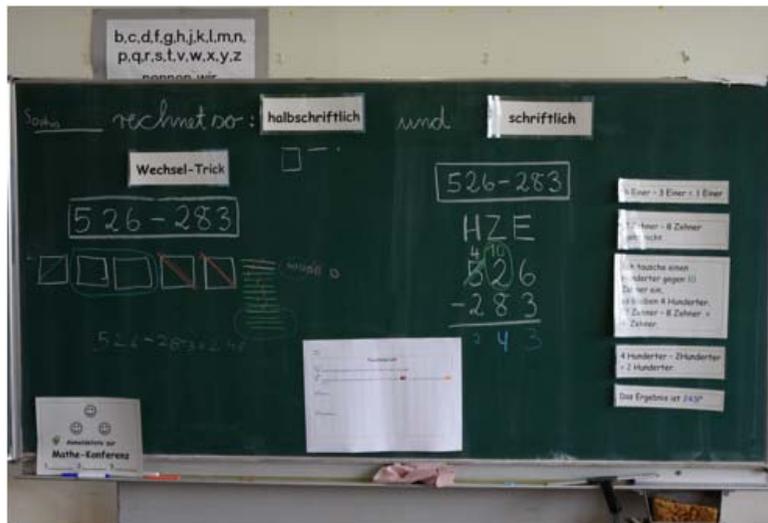
Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,

also: $8 + 4 = 12$, schreibe 4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,

also: $3 + 2 = 5$, schreibe 2.

Das Ergebnis ist 243!



Reflexionsimpuls-Karte 'Forscherauftrag'



Selbst erstelltes Wortspeicher-Plakat einer PIK-Material-Erprober-Klasse

oben: Mögliches Tafelbild am Ende der Problemstellung (Vergleich ‚Stellenweise mit Wechseln‘ – ‚Entbündeln‘)
Zum Abschluss der Problemstellung stellt die Lehrperson das dreiseitige Arbeitsblatt vor und formuliert den übergeordneten ‚Forscherauftrag‘ der Stunde: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“. Diesen können Sie auch mit der ent-



sprechenden *Impulskarte* visualisieren (vgl. Abb. S. 13 oben). Sie sollten darauf hinweisen, dass die Kinder im AB auf Seite 1 (und ggf. Seite 2) farbig (mit zwei unterschiedlichen Farben) markieren sollen, was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten aufgefallen ist und ggf. noch einmal an den (im Vorfeld entstandenen) Wortspeicher (vgl. Abb. S. 7 und 13 unten) erinnern.

Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst möglichst eigenständig die drei Seiten des AB: Sie vergleichen die beiden Vorgehensweisen und wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an. Anschließend markieren sie ihre Entdeckungen farbig (auf Seite 1 des AB) und verfassen einen Forscherbericht (auf Seite 3 des AB). Wenn sie der Ansicht sind, dass sie (die wesentlichen) Gemeinsamkeiten und Unterschiede entdeckt und so notiert haben, dass andere Kinder ihre Berichte verstehen können, melden sich zu einer ‚*Mathe-Konferenz*‘ an (vgl. auch Link zum Material für ‚*Mathe-Konferenzen*‘ und zum Illustrations-Video auf Seite 16).

Anschließend tauschen sie sich in *Mathe-Konferenzen* über ihre Entdeckungen hinsichtlich des Forscher-Auftrages aus: Die Schüler und Schülerinnen sollen in den *Mathe-Konferenzen* ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Außerdem sollen sie wahrgenommene Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege vorstellen und zusammentragen. Diese können sie auf Papierstreifen mit einem dicken Stift (Edding) zur Vorbereitung der Präsentation im Plenum notieren und /oder ein gemeinsames Protokoll anfertigen.

Differenzierung

Als Differenzierungsangebot können Sie einen flexiblen Beginn der Arbeitsphase anbieten: Die Kinder, die sich mit dem neuen schriftlichen Rechenverfahren noch nicht sicher fühlen, können mit der Lehrperson gemeinsam die nächste Aufgabe an der Tafel bearbeiten.

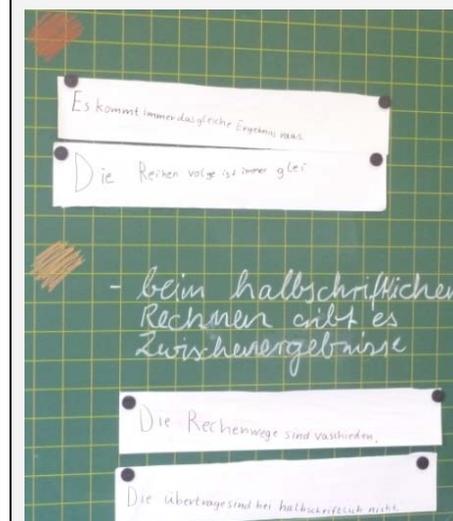
Auf dem AB sind ferner weiterführende Anforderungen (WA = *- Aufgaben) ausgewiesen: Da *Eigenproduktionen* von Kindern für die Lehrperson besonders informativ sein können (vgl. S. 16: Link zum Thema), werden die Kinder im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, Subtraktionsaufgaben zu erfinden und analog mit beiden Rechenwegen zu lösen.

Schlussphase / Reflexion im Plenum

Die abschließende Reflexionsphase im Plenum sollte den Kindern nochmals Raum geben, entdeckte Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Rechenwege zusammenzutragen.

- Beim Entbündeln soll den Kindern bewusst werden, dass beide Male stellenweise gewechselt wird.
- Beim Auffüllen (Ergänzen) soll den Kindern bewusst werden, dass beide Male stellenweise ergänzt wird.

Zum Abschluss der Stunde lesen die Schülerinnen und Schüler (bzw. die Konferenz-Teams) hierzu ihre Berichte vor, heften ggf. hierzu die Papierstreifen an die Tafel, diskutieren ihre Entdeckungen und markieren diese im Tafelbild mit



In der *Mathe-Konferenz* entstandene Ergebnisse werden auf Papierstreifen im Plenum präsentiert.



„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

Farben. Die Lehrperson moderiert diese Plenumsphase und fasst die Entdeckungen der Kinder an der Tafel schriftlich zusammen (oder – wenn möglich - lässt Kinder diese Entdeckungen an der Tafel notieren).



oben: Mögliches Tafelbild am Ende der Einheit (Vergleich ‚stellengerechtes Ergänzen‘ – ‚Auffüllen‘)

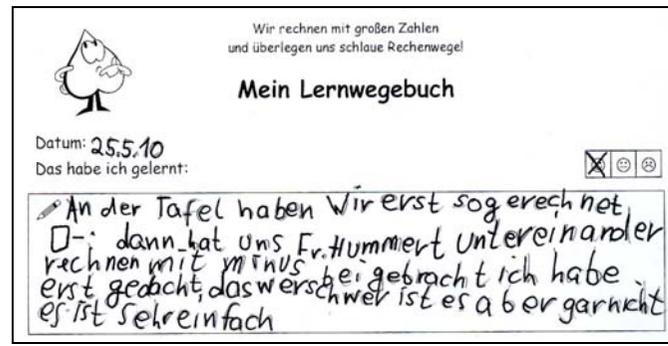
Von links nach rechts:

Links: Forscherauftrag, vergrößertes AB (Seite 1 und 3), verschiedene halbschriftliche Rechenwege aus Teil 1

Mitte: halbschriftliche und schriftliche Rechnung (jeweils mit Satzstreifen zur Sprechweise)

Rechts: Ergebnisse der Mathe-Konferenzen, oben: Gleiches, unten: Verschiedenes

Zum Abschluss der Stunde kann die Lehrperson die Kinder wiederum dazu auffordern, in ihrem Lernwegebuch (vgl. *Lehrermaterial*) zu dokumentieren, welche Erkenntnisse sie in der heutigen (Doppel-)Stunde gewonnen haben. Durch diese Auseinandersetzung des Kindes mit seinen eigenen Ideen und Gedanken soll eine Bewusstheit über den eigenen Lernprozess geschaffen werden. So kann das Kind dazu angeregt werden, zunehmend Mit-Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen.



links: Eintrag einer Schülerin in ihr Lernwegebuch nach dieser



Das *Lernwegebuch-Plakat* kann den Kindern Unterstützung beim Verfassen eines Lernberichtes bieten.



Doppelstunde. Thematisiert wurde das Entbündelungs-Verfahren; sie stellt zum neu kennen gelernten „Untereinander-Rechnen mit minus“ fest: „Ich habe erst gedacht, das wäre schwer, ist es aber gar nicht, es ist sehr einfach.“ Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens kann zudem ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden.

Weiterarbeit

In der Folgestunde sollten die Entdeckungen (möglichst unter Nutzung des entstandenen Tafelbildes) noch einmal aufgegriffen werden und weitere Subtraktionsaufgaben halbschriftlich und schriftlich gelöst werden.

Hieran sollte sich eine Phase des *beziehungsreichen Übens der schriftlichen Subtraktion* anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Anschließend sollte eine Unterrichtsreihe zum Thema „Flexibles Rechnen“ durchgeführt werden, da Untersuchungen gezeigt haben (vgl. z.B. Selter 2003: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_FlexRech.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_FlexRech.pdf)), dass die Kinder sonst sehr häufig - unabhängig vom gegebenen Zahlenmaterial - sämtliche Aufgaben mit dem schriftlichen Verfahren lösen. Ziel dieser abschließenden Einheit ist daher die Sensibilisierung der Kinder für Rechenvorteile: Die Kinder sollen erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg“ ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf bzw. halbschriftlich zu rechnen (vgl. *Unterrichtsplanung Teil 3*).



Weiterführende Informationen

Haus 5, IM : Zwei Informations-Videos zur verständigen Einführung des schriftlichen Subtraktions-Verfahrens

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/informationsvideos/index.html>

Haus 5, IM : *Elterninfos: Schriftliche Subtraktion* (jeweils ein Informationspapier zum Auffüll- und zum Entbündelungs-Verfahren)

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/elterninfos/elterninfos.html>

Haus 5, FM: *Eigenproduktionen* (vgl. auch  FM, Modul 5.1) -

[http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf)

Haus 5, FM  Modul 5.3: *Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen*

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-fortbildungs-material/modul-5.3-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen/teil-1-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen.-aufzeigt-am-beispiel-der-addition-und-subtraktion-kap.-1-4.html>

Haus 8, UM : *Mathe-Konferenzen* (diverse Materialien), **IM** : Illustrierendes Video

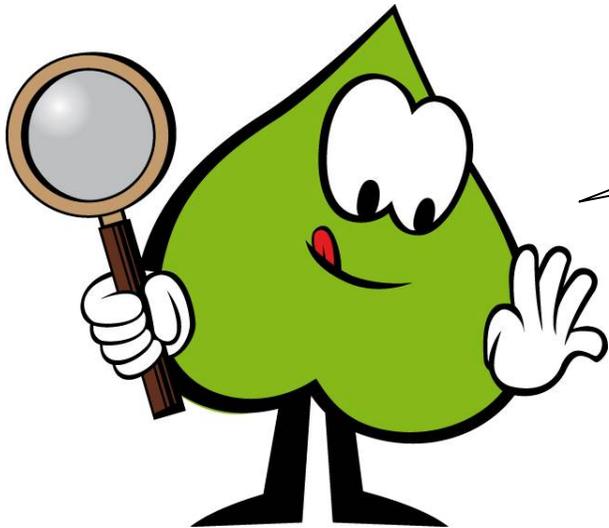
<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html>

Piko's Forscherauftrag:

Vergleiche die beiden
Rechenwege!

Was ist **gleich**?

Was ist **verschieden**?



Ich ergänze zum nächsten
passenden Einer,

also: $3 + \underline{3} = 6$, schreibe **3**.

Ich ergänze zum nächsten
passenden Zehner,

also: $8 + \underline{4} = 12$, schreibe
4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten
passenden Hunderter,

also: $3 + \underline{2} = 5$, schreibe 2.

Das Ergebnis ist 243!

$$6 \text{ Einer} - 3 \text{ Einer} = 3 \text{ Einer}$$

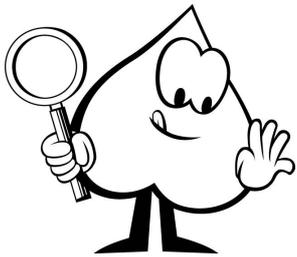
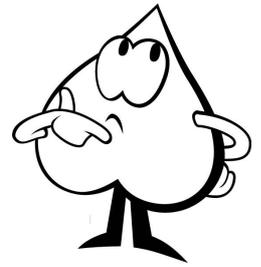
2 Zehner - 8 Zehner
geht nicht.

Ich tausche einen
Hunderter gegen 10
Zehner ein,
es bleiben 4 Hunderter.
 $12 \text{ Zehner} - 8 \text{ Zehner} =$
4 Zehner.

4 Hunderter - 2Hunderter
= 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!"

Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich



Was ist gleich?
Was ist verschieden?

Ergänzen-Trick

Auffüll-Trick

halbschriftlich

schriftlich

Eintausch-Trick

Wechsel-Trick

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name:

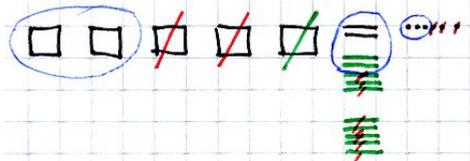
Datum:

Lea rechnet so:

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Eintausch-Trick. Sie subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

Lea rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen ein, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

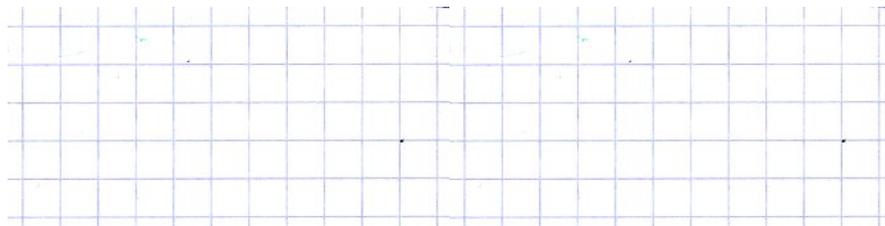
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Lea!

$$758 - 283$$



Paul rechnet so:

Paul subtrahiert **schriftlich** mit dem Eintausch-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Paul rechnet so:

$$526 - 283$$

H	Z	E
5	2	6
-	-	-
2	8	3
<hr/>		
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Paul!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	-	-
2	8	3
<hr/>		

Rechne wie Lea!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478.

Rechne wie Paul!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren  ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name:

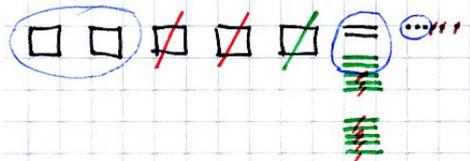
Datum:

Lea rechnet so:

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Sie subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen** und **Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

Lea rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

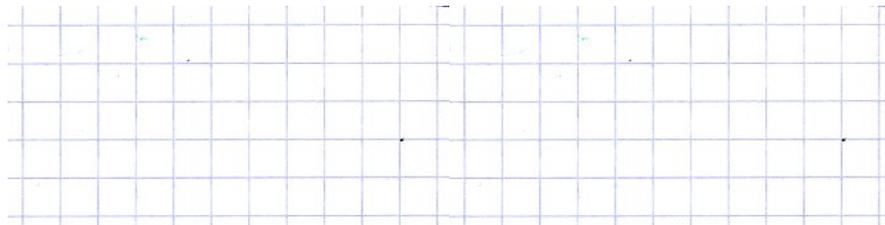
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Lea!

$$758 - 283$$



Paul rechnet so:

Paul subtrahiert **schriftlich** mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Paul rechnet so:

$$526 - 283$$

H	Z	E
5	2	6
-	-	-
2	8	3
<hr/>		
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Paul!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	-	-
2	8	3
<hr/>		
4	7	5

Rechne wie Lea!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478.

Rechne wie Paul!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name:

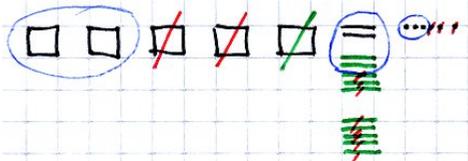
Datum:

_____ rechnet so:

_____ subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Eintausch-Trick. _____ subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

_____ rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen ein, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

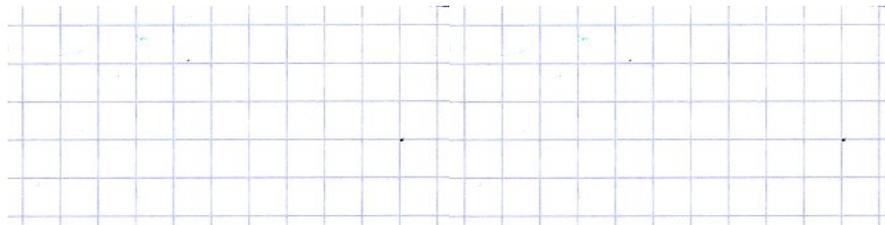
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie _____!

$$758 - 283$$



_____ rechnet so:

_____ subtrahiert **schriftlich** mit dem Eintausch-Trick. _____ subtrahiert in der Stellentafel.

$$526 - 283$$

_____ rechnet so:

H	Z	E
4	10	
5	2	6
-	2	8
		3
<hr/>		
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie _____!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	2	8
		3
<hr/>		

Rechne wie _____!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478.

Rechne wie _____!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, showing the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, showing the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478, showing the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!



Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Name:

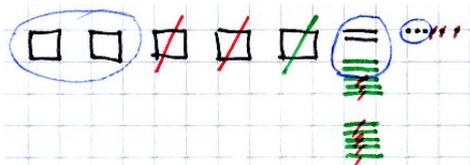
Datum:

_____ rechnet so:

_____ subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Wechsel-Trick. _____ subtrahiert mit **Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten**.

$$526 - 283$$

_____ rechnet so:



$$526 - 283 = 243$$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.

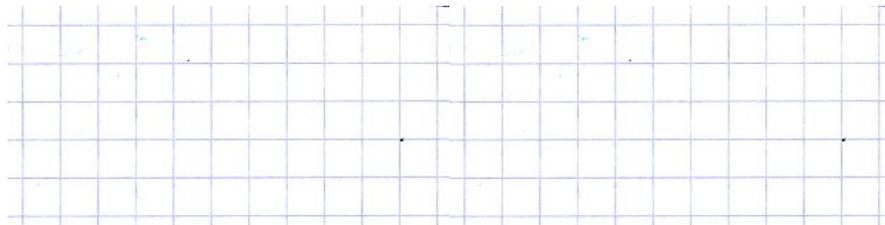
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie _____!

$$758 - 283$$



_____ rechnet so:

_____ subtrahiert **schriftlich** mit dem Wechsel-Trick. _____ subtrahiert in der Stellentafel.

$$526 - 283$$

_____ rechnet so:

H	Z	E
4	10	
5	2	6
-	2	8
<hr/>		
2	4	3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich wechsele einen Hunderter gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter.

12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie _____!

$$758 - 283$$

H	Z	E
7	5	8
-	2	8
<hr/>		

Rechne wie _____!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478.

Rechne wie _____!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, showing the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, showing the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478, showing the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!

Name:

Datum:



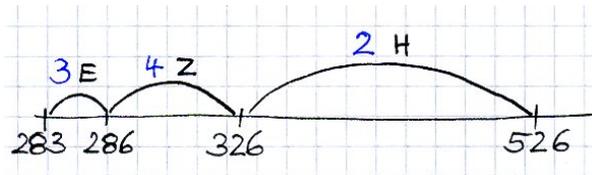
Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

Lea rechnet so:

Lea subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. Sie subtrahiert am Rechenstrich.

$$526 - 283$$

Lea rechnet so:



Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,
also + 3 Einer, gleich 286.

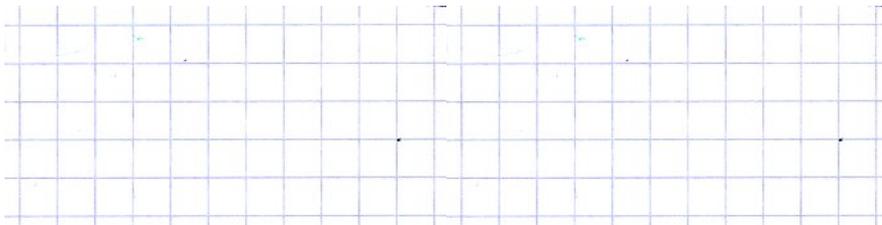
Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,
also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter,
also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist **243!**

Rechne wie Lea!

$$758 - 283$$



Paul rechnet so:

Paul subtrahiert **schriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. Er subtrahiert in der Stellentafel.

Paul rechnet so:

$$526 - 283$$

	H	Z	E
	5	2	6
-	2	8	3
		<u>1</u>	
	2	4	3

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,
also: $3 + \underline{3} = 6$, schreibe **3**.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,
also: $8 + \underline{4} = 12$, schreibe **4**, übertrage **1**.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,
also: $3 + \underline{2} = 5$, schreibe **2**.

Das Ergebnis ist **243!**

Rechne wie Paul!

$$758 - 283$$

	H	Z	E
	7	5	8
-	2	8	3

Rechne wie Lea!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478.

Rechne wie Paul!



$$782 - 134$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 782 - 134, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$357 - 249$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem 357 - 249, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

$$* 932 - 478$$

Handwriting practice grid for the subtraction problem * 932 - 478, including the letters 'HZE' and a horizontal line with a dash above it.

* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!

Name: _____

Datum: _____



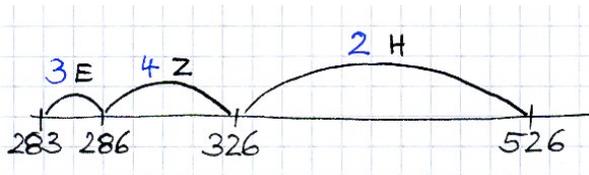
Vergleiche die Rechenwege!
Was fällt dir auf?

_____ rechnet so:

_____ subtrahiert **halbschriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. _____ subtrahiert am Rechenstrich.

$$526 - 283$$

_____ rechnet so:



Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,
also + 3 Einer, gleich 286.

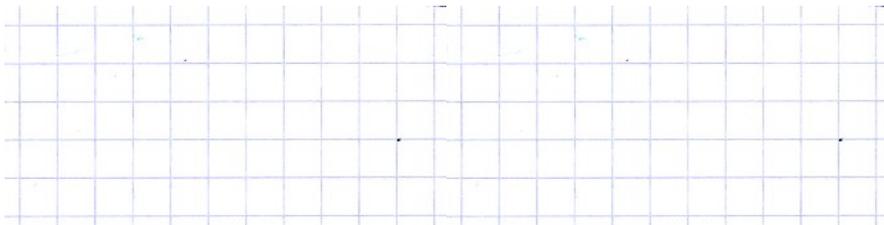
Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,
also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter,
also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist **243**!

Rechne wie _____!

$$758 - 283$$



_____ rechnet so:

_____ subtrahiert **schriftlich** mit dem Ergänzen-Trick. _____ subtrahiert in der Stellentafel.

$$526 - 283$$

_____ rechnet so:

	H	Z	E
526	5	2	6
-283	2	8	3
		<u>1</u>	
	2	4	3

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,
also: $3 + \underline{3} = 6$.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,
also: $8 + \underline{4} = 12$, schreibe 2, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,
also: $3 + \underline{2} = 5$.

Das Ergebnis ist **243**!

Rechne wie _____!

$$758 - 283$$

	H	Z	E
758	7	5	8
-283	2	8	3



Rechne wie _____!



$$782 - 134$$

$$357 - 249$$

$$* 932 - 478$$

Rechne wie _____!



$$782 - 134$$

$$357 - 249$$

$$* 932 - 478$$

* Denke dir selbst Minusaufgaben aus! Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

Name:

Datum:

Forscherbericht



Vergleiche die Rechenwege der beiden Kinder! Was ist gleich? Was ist verschieden?



Mein Tipp: Du kannst auch mit Pfeilen und Farben in den Aufgaben markieren ,
z.B. **Gleiches** mit einem **braunen Stift** und **Verschiedenes** mit einem **orangefarbenen Stift**!

 *Gleich ist...*

 *Verschieden ist...*