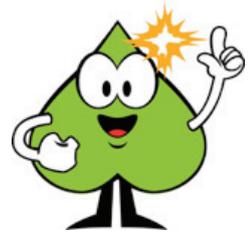


# UNTERRICHTSMATERIAL des Projektes PIKAS



Ausgleichende  
Förderung



Themenbezogene  
Individualisierung



Mathe inklusiv



Mathematische  
Bildung



Ergiebige  
Leistungsfeststellung



Herausfordernde  
Lernangebote

## ÜBERBLICK

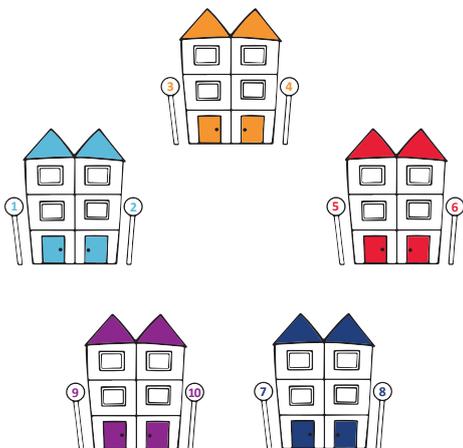
---



Der zum Schuljahr 2008/09 für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen neu eingeführte Mathematiklehrplan bietet eine entscheidende Neuerung: Es werden neben inhaltsbezogenen ganz explizit auch prozessbezogene Kompetenzerwartungen angeführt. Diese Aufwertung der prozessbezogenen Kompetenzen fordert den Wandel von einem Unterricht, der primär das Ausführen von Rechentechniken vermittelt, hin zu einem Unterricht, der das selbständige Denken und das aktive mathematische Tätigsein anregt.

Zur Umsetzung im Unterricht sind daher Unterstützungsmaßnahmen erforderlich, die über die Publikation von exemplarischen Aufgabenbeispielen hinausgehen. Zu diesem Zweck entwickelt das Projekt PIKAS ein breit gefächertes Angebot an Fortbildungsmaterialien, die im Internet unter [www.pikas.dzlm.de](http://www.pikas.dzlm.de) zum Download zur Verfügung stehen. Sie können sowohl für die Selbstfortbildung als auch für die Fortbildung anderer Personen genutzt werden. Die Fortbildungsmaterialien sind in einem gesonderten Heft zusammengestellt. Dieses kann unter [www.pikas.dzlm.de/293](http://www.pikas.dzlm.de/293) angesehen oder herunter geladen werden.

Die Strukturierung der Inhalte erfolgt in unterschiedlichen Häusern des sog. PIK Dorfes, in denen jeweils unterschiedliche Schwerpunkte behandelt werden.



Jeweils zwei Häuser derselben Farbe befassen sich mit verwandten Themen: Mathematische Bildung, Ausgleichende Förderung, Themenbezogene Individualisierung, Herausfordernde Lernangebote, Ergiebige Leistungsfeststellung. Im oberen Stockwerk jedes Hauses befinden sich die bereits erwähnten Fortbildungs-, im unteren Stockwerk vielfältige Informationsmaterialien. Nähere Infos hierzu finden Sie hier: [www.pikas.dzlm.de/291](http://www.pikas.dzlm.de/291).

In das mittlere Stockwerk jedes Hauses wurde passendes Unterrichtsmaterial eingestellt, das von Lehrpersonen für den eigenen Unterricht genutzt und modifiziert werden kann. Dieses Infoheft gibt Ihnen einen kurzen Einblick über das Angebot, welches exemplarischen Charakter hat. PIKAS hat nicht den Anspruch, ein Lehrwerk zu ersetzen. Die Materialien dienen zur Illustration des PIKAS-Fortbildungs- und Informationsangebots und sollen dazu anregen, Umsetzungen der dort behandelten Themen im eigenen Unterricht zu erproben.

Das Unterrichtsmaterial besteht aus verschiedenen Komponenten:

Sie finden zunächst zentrale Sachinformationen zum jeweiligen Themengebiet. Das Lehrer-Material besteht in der Regel aus möglichen Unterrichtsplanungen, die Anregungen zur Einführung und Durchführung des Themas geben, und es beinhaltet in vielen Fällen auch Schülerdokumente, um einen Überblick über die vielfältigen Lösungswege von Kindern zu geben. Das Schüler-Material schließlich besteht aus Aufgabenblättern für die Lernenden.

In diesem Heft werden ausgewählte Beispiele für das PIKAS-Unterrichtsmaterial gegeben. Eine Übersicht über alle Materialien finden Sie hier: [www.pikas.dzlm.de/292](http://www.pikas.dzlm.de/292).

Hinweise auf ausgewähltes Material des Projekts PIKAS finden Sie auf der PIKAS-Website unter [pikas.dzlm.de/xxx](http://pikas.dzlm.de/xxx). Für xxx setzen Sie jeweils den unten stehenden dreistelligen Zifferncode ein. Vorsicht: Nicht ,www' voranstellen!

### **MATHEMATISCHE BILDUNG**

---

- Haus 1: Entdecken, Beschreiben, Begründen — 4  
Haus 2: Kontinuität von Klasse 1 bis 6 — 5

### **AUSGLEICHENDE FÖRDERUNG**

---

- Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten — 6  
Haus 4: Sprachförderung im Mathematikunterricht — 7

### **THEMENBEZOGENE INDIVIDUALISIERUNG**

---

- Haus 5: Individuelles und gemeinsames Lernen — 8  
Haus 6: Heterogene Lerngruppen — 9

### **HERAUSFORDERNDE LERNAUFGABEN**

---

- Haus 7: Gute Aufgaben — 10  
Haus 8: Guter Unterricht — 11

### **ERGIEBIGE LEISTUNGSFESTSTELLUNG**

---

- Haus 9: Lernstände wahrnehmen — 12  
Haus 10: Beurteilen und Rückmelden — 13

## MATHEMATISCHE BILDUNG

### Haus 1: Entdecken, Beschreiben, Begründen

In Haus 1 wird u. a. anhand des vielseitigen und leicht zugänglichen Aufgabenformates der Entdeckerpäckchen dargestellt, wie Entdecken, Beschreiben und Begründen im Unterricht realisiert werden können. In fünf verschiedenen Einheiten wird das Potenzial dieses Aufgabenformates vorgestellt. Zu jeder Einheit steht ein umfassendes Angebot an Lernmaterialien bereit, welches Unterrichtsplanungen und Arbeitsblätter umfasst (294). Alle Unterrichtsstunden sind zudem als Unterrichtsvideos dokumentiert (011).

Einheit 1 beschreibt den Einsatz einer **Eingangs-Standortbestimmung**, mit deren Hilfe man das mathematische Vorwissen und die individuellen Vorgehensweisen von Schülerinnen und Schülern feststellen und analysieren kann.

In Einheit 2 lernen die Kinder so genannte „Forschermittel“ (**nonverbale Darstellungsmittel**) kennen und anwenden, mit deren Hilfe das Format der Entdeckerpäckchen untersucht und dessen Aufbau beschrieben werden kann.

Anschließend werden **verbale Darstellungsmittel** behandelt. So bearbeiten die Kinder in Einheit 3 weitere Entdeckerpäckchen und entwickeln dabei zum Beispiel einen Wortspeicher, mit dem man Auffälligkeiten gut beschreiben kann.

In Einheit 4 erfinden die Kinder eigene Entdeckerpäckchen. Hierdurch werden die gewonnenen fachlichen und sprachlichen Erkenntnisse angewandt, vertieft, transferiert und in **Eigenproduktionen** erkennbar.

Um Lernentwicklungen mit **Abschluss-Standortbestimmungen** zu erheben, bearbeiten die Kinder in Einheit 5 die gleichen Entdeckerpäckchen wie zu Beginn. Dadurch lässt sich der Lernzuwachs ermitteln und zudem werden Bereiche aufgedeckt, in denen ggf. noch Förderbedarf besteht (Einheiten 1-5: **edp**).



Weiteres Unterrichtsmaterial in Haus 1:

Das **PIK-Plakat** bietet als „Kinder-Lehrplan“ eine schüler- und elterngerechte „Übersetzung“ der im Fach Mathematik zu erwerbenden Kompetenzen. Die Gestaltung des Plakates orientiert sich dabei an der im NRW-Lehrplan befindlichen grafischen Übersicht (007).

Das **Forschermittelplakat** liefert eine Übersicht über die zentralen non-verbale Darstellungsmittel im Mathematikunterricht. Es ist erweiterbar und stellt eine Ideensammlung für die Kinder dar und kann auch themenübergreifend – und damit längerfristig nutzbar – angelegt werden (227).



Haus 1 hält im Informationsmaterial mehrere Informationsschreiben, Präsentationen und Filme für Eltern bereit, welche auf Elternabenden oder als Elternratgeber genutzt werden können, um die für viele Erwachsene neue Sichtweise, dass Mathematiklernen mehr ist als nur zu rechnen, zu illustrieren (220).

Muster und Strukturen sollten als fachliches Grundkonzept einen festen Stellenwert im Mathematikunterricht einnehmen. Anhand der Aufgabenbeispiele in Haus 2 lässt sich ein langfristiger Kompetenzaufbau in der Grundschule – aber auch darüber hinaus – realisieren. Die Schülerinnen und Schüler erlernen dabei Fähigkeiten und Fertigkeiten, die sie bei der Lösung von Problemen und der Bewältigung verschiedener Aufgaben benötigen. Die Unterrichtsbeispiele können auf unterschiedlichen Niveaus wiederholt aufgegriffen werden (295).

$$1+2+3+4+5+6+7=28$$

$$2+3+4+5+6+7+8=35$$

$$20+21+22+23+24=110$$

$$100+101+102+103=406$$

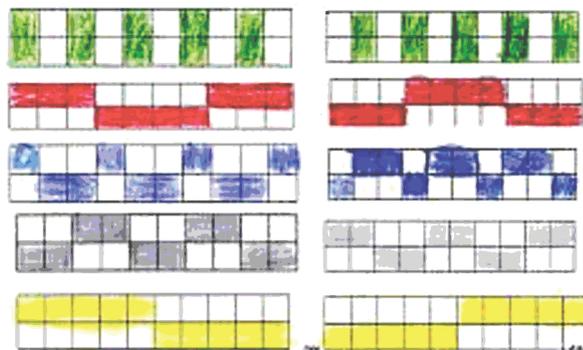
$$28+29+30=87$$

### Addition von Reihenfolgezahlen

Das Unterrichtsbeispiel, bei dem aufeinanderfolgende natürlicher Zahlen zu addieren sind, bietet gute Gelegenheiten, Muster und Strukturen zu untersuchen. Je nach Eingrenzung der Aufgabenstellung können auf ganz unterschiedlichen Niveaus Entdeckungen gemacht werden. Schwerpunktmäßig geht es bei diesem Aufgabenformat darum, Entdeckungen zu beschreiben und zu begründen, die gemacht werden können, wenn die Grundaufgabe, aufeinanderfolgende Zahlen zu addieren, mit unterschiedlich komplexen Aufträgen bearbeitet wird (024).

### Die Hälfte färben

Bei der Aufgabenstellung „Die Hälfte färben“ werden am Zwanzigerfeld und an der Hundertertafel geometrische Muster erzeugt. Diese sollen so konstruiert sein, dass man die beiden gefärbten Hälften auf Anhieb erkennen kann. Bei der Suche nach schönen Mustern können bereits verfügbare Kompetenzen wie spiegeln oder verschieben angewendet werden und als Argumentationsgrundlage dafür dienen, weshalb manche Muster genau die Hälfte ausfüllen oder nicht. Als Erweiterung der Aufgabenstellung können zusätzlich die eingefärbten Zahlen oder deren Summen auf Symmetrieeigenschaften untersucht werden (241).



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

### Vierersummen

Eine weitere Einsatzmöglichkeit für Zwanziger- und Hunderterfelder sind die „Vierersummen“. Hierbei wird die Summe von vier Zahlen in einem der Felder oder dessen Teilausschnitten analysiert. Das Interessante an der Wahl der Zahlen ist, dass ihre Felder eine besondere geometrische Anordnung verfolgen und damit wieder Strukturen und Muster entstehen. Die Kinder können auch hier gemäß des operativen Prinzips vorgehen und Veränderungen vornehmen. Dabei kann untersucht und begründet werden, weshalb sich manche Summen verändern und manche nicht. Gleichzeitig wird das geschickte Addieren geübt (242).

## AUSGLEICHENDE FÖRDERUNG

### Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten

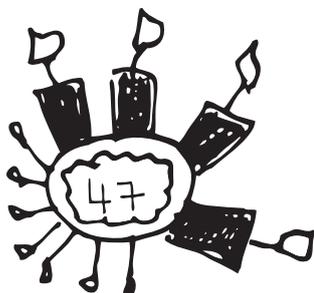
Probleme, die bei der Aneignung der Grundlagen des mathematischen Verständnisses auftreten, können zu langfristigen und lang andauernden Rechenschwierigkeiten führen. Die Unterrichtsbeispiele des Hauses 3 können dazu beitragen, früh die notwendige Verständnisgrundlage für die nachfolgende Automatisierung wichtiger Rechenfertigkeiten zu schaffen (166).

#### 1+1, 1-1 und 1x1 richtig üben

Die sichere Beherrschung der Reihen des kleinen Einspluseins (146), Einsminuseins (251) und Einmaleins (033) ist für weiterführende mathematische Lernprozesse zwingend notwendig. Dabei ist es wichtig, grundlegende Zahl- und Operationsvorstellungen, ein Teile-Ganzes-Verständnis, zusammenhängende Zahlentripel und Kernaufgaben zu verinnerlichen und zu nutzen. So wird das Ableiten einer Vielzahl anderer Ergebnisse ermöglicht. Das Unterrichtsmaterial enthält Lernkarteien zum Ausdrucken, anhand derer die Kinder sich den Beziehungsreichtum der Aufgaben selbst erschließen und zudem gemeinsam üben können.

#### Blitzrechenplakate

Schnelles Kopfrechnen ist eine zentrale Basiskompetenz, die für das weiterführende Rechnen genauso wie für einen kreativen, verständnisbasierten Umgang mit Mathematik erforderlich ist. Die Blitzrechenplakate stellen für jeden Jahrgang verschiedene Aufgaben zusammen, die für regelmäßige Übungen geeignet sind. Dabei kann das Material von den Kindern selbst, aber auch in Übungen mit den Eltern zu Hause eingesetzt werden (155).

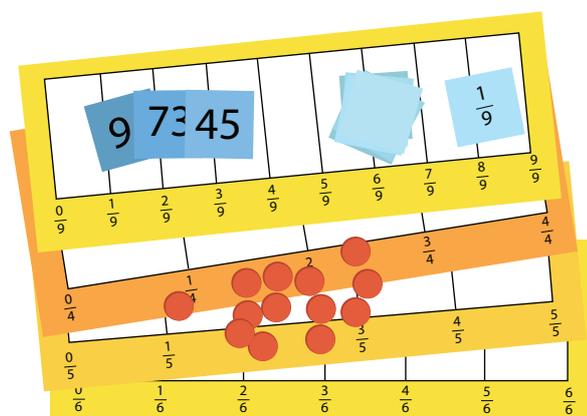


#### Guter Umgang mit Darstellungsmitteln

Wie kommt Mathematik in den Kopf der Kinder? Der Einsatz von Darstellungsmitteln kann den Aufbau von Zahl- und Operationsvorstellungen sowie das Ableiten von Aufgaben und das flexible Rechnen fördern. Doch wie können Darstellungsmittel und Darstellungsformen miteinander vernetzt werden? Anregungen hierzu bieten die Aufgabenformate „Zahlen unter der Lupe“ oder das „Malquartett“ (252).

#### Mathe sicher können

Im Projekt „Mathe sicher können“ wurden Diagnose- und Fördermaterialien zu den Inhaltsbereichen „Natürliche Zahlen“ sowie „Brüche, Prozente und Dezimalzahlen“ entwickelt. Ziel der Materialien ist es, die Basiskompetenzen der Schülerinnen und Schüler zu diagnostizieren und mit zugehörigen Förderaufgaben verstehensorientiert, diagnosegeleitet und kommunikationfördernd zu festigen. Zu beiden Inhaltsbereichen gibt es je eine Lehrerhandreichung mit Standortbestimmungen und Förderhinweisen sowie ein Schülerheft mit Förderbausteinen (253).



Das Haus 3 hält zudem im Informationsmaterial zwei Elternbriefe bereit, die das beziehungsreiche Üben des Einspluseins und des Einmaleins thematisieren. Zusätzlich gibt es Videos, in denen der Umgang mit beiden dazugehörigen Lernkarteien beschrieben wird (260).

Sprachförderung ist ein wichtiger Auftrag der Schule. Jedoch beschränkt sich dieser nicht auf den Deutschunterricht. Alle Fächer sind in der Pflicht, die sprachbezogenen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler zu fördern. In der Mathematik kommt diesem Auftrag eine ganz besondere Bedeutung zu, da hier die Alltagssprache durch die Unterrichtssprache mit teilweise eigenen Begriffen ergänzt, bisweilen gar ersetzt wird. Die Unterrichtsbeispiele in Haus 4 illustrieren, wie die fachbezogene Sprachförderung im Mathematikunterricht realisiert werden kann (014).

### Orientierung an der Hundertertafel

Die Erforschung der Struktur der Hundertertafel gehört zu den unverzichtbaren Inhalten des zweiten Schuljahrs, wenn es um den Ausbau von Zahlvorstellungen im erweiterten Zahlenraum geht. Für die Erarbeitung und das Verständnis von Aufgabenstellungen ist allerdings ein umfangreiches Repertoire an Fachbegriffen notwendig. In der Regel fällt es Kindern vergleichsweise leicht, den Aufbau der Hundertertafel zu erkennen und die erkannte Struktur zum Einsetzen fehlender Zahlen zu nutzen. Schwierigkeiten treten bei einigen Kindern eher dann auf, wenn sie erkannte Strukturen versprachlichen sollen. Die Unterrichts Anregungen umfassen allgemeine Hinweise und einzelne Anregungen zur Unterrichtsplanung. Im Fokus stehen sprachfördernde Übungen, mit denen der benötigte themenbezogene Fachwortschatz aufgebaut und gesichert werden kann. Ergänzend stehen Plakate mit den wichtigsten Fachbegriffen, Standortbestimmungen sowie Arbeitsblätter mit verschiedenen Übungen und Übungsspielen zur Verfügung (261).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

die Hundertertafel



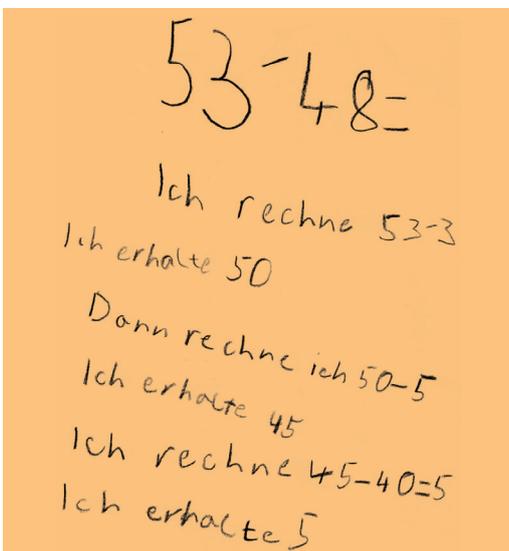
die Zeile

die Spalte

die Diagonale

### Rechenwege beschreiben

Zu den Kompetenzerwartungen von Lehrplänen gehört auch, dass die Kinder ihre Rechenwege für andere nachvollziehbar in mündlicher und schriftlicher Form beschreiben können. Viele Schülerinnen und Schüler sind bereits in der Lage, ihre einzelnen Rechenschritte auf symbolischer Ebene wiederzugeben. Hingegen fällt es ihnen vergleichsweise schwer, ihre Vorgehensweisen in Worte zu fassen. Die Unterrichts Anregungen umfassen Übungen, welche die Kinder im zweiten Schuljahr befähigen sollen, ihre Rechenwege nachvollziehbar zu beschreiben. Das Angebot wird durch Plakate mit den wichtigsten Fachbegriffen und Arbeitsblätter mit verschiedenen Übungen zur genauen Beschreibung von Rechenwegen erweitert. Der benötigte Fachwortschatz wird handlungsorientiert mit Hilfe von Zehnerstangen und Einerwürfeln aufgebaut und anhand schriftlicher Beschreibungen von Rechenwegen gesichert (194).



## THEMENBEZOGENE INDIVIDUALISIERUNG

### Haus 5: Individuelles und gemeinsames Lernen

Die Forschung hat gezeigt, dass Lernvorgänge individuelle Konstruktionsprozesse sind, die von den unterschiedlichen Lernausgangslagen ausgehen und zielbewusst weiter entwickelt werden müssen. Das gilt auch für das Erlernen des mündlichen, des halbschriftlichen und des schriftlichen Rechnens. Um in diesem Sinne die individuellen Rechenwege und die Zielvorgaben der Lehrpläne produktiv zueinander in Beziehung zu setzen, gibt das Unterrichtsmaterial dieses Hauses Anregungen dafür, wie dialogisches Lernen nach dem „Ich-Du-Wir-Prinzip“ diesem Anspruch gerecht werden kann. Alle drei Einheiten stellen exemplarisch Basisinformationen sowie Schüler- und Lehrermaterialien für die halbschriftliche und die schriftliche Addition und Subtraktion bereit (h5u).

#### Lernen auf eigenen Wegen: das „ICH-DU-WIR-Prinzip“

Ziel dieser Einheit ist es, die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler im flexiblen Rechnen auszubauen, so dass diese über ein individuelles Repertoire an Rechenwegen verfügen. In der ICH-Phase werden Aufgaben einzeln bearbeitet und die gefundenen Lösungen anschließend gemeinsam besprochen. In der DU-Phase werden die Kinder dazu angehalten, mit den Rechenwegen anderer zu rechnen. Abschließend werden in der WIR-Phase die unterschiedlichen Lösungswege reflektiert (265).

#### Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!

Jenny rechnet so:

$685 - 368$	$912 - 478$
-------------	-------------

$685 - 368$   
 $685 - 300 = 385$   
 $385 - 60 = 325$   
 $325 - 8 = 317$

$912 - 478$   
 $912 - 400 = 512$   
 $512 - 70 = 442$   
 $442 - 8 = 434$

#### Rechne wie Jenny!

$865 - 321$	$580 - 364$
-------------	-------------

$865 - 321$   
 $865 - 300 = 565$   
 $565 - 20 = 545$   
 $545 - 1 = 544$

$580 - 364$   
 $580 - 300 = 280$   
 $280 - 20 = 260$   
 $260 - 6 = 254$

Vergleiche die beiden  
Rechenwege!  
Was ist **gleich**?  
Was ist **verschieden**?

#### Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

Diese Einheit besteht aus Materialien, mit denen der Schritt vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen gestaltet werden kann. Dabei sollen die Kinder in die Lage versetzt werden, die Rechenverfahren zu verstehen und sie auf der Basis tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen auszuführen. Zu diesem Zweck werden Bezüge zu bereits aus dem halbschriftlichen Rechnen Bekanntem und Verstandenem hergestellt (053).

#### Flexibles Rechnen – Im Kopf oder schriftlich?

Nach Einführung der schriftlichen Algorithmen ist es sinnvoll, die Kinder erneut für geschickte Rechenwege zu sensibilisieren, da nicht jede Aufgabe sinnvollerweise schriftlich gelöst werden sollte. Die Schülerinnen und Schüler sollen in die Lage versetzt werden, ihr eigenes Vorgehen zu reflektieren und durch flexibles Rechnen ihren Blick für Zahlen und Aufgaben zu schulen (054).



Auch das Haus 5 hält im Informationsmaterial diverse Infotexte und Videos für Eltern bereit, in denen das „Ich-Du-Wir-Prinzip“, die Besonderheiten der einzelnen Rechenverfahren, die Bedeutung von Eigenproduktionen und das flexible Rechnen adressatenbezogen erklärt werden (296).

Wie können arithmetische Themen im Anfangsunterricht sowohl in jahrgangsbezogenen als auch in jahrgangsgemischten Lerngruppen so gestaltet und organisiert werden, dass man allen Kindern gerecht wird und eine Balance zwischen dem Lernen auf eigenen Wegen und dem Lernen von- und miteinander schafft? Hierzu bietet das Unterrichtsmaterial des Hauses 6 einige Anregungen (297).

012345 67890 101112 131415

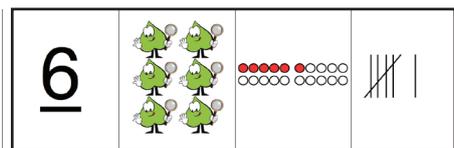
**Zahlenalbum:** Das Zahlenalbum ermöglicht Begegnungen und erste Übungen mit den Zahlen des Zwanzigerraums und thematisiert gleichzeitig deren verschiedene Darstellungsweisen.

Mein  
Zahlenalbum

**Zahlen-Sucher:** Das kleine Hosentaschen-Heftchen für Zahlenforscher regt dazu an, in der Umwelt (auf dem Schulgelände, zu Hause und unterwegs) Zahlen zu entdecken und festzuhalten, um deren vielfältige Rolle im Alltag zu erkennen.



**Wie viele auf einen Blick?:** Der Kartensatz trainiert spielerisch die quasi-simultane Zahlerfassung (Anzahlen auf den zweiten Blick erfassen) und das mentale Rekonstruieren von Gesehenem. Gleichzeitig werden die Kinder mit den Darstellungsmitteln Zwanzigerfeld und Hunderterfeld vertraut.



**Zahlenquartett:** Das Kartenspiel fördert das Erkennen und Zuordnen verschiedener Zahlbilder zueinander und das Verwenden fachgerechter Begriffe zur Benennung.

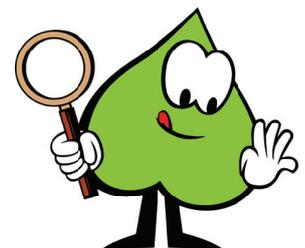
**Hamstern:** Dieses Würfelspiel trainiert das schnelle Erkennen von Würfelbildern und Plättchenmengen bzw. deren Differenzen. Nebenbei wird das korrekte Anwenden von Fachbegriffen geübt.

**Gleich geht vor:** Ein Teamspiel, das neben dem Erkennen von Würfelaugen auch zum Entwickeln von Strategien motiviert und gleichzeitig das systematische Anordnen von Zahlen (Strichbündel oder Plättchen auf dem Zahlenfeld) erfordert.

**Bohnen auf den Teller:** Mit diesem Spiel üben die Kinder die Zahl-Mengen-Zuordnung mit Alltagsobjekten, schulen dabei die Feinmotorik und lernen Mathe-Wörter fachgerecht zu verwenden.

**Zahlen unter der Lupe:** Das Material für Zahlendetektive ermöglicht strukturierte Untersuchungen verschiedener Aspekte von Zahlen (z.B. Teilbarkeit, Zerlegungen, Darstellungen) zur Entwicklung und Erweiterung der Zahlvorstellungen.

**Geldmemory:** Die unterschiedlichen Spielvarianten fördern die Bestimmung von Geldbeträgen und deren Zuordnung zu Zahldarstellungen. Nebenbei müssen immer wieder kleine Additionsaufgaben gelöst werden.

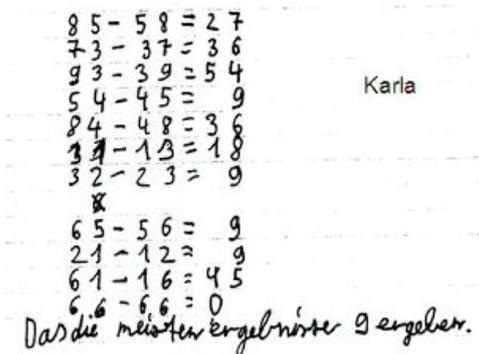


**Schätzen und Zählen:** Die Auseinandersetzung mit den bereitgestellten Materialien regt zur Entwicklung von Strategien zur geschickten und sicheren Anzahlbestimmung und Anordnung von Objekten an (alle Unterrichtsvorschläge: 075).

## HERAUSFORDERNDE LERNAUFGABEN

### Haus 7: Gute Aufgaben

Gute Aufgaben beinhalten Differenzierungs- und Variationsmöglichkeiten, sodass alle Schülerinnen und Schüler angesprochen werden. Das Unterrichtsmaterial in Haus 7 bietet verschiedene Aufgabenbeispiele an, mit denen Kinder individuell entsprechend ihrer jeweiligen Lernmöglichkeiten herausgefordert werden können (008).



Karla

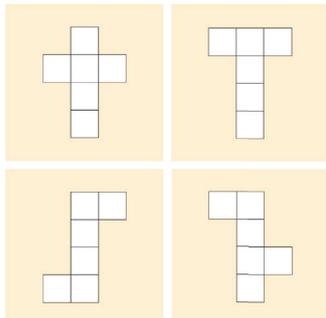
$$\begin{array}{r} 85 - 58 = 27 \\ 73 - 37 = 36 \\ 93 - 39 = 54 \\ 54 - 45 = 9 \\ 84 - 48 = 36 \\ 37 - 13 = 24 \\ 32 - 23 = 9 \\ \hline 65 - 56 = 9 \\ 21 - 12 = 9 \\ 61 - 16 = 45 \\ 66 - 66 = 0 \end{array}$$

Das die meisten Ergebnisse 9 ergeben.

**Umkehrzahlen** sind ein Aufgabenformat, bei denen in der Grundaufgabe eine zweistellige Zahl von ihrer Umkehrzahl subtrahiert werden muss (63-36). Zunächst berechnen die Lernenden einige solcher Umkehraufgaben, um anschließend Auffälligkeiten beschreiben zu können (115).

**Rechenquadrate mit Ohren** enthalten eine Reichhaltigkeit möglicher Problemstellungen. So können entsprechend dem Schwierigkeitsgrad beispielsweise Zahlen hinzugefügt bzw. weggelassen werden (116).

Beim Unterrichtsbeispiel „**SOMA-Würfel**“ können die Kinder nicht nur die Bausteine des Würfels aufzeichnen, sondern auch selbst die Würfel nachbauen. Dabei gibt es eher leichte Gebäude, aber auch schwierige Bauten (118).

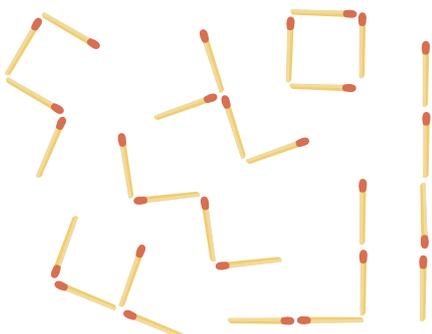


**Würfelnetze** dienen dazu, das räumliche Vorstellungsvermögen zu trainieren. Durch das Falten der Netze können 3D-Würfel entstehen. Im Rahmen von Mathe-Konferenzen tauschen sich die Schülerinnen und Schüler über ihre unterschiedlichen Entdeckungen aus und profitieren dadurch voneinander (119).

Auch die Aufgaben zum Thema „**Inter-Netzo**“ bieten sich für die Schulung der Raumvorstellung an (148).

Die **Preisangebote „Beim Friseur“** haben einen Bezug zum Alltag. Kinder lernen hierbei im Austausch mit Mitschülern zu modellieren und zu argumentieren. Des Weiteren wird die inhaltsbezogene Kompetenz „Größen und Messen“ angesprochen, indem die Schülerinnen und Schüler z.B. Preise vergleichen (121).

Gute **Sachrechenaufgaben** sollten aus einer Thematik erwachsen, die das Interesse der Kinder weckt und das alltägliche Wissen erweitert. Sie sollten außerdem problemhaltig sein und so zum sachorientierten Handeln und zum Experimentieren anregen. Durch die Vielfalt an Lösungsmöglichkeiten ermöglichen solche Sachrechenaufgaben einen kreativen, problemlösenden Umgang mit Mathematik (122).



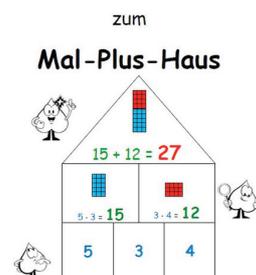
**Streichholz-Vierlinge & Co.** eignen sich ebenfalls für die Förderung der räumlichen Wahrnehmung, aber auch zur Entwicklung von Vorstellungen zur Symmetrie. Auch hier ergibt sich eine Vielzahl von Aufgabentypen unterschiedlichen Komplexitätsgrades (298).

In Haus 8 werden verschiedene Methoden und Materialien vorgestellt, die dazu beitragen können, den Schülerinnen und Schülern größere Freiräume bei der Gestaltung eines kompetenzorientierten Unterrichts zu geben. Des Weiteren wird aufgezeigt, wie sich die in Haus 7 vorgestellten Aufgaben in den Unterricht integrieren lassen (299).

### Forscherheft „Mal-Plus-Haus“

Forscherhefte ermöglichen den Lernenden, sich weitgehend selbstgesteuert, aber gleichzeitig zielorientiert mit ergiebigen Aufgaben zu befassen. Bei der Bearbeitung der „Mal-Plus-Häuser“ werden zudem die Addition, die Subtraktion und das kleine Einmaleins operativ durchgearbeitet und intensiv geübt. In diesem Modul erhalten Sie exemplarische Materialien, um Forscherhefte in Ihrem eignen Unterricht einzusetzen – Kopiervorlagen und mögliche Unterrichtsplanungen (026).

### Mein Forscherheft



### Forscherheft „Mal-Mühle“

Zu diesem werden die fachlichen Hintergründe der „Mal-Mühle“ aufgezeigt und mögliche Aufgabenstellungen vorgestellt. Auch in diesem Modul erhalten Sie die Kopiervorlagen des Forscherhefts sowie mögliche Unterrichtsplanungen (276).

### Expertenarbeit

Am Beispiel einer Unterrichtsreihe zum SOMA-Würfel wird die Expertenarbeit als eine weitere Methode vorgestellt. Es wird beschrieben, welche Rolle die Lehrkraft und die Lernenden bei der Expertenarbeit einnehmen und welche Rahmenbedingungen die Wahrscheinlichkeit dafür erhöhen, dass diese gelingen kann. Die Kinder werden zu Experten für bestimmte Aufgabenstellungen und übernehmen so partiell die Aufgaben eines ‚kleinen Lehrers‘, während die Lehrkraft dadurch mehr Kapazitäten gewinnt, um auf die individuellen Bedürfnisse einzelner Kinder eingehen zu können (013).



### Mathe-Konferenz



Bitte nicht stören!!



### Mathe-Konferenzen

Bei Mathe-Konferenzen setzen sich die Schülerinnen und Schüler in Kleingruppen zusammen und treten in einen aufgabenbezogenen Austausch, der sich an vereinbarten Regeln orientiert. Die Kinder beschreiben und begründen ihre eigenen Lösungswege und Entdeckungen und vollziehen die Gedankengänge ihrer Mitschüler nach. Dadurch werden die prozessbezogenen Kompetenzen „Argumentieren, Darstellen und Kommunizieren“ angesprochen (027).

### Mathematische Brieffreundschaften

In diesem Bereich finden Sie Materialien für den Einsatz von Mathematischen Brieffreundschaften im Unterricht. Neben Materialien für das dritte und vierte Schuljahr finden Sie auch ein Übersichtsplakat „Tipps für unsere Mathebriefe“, welches für das erste und zweite Schuljahr konzipiert wurde (169).

### Wir addieren schriftlich mit Ziffernkarten

Ziel des vorliegenden Unterrichtsmaterials ist es, Kriterien und Indikatoren guten Mathematikunterrichts zu veranschaulichen. Daher orientieren sich die Planungsüberlegungen am Plakat „Merkmale guten Mathematik-Unterrichts“. Hierzu wurde ein Inhalt gewählt, der sich in nahezu jedem Mathematik-Schulbuch für das 3. Schuljahr findet: das produktive Üben der schriftlichen Addition mit Ziffernkarten (170).

## ERGIEBIGE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

### Haus 9: Lernstände wahrnehmen

Um Lernstände wahrzunehmen, bedarf es diagnostischer Instrumente wie Standortbestimmungen oder „Mathebriefe“. Durch sorgfältig ausgewählte Aufgaben können Informationen über die Kompetenzen und Lösungswege von Kindern gewonnen werden und dadurch anschließend ihrem Lernstand entsprechend individuell gefördert werden. In Haus 9 werden einige Methoden und mögliche Aufgaben zur Leistungsfeststellung vorgestellt (300).

#### Informative Aufgaben

Informative Aufgaben können eingesetzt werden, um individuelle Lernstände alltagstauglich wahrzunehmen. Die Veränderung der Darstellung beispielsweise kann bei Kindern bei der gleichen Grundaufgabe zu verschiedenen Vorgehensweisen führen. Und Aufgaben, die für sich genommen keinen hohen Informationsgehalt haben, werden erst durch eine systematische Aufgabenzusammenstellung informativ. Dadurch kann die Aufdeckung eines Fehlermusters erleichtert werden (139).

„Informative Aufgaben und informative Gespräche“

$\begin{array}{r} 701 \\ - 698 \\ \hline 113 \end{array}$	$\begin{array}{r} 687 \\ - 305 \\ \hline 382 \end{array}$	$\begin{array}{r} 736 \\ - 432 \\ \hline 304 \end{array}$
---	---	---

#### Leistungen wahrnehmen – Beispiele für „Mathebriefe“

Damit die Lernstände der Kinder kontinuierlich wahrgenommen und sie in ihrer Leistungsfähigkeit gefördert werden können, bedarf es gewisser Rituale. Einen solchen regelmäßigen Einblick in individuelle Lernstände erhält man beispielsweise, indem man einen „Mathebriefkasten“ einrichtet – einen mit gelbem Papier beklebten Schuhkarton mit Schlitz. In diesen Briefkasten werfen die Kinder „Briefe“ an die Lehrerin, die individuelle Aufgabenbearbeitungen und Erklärungen für die Lehrerin zu diesen enthalten, welche nicht länger als fünf bis zehn Minuten in Anspruch genommen haben sollten (097).

#### Leistungen wahrnehmen – Beispiele für „Standortbestimmungen“

Ein praktikables Instrument für die Umsetzung förderorientierter Leistungsfeststellung im Unterrichtsalltag sind die sog. Standortbestimmungen. Diese dienen der fokussierten Feststellung individueller Lernstände zu bestimmten Zeitpunkten im Lehr-/ Lernprozess. Dabei werden Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten zu einem Rahmenthema (z. B. Orientierung im Tausenderraum, „Entdecker-Päckchen“) ermittelt, dessen Behandlung im Unterricht bevorsteht (Eingangs-Standortbestimmung) bzw. vorläufig abgeschlossen ist (Abschluss-Standortbestimmung) (098).

#### Lerntexte

Es gibt verschiedene Formen der Lerntexte, die im Unterricht eingesetzt werden können. Lerntexte bieten Kindern die Möglichkeit, mehr Transparenz über das eigene Lernen zu gewinnen und geben gleichzeitig der Lehrkraft Informationen über den Lernprozess einzelner Kinder (173).

#### Beobachtungsbögen

Hier wird beschrieben, wie sich Lehrkräfte anhand von Beobachtungsbögen einen Überblick über die alltäglichen Leistungen der Kinder verschaffen können. Dazu stehen sowohl Informationstexte als auch beispielhafte Beobachtungsbögen zur Verfügung (174).

Name: <u>Michelle J.</u>		Entdecker-Päckchen
Rechne das Entdeckerpäckchen aus.	$\begin{array}{l} 4 + 8 = 12 \\ 5 + 7 = 12 \\ 6 + 6 = 12 \\ 7 + 5 = 12 \end{array}$	Beschreibe: Was fällt dir auf? *Begründe: Warum ist das so?  die 1 zahl wird immer um ein höher und die 2 weise zähl wird auch immer um ein höher und das ergebnis bleibt gleich.
Rechne aus. Setze fort.	$\begin{array}{l} 1 + 8 = 9 \\ 3 + 8 = 11 \\ 5 + 8 = 13 \\ 7 + 8 = 15 \\ 9 + 8 = 17 \\ 11 + 8 = 19 \end{array}$	Beschreibe: Was fällt dir auf? *Begründe: Warum ist das so?  die erste zahl wird immer um zwei größer, der die 2 zahl bleibt gleich, so wird das ergebnis auch immer um 2 größer. * das ergebnis wird um 2 größer weil $2+0=2$ ist.

Schülerinnen und Schüler sollen durch ermutigende Hilfen und Rückmeldungen in ihrem individuellen Lernen unterstützt werden. Die Leistungsfeststellung soll sich dabei förderlich auf die Lernerfolge und die Lernmotivation ausüben (301).

**Das zählt in Mathe**  
**Leistungsbewertung im Mathematikunterricht**

<i>Das steht im Lehrplan Mathematik</i>	<i>So können Sie es in Kindersprache sagen</i>
<b>Bewertungskriterien</b>	<b>Das zählt in Mathe!</b>
<b>Anstrengungen</b>	Sich anstrengen
<b>Lernfortschritte</b>	Aus Fehlern etwas lernen, weiterlernen wollen, sich verbessert haben
<b>Verständnis</b> von mathematischen Begriffen und Operationen	Etwas nicht nur auswendig können, sondern auch verstanden haben
<b>Schnelligkeit</b> im Abrufen von Kenntnissen	Zum Schluss: Ergebnisse bestimmter Aufgaben (wie 1+1 und 1-1) auswendig wissen
<b>Sicherheit</b> im Ausführen von Fertigkeiten	Zum Schluss: Genau wissen, wie man bestimmte Aufgaben (wie schriftliche Addition) lösen muss
<b>Richtigkeit</b> bzw. Angemessenheit von Teilergebnissen und Ergebnissen	Zum Schluss: Richtige Lösungswege und Ergebnisse haben
<b>Flexibilität</b> und Problemangemessenheit des Vorgehens	„Gute Mathe-Tricks“ (passende Strategien) kennen und benutzen. Schlau überlegen, welchen Lösungsweg du wählst.
<b>Fähigkeit zur Nutzung</b> vorhandenen Wissens und Könnens in ungewohnten Situationen	Für eine Aufgabe etwas benutzen können, was man schon gelehrt hat
<b>Selbstständigkeit</b>	Zum Schluss: Möglichst selbstständig, ohne Hilfe etwas lösen können
<b>Originalität</b> der Vorgehensweisen	Eigene Ideen haben
<b>Fähigkeit zum Anwenden</b> von Mathematik bei lebensweltlichen Aufgabenstellungen	Sachaufgaben lösen können, die Welt mit „Matheaugen“ sehen können
<b>Schlüssigkeit</b> der Lösungswege und Überlegungen	Schlaue (überzeugende) Lösungswege benutzen und Gedanken haben
<b>Mündliche, schriftliche Darstellungsfähigkeit</b>	Gut erklären und aufschreiben können
<b>Ausdauer</b> beim Bearbeiten mathematischer Fragestellungen	Am Ball bleiben, Ausdauer zeigen, auch wenn es anstrengend wird
<b>Fähigkeit zur Kooperation</b> bei der Lösung mathematischer Aufgaben	Mit anderen zusammen (im Team) arbeiten können



**Das zählt in Mathe!**

Viele Lehrerinnen und Lehrer stehen vor der Schwierigkeit, Eltern und Kindern transparent zu machen, dass im Mathematikunterricht nicht nur die schriftlichen Arbeiten und die Mitarbeit zur Bewertung herangezogen werden, sondern dass darüber hinaus auch andere Kriterien, wie Anstrengungsbereitschaft, Lernfortschritte und Kooperationsfähigkeit, relevant sind. Nachstehend finden Sie Materialien, die Sie für die Elternarbeit und für die Arbeit mit den Kindern zum Thema „Das zählt in Mathe!“ nutzen können (109).

**Expertenarbeiten**

Die Beobachtung und Dokumentation von Alltagsleistungen unterstützt die Lehrkraft dabei, möglichst umfassend über den Leistungsstand des Kindes informiert zu sein, um alle Kinder individuell fordern und fördern zu können. Der hier zur Verfügung stehende Informationstext zeigt auf, was Expertenarbeiten sind, welche Formen von Expertenarbeiten es gibt, wie sie im Unterricht eingesetzt werden können und wie man sie nutzen kann, um Informationen über den Leistungsstand der Kinder zu erhalten. Nach Lektüre des Informationstextes können die Unterrichtsmaterialien wie das Info-Plakat, der Rückmelde- und der Selbsteinschätzungsbogen zu der Form der Expertenarbeit „Referate halten“ im Unterricht eingesetzt werden (128).

**Selbstbeurteilungen**

Selbstbeurteilungen sollen Kindern ermöglichen, mehr Transparenz über den vergangenen und zukünftigen Lernprozess zu erhalten und die Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen. Exemplarische Selbstbeurteilungsbögen finden Sie hier (108).

	Das kann ich
<b>Fehlende Zahlen finden</b>	
<b>Muster entdecken</b>	
<b>Zählen</b>	

## ERGIEBIGE LEISTUNGSFESTSTELLUNG

### Haus 10: Beurteilen und Rückmelden

#### Die römischen Zahlen

j) MCM = 1900	b) LXX = 70	c) 10 = X
CCC = 300	XIII = 13	14 = XIV
MMM = 3000	III = 3	29 = XXIX
MD = 1500	XXI = 21	1957 = MCMLVII
MIII = 1003	CX = 110	2007 = MMVII
MCCI = 1201	MLI = 1051	5976 = VCMLXXVI
CD = 400	CM = 900	9 = IX
DC = 600	MCC = 1200	101 = CI

**1**

Lehrplan!  
 Ich finde dein Arbeitsblatt ganz ausgezeichnet! Hier kannst du meine Kontrollieren!  
 Weil ich oben AB so toll finde, habe ich es auch in die Fünft Klasse mitgenommen. Dort sollen es die Kinder auch nächste Woche bearbeiten! In Liebe Grüße

Welche Zahl ist das?

M = 1.000.000

**2** Sie haben 100%/100% erreicht. Und damit haben Sie die beste Punktzahl erreicht! Und ich finde es schön das Sie mein AB so gut finden.

#### Rückmeldungen geben

Durch Rückmeldungen sollen Kinder Unterstützung zur Weiterarbeit erhalten. Hierzu bieten sich sowohl schriftliche als auch mündliche Rückmeldungen an, wie beispielsweise die Kinder-Sprechstunde. Hinweise zur Umsetzung erhalten Sie durch Materialien und Informationstexte (067).

#### Prozessbezogene Kompetenzen feststellen und bewerten

Unstrittig ist, dass Mathematik mehr als Ausrechnen ist. Das zeigt, wie wichtig es ist, prozessbezogene Kompetenzen zu fördern. Prozessbezogene Kompetenzen genauso wie inhaltsbezogene auch bei der Leistungsfeststellung mit einzubeziehen, ist eine daraus folgende Notwendigkeit. Hier finden Sie Informationen, die Sie am Beispiel des Aufgabenformats Zahlenmauern dazu anregen können, sich mit der Frage auseinanderzusetzen, wie schriftliche Dokumente von Kindern zum „Entdecken, Beschreiben und Begründen“ auch für die Leistungsfeststellung und -bewertung herangezogen werden können (180).

#### Das „Spaltenaufgaben-Modell“

Name: _____ Datum: _____		4. Rechne die Aufgaben aus!	
Schriftliches Addieren und Subtrahieren		a) 997   b) 885   c) 549   d) 437 - 316   - 316   - 304   - 301	
1. Rechne die Aufgaben aus!	1. Rechne die Aufgaben aus!	Punkte:	6 / 9
a) 205   b) 455   c) 123   d) 123 + 362   + 146   + 345   + 456	a) 205   b) 455   c) 123   d) 123 + 375   + 155   + 567   + 678		
e) 225   f) 495 + 382   + 341	e) 225   f) 455 + 375   + 515		
2. Welche Ziffer fehlt?	2. Welche Ziffern fehlen?	Punkte:	4 / 6
a) 352   b) 38   c) 473   d) 54 + 12   + 231   + 52   + 125 478   769   1000   668	a) 73   b) 352   c) 304   d) 562 + 92   + 2   + 23   + 3 999   581   1027   927		
3. Bilde aus den Ziffern 2, 5, 7 sechs verschiedene Zahlen. Du darfst Ziffernkärtchen zur Hilfe nehmen.	3. Bilde aus den Ziffern 2, 5, 7 sechs verschiedene Zahlen, sortiere sie nach der Größe und bilde eine Plus-Aufgabe mit dem größten und eine mit dem kleinsten Ergebnis.	Punkte:	6 / 8
Sortiere sie nach der Größe!			
		6. Kai hat 529€. Er möchte ein Fahrrad für 287€ kaufen.	
			
		Frage: _____	
		Rechnung: _____	
		Antwort: _____	

#### Klassenarbeiten verändern

Klassenarbeiten sollen inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen ansprechen. Des Weiteren wird verlangt, dass Kinder ihre Leistungsfähigkeit erproben und weiterentwickeln sollen. Wie diese Vorgaben in Klassenarbeiten umgesetzt werden können, wird Ihnen in diesem Modul veranschaulicht (181).

#### Wir schreiben Mathearbeiten wie die Großen!

Das hier vorliegende Materialpaket beinhaltet Unterrichtsplanungen und Materialien für die Lehrkraft und die Schülerinnen und Schüler zu dem Thema: „Wir schreiben Mathearbeiten wie die Großen!“. Mithilfe dieses Paketes können Mathearbeiten transparent und kindgerecht eingeführt werden (182).

<http://pikas.dzlm.de>



**Projekt PIKAS**  
Christoph Selter  
Technische Universität Dortmund  
Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts  
Vogelpothsweg 87  
44221 Dortmund  
[pikas@math.tu-dortmund.de](mailto:pikas@math.tu-dortmund.de)

Das Infoheft wurde erstellt von Janni Alyssa Schallenberg.  
Gestaltung: Karoline Mosen

