Moderationspfad

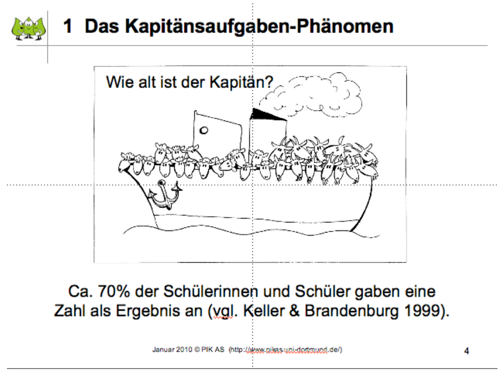
Haus 9 - FM - Modul 9.1

Kinder rechnen anders

Die Durchführungszeit des vollständigen Moduls beläuft sich auf ca. drei Zeitstunden (incl. Pause). Nachstehend ein Überblick über sämtliche Fortbildungsmaterialien dieses Moduls.

Eine reduzierte und leicht umgruppierte Version dieser Präsentation finden Sie unter dem Punkt Informationsmaterial (Kira für Eltern). Hierbei handelt es sich um eine Präsentation, die beispielsweise anlässlich eines Elternabends eingesetzt werden kann, um für das Thema zu sensibilisieren.

Material Moderator (M)	*Material Teilnehmer (TN)*
• Präsentation (ppt) • Moderationspfad • Sachinformationen: Kinder rechnen anders (in: Haus 9 – IM) • Sachinformationen: Kinder denken anders (in: Haus 9 – IM) • Sachinformationen: Jede Aufgabe hat eine Lösung (in: Haus 9 – IM) • Sachinformationen: Mit Fehlern muss gerechnet werden (in: Haus 9 – IM) • Hintergrundinformationen zu AB 1: Marcels Multiplikationen • Hintergrundinformationen zu AB 2: Die Bonbonaufgabe * Video: Kinder rechnen anders – der Film (in: Haus 9 - IM)	• AB 1: Marcels Multiplikationen • AB 2: Die Bonbonaufgabe • AB 3: Wissen Sie, wie Kinder rechnen? Das Kira-Quiz • ggf. Sachinformationen als Handouts

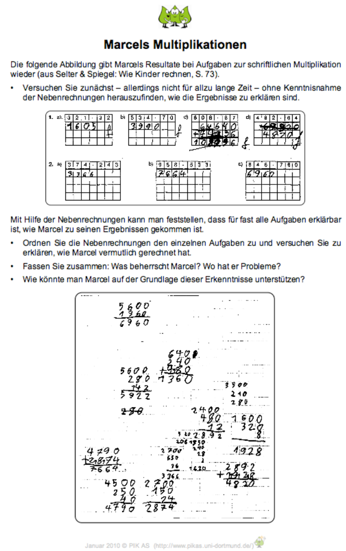
<table>
<tr><th>Zeit</th><th>Kommentar</th><th>Material</th></tr>
<tr><td>2‘</td><td><u>Folie 1: Begrüßung, Einführung ins Thema</u>
Das Bild zeigt die Verbildlichung einer Kapitänsaufgabe und greift damit vor auf Folie 4. Insgesamt geht es im Modul 9.1 darum, dafür zu werben, immer auch aus der Perspektive der Lernenden zu schauen und deren Denken prinzipiell als vernünftig anzusehen, selbst dann, wenn es mit dem Denken der Erwachsenen nicht konform geht. Schaut man mit den Augen der Kinder, dann stellt man fest, dass Kinder auf unterschiedliche Weise anders denken …</td><td>Laptop / Beamer/ Präsentation</td></tr>
<tr><td>8’</td><td><u>Folien 2 - 7: Das Kapitänsaufgaben-Phänomen</u>
Die Folien 2 – 7 führen in das Thema anhand des sog. Kapitänsaufgabenphänomens ein. Anfang der 80er-Jahre wurde französischen Kindern im Grundschulalter folgende Textaufgabe gestellt: Auf einem Schiff befinden sich 16 Schafe und 12 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän? Mehr als 75% von ihnen errechneten ein Ergebnis. Die meisten gaben tatsächlich 28 als Alter des Kapitäns an (Folie 2). Mehr Informationen dazu in den Infopapieren ‚Kinder rechnen anders’ und ‚Jede Aufgabe hat eine Lösung’ (in Haus 9 – IM). Zu Folie 4 ist zu ergänzen, dass es sich dabei um eine Studie handelt, bei der 120 Schülerinnen vom 2. bis zum 6. Schuljahr lediglich das Bild – also keine Textaufgabe – sowie die mündlich gestellte Frage ‚Wie alt ist der Kapitän?’ vorgelegt wurde, mit dem Resultat, dass auch hier etwa 70% der Kinder eine numerische ‚Lösung’ angaben. Am ‚Kapitänsaufgaben-Phänomen’ lässt sich gut der Unterschied zwischen dem defizitorientierten und dem kompetenzorientierten (auch: stärkenorientierten) Blick illustrieren (vgl. hierzu die beiden o. a. Info-Papiere).</td><td>Folie 4
</td></tr>
<tr><td>30‘</td><td><u>Folien 8 – 12: Der stärkenorientierte Blick</u>
Die Folien 8 – 12 thematisieren den zentralen Grundgedanken, dass man auf unterschiedliche Weise dem Denken und Lernen der Kinder gegenüber treten kann. Man kann ihr Denken und Lernen vorwiegend defizitorientiert sehen. Dabei orientiert man sich hauptsächlich an dem, was richtig ist, und daran, was die Kinder noch lernen müssen. Abweichungen von dieser Norm bewertet man als Defizite. Solche Fehler müssen verbessert oder – noch besser – verhindert werden.
Im Gegensatz dazu kann man das Denken und Lernen aber auch bewusst kompetenzorientiert (stärkenorientiert) wahrnehmen. Dann interessiert man sich für das, was die Kinder schon können. Man bemüht sich, ihre Denkweisen grundsätzlich als sinnvolles</td><td>Folie 10
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Vorgehen zu verstehen, den Kindern dieses wohlwollende Interesse zu signalisieren und weitere Lernprozesse darauf zu gründen.

Illustriert werden kann dieses anhand der Folie 8 (zu Erläuterung, vgl. das Info-Papier ‚Kinder rechnen anders') sowie den Folien 9 und 10. Hier können die TN bei Folie 9 zunächst einmal überlegen, welche Zahlen den Kindern mit Hilfe von Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einerwürfeln vorgelegt wurden, mit der Bitte, das entsprechende Zahlwort zu produzieren. Folie 10 gibt dann an, welche Zahlen tatsächlich vorgelegt wurden, wobei andere sinnvolle Vermutungen der TN natürlich auch denkbare Ausgangspunkte darstellen können.

Anschließend bietet es sich an, das AB 1 bearbeiten und dann die Ergebnisse der Analysen im Plenum besprechen zu lassen (Marcels Multiplikationen). Weitere Erläuterungen hierzu finden Sie in den Hintergrund-Informationen zu AB 1. Darin wird auch implizit vorgeschlagen, zusammengehörige Rechnungen einzukreisen. Sofern das AB mit einem Beamer auf eine Tafel oder Weißwand projiziert wird, können die entsprechenden Markierungen dort vorgenommen werden.

Dieses AB zeigt noch einmal auf, dass es sich lohnt, immer auch die Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in den Blick zu nehmen, selbst dann, wenn alle Ergebnisse fehlerhaft sind.</td>
<td>AB 1: Marcels Multiplikationen



Marcels Multiplikationen

Die folgende Abbildung gibt Marcels Resultate bei Aufgaben zur schriftlichen Multiplikation wieder (aus Selter & Spiegel: Wie Kinder rechnen, S. 73).

- Versuchen Sie zunächst – allerdings nicht für allzu lange Zeit – ohne Kenntnisnahme der Nebenrechnungen herauszufinden, wie die Ergebnisse zu erklären sind.

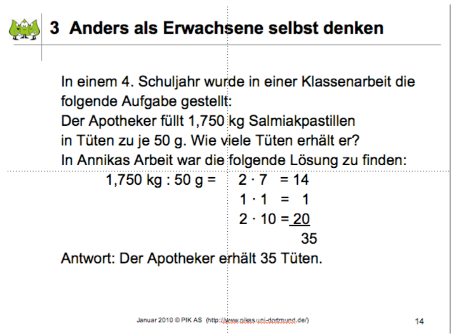
Mit Hilfe der Nebenrechnungen kann man feststellen, dass für fast alle Aufgaben erklärbar ist, wie Marcel zu seinen Ergebnissen gekommen ist.

- Ordnen Sie die Nebenrechnungen den einzelnen Aufgaben zu und versuchen Sie zu erklären, wie Marcel vermutlich gerechnet hat.
- Fassen Sie zusammen: Was beherrscht Marcel? Wo hat er Probleme?
- Wie könnte man Marcel auf der Grundlage dieser Erkenntnisse unterstützen?
</td>
</tr>
<tr>
<td>10'</td>
<td><u>**Folien 13 – 15: Anders als Erwachsene selbst denken**</u>

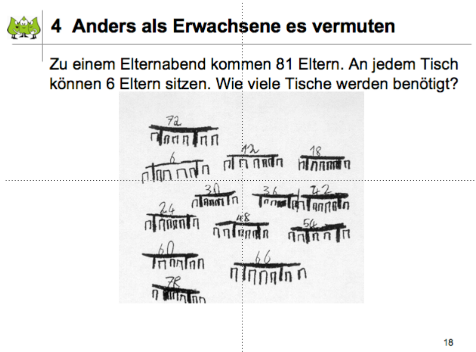
Die **Folien 13 – 15** illustrieren anhand von zwei Beispielen, dass Kinder anders denken können als Erwachsene selbst denken. Die TN sollten zunächst einmal selbst überlegen, wie Annika und Sven gedacht haben könnten, bevor die Interpretationen dann im Plenum zusammengetragen werden.

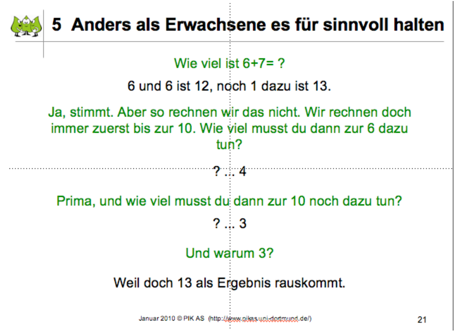
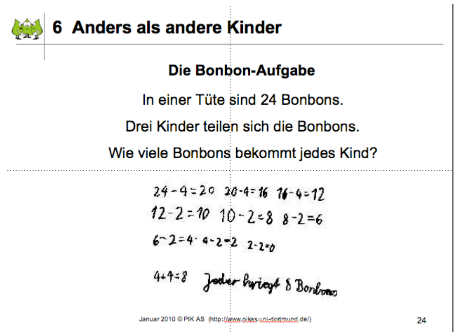
Annika hatte sich überlegt, dass 100g zwei 50g-Tüten seien, 700g also insgesamt 2·7=14 Tüten. Die fehlenden 50g der 750g repräsentierte sie durch den Zahlensatz 1·1=1. Die Anzahl der Tüten für die restlichen 1000g berechnete sie entsprechend als 2·10=20, da ein Tausender aus zehn Hundertern besteht. Danach addierte sie die Teilsummanden (14+1+20) und gab die Antwort 35. Die meisten Erwachsenen hätten die Lösung vermutlich auf ganz andere Weise erhalten.

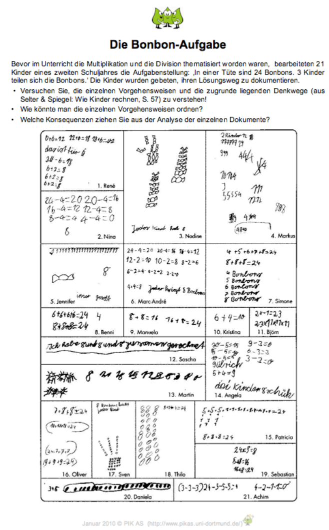
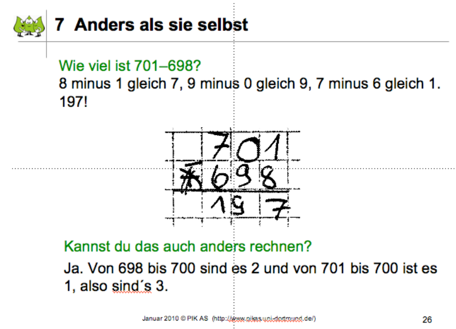
Sven merkte, dass zwölf Zahlen zu summieren waren, die allesamt in der Nähe der 10 lagen. Zunächst ermittelte er im Kopf – sei es additiv oder multiplikativ – die Summe von zwölf Zehnern und nahm dann die 120 als Ausgangspunkt seiner weiteren Überlegungen.</td>
<td>Folie 14

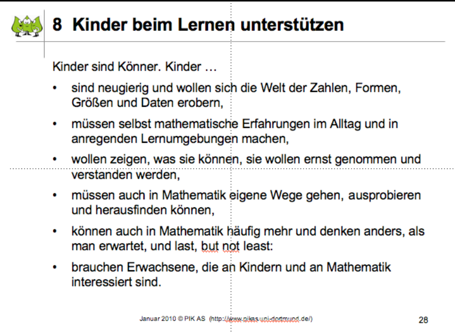


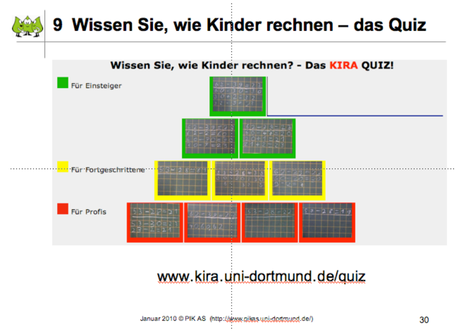
</td>
</tr>
</table>

	Da der erste Summand nicht 10, sondern 9 lautete, musste Sven von 120 eine 1 subtrahieren. Als erstes schriftliches Zwischenresultat konnte er somit die 119 vermerken. Als zweiter Summand war eine 12 vorgegeben – eine um 2 größere Zahl als 10, so dass zu 119 eine 2 zu addieren war. Sein zweites schriftlich notiertes Ergebnis war daher 121. Im Folgenden ermittelte er jeweils den Unterschied der einzelnen Summanden zur 10 und addierte diesen zum bzw. subtrahierte ihn vom vorangehenden Resultat. Wenn exakt 10 zu summieren war, schrieb er das Zwischenergebnis erneut hin. Auf diesem Wege gelangte er schließlich zum korrekten Endresultat 122.	
5’	**Folien 16 – 18: Anders als Erwachsene es vermuten** Die **Folien 15 und 16** illustrieren anhand von zwei Beispielen, dass Kindern bisweilen auch anders denken, als Erwachsene es vermuten. Das erste Beispiel vom Abendbrottisch ist weitgehend selbsterklärend. Zum zweiten Beispiel ist zu sagen, dass die Aufgabe ‚Zu einem Elternabend kommen 81 Eltern. Es können immer 6 Eltern an einem Tisch sitzen. Wie viele Tische *werden benötigt*?’ *Erstklässlern am Ende des Schuljahres als ‚Überforderungsaufgabe’ gestellt wurde.* Die Kinder sind auf unterschiedliche Weise vorgegangen (vgl. Spiegel & Selter: Kinder & Mathematik. Seelze: Kallmeyer; Nachwort). Manche von ihnen haben nicht die erwartete Lösung 14 angegeben. Max beispielsweise zeichnete Sechsertische und schrieb die Anzahl der jeweils berücksichtigten Eltern als Merkzahl auf (6, 12, 18 …). Er ermittelte die Anzahl der Tische und sagte, man bräuchte 13 Tische. Einen Moment lang schien es, als hätte er das Problem nicht richtig verstanden. Die drei Eltern, die übrig blieben, mussten schließlich auch berücksichtigt werden. Andere Kinder setzten diese an einen neuen, den 14. Tisch. Max hingegen dachte einen Moment nach. Schließlich schrieb er: *3 Eltern müssen stehen*. Kinder denken anders, als Erwachsene es vermuten!	Folie 18 
5‘	**Folien 19 – 21: Anders als Erwachsene es für sinnvoll halten** Die **Folien 19 bis 21** geben zwei Beispiele aus dem 1. Schuljahr, die verdeutlichen sollen, dass Kinder eigene Wege gehen, die von Erwachsenen manchmal als umständlich oder nicht zielführend oder nicht vernünftig angesehen werden, weshalb die Erwachsenen dann – in guter Absicht – versuchen, die Kinder von diesen Wegen abzubringen. Im ersten Beispiel von **Timo** wurde im Unterricht das Teilschrittverfahren behandelt: erst bis zur 10 ergänzen und dann den Rest dazu addieren, bei 8+7 also zunächst 8+2 und dann 10+5 zu rechnen. Der Lehrer möchte diese Strategie anhand von einigen Aufgaben festigen. Timo rechnet anders, indem er ausnutzt, dass 10+4 eine vergleichswei-	

	se leicht zu rechnende Aufgabe ist. Die Lehrperson kann seine Überlegung nicht nachvollziehen und unterbricht ihn. Ob Timo diesen Rechenweg wirklich verstanden hat, ist fraglich. Man kann nicht ausschließen, dass er die bejahende Antwort in der Absicht gibt, seine Ruhe haben zu wollen. Die Episode ist deshalb so interessant, weil sie noch eine überraschende Wendung nimmt, als der Lehrer sich beklagt, Timo höre nicht richtig zu. Aber ist es nicht der Lehrer, der hier nicht richtig zuhört und Timos gute Überlegung (10+4=14, also ist 9+4=13) nicht erfasst? Denn die Aufgabe 9+4 auf diese Weise zu lösen, ist doch eigentlich viel geschickter, als erst bis zur 10 und von dort aus weiter zu rechnen. Im zweiten Beispiel berechnete die Erstklässlerin **Alina** die Aufgabe 6+7. Sie nannte ihr Ergebnis 13 und wurde gefragt, wie sie vorgegangen sei. Auch hier hatte die Lehrerin in den Stunden zuvor das sog. Teilschrittverfahren (6+4=10; 10+3=13) behandelt. Alina nutzte hingegen aus, dass 6+6 gleich 12 ist. Die Lehrerin möchte, dass die Kinder die von ihr favorisierte Vorgehensweise als Standardmethode für das 'Rechnen über den Zehner' verwenden. Zwar ist unbestritten, dass dieses schrittweise Vorgehen mit 'glatten Zwischenresultaten' bei der Addition *größerer* Zahlen eine wichtige Methode darstellt. Sie allerdings bereits im Zahlenraum bis 20 zum Normalverfahren machen zu wollen, kann zu Konflikten mit den Rechenwegen der Kinder führen, wie auch Alinas Antwort verdeutlicht.	Folie 21 
30'	<u>**Folien 22 – 24: Anders als andere Kinder**</u> Auf den **Folien 22 bis 24** geht es darum, anhand von zwei Beispielen für die Heterogenität der Vorgehens- und Denkweisen von Schülerinnen und Schülern zu sensibilisieren: Kinder rechnen anders als andere Kinder. **Folie 23** thematisiert die sog. Kino-Aufgabe. Vor der Behandlung der Subtraktion im Tausenderraum wurde Schülerinnen und Schülern eines dritten Schuljahres die folgende Aufgabe gestellt: ‚Im Kino können 216 Personen sitzen. Es sind schon 148 da.' Die Kinder sollten ihre Vorgehensweise mit Hilfe des sog. Rechenstrichs entwickeln bzw. darstellen. Dabei handelt es sich um einen von den Kindern zu zeichnenden Strich, auf dem die Kinder ihre Rechenschritte durch die Angabe der Sprungweite bzw. von (Zwischen-)Ergebnissen festhalten können. Einige Lösungen deuten die Lösungsvielfalt an. So subtrahierte beispielsweise *Kristina* schrittweise zunächst den Hunderter, dann die Zehner und dann die Einer (216–100–40–8), während *Patrizia* (216–100–20–20–4–4)	Folie 24 

	und *Manuela* (216–100–20–20–8) Zehner bzw. Einer weiter aufteilten. Eine andere Strategie bestand darin, die 148 so aufzuspalten, dass ‚glatte' Zahlen als Zwischenergebnisse dienten (*Simone*: 216–100–6–42; *Oliver*: 216–110–6–30–2; *Katrin*: 216–16–100–30–2). Andere Schüler wurden durch die Aufgabenstellung veranlasst, zu ergänzen, so etwa *Stephanie,* die zuerst die Zehner und dann die Einer auffüllte (148+30+20+10+8), oder auch *Marc-André*, der dabei Schwellenzahlen ausnutzte (148+2+50+16). Schließlich lösten auch einige Kinder – wie etwa *Nadine* – die Problemstellung durch das Heranziehen einer Hilfsaufgabe (216–150+2). **Folie 24** regt dazu an, das AB 2 bearbeiten und dann die Ergebnisse der Analysen im Plenum besprechen zu lassen (Die Bonbonaufgabe). Weitere Erläuterungen hierzu finden Sie in den Hintergrund-Informationen zu AB 2. Das AB 2 zeigt aber nicht nur die Heterogenität der Schülerlösungen auf, sondern auch die Originalität der Denkens der Kinder, denn die Schülerinnen und Schüler hatten weder das Multiplizieren noch das Dividieren vorab im Unterricht behandelt.	AB 2: Die Bonbonaufgabe 
5'	**<u>Folien 25 – 27: Anders als sie selbst</u>** Dass unterschiedliche Lösungswege sogar bei ein und derselben Aufgabenbearbeitung beobachtet werden können, zeigt sich auf den Folien 26 bis 28. Im Rahmen eines Interviews wurde Malte die Aufgabe 701–698 gestellt, die er zunächst (fehlerhaft) mit Hilfe des schriftlichen Algorithmus berechnet. Dann rechnet er sie noch einmal anders aus, nämlich im Kopf, mit dem richtigen Resultat. Auf Rückfrage artikuliert er, beide Antworten könnten nicht richtig sein. Die beiden Rechenwege mit den unterschiedlichen Ergebnissen werden von Malte als verschieden angesehen. Ihm ist klar, dass er sich irgendwie verrechnet haben muss. Da er sich jedoch für eine der beiden Lösungen entscheiden muss, wählt er schließlich das Ergebnis der Rechenmethode, bei der er sich sicherer fühlt.	Folie 26 
10'	**<u>Folien 28 – 29: Kinder beim Lernen unterstützen</u>** Die Folien 28 und 29 fassen die wesentlichen Grundgedanken noch einmal kurz zusammen und formulieren insbesondere einige Leitideen für den Umgang mit Kindern, die sie beim Erlernen von Mathematik unterstützen können. Außerdem erfolgt der Hinweis auf das Buch von Selter & Spiegel zum Thema ‚Kinder & Mathematik', erschienen in der 5. Auflage im Jahr 2010 im Kallmeyer-Verlag.	Folie 28

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td>35’

plus
15-20’
Film:
Kinder rechnen anders</td><td><u>Folie 30: Wissen Sie, wie Kinder rechnen? – Das Quiz</u>
Die Fortbildung schließt mit dem AB 3, das eine Abbildung aus dem sog. KIRA-Quiz wiedergibt. Beim KIRA-Quiz können die TN testen, wie gut sie sich schon in das mathematische Denken von Kindern hineinversetzen können. Hierzu haben Kinder die Subtraktionsaufgabe 62-39 sowie 53-28 gerechnet. Auf dem AB 3 finden die TN zehn unterschiedliche Schülerlösungen für diese Aufgaben, und sie können versuchen selbst herauszufinden, wie die Kinder gerechnet haben.
Das KIRA-Quiz ist ein Arbeitsergebnis des Projekts 'Kinder rechnen anders’ (www.kira.uni-dortmund.de\quiz). Auf der Website findet man Erklärungen zu den einzelnen Lösungswegen bzw. Fehlern, die von Grundschülerinnen und Grundschülern stammen.
Denkbar ist auch, den Film ‚Kinder rechnen anders’ zu zeigen (<u>http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ergiebige-leistungsfeststellung/haus-9-informations-material/informationsvideos/index.html</u>). Dieser Film illustriert anhand von Szenen aus dem Alltag, aus dem Unterricht und aus Interviews, dass Kinder auf unterschiedliche Art und Weise anders rechnen. Außerdem wird anschaulich aufgezeigt, welche Konsequenzen sich daraus für den Unterricht ergeben.</td><td>Folie 30

</td></tr>
</table>