

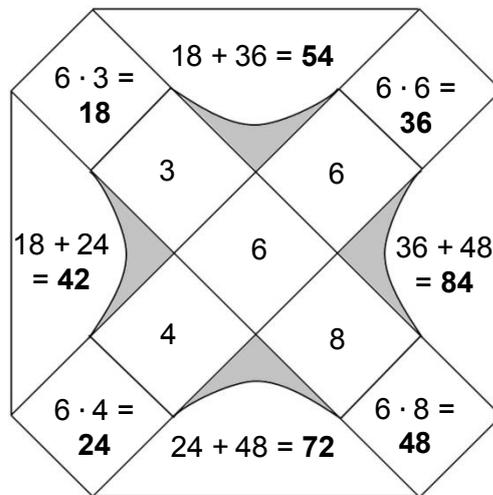
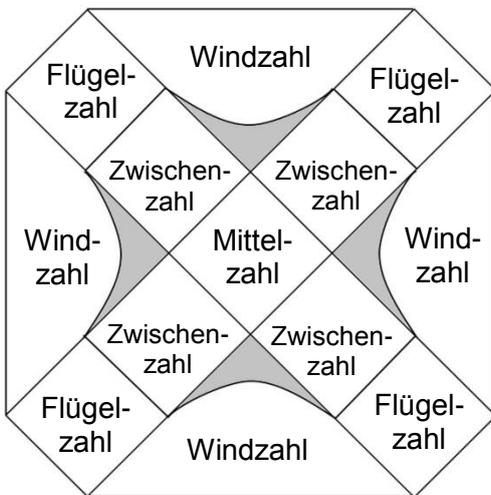


Die Mal-Mühle: ein Übungsformat zum multiplikativen Rechnen

Bei der Mal-Mühle handelt es sich um ein Aufgabenformat, das sich zum beziehungsreichen Üben des Einmaleins eignet und sich im Aufbau dem des Mal-Plus-Hauses ähnelt:

Es werden hauptsächlich multiplikative, in geringerem Umfang auch additive Operationen durchgeführt. Je nachdem, welche Zahlen vorgegeben sind, werden für die Ermittlung der fehlenden Werte neben der Multiplikation (und der Addition) auch die beiden Umkehroperationen Division (und Subtraktion) verlangt.

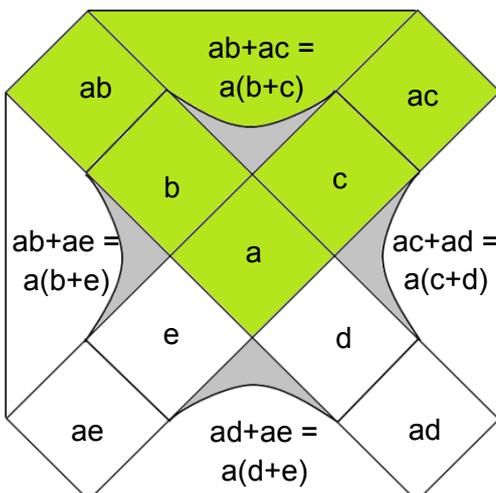
Aufbau der Mal-Mühle:



Begonnen wird in der Mitte mit der Mittelzahl.

Die Mittelzahl wird in alle vier Richtungen mit einer Zwischenzahl multipliziert. Das Produkt, die Flügelzahl, wird im letzten Feld des Flügels notiert.

Zwischen zwei Flügelzahlen wird deren Summe, die Windzahl, notiert.



Um die Windzahlen zu bestimmen, ohne zuvor die Flügelzahlen auszurechnen, kann in alle vier Richtungen das Distributivgesetz genutzt werden:

Beispiel:

$$ab + ac = a \cdot (b + c)$$

Jede der vier Windzahlen lässt sich somit direkt berechnen, indem zwei benachbarte Zwischenzahlen addiert und mit der Mittelzahl multipliziert werden.



Die Mal-Mühle stellt eine Erweiterung des Mal-Plus-Hauses dar. In dem Ausschnitt zweier benachbarter Flügel findet sich die Struktur des Mal-Plus-Hauses in einer anderen Darstellungsweise wieder.

Bei der Mal-Mühle handelt es sich somit eine ringförmige Verknüpfung von vier Mal-Plus-Häusern. Die Mal-Mühle eignet sich daher hervorragend als zusätzliches erweiterndes Angebot zum Mal-Plus-Haus; insbesondere für leistungsstärkere und besonders interessierte Kinder.

Zur Mal-Mühle gibt es verschiedenste Aufgabenstellungen mit unterschiedlichen Zielvorstellungen und Anforderungen.

Eine Aufgabenauswahl von Ausgaben findet sich in dem „Forscherheft“:

1) Berechnen fehlender Zahlen (Förderung des flexiblen Rechnens)

- gegeben sind die Mittelzahl und die vier Zwischenzahlen
- gegeben sind die Mittelzahl und die vier Flügelzahlen
- gegeben sind die Mittelzahl, zwei Zwischenzahlen und zwei Flügelzahlen
- gegeben sind die Mittelzahl, die vier Zwischenzahlen und die vier Windzahlen
- gegeben sind vier Flügelzahlen
- gegeben sind drei Windzahlen

2) Forscheraufgaben: Operative Aufgabenvariationen (Förderung des beziehungshaltigen Rechnens; Erkennen des Distributivgesetzes)

Was passiert mit der Flügelzahl innerhalb eines Flügels, wenn...

- ... die Mittelzahl um 1 erhöht wird?
⇒ *Die Flügelzahl erhöht sich um die Zwischenzahl.*
- ... die Mittelzahl um 2 erhöht wird?
⇒ *Die Flügelzahl erhöht sich um das Zweifache der Zwischenzahl.*
- ... die Zwischenzahl um 1 erhöht wird?
⇒ *Die Flügelzahl erhöht sich um die Mittelzahl.*
- Wie viele Zwischenzahlen musst du verändern, damit sich alle vier Windzahlen ändern?
⇒ Die Veränderung einer Zwischenzahl zeigt, dass sich zwei Windzahlen ändern. Um alle vier Windzahlen zu verändern, reicht es folglich, zwei Zwischenzahlen zu erhöhen/verringern. Zu beachten ist, dass die beiden Zwischenzahlen sich gegenüberliegen; andernfalls kommt es nur zu einer Veränderung von drei Windzahlen.

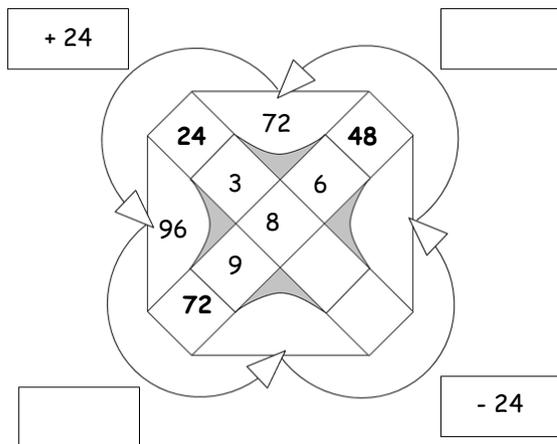
3) Problemstellungen: Ermittlung fehlender Zahlen in den Mal-Mühlen, die nicht durch direktes Ausrechnen zu finden sind (Förderung des systematischen Probierens; Nutzen des Distributivgesetzes)

- Bestimmen der fehlenden Zwischenzahlen (Mittelzahl und Windzahlen sind gegeben, die Flügelzahlen dürfen nicht bestimmt werden).
⇒ *Nutzung des Distributivgesetzes: Zunächst muss die Summe zwei benachbarter Zwischenzahlen bestimmt werden, indem die Windzahl durch die Mittelzahl dividiert wird. Da die Summe zweier Windzahlen bekannt ist, werden die beiden Summanden (Zwischenzahlen) probierend bestimmt.*

- Bestimmen der fehlenden Zahlen bei nur drei gegebenen Flügelzahlen
*In einem ersten Schritt werden die zwei Windzahlen berechnet, die von den bereits gegebenen Flügelzahlen umgeben sind (im Beispiel die 72 und die 98).
 Nun kann die Mittelzahl ermittelt werden. Welchen Teiler haben die Flügel- und Windzahlen gemeinsam? Im Beispiel könnte das die 8 sein, wobei auch andere Mittelzahlen wie die 2 oder 4 möglich wären. Die fehlenden Zwischenzahlen können jetzt durch Division der Flügelzahl durch die Mittelzahl bestimmt werden.*

Beispiel (Profi-Forscherauftrag 11 aus dem Forscherheft):

Die noch fehlende vierte Flügelzahl wird probierend ermittelt. Nachdem die Wahl auf eine Zwischenzahl gefallen ist, wird die Flügelzahl berechnet. In einem nächsten Schritt werden die beiden letzten Windzahlen berechnet.



Ob es sich bei der Zwischenzahl um die richtige handelt, muss mithilfe der Windzahlen überprüft werden:

- Die Summe zweier sich gegenüberliegender Windzahlen ist gleich.
- Die Windzahlen verändern sich die Windzahlen regelmäßig: Wird eine Windzahl in Pfeilrichtung um 24 größer, so wird die gegenüberliegende Windzahl in Pfeilrichtung um 24 kleiner.

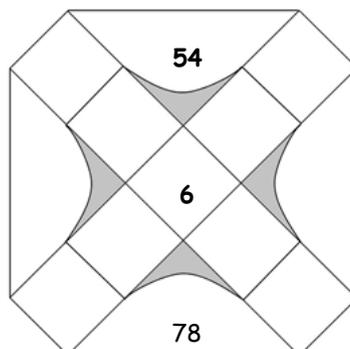
Gegeben sind bei dem Forscherauftrag nur die fettgedruckten Flügelzahlen

- Bestimmen der fehlenden Zahlen bei gegebener Mittelzahl, einer Windzahl und der Summe der Windzahlen
Da die Summen gegenüberliegender Windzahlen gleich sind, kann in einem ersten Schritt die Summe aller vier Windzahlen halbiert werden (im Beispiel: $264 : 2 = 132$).



b) Lies dir PIKOs Sprechblase durch. Versuche, die Mal-Mühle auszufüllen.

- Ich erinnere mich nur noch an wenige Zahlen:
- Die Summe der Windzahlen betrug 264.
 - Die 54 kam genau einmal als Windzahl vor.
 - Die 6 war die Mittelzahl.



Die Windzahl, die 54 gegenüberliegt, lässt sich somit per Subtraktion ermitteln: $132 - 54 = 78$.

Nun gilt es, die beiden noch fehlenden Windzahlen zu finden. Mit Hilfe der Pfeildarstellung (siehe obige Abbildung) können die Windzahlen probierend ermittelt werden. Alle Windzahlen müssen durch 6 teilbar sein.