Sachinformationen „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“

Mathematisch gesehen lässt sich die Eintrittswahrscheinlichkeit E eines Ereignisses eindeutig berechnen: Sie ist allgemein definiert als der Quotient aus der Anzahl der günstigen Fälle durch die Anzahl aller möglichen Fälle.

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Ergebnisse}}{\begin{array}{l}\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse,}\\ \text{sofern sie gleich möglich sind}\end{array}}$$

Auf diese Weise lassen sich die Wahrscheinlichkeiten für verschiedenste Glücksspiele bestimmen. Beispielhaft werden an dieser Stelle die Wahrscheinlichkeiten berechnet, die in der auf dieser Seite vorgestellten Lernumgebung gefragt sind:

1. *Welche Ziffer tritt beim Würfeln mit einem Würfel am wahrscheinlichsten auf?*

Ein Würfel hat 6 Flächen, auf die er fallen kann. Somit ist die Anzahl der möglichen Fälle 6. Da ein Würfel symmetrisch ist und jede Zahl gleich häufig, nämlich genau einmal, vorkommt, ist die Anzahl der günstigen Fälle immer 1. Somit kann eine „Gleichwahrscheinlichkeit für das Eintreten der sechs Augenzahlen“ (Hasemann & Mirwald 2008, S. 151), die bei jeweils 1/6 liegt, errechnet werden.

2. *Welche Augensumme tritt beim Würfeln mit zwei Würfeln am häufigsten auf?*

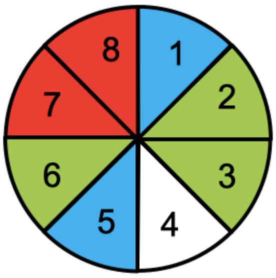
Hierzu muss die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten, die einzelnen Augensummen zu erzielen, herangezogen werden. Diese sind in folgender Tabelle abgebildet:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Der Tabelle lässt sich entnehmen, dass es 36 Felder und somit auch 36 mögliche Fälle gibt. Um die Augensummen 2 und 12 zu erreichen, gibt es jeweils nur einen günstigen Fall (1+1 bzw. 6+6). Bei den Summen 3 und 11 sind es jeweils zwei günstige Fälle (1+2 und 2+1 bzw. 5+6 und 6+5). Analog jeweils drei günstige Fälle bei 4 und 10, vier günstige Fälle bei 5 und 9, fünf günstige Fälle bei 6 und 8 sowie sechs günstige Fälle bei der Augensumme 7. So ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten 1/36 (bei Augensumme 2 und 12), 2/36 (bei 3 und 11), 3/36 (bei 4 und 10), 4/36 (bei 5 und 9), 5/36 (bei 6 und 8) und 6/36 (bei Augensumme 7). Es ist also klar zu erkennen, dass die Augensumme 7 am wahrscheinlichsten ist.

Da die Augensumme 1 beim Würfeln mit zwei Würfeln nicht erreicht werden kann, ist deren Wahrscheinlichkeit 0/36, also unmöglich.

3. *Welches Feld tritt beim Glücksraddrehen am häufigsten auf?*



Auch bei einem Glücksrad hängt die Eintrittswahrscheinlichkeit nicht allein von der Anzahl der verschiedenen Zahlen bzw. Farben ab. Vielmehr ist das flächenmäßige Vorkommen auf dem Glücksrad entscheidend. Wie die gleiche Auftrittswahrscheinlichkeit beim Würfeln mit einem Würfel mit der Symmetrie desselben erklärt werden kann, so lässt sich die gleiche Wahrscheinlichkeit zweier Felder beim Glücksrad durch gleich große Flächen dieser Felder begründen.

Für das abgebildete Glücksrad ergeben sich somit folgende Wahrscheinlichkeiten für die entsprechenden Farben (vgl. Neubert 2009):

Farbe	weiß	blau	rot	grün
Wahrscheinlichkeit	1/8	2/8 = 1/4	2/8 = 1/4	3/8

Betrachtet man nur die Ziffern, so beträgt die Wahrscheinlichkeit für jede Ziffer 1/8, da jede Ziffer nur einmal vorkommt und die einzelnen Gewinnfelder gleich groß sind.

Zusätzlich können Kombinationen aus Ziffern und/oder Farben als Gewinnregel angegeben werden (z.B. „Du gewinnst bei weiß und blau“). Auch in diesem Fall wären die Anteile der angegebenen Flächen die günstigen Fälle (Im genannten Beispiel: 2 blaue + 1 weiße = 3). Die Anzahl der möglichen Fälle wären weiterhin alle 8 Flächen. Somit ergibt sich für das oben genannte Beispiel eine Eintrittswahrscheinlichkeit von 3/8.

Die folgende Tabelle gibt die analog errechneten Wahrscheinlichkeiten für die in der hier vorgestellten Lernumgebung verwendeten Gewinnregeln und das oben abgebildete Glücksrad aus Neubert 2009 an:

Gewinnregel	**Gewinnkarte 1:** Du gewinnst bei 1, 2 oder 3	**Gewinnkarte 2:** Du gewinnst bei rot	**Gewinnkarte 3:** Du gewinnst bei weiß oder blau	**Gewinnkarte 4:** Du gewinnst bei 2, 4, 6 oder 8
Wahrscheinlichkeit	3/8	2/8 = 1/4	3/8	4/8

Regel 4 tritt also am ehesten ein. Es folgen die Regeln 1 und 3, die gleichwahrscheinlich sind, während Regel 2 am unwahrscheinlichsten zum Gewinn führt.

Literatur:

Hasemann, K. & Mirwald, E. (2008). Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit. In: Walther, G.; van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D. & Köller, O. Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik Konkret (S. 141–161). Berlin: Cornelsen Verlag.

Neubert, B. (2009): Zufall und Wahrscheinlichkeit in der Grundschule. Verfügbar unter: https://www.schulportal-thueringen.de/get-data/8b7b00c6-9dd1-4ce5-8bdb-110ea25ec66b/200903_neubert_2.pdf, 07.02.2019