

## Inter-Netzzo

### **„Im Kopf unterwegs zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln“ – Eine Lernumgebung (nicht nur) zur Förderung der (Raum-) Vorstellung**

Zusammenfassung: Dieses Kapitel gliedert sich in einen theorieorientierten und einen praxisorientierten Teil.

In dem ersten Teil wird die Lernumgebung und ihre Entwicklung theoretisch eingebettet: Zunächst sollen Eigenerfahrungen mit ebenengeometrisch gestalteten Abbildungen von (Würfel-) Netzen in Abgrenzung zu raumgeometrisch gestalteten Abbildungen dazu dienen, dem Leser die eigenen mentalen Vorgehensweisen bewusst zu machen und sie im Hinblick darauf zu hinterfragen, was diese mit Raum-Vorstellung zu tun haben. Daran anknüpfend folgt eine grundsätzliche Begriffsklärung zu dem Phänomen Raumvorstellung, um daraus ein handhabbares Begriffsverständnis zu entwickeln, welches die Beschreibung mentaler Anforderungen an die Lernenden in den Mittelpunkt stellt.

Diese inhaltsübergreifende Perspektive wird an dem Lerngegenstand (Würfel-) Netze konkretisiert: Die grundlegende Fragestellung lautet: *Warum sind (Würfel-) Netze ein zentraler Lerngegenstand zur Förderung der Raumvorstellung in der Grundschule?* In einem ersten Schritt werden die Ziele anhand der charakteristischen Zugangsweisen zu Würfelnetzen auf der *Handlungsebene* hervorgehoben. Auf der *Vorstellungsebene* werden die für die *Handlungsebene* formulierten Forderungen weit weniger konsequent verfolgt und noch weniger im Rahmen geeigneter Lernumgebungen umgesetzt. Dieses zeigt sich anhand der individuellen mentalen Vorgehensweisen, die Kinder bei der Arbeit mit solchen "klassischen" Lernumgebungen zu Würfelnetzen entwickeln.

Diese Beobachtung wirft die Frage auf, welche mentalen Vorgehensweisen Lernende im Zusammenhang mit (Würfel-) Netzen entwickeln sollen, wenn die Raum-Vorstellung gefördert werden soll.

Die offenkundige Diskrepanz zwischen intendierten und tatsächlich gebildeten mentalen Vorgehensweisen verdeutlicht, dass durch die "klassischen" Lernumgebungen zu Würfelnetzen Raum-Vorstellung weder *langfristig* noch *umfassend* zufriedenstellend gefördert wird.

In diesem Sinne werden abschließend Anforderungen an das Design einer Lernumgebung formuliert.

Der zweite, praxisorientierte Teil greift zunächst die inhaltliche und methodische Hinführung zu der entwickelten Lernumgebung auf. Im Anschluss daran wird die Konzeption der Lernumgebung vorgestellt und Aufgabentypen sowie Spielideen präsentiert. Im Rahmen von Erprobungen in unterschiedlichen Schuljahren der Klassenstufen 3-6 entstanden Schülerdokumente, welche mentale Vorgehensweisen bei der Arbeit mit der Lernumgebung skizzieren und somit einen Einblick in die kognitiven Anforderungen ermöglichen, welche an den Lernenden gestellt werden.

## **DARUM GEHT ES - BASISINFOS**

### **Teil I: Theoretische Einbettung der Lernumgebung und ihrer Entwicklung**

Zu Beginn ein kleines Warm-Up: *Wie* bearbeiten Sie die folgenden Auf-

*Eigenerfahrungen:  
Wie gehen Sie  
vor?*



gabenstellungen zu der Frage "Ist das Netz ein Würfelnetz oder kein Würfelnetz?"

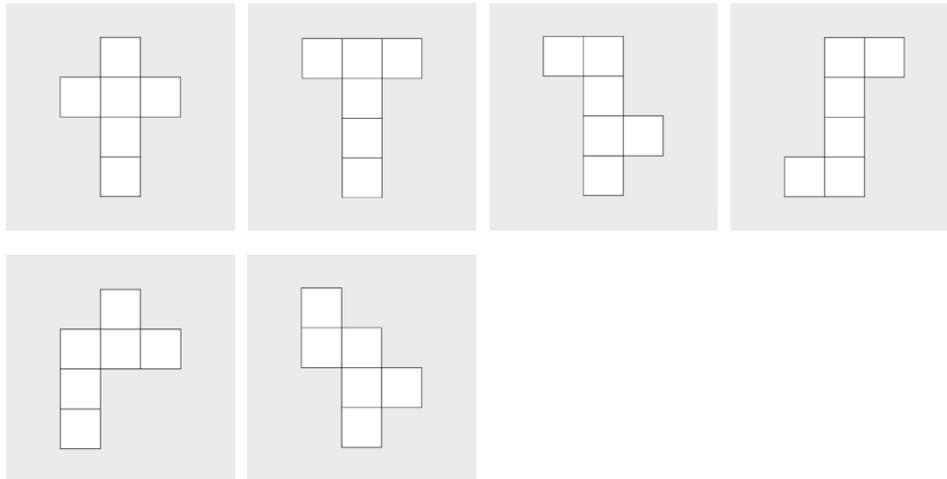


Abb. 1: Ebenen-geometrische Abbildungen von Netzen

Falten Sie die Netze im Kopf? Zusammen? Nutzen Sie dabei Begleitbewegungen mit Ihren Händen zur Unterstützung Ihrer gedanklichen Prozesse? Falten Sie überhaupt? Wissen Sie es beim T und beim Kreuz oder gar bei allen auswendig? Oder gehen Sie ganz anders vor?

Und wie machen Sie es bei diesen Abbildungen?

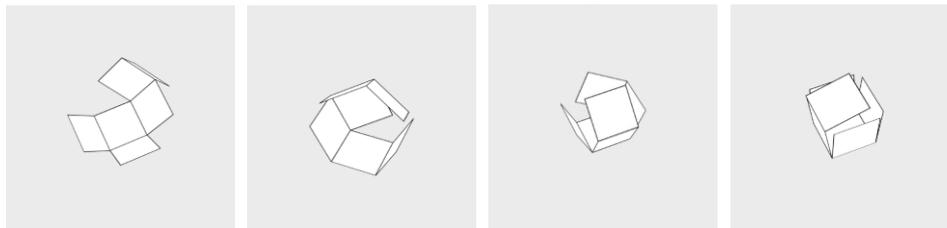


Abb. 2: Raum-geometrische Abbildungen von Netzen

Bevor wir nun auf Ihre Erfahrungen und mentalen Vorgehensweisen auch in Verbindung mit den von Lernenden entwickelten Vorgehensweisen zurückkommen, sollten wir zunächst klären, was wir unter dem Begriff "Raumvorstellung" verstehen wollen.

### **Was ist Raumvorstellung?**

In der Literatur findet man ein wahres Begriffswirrwarr hinsichtlich eines einheitlichen Begriffsverständnisses zu dem psychologischen Begriff "Raumvorstellung". Ein handhabbares Begriffsverständnis liefert bereits Besuden: Er versteht unter Raumvorstellung ein räumliches Vorstellungsvermögen, welches *Raumwahrnehmung*, *Raumvorstellung* und *Räumliches Denken* umfasst (ebd. 1980; 1984). Für die an die Lernenden gestellten kognitiven Anforderungen folgt daraus:

#### *Raumwahrnehmung:*

Hierbei geht es um die *Wahrnehmung konkret vorhandener* Objekte, Handlungen, Situationen, Merkmale, ...

Die mentale Anstrengung richtet sich auf die Wahrnehmung sowie die Analyse und Interpretation des Wahrgenommenen.

#### *Raumvorstellung:*

Hierbei geht es um das *mentale Reproduzieren nicht (mehr) vorhandener* Objekte, Handlungen, Situationen, Merkmale, ...

Was ist  
Raumvorstellung?

Die mentale Anstrengung richtet sich auf die mentale Reproduktion sowie die Analyse und Interpretation des mental Reproduzierten.

*Räumliches Denken:*

Hierbei geht es um das *mentale Operieren mit nicht (mehr) vorhandenen* Objekten, Handlungen, Situationen, Merkmalen, ...

Die mentale Anstrengung richtet sich auf das mentale Handeln sowie die Analyse und Interpretation der mentalen Handlung.

Von diesem Begriffsverständnis gehen wir im Folgenden aus.

Zu dem letzten Punkt "*Räumliches Denken*" bemerkt Besuden: „Operatives Denken ist in der Geometrie von räumlichem Denken kaum noch zu unterscheiden“ (ebd. 1980, S. 107). Damit stellt er den operativen Charakter räumlichen Denkens heraus.

Maier (1999) hat sich im Rahmen seiner Dissertation ausgiebig mit der ideengeschichtlichen Aufarbeitung des Raumvorstellungsbegriffs auseinandergesetzt. Auf Basis unterschiedlicher Strömungen in der allgemeinen Psychologie, in der Entwicklungspsychologie und in der Mathematikdidaktik schlägt er in deutlicher Anlehnung an Wölpert (1983, S. 9) folgende umgangssprachliche begriffliche Fassung vor:

„Anschaulich kann Raumvorstellung umschrieben werden als die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Sie geht über die sinnliche Wahrnehmung hinaus, indem die Sinnesindrücke nicht nur registriert, sondern auch gedanklich verarbeitet werden. So entstehen Vorstellungsbilder, die auch ohne das Vorhandensein der realen Objekte verfügbar sind. Dabei ist zu betonen, daß Raumvorstellung sich jedoch nicht darauf beschränkt, diese Bilder im Gedächtnis zu speichern und – in Form von Erinnerungsbildern – bei Bedarf abzurufen. Vielmehr kommt die Fähigkeit, mit diesen Bildern aktiv umzugehen, sie mental umzuordnen und neue Bilder aus vorhandenen vorstellungsmäßig zu entwickeln, als wichtige Komponente mit hinzu“ (Maier 1999, S. 14).

Wird dieses Zitat durch unterschiedliche Formatierungen zu den Erklärungen Besudens in Beziehung gesetzt, so wird dadurch der sukzessive Aufbau und das hierarchische Verständnis dieser begrifflichen Unterscheidung deutlich. Demnach entwickelt sich "Räumliches Denken" auf der Basis von "Raumwahrnehmung" und "Raumvorstellung".

*Raumwahrnehmung – Raumvorstellung – Räumliches Denken*

„Anschaulich kann Raumvorstellung umschrieben werden als die Fähigkeit, in der Vorstellung räumlich zu sehen und räumlich zu denken. Sie geht über die *sinnliche Wahrnehmung hinaus, indem die Sinnesindrücke nicht nur registriert, sondern auch gedanklich verarbeitet werden*. So entstehen **Vorstellungsbilder, die auch ohne das Vorhandensein der realen Objekte** verfügbar sind. Dabei ist zu betonen, daß Raumvorstellung sich jedoch **nicht darauf beschränkt, diese Bilder im Gedächtnis zu speichern** und – **in Form von Erinnerungsbildern** – bei Bedarf abzurufen. Vielmehr kommt die **Fähigkeit, mit diesen Bildern aktiv umzugehen, sie mental umzuordnen und neue Bilder aus vorhandenen vorstellungsmäßig zu entwickeln**, als wichtige Komponente mit hinzu“ (ebd., S. 14).

Bevor wir nun dieses Begriffsverständnis auf den Lerngegenstand (Würfel-) Netze beziehen, soll zunächst der Frage nachgegangen werden,



*warum* (Würfel-) Netze *überhaupt* ein zentraler Lerngegenstand zur Förderung der Raumvorstellung in der Grundschule sein sollen.

### **Warum das Thema (Würfel-) Netze in der Grundschule?**

Zu dieser grundlegenden Fragestellung kristallisieren sich drei in Wechselwirkung miteinander stehende Argumentationslinien heraus.

Es geht darum ...

1. Verbindungen zu schaffen "von der Geometrie in der Ebene in die Geometrie des Raumes" sowie umgekehrt "von der Geometrie des Raumes in die Geometrie der Ebene",
2. Raumvorstellungs-Entwicklungen durch Wahrnehmungen und Handlungen zu induzieren, wodurch Lernende Entwicklungen vom *Zusehen* über das *konkrete Beobachten und Handeln* zum *mentalenen Beobachten und Handeln* vollziehen können,
3. Vorgehensweisen und Strategien durch Handlungserfahrungen und Handlungsanalysen zu immer zielgerichteter werdendem Handeln zu entwickeln.

Franke (2000) manifestiert für die *Handlungsebene* die folgenden charakteristischen Zugangsweisen zu Würfelnetzen:

„Würfelnetze können gefunden werden

- durch Aufschneiden und Auseinanderklappen,
- durch Abrollen und Umfahren eines Würfels,
- durch Zusammensetzen und Falten von kongruenten Quadraten. [...].

Entsprechend dem operativen Prinzip ist es für das Begriffsverständnis besonders günstig, wenn die Handlungen in beide Richtungen ausgeführt werden:

- vom Würfel zum Netz (Abrollen oder Aufschneiden)
- vom Netz zum Würfel (Zusammensetzen von 6 Quadraten in unterschiedlichen Anordnungen)“ (ebd., S. 137f).

Zudem findet man bzgl. der *Handlungsebene* in der Literatur vielfältige Unterrichtsvorschläge, die beschreiben, wie ausgehend von den Quadrat-Drillingsen alle Quadrat-Vierlinge, darüber alle Quadrat-Fünflinge und daraus schließlich alle Quadrat-Sechslinge erarbeitet werden, bevor die Frage aufkommt, welche Quadrat-Sechslinge sich zu Würfeln zusammenfalten lassen.

Durch ein derartiges Vorgehen verbleibt der Unterricht insgesamt über einen sehr langen, vielleicht zu langen Zeitraum (?), in der "Geometrie der Ebene", bis dann zum Schluss die "Geometrie des Raumes" *in den Blick genommen* wird.

Auch der Blick in die Schulbuchlandschaft wirkt ernüchternd: Wenn überhaupt die *Handlungsebene* vorkommt, dann zumeist nur in Form eines (Alibi-) Zuganges. Und selbst wenn beide Richtungen grundsätzlich angedeutet werden, so bleibt die reine *Vorstellungsentwicklung* nicht selten auf der Strecke: Es wird zwar gehandelt, wie oft bleibt es dabei aber beim „blinden Handeln“ (Hole 1973, S. 41) – ohne Handlungsanalysen und Vorstellungsentwicklung. Es werden zum Beispiel vorbereitete Flächenmodelle einmal zerschnitten, bzw. Bierdeckel zusammengesetzt, aber passiert dies zielgerichtet mit dem Fokus der Vorstellungsentwicklung durch vorzunehmende Analysen des (eigenen) Handelns?

*Warum (Würfel-) Netze in der Grundschule?*

*Anforderungen für die Handlungsebene*



Trotz dieser kritischen Anmerkungen lässt sich resümieren: Geht es um die Entwicklung und Förderung der Raumvorstellung, so wird für die *Handlungsebene* der wechselseitig herzustellende Bezug zwischen Raum und Ebene *betont*. Durch geeignete Aufgabenstellungen sollen Verbindungen geschaffen werden – zwischen der *Geometrie in der Ebene* und der *Geometrie des Raumes*. Dabei sind Übersetzungsprozesse sowohl von ebenen Situationen in räumliche Situationen zu leisten wie auch umgekehrt.

Für die *Vorstellungsebene* hingegen lässt sich beobachten, dass diese für die *Handlungsebene* formulierten Forderungen weit weniger konsequent verfolgt und noch weniger im Rahmen geeignet gestalteter Lernumgebungen umgesetzt werden: So erfordern von der *Handlungsebene* weiterführende ikonische Aufgabenstellungen zumeist das *mentale Zusammenfalten* ausgehend von einem ebenengeometrisch abgebildeten Startzustand, nicht aber *das mentale Auseinanderfalten*. Eventuell werden noch raumgeometrische Abbildungen des Endzustandes einbezogen. Differenziert raumgeometrisch gestaltete Abbildungen, die Momentaufnahmen innerhalb des Faltprozesses darstellen, finden jedoch keinerlei Berücksichtigung.

Insgesamt lassen sich derart "klassische" Lernumgebungen dadurch charakterisieren, dass vornehmlich ebenengeometrische Abbildungen zur Darstellung von (Würfel-) Netzen verwendet werden, mit dem Ziel das räumliche Vorstellungsvermögen zu fördern. Doch wird dieses Ziel dadurch tatsächlich erreicht?

Werden derartige ikonische Aufgabenstellungen, die zunehmend losgelöst von konkret durchzuführenden Handlungen ausschließlich auf der Vorstellungsebene bearbeitet werden sollen, *überhaupt* Raum-vorstellend bearbeitet? Ermöglicht bzw. legt das vornehmlich ebenengeometrisch gestaltete Abbildungsdesign der Aufgabenstellungen Vorgehensweisen in *beide* Richtungen nahe? Wie viel Raum-Vorstellung benötigt man tatsächlich für diese vermeintlichen Raumvorstellungsaufgaben?

Um diesen Fragen nachzugehen, legen wir im Folgenden den Fokus auf die individuellen mentalen Vorgehensweisen, die Kinder bei der Arbeit mit solchen "klassischen" Lernumgebungen zu Würfelnetzen zeigen, und beziehen damit implizit auch Ihre Eigenerfahrungen zu den Aufgabenstellungen des anfänglichen Warm-Ups mit ein. Welche mentalen Vorgehensweisen entwickeln Lernende tatsächlich, wie sind Sie vorgegangen? 1.) Falten sie überhaupt? Und 2.) Wenn sie falten, wird ihnen durch das Abbildungsdesign der Aufgaben überhaupt nahegelegt, in beide Richtungen falten zu *können*, also zusammen- und auseinander?

Von neunzig Viertklässlern, die mit einer "klassischen" Lernumgebung zu Würfelnetzen gearbeitet hatten, wurden vierzig Kinder zu ihren Vorgehensweisen interviewt (vgl. Huhmann 2012). Insgesamt zeichnete sich dabei ab, dass viele dieser Lernenden die meisten der elf verschiedenen Würfelnetze bereits nach wenigen Unterrichtsstunden auswendig kannten oder dass Netze über dynamische mentale Reduktionsstrategien auf ihnen bekannte Würfelnetze zurückgeführt wurden. Mentales Falten nahm hingegen einen *zunehmend* untergeordneten Stellenwert bei den Vorgehensweisen ein. Im Einzelnen:

Anforderungen für die Vorstellungsebene

Individuelle mentale Vorgehensweisen



**„Ich hab die auswendig gewusst“ (Jannes, 11 Jahre) – Mental abgespeicherte Propositionen**

Diese Vorgehensweise ist abhängig von bereits vorgenommenen symbolhaften Zuordnungen und dadurch individuell hochgradig unterschiedlich ausgeprägt: Je nach dem, zu welchem Netz bereits eine Zuordnung dieser Eigenschaft "Würfelnetz zu sein" erfolgt ist, z.B. in der Form „das sieht aus wie ...“ oder „das ... ist eins“, wurden die betreffenden Netze direkt über die dazu jeweilig abgespeicherte Proposition als Würfelnetze identifiziert (Bearbeitungszeit der Aufgabe kürzer als 2 sec.).

In den nachstehenden Tabellen werden die vorgenommenen Zuordnungen mit Hilfe von Zitaten der Kinder dargestellt:

Die „Vierer-Würfelnetze“						
„Sieht aus wie ...“	... ein T“	(x <sub>1</sub> )	(x <sub>2</sub> )	... die Viererschlange“	... ein Kreuz“	(x <sub>3</sub> )

Abb. 3: Zuordnungen bei den „Vierer-Würfelnetzen“

Die mit (x) gekennzeichneten Netze wurden im Rahmen dieser Vorgehensweise von einigen Kindern ausschließlich über die abgespeicherte Proposition „(x<sub>i</sub>) ist ein Vierer-Würfelnetz, weil es auf beiden Seiten der Viererstange eine Quadratfläche hat“ als Elemente einer Unterklasse von Würfelnetzen identifiziert, die hier heißt:

„Alle Netze mit vier Quadraten in einer Linie, die links und rechts (bzw. oberhalb und unterhalb) der Vier-Quadrate-Linie jeweils eine weitere Quadratfläche haben, sind Würfelnetze“.

**„Ich hab das auf das "Kreuz"- [oder] das "T"- Würfelnetz zurückgeführt“ (Leona, 10 Jahre) – Dynamisch mentale Reduktionsstrategien**

Oftmals wurden die mit (x) gekennzeichneten Netze jedoch durch eine Kombination von dynamisch bildhaften mentalen Reduktionsstrategien und Auswendig-Wissen als Würfelnetze identifiziert:

„Da ist der Linke von dem T einen (x<sub>1</sub>) bzw. zwei (x<sub>2</sub>) runtergerutscht und von dem T weiß ich, dass es eins ist. Also ist das [(x<sub>1</sub>) bzw. (x<sub>2</sub>)] auch eins.“ – Entsprechend zu (x<sub>3</sub>): „Da ist der Linke von dem Kreuz einen (x<sub>3</sub>) runtergerutscht.“

Hier wurde implizit die Erkenntnis genutzt, dass „man auf jeder Seite der Viererstange einen haben muss, damit's n' Würfelnetz is. [...] Weil die Viererstange ergibt ja nen Ring, so'n Mantel drumrum. Dann brauch man nur noch einen auf jeder Seite“ (Zitat aus dem Interview mit Johannes).

Bei diesen dynamisch analog geprägten Rückführungen bildeten zumeist das "Kreuz-" und das "T-" Würfelnetz die Referenz-Würfelnetze als Repräsentanten dieser "Unterklasse der Vierer-Würfelnetze".

Bei den „Dreier-Würfelnetzen“ und dem „Zweier-Würfelnetz“ traten entsprechende Vorgehensweisen auf:

Würfelnetz					
„Sieht aus wie ...“	... eine 4“	... eine Ente“ (x <sub>4</sub> )	(x <sub>5</sub> )	... die Dreier-Schlange“	... das einzige Zweier-Netz“

Abb. 4: Zuordnungen bei den „Dreier-Würfelnetzen und dem Zweier-Würfelnetz“



Bei ( $x_4$ ) bzw. ( $x_5$ ) ließ sich wiederum die oben benannte Kombination von Auswendig-Wissen und Reduktionsstrategie beobachten: „*Da ist der Rechte von der 4 einen ( $x_4$ ) bzw. zwei ( $x_5$ ) runtergerutscht.*“

### „*Ich hab die im Kopf zusammengefaltet*“ (Michi, 10 Jahre) – Mentales Operieren

Diese Vorgehensweise konnte in drei Fällen beobachtet werden:

- Bei individuenspezifisch noch unbekanntem Netzen.
- Als (mehrfache) Kontrolle bei Netzen, bei denen sich die Schüler aufgrund einer hohen Anzahl mentaler Behaltensprozesse unsicher sind (diese Anzahl ergibt sich aufgrund der mental durchzuführenden Faltprozesse im Zusammenhang mit den vorzunehmenden Faltrichtungsänderungen).
- Bei Netzen, die sich nicht zu einem Würfel zusammenfalten lassen, da hier die Argumente für das "Nicht-Passen" ausfindig gemacht werden mussten.

Da es sich bei den individuenspezifisch unbekanntem Netzen um unterschiedliche Netze handelt, werden bei den folgenden Beispielen nur Netze dargestellt, die sich nicht zu einem Würfel zusammenfalten lassen:

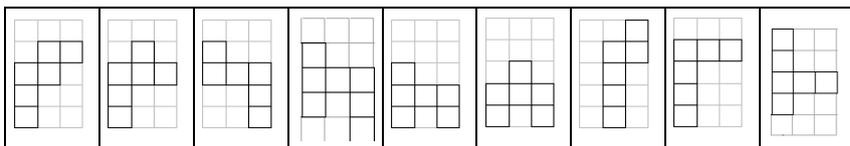


Abb. 5: Netze, die mit der Vorgehensweise "Mentales Modellieren" bearbeitet wurden

Während einigen Kindern bei dem vierten Netz auffiel, dass es aus sieben Quadratflächen besteht und „*es deshalb schon nicht gehen kann*“, wurden die übrigen Netze „*im Kopf zusammengefaltet*“. Als Indikatoren für dieses Vorgehen dienten Bearbeitungszeiten, die pro Aufgabenstellung bis zu 23 sec. in Anspruch nahmen, die Aussagen und Beschreibungen der Kinder sowie der Einsatz von unterstützenden Begleitbewegungen mit den Händen.

Zusammenfassend kann festgehalten werden: Immer dann, wenn die Vorgehensweise "Auswendig-Wissen" nicht angewendet werden konnte oder keine offensichtlichen Widersprüche (das Sieben-Flächen-Netz) entdeckt wurden – insgesamt also keine Möglichkeit des Zurückgreifens auf bekanntes Wissen bestand, mussten die Objekte mittels mentalen Operierens erprobt werden.

Insgesamt verdeutlichen sich die Charakteristika dieser drei Vorgehensweisen an dem Fallbeispiel Jan (10 Jahre):

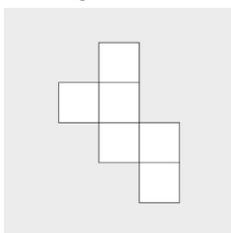
1. „*Die Würfelnetze, die an der Klassentafel waren*“ hat sich Jan auf seine "innere mentale Tafel" in Form von "elf einzelnen Szenebeschreibungen" "abfotografiert". Zu diesen Objekten hat er die propositionale Repräsentation „das ist ein Würfelnetz“ abgespeichert. Er weiß demzufolge auswendig, dass es Würfelnetze sind, ohne mentale Faltprozesse durchführen zu müssen.
2. Die Netze, die er „*komisch*“ [in ihrer räumlichen Lage für ihn ungewohnt präsentiert] bekommt, dreht und spiegelt er zunächst, um sie auf sein Referenzmodell "mentale Tafel" zurückzuführen. Gelingt dieses, so ist er fertig. Ansonsten fährt er wie in 3 beschrieben fort.

3. Die Netze, bei denen Jan sich „überhaupt nicht sicher [ist]“, bei denen also weder durch 1. und 2. eine Entscheidung getroffen werden kann, faltet er mental zusammen.

In Ergänzung zu den obigen Ausführungen bezüglich der Vorgehensweise "dynamisch mentale Reduktionsstrategien" zeigt sich unter Punkt 2, dass Jan in einem ersten Schritt durch Spiegelungen und/oder Drehungen mentale Handlungen auf das "gesamte" Objekt ausübt, um es auf einen bekannten Repräsentanten seiner "mentalen Tafel" zurückzuführen, zu dem propositionales Wissen („das ist eins“) vorliegt.

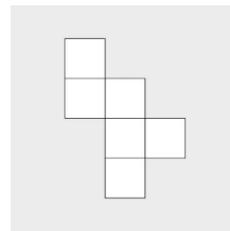
Damit lässt sich diese Vorgehensweise insgesamt durch mentale *Objektveränderungen* (in Form von Verschieben von Quadratflächen) und Erzeugen eines anderen Objektes sowie durch mentale *Handlungen mit dem "gesamten" Objekt* (in Form von Spiegelungen und/oder Drehungen) und Erzeugen desselben Objektes in veränderter Raumlage charakterisieren.

Im Unterschied zu Jans Vorgehensweise unter Punkt 2 zeigte sich oftmals aber abhängig von der präsentierten Raumlage eines Netzes ein Rückgriff auf mentales Falten:



Lena (11 Jahre) erkennt bei dem Netz in der räumlichen Lage der Abbildung links ihre Zuordnung "Netz ist Ente" wieder und kann darüber das Netz direkt als Würfelnetz identifizieren. Wird ihr jedoch dieselbe Abbildung in veränderter und ihr "ungewohnter" Raumlage der Abbildung rechts präsentiert,

so findet diese Wiedererkennung als Ente und infolge dessen die Zuordnung "Netz ist Ente" als Würfelnetz nicht statt. Weil bei ihr kein propositionales Wissen zu dem Netz in dieser präsentierten Raumlage vorliegt, muss Lena in solch einem Fall dann mittels mentalen Falten prüfen, ob das Netz ein Würfelnetz ist oder nicht.



Zusammenfassend konnten die mentalen Vorgehensweisen folgendermaßen kategorisiert und charakterisiert werden:

Mentales Modellieren mit Begleitbewegungen	Mentales Modellieren mit Sprache	Auswendig-Wissen mit Reduktionsstrategie	Auswendig-Wissen – propositionale Zuordnung
-Kontinuierlich mit beiden Händen ... -Andeuten einzelner Positionen mit einer Hand ... -Fingertapping	-Konkrete Sätze ... -Da, da, da ... -Hm,hm,hm (Akustische Merkmale äquivalent zum Fingertapping)	Dynamisch-mentale Rückführungen	statisch

Abb. 6: Gesamtüberblick über mentale Vorgehensweisen (Huhmann 2012, S. 168f)

Zu den beiden Kategorien "Mentales Modellieren mit ..." verdeutlicht sich in der gestuften Abfolge der Charakteristika die Verkürzung der Handlung und ihre Entwicklung von der äußeren konkreten zur inneren mentalen Handlung bzw. die Verkürzung der Sprache und ihre Entwicklung in analoger Weise.

Fazit: Propositionales (Auswendig-) Wissen sowie dynamische mentale Reduktionsstrategien ersetzen Raum-Vorstellung in vornehmlich durch



ebenengeometrische Abbildungen gestalteten Lernumgebungen. Mentales Falten kommt nur dann vor, wenn die beiden anderen Vorgehensweisen nicht angewendet werden können. Es steht außer Frage, dass genau dieses Ersetzen des räumlichen oder allgemeiner operativen Denkens durch elaboriertere Strategien, die letztlich in Eigenschaftscharakterisierungen münden, genau das Ziel darstellt, welches anzustreben ist, wenn es um Abstraktionen geht, sei es in anderen Inhaltsbereichen in der Grundschulmathematik, wie zum Beispiel in der Arithmetik bei der Entwicklung von *Grundvorstellungen* hin zu Automatisierungsprozessen, insbesondere aber auch in den weiterführenden Schulstufen, mit den Inhalten der (Linearen) Algebra, der Analysis und ebenso der Stochastik. Für die Grundschule jedoch steht die Angemessenheit dieses Ersetzens des Räumlichen Denkens insbesondere für den Inhaltsbereich Raum und Form aber zumindest in Frage.

Diese Beobachtungen werfen die Frage auf, ob wir genau das wollen, bzw. was wir denn eigentlich wollen, wenn wir von Förderung der Raumvorstellung sprechen? Sollen Lernende propositionales Wissen erwerben, dynamisch mentale Reduktionsstrategien entwickeln oder mentale Faltungen ausüben? Oder vielleicht ein bisschen von allem, wie oben verdeutlicht?

Ausgehend von dem hier skizzierten, auf Besuden und Maier gründendem Begriffsverständnis von Raumvorstellung muss es mentales Falten sein! "Klassische Lernumgebungen" zu Netzen fördern dies jedoch langfristig nicht. Sie arbeiten zumeist nur mit ebenen- und raumgeometrischen Abbildungen des Start- und Endzustandes. Dadurch begünstigen sie, nur aufgrund propositionalen Wissens Zuordnungen vornehmen zu können, à la "Ich lege dir die 11 Würfelnetze hin, du lernst sie auswendig, und dann hast du Raumvorstellung?"

(Anfängliches) mentales Falten wird in individuellen Entwicklungsprozessen in so gestalteten Lernumgebungen schnell durch die beiden anderen Vorgehensweisen, insbesondere durch Auswendig-Wissen ersetzt.

Wie kann man jetzt auch Jan (mit all seinen elaborierten Vorgehensweisen) dazu bringen, dass er weiterhin mentale Faltungen ausübt? *Welche* Raumvorstellungsaufgaben erfordern tatsächlich *Raum-Vorstellung*? Letztlich verbergen sich hinter diesen Fragen Anforderungen an das Design einer Lernumgebung. Bezogen auf die Thematik *Netze und Körper* bedeutet dies: Das Design der Aufgabenstellungen muss gewährleisten, dass

1. Lernende *überhaupt* und *langfristig* im Kopf falten,
2. das *Zusammen- und Auseinanderfalten nachhaltig* motiviert wird.

Die neu entwickelte Lernumgebung Inter-Netzzo verfolgt diese beiden Ziele.

## LITERATURHINWEISE

BESUDEN, Heinrich (1980): „Motivation und operatives Prinzip im Geometrieunterricht der Sek. I“. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel.

BESUDEN, Heinrich (1984): Knoten, Würfel, Ornamente. Stuttgart: Klett.

FRANKE, MARIANNE (2000): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.



- HUHMANN, Tobias (2006): Im Kopf unterwegs zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln. In: Grundschule Mathematik 10/2006, Friedrich Verlag, S. 28-31.
- HUHMANN, Tobias (2011): Zwischen Netzen, Schachteln und Würfeln – Die Inter-Netzzo-Werkstatt. In: Praxis Grundschule 5/2011, Westermann Verlag, S. 46-55.
- HUHMANN, TOBIAS (2012): Welchen Einfluss können Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung haben? Dissertation eingereicht an der Universität Paderborn.
- MAIER, Peter H. (1999) Räumliches Vorstellungsvermögen – Ein theoretischer Abriss des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Donauwörth: Auer Verlag.
- MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG (2008): Lehrplan Mathematik. Ritterbach.
- WÖLPERT, Heinrich (1983): Materialien zur Entwicklung der Raumvorstellung im Mathematikunterricht. In: Der Mathematikunterricht 6/1983, Klett Verlag, S. 7-42.



## Unterrichtsmaterial

### Hinweise zur Unterrichtsdurchführung

**Teil II: Die Lernumgebung "Inter-Netzzo" im Unterricht – Hinführung, Konzeption, Aufgabentypen, Spielideen und dadurch entwickelte mentale Vorgehensweisen**

#### SO KANN ES GEHEN

##### Hinführung – Vor der Arbeit in der Lernumgebung

Um möglichst früh den wechselseitigen Bezug zwischen der Geometrie der Ebene und der Geometrie des Raumes hervorzuheben, wird ein unterrichtliches Vorgehen vorgeschlagen, welches ausgehend von den Quadrat-Vierlingen über die Bildung von Quadrat-Fünflingen, die sich zu Schachtelnetzen zusammenfalten lassen, die Erarbeitung der Würfelnetze verfolgt.

Vorbereitend werden zunächst die verschiedenen Quadrat-Vierlinge ausfindig gemacht, die sich nicht durch Drehung und/oder Spiegelung ineinander überführen lassen (siehe Abb. 7, linke Spalte). Dazu bietet sich die Verwendung von Materialien (wie z. B. quadratische Bierdeckel, Moosgummi-Quadrate oder Plastik-Steckquadrate) ebenso an wie das Aufzeichnen auf Papier.

Mit der anschließenden Fragestellung „Aus welchen Quadrat-Vierlingen entstehen durch Hinzufügen einer Quadratfläche welche Schachtelnetze?“ (Schachtelnetze sind Quadrat-Fünflinge, die sich zu einer offenen Schachtel zusammenfalten lassen) können sich alle Kinder entsprechend ihrer räumlichen Kompetenzen auseinandersetzen:

Lernende, die bereits in der Lage sind, sich den mentalen Faltprozess vorzustellen, sind dabei stets gefordert, die entstehenden Quadrat-Fünflinge mental zusammen- oder auseinanderzufalten und zu prüfen, ob der Fünfling tatsächlich ein Schachtelnetz darstellt bzw. welches Schachtelnetz beim Auseinanderfalten des mental zusammengefalteten und durch eine Quadratfläche ergänzten Vierlings entsteht. Jan (10 Jahre) beschreibt das seinem Partner in der Arbeitsphase so:

*„Man muss immer [am mental zusammengefalteten Quadrat-Vierling] eine Quadratfläche anfügen und im Kopf richtig gucken, wo die Flächen dann hingehen, wenn man die Schachtel auseinanderfaltet. Da musste ich die Flächen richtig "im Kopf verfolgen", damit ich sehen konnte, wie die Schachtel auseinandergefaltet dann aussieht. – Oder wenn man's andersherum macht, muss man eine Fläche am [ebenen] Quadrat-Vierling hinzufügen und die Flächen dann im Kopf vom Papier lösen und im Kopf gucken, wo die hinwandern, ob's dann 'ne Schachtel wird.“*

So werden beim mentalen Auseinander- bzw. Zusammenfalten einzelne Positionen für Quadratflächen mit dem inneren Auge "beobachtet" und damit "mit- und nachverfolgt", um entscheiden zu können, „wird's 'ne Schachtel oder aber nicht“.

Auffällig ist bei Kindern mit einer noch nicht "rein mentalen Vorgehensweise", dass sie ihre "innere Beobachtung" des Faltprozesses einzelner Flächen vom Netz zur Schachtel – oder umgekehrt – durch unterstützende "Begleitbewegungen mit ihren Händen" mit- bzw. nachverfolgen, na-

*Hinführung – Vor der Arbeit in der Lernumgebung*

chempfinden und sich so selbst veranschaulichen. Durch dieses Vorgehen verdeutlicht sich die Nutzung des haptischen Gedächtnisses, welches durch die Arbeit mit Material aufgebaut wurde.

Darüber hinaus können sich die Kinder durch Aufbauen der Netze bzw. Körper mit Steckquadraten sowie dem konkreten Zusammenfallen der Quadratflächen zusätzliche Unterstützung verschaffen und sich so davon überzeugen, ob aus dem gefundenen Quadrat-Fünfling eine Schachtel wird. Einige Kinder gehen dabei so vor, dass sie eine mögliche "leere" Kante (bzw. die dort angefügte Quadratfläche) bei dem konkreten Faltprozess mit ihren Fingern festhalten und dadurch die Veränderungen der Raumlage dieser "festgehaltenen" Kante bzw. Fläche visuell und haptisch "mitverfolgen". Dadurch können auch diese Kinder herausfinden und prüfen, wie viele und welche Möglichkeiten jeweils existieren.

Basierend auf diesen unterschiedlichen Vorgehensweisen zeichnen dann letztlich alle Kinder die jeweiligen Vierlinge und die daraus entstehenden Schachtelnetze auf Karopapier auf.

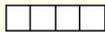
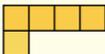
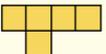
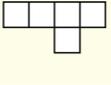
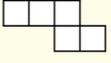
Quadrat-Vierlinge	Schachtelnetze der Quadrat-Fünflinge
	1)  2) 
	3)  4)  5)  6) 
	7)    
	8)   
	

Abb. 7: Aus welchen Quadrat-Vierlingen entstehen welche Schachtelnetze?

Nachdem zu jedem Vierling alle erzeugbaren Schachtelnetze gefunden, aufgezeichnet und deren jeweilige Anzahlen bestimmt sind, präsentieren die Kinder zum Abschluss dieser Partnerarbeitsphase ihre Lösungen dem Plenum. Dabei sollen sie auch begründen, welche Schachtelnetze nicht aus einem jeweiligen Vierling gebildet werden können. Hierzu werden zuvor Begriffe und Sprechweisen wie „die Bodenfläche der Schachtel“, „rechte, linke, vordere und hintere Seitenfläche“ etc. in einem gemeinsamen (sowie in eigenen) Wortspeicher(n) gesammelt und zur Argumentation zunehmend verbindlich gemacht.

Am Ende wird geprüft, welche gleichen Schachtelnetze aus verschiedenen Quadrat-Vierlingen erzeugt werden können, um schließlich die Schachtelnetze zu zählen, die sich nicht durch Drehung und/oder Spiegelung ineinander überführen lassen (siehe Abb. 7, gelb markierte Netze). Methodisch analog lassen sich aus den Schachtelnetzen alle Würfelnetze entwickeln. Besonders interessant ist die darauf aufbauende Fragestellung „Wie viele unterschiedliche Würfelnetze kannst du ausgehend von

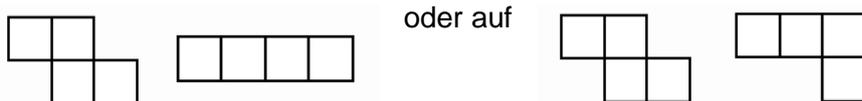
jeder Schachtel finden?“ Dass man für jedes Schachtelnetz immer genau vier Möglichkeiten hat, ein Würfelnetz zu erzeugen, erklärt Nikolai (11 Jahre) so: „Stell dir vor, du faltest das Schachtelnetz zur Schachtel zusammen und guckst von oben in die Schachtel. Dann hast du bei jedem Schachtelnetz vier leere Kanten. Da kannst du dir dann eine davon aussuchen, wo du die Quadratfläche hinsetzt, also sind's immer vier.“ Immer vier, nicht aber immer vier verschiedene. Auf Michaels Nachfrage, dass es bei den Schachtelnetzen C,E,G und H ja weniger Würfelnetze seien, entgegnet wiederum Nikolai: „Man kriegt da nur welche mehrmals und deshalb braucht man die ja nicht mehr aufzeichnen. Aber trotzdem sind's immer vier Möglichkeiten, wegen den leeren Stellen.“

Schachtelnetz	Würfelnetze			
A	1)	2)	3)	4)
B		5)	6)	
C		7)		
D		8)		9)
E				
F	10)			
G				
H	11)			

Abb. 8: Aus welchen Schachtelnetzen entstehen welche Würfelnetze?

Als ergänzende Fragestellungen bieten sich an: Wie viele und welche Schachtelnetze benötigst du *mindestens*, um davon ausgehend alle Würfelnetze erzeugen zu können? Und: Welche Quadrat-Vierlinge benötigst du *mindestens*? Dass das Schachtelnetz H auf jeden Fall benötigt wird, da man nur so das Würfelnetz Nr. 11 erhalten kann, ist leicht ersichtlich. Genauso verhält es sich auch mit dem Schachtelnetz F, da nur so das

Würfelnetz Nr. 10 erzeugt werden kann. Das Schachtelnetz G kann ausgeschlossen werden, da aus ihm nur ein Würfelnetz hervorgeht und dieses auch durch Schachtelnetz B erzeugt werden kann. Mit weiteren Ausschluss-Argumenten werden die Schachtelnetze C, D und E aussortiert, bis dann feststeht, dass man nur die Schachtelnetze A, B, F und H benötigt, um alle Würfelnetze erzeugen zu können. Abschließend wird bestimmt, welche Quadrat-Vierlinge mindestens benötigt werden, um alle Würfelnetze zu erhalten. Ausgehend von den unbedingt notwendigen Schachtelnetzen überlegen sich die Kinder, welche Quadrat-Vierlinge sie benötigen, um genau diese Schachtelnetze zu erhalten und führen so alle Würfelnetze zurück auf



Insgesamt wird durch die Vorgehens- und Argumentationsweisen der Lernenden zu diesen Aufgabenstellungen deutlich, dass sie ständig gefordert sind, das räumliche Zielgebilde (Schachtel/ Würfel) mit dem ebenen Netz in Beziehung zu setzen. Auch bei Kindern mit mental-räumlichen Schwierigkeiten lassen sich durch die Loslösung vom konkreten Material zunehmend mentale Tätigkeiten feststellen, so dass das methodisch-unterrichtliche Vorgehen, die verschiedenen Vorgehensweisen und die individuelle (Weiter)-Entwicklung der räumlichen Fähigkeiten zeigen, dass der ständige Wechselbezug zwischen der Geometrie der Ebene und der Geometrie des Raumes in besonderem Maße gefordert ist.

Basierend auf diesen intensiven Vorerfahrungen bietet sich die Arbeit in der Lernumgebung "Inter-Netzzo" an.

### Die Lernumgebung "Inter-Netzzo"

Die Namensgebung lässt schon vermuten, worum es gehen soll: "Sich Gedanken darüber zu machen und herauszufinden, was "zwischen den Netzen" auf dem Weg vom Netz zur Schachtel bzw. zum Würfel passiert, und auch umgekehrt, was auf dem Weg von der Schachtel bzw. vom Würfel zum Netz passiert und welche Netze zusammengehören."

*Die Lernumgebung "Inter-Netzzo"*

Für die Lernumgebung "Inter-Netzzo" wurden zu jedem Schachtelnetz bzw. Würfelnetz vier Abbildungen (1. - 4. Faltzustand) erzeugt, die in "Moment-Aufnahmen" den Faltprozess auf dem Weg vom Netz zur Schachtel bzw. zum Würfel dokumentieren. Auf der PIK AS Internetseite finden Sie [hier](#) sämtliche Abbildungskarten der unterschiedlichen Kartensätze.

32 Abbildungskarten zu den Schachtelnetzen / 44 Abbildungskarten zu den Würfelnetzen im:

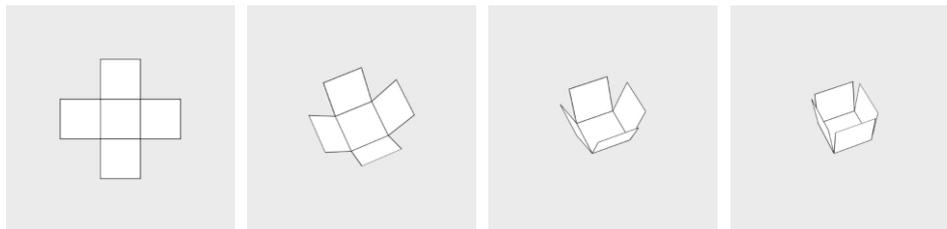
- Satz I: "Abbildungskarten weiß"
- Satz II: "Abbildungskarten mit gefärbter Grundfläche" (Die farblich markierte Fläche bietet den Lernenden Orientierung)

Unter Einbezug zusätzlicher räumlicher Perspektiven finden Sie zu den Würfelnetzen jeweils weitere 22 Abbildungskarten im

- Satz III: "Sonderabbildungen weiß" sowie im
- Satz IV: "Sonderabbildungen mit gefärbter Grundfläche".

Auch wenn für diesen Buchbeitrag nur weiße Abbildungen verwendet werden, die Aufgabenstellungen sind ebenso auf die anderen Abbildungs-Sätze übertragbar.

### Schachtelnetze



### Würfelnetze

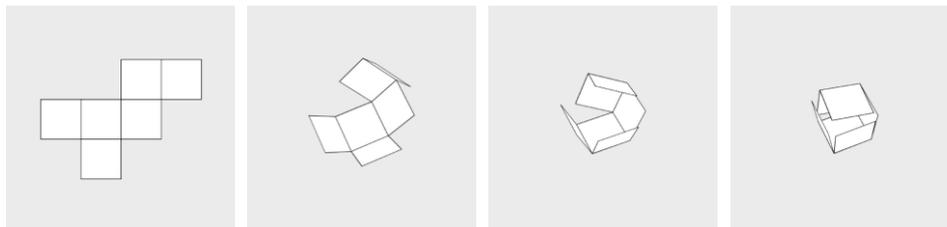


Abb. 9: Vier Faltzustände zeigen den Faltvorgang vom Netz zur Schachtel bzw. zum Würfel

Durch dieses differenziert ebenen- und raumgeometrische Abbildungsdesign stellen die Aufgabenstellungen und Spielideen der Lernumgebung folgende räumlich-mentalen Anforderungen an die Lernenden:

- Zum ersten und zweiten Faltzustand: Wahrnehmen und Vergleichen einzelner oder mehrerer Flächen als Teil- und Gesamtfiguren (Figur-Grund-Diskriminierung, Wahrnehmungskonstanz, Wahrnehmung räumlicher Beziehungen und Wahrnehmung der Raumlage, Visuelle Unterscheidung). Förderung der Fähigkeitskomponenten der visuellen Wahrnehmung.
- Zum dritten und vierten Faltzustand: Mentales Zusammen- und Auseinanderfalten des teilgefalteten Netzes. Zusätzlich zu den soeben genannten Aspekten steht hier räumliches Vorstellen und räumliches Denken im Mittelpunkt. Integrierende Förderung der Fähigkeitskomponenten der visuellen Wahrnehmung, des räumlichen Vorstellens und des räumlichen Denkens.

Entsprechend dieser Anforderungsschwerpunkte lassen sich die Aufgabentypen und Spielideen differenziert gestalten: So können durch die Auswahl unterschiedlicher Faltzustände unterschiedlich anspruchsvolle Aufgabenstellungen entwickelt werden. Die folgenden Tabellen (siehe Abbildungen 10 - 13) geben einen Überblick über die methodische Stufenfolge, Aufgabenstellungen und Differenzierungsmöglichkeiten.

Um die Abbildungen der einzelnen Faltzustände zunächst einmal "lesen" zu lernen, d.h. das Dargestellte räumlich zu interpretieren und das Ange deutete mental "hineinzusehen", bietet es sich an, in Partnerarbeit je ein Schachtel- bzw. Würfelnetz mit Steckquadraten nachzubauen, in die abgebildeten Raumlagen zu falten und zu "untersuchen". So können Schwierigkeiten, Mehrdeutigkeiten und Interpretationen der Abbildungen diskutiert werden. Zur weiteren Vertiefung eignet sich die Aktivität "Quartette bilden". Dazu werden die 32 Abbildungskarten der Schachtelnetze oder/ und die 44 Abbildungskarten der Würfelnetze gut gemischt und offen in der Tischmitte ausgelegt. In Einzel- oder Partnerarbeitsphasen haben die Kinder nun Gelegenheit ohne Zeitdruck die vier zu einem jeweiligen Netz gehörenden Faltzustände zu finden und so die Quartette zu bilden. Besonders für die Einzelarbeit bietet sich im Hinblick auf die Vermeidung der Vielzahl ausliegender Karten die folgende reduzierte Spiel-

variante an: Nach dem Mischen legt man 5 Karten offen in einer Reihe vor sich aus, die übrigen Karten werden als "verdeckter Stapel" in die Hand genommen. Hiervon wird nacheinander jeweils eine Karte gezogen und jedes Mal entschieden, ob die gezogene Karte zu einer der 5 offen Liegenden passt. Ist dies der Fall, so wird die Karte oben auf die dazu gehörende gelegt. Wurden zu jeder der 5 offen liegenden Karten drei weitere Karten zugeordnet, so ist das Spiel beendet bzw. nachdem jeweils die dritte Karte zugeordnet wurde wird das gebildete Quartett beiseite gelegt und eine neue Abbildungskarte an die Stelle platziert. In diesem Fall ist das Spiel beendet, wenn alle Karten zu Quartetten geordnet sind.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über mögliche Aufgabenstellungen, verwendete Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten zu dem Aufgabentyp "Welche sind gleich?". Exemplarische Arbeitskarten finden Sie dazu [hier](#).

<b>Welche sind gleich?</b>		
<b>Aufgabenstellung: Welche Netze gehören zusammen?</b>	<b>Material: In einer Reihe oder vermischt liegen ...</b>	<b>Differenzierungsmöglichkeiten</b>
1. Welche Schachtelnetze gehören zusammen?	• Schachtelnetze	a) ebenengeometrische Abbildungen (1. und 2. Faltzustand) (VW) b) raumgeometrische Abbildungen (3. und 4. Faltzustand) (RV)
2. Welche Würfelnetze gehören zusammen?	• Würfelnetze	c) Abbildungen gemischt (1.-4. Faltzustand) (RV)

VW: Anforderungsschwerpunkt "Visuelle Wahrnehmung"

RV: Anforderungsschwerpunkt "Räumliches Vorstellen" und "Räumliches Denken"

Aufbauend auf den beiden soeben beschriebenen Aktivitäten zum Einlesen in die Abbildungen lassen sich diese zudem in den folgenden Varianten durchführen:

### **Spiel-Idee: Blitz-Inter-Netzzo (Quartette bilden)**

Die Spieler (4 - 6 Kinder je Gruppe) sitzen im gleichmäßigen Abstand um den Tisch. Jede Gruppe erhält einen Kartensatz der Schachtelnetze und/oder Würfelnetze. Die Karten werden gemischt und einzeln verdeckt auf dem Tisch verteilt. Dann werden alle Karten aufgedeckt. Aufgabe jedes Spielers ist es, die zusammengehörenden Karten zu finden. Dabei sind alle Spieler gleichzeitig am Zug und spielen gegeneinander. Findet ein Spieler zwei oder mehr Karten eines Quartetts, darf er diese nebeneinander vor sich ablegen. Jede weitere zugehörige Karte darf er anschließend auch einzeln anlegen. Das Spiel ist zu Ende, wenn alle Karten einem Quartett zugeordnet sind oder wenn eine vorher vereinbarte Spielzeit abgelaufen ist. Abschließend erfolgt eine Punktwertung:

- Für jedes vollständige Quartett: 4 Punkte
- Für drei Karten eines Quartetts: 2 Punkte
- Für zwei Karten eines Quartetts: 1 Punkt
- Für jede falsch zugeordnete Karte: 1 Minus-Punkt

Gewinner ist, wer die meisten Punkte erhalten hat.

*Abb. 10: Welche sind gleich? Mögliche Aufgabenstellungen, verwendete Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten*

**Varianten:**

- Gruppen-Spiel: Beim Gruppenspiel spielen mehrere Gruppen gegeneinander. Alle Spieler einer Gruppe spielen zusammen und versuchen die Quartette gemeinsam zu bilden.
- Variation des Schwierigkeitsgrades: Der Schwierigkeitsgrad kann verändert werden, indem z.B. statt der vier Karten eines Quartetts nur die Karten mit dem ersten, dritten und vierten Faltzustand zu einem Trio gebildet werden bzw. nur die Karten mit dem ersten, zweiten und dritten Faltzustand.

**Spiel-Idee "Gleiche suchen"**

Die Spieler (2 - 4 Kinder) sitzen im gleichmäßigen Abstand um den Tisch. Jeder erhält einen Kartensatz der Schachtelnetze oder Würfelnetze. Nach dem Mischen legt jeder Spieler 5 Karten offen in einer Reihe vor sich aus. Die übrigen Karten seines Kartensatzes nimmt jeder als "verdeckten Stapel" in die Hand. Alle Spieler sind nun gleichzeitig am Zug: Sie ziehen jeweils eine Karte von ihrem verdeckten Stapel und prüfen, ob die gezogene Karte zu einer der 5 offen Liegenden passt. Ist dies der Fall, so wird die Karte oben auf die dazu gehörende gelegt, ansonsten wird sie unter den verdeckten Stapel gesteckt. Das Spiel ist zu Ende, sobald der erste Spieler zu allen seinen 5 offen liegenden Karten Quartette bilden konnte. Abschließend erfolgt die Punktwertung wie bei *Blitz-Inter-Netzzo*.

Alternative Regel: Nachdem jeweils die dritte Karte zugeordnet ist, wird das gebildete Quartett für die eigene Punktwertung beiseite gelegt und eine neue Abbildungskarte an die Stelle platziert. In diesem Fall ist das Spiel beendet, wenn alle Karten zu Quartetten geordnet sind. Gewonnen hat der Spieler mit den meisten Quartetten.

Die folgenden Tabellen geben einen Überblick über mögliche Aufgabenstellungen, verwendete Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten zu den Aufgabentypen "Von Schachtelnetzen zu Würfelnetzen" sowie "Von Schachtelnetzen zu Schachtelnetzen / Von Würfelnetzen zu Würfelnetzen". Exemplarische Arbeitskarten finden Sie dazu unter [hier](#).

<b>Von Schachtelnetzen zu Würfelnetzen</b>			
<b>Aufgabenstellung: Welches Würfelnetz lässt sich durch Hinzufügen einer Quadratfläche erzeugen?</b>	<b>Material (Tischmitte)</b>	<b>Material (um Tischmitte herum)</b>	<b>Differenzierungsmöglichkeiten</b>
1. Aus welchem(n) Schachtelnetz (en) ist das Würfelnetz in der Mitte entstanden?	1 Würfelnetz	Schachtelnetze*/**	a) ebenengeometrische Abbildungen (1. und 2. Faltzustand) (VW) b) raumgeometrische Abbildungen (3. und 4. Faltzustand) (RV) c) Abbildungen gemischt (1. – 4. Faltzustand) (RV)
2. Welche Würfelnetze können aus dem Schachtelnetz in der Mitte entstanden sein?	1 Schachtelnetz	Würfelnetze*/**	
3. Welche Würfelnetze entstehen aus dem Schachtelnetz?	1 Schachtelnetz	Würfelnetze*/**	
4. Aus welchem Schachtelnetz sind die Würfelnetze entstanden?	Schachtelnetze**	mehrere Würfelnetze	
5. Wenn du am "Start-Netz" eine Quadratfläche hinzufügst, welche Würfelnetze kannst du erzeugen?	In einer Reihe liegen ... - „Start-Netz“: Schachtelnetz - daneben Würfelnetze		

Abb. 11: Von Schachtelnetzen zu Würfelnetzen: Aufgabenstellungen, Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten

VW: Anforderungsschwerpunkt "Visuelle Wahrnehmung"

RV: Anforderungsschwerpunkt "Räumliches Vorstellen" und "Räumliches Denken"

\* Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus der Kartenauslage finden.

\*\* Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus dem Kartensatz finden.

<b>Von Schachtelnetzen zu Schachtelnetzen / Von Würfelnetzen zu Würfelnetzen</b>			
<b>Aufgabenstellung: Welches a) Schachtelnetz, b) Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche erzeugen?</b>	<b>Material (Tischmitte)</b>	<b>Material (um Tischmitte herum)</b>	<b>Differenzierungsmöglichkeiten</b>
1. Welche Schachtelnetze/ Würfelnetze können durch Umlegen einer Quadratfläche am Schachtelnetz/ Würfelnetz in der Mitte erzeugt werden?	1 Schachtelnetz  1 Würfelnetz	Schachtelnetze*/**  Würfelnetze*/**	a) ebenengeometrische Abbildungen (1. und 2. Faltzustand) (VW) b) raumgeometrische Abbildungen (3. und 4. Faltzustand) (RV) c) Abbildungen gemischt (1. – 4. Faltzustand) (RV)
2. Welche Schachtelnetze/ Würfelnetze können aus dem Schachtelnetz/ Würfelnetz in der Mitte entstehen?	1 Schachtelnetz  1 Würfelnetz	Schachtelnetze*/**  Würfelnetze*/**	
3. Aus welchem Schachtelnetz/ Würfelnetz sind die Schachtelnetze/ Würfelnetze entstanden?	Schachtelnetze**  Würfelnetze**	mehrere Schachtelnetze mehrere Würfelnetze	
4. Welches Schachtelnetz/ Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche vom „Start-Netz“ erzeugen?	In einer Reihe liegen ... - „Start-Netz“: Schachtelnetz/ Würfelnetz - daneben Schachtelnetze*/ Würfelnetze*		
5. Bei jedem Schachtelnetz/ Würfelnetz lässt sich durch Umlegen einer Quadratfläche ein anderes Schachtelnetz/ Würfelnetz erzeugen. In welcher Reihenfolge können die Karten nacheinander abgelegt werden?	In einer Reihe liegen ... - Schachtelnetze* - Würfelnetze*		

Abb. 12: Von Schachtelnetzen zu Schachtelnetzen / Von Würfelnetzen zu Würfelnetzen:

Aufgabenstellungen, Materialien und Differenzierungsmöglichkeiten

VW: Anforderungs-

schwerpunkt "Visuelle Wahrnehmung"

RV: Anforderungsschwerpunkt "Räumliches Vorstellen" und "Räumliches Denken"

\* Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus der Kartenauslage finden.

\*\* Die Lernenden müssen die passende(n) Karte(n) aus dem Kartensatz finden.

Im Rahmen dieses Beitrags können Differenzierungsmöglichkeiten nur exemplarisch konkretisiert werden. Sämtliche Arbeitskarten finden Sie unter [hier](#). Diese können Sie gemäß der Aufgabenstellungen der Abbildungen 10 - 12 in Form einzelner Lernstationen für Ihre SchülerInnen zusammenstellen. An den einzelnen Lernstationen kann als Kontrolle oder als zusätzliche äußere Hilfe Material (z.B. Steckquadrate) angeboten werden.

Methodisch lassen sich die Abbildungskarten der Netze in vielfältiger Weise einsetzen: Im Mittelpunkt sollte unseres Erachtens der variable und eigenständige Umgang stehen. Als mögliches Vorgehen bietet sich an: Die Lehrperson kopiert für jedes Schülerpaar einen Kartensatz der Schachtelnetze und Würfelnetze. Im Klassenraum sind Lernstationentische vorbereitet, an denen jeweils eine Aufgabenstellung bereitliegt. Nach dem Rotationsprinzip durchlaufen die Kinder in Partnerarbeit die einzelnen Stationen. Im Anschluss daran wird mittels Impulsen – wie z.B. „Mischt euren Kartensatz und legt (bspw.) fünf Karten in einer Reihe oder vermischt auf den Tisch.“ oder „Wähle dir eine Karte aus dem Kartensatz aus und lege sie in die Mitte.“ – und anschließender Formulierung einer jeweiligen Aufgabenstellung der Abbildungen 10 - 12 die Erstellung von eigenen Aufgaben durch die Lernenden gefordert.

Besonders an diesem Vorgehen verdeutlicht sich sowohl die Möglichkeit der differenzierten Förderung durch die Lehrperson, die entsprechend der

räumlichen Kompetenzen ihrer SchülerInnen innerhalb der Aufgabenstellungen die Anforderungsschwerpunkte gezielt wählen kann, um Forder- und zugleich Förderschwerpunkte zu setzen (durch die Wahl der Aufgabenstellungen sowie die Wahl zu verwendender Faltzustände), als auch die Möglichkeit der inneren Differenzierung durch die SchülerInnen selbst, die gemäß ihrer räumlichen Kompetenzen eigene Aufgaben (Arbeitskarten) erstellen.

So können die Kinder aus einem vorbereiteten, eventuell wahl-differenzierten Angebot, verbindliche sowie frei wählbare Aufgabenstellungen bearbeiten, und darauf aufbauend eigene Arbeits- und Lösungskarten erstellen (Dokumentation durch Fotos).

Abschließend zurück zu Jan: Nachdem Jan mit dieser Lernumgebung gearbeitet hatte, wurde er wiederholt zu seinen Vorgehensweisen interviewt (vgl. Huhmann 2012). Welche räumlichen Anforderungen durch "Inter-Netzzo" an ihn gestellt werden, verdeutlicht er im Interview so:

*„Wenn auf den Karten Würfelnetze mit fast glatten Flächen (er zeigt auf den 1. und 2. Faltzustand) abgebildet waren, musste man die nur miteinander vergleichen. Da konnte man noch richtig sehen, welche Fläche der einen Abbildung zu welcher in der anderen gehört, weil das Würfelnetz hier (zeigt auf den 2. Faltzustand) ja nur ein bisschen zusammengeklappt ist. Schwieriger war's schon in der dritten Abbildung. Da musste man die einzelnen Flächen im Kopf vom Papier lösen und zusammenfalten und richtig im Kopf gucken, ob da (zeigt bei dem 3. Faltzustand auf Flächen, die durch die teilgeklappte Lage andere verdecken) noch Flächen dahinter sind. [...] der letzte, der fast Zusammengeklappte, der war dann am schwierigsten. Bei dem (zeigt auf den 4. Faltzustand), musste ich im Kopf viel mehr gucken, ob da Flächen versteckt sind. Da musste man nicht zusammenfalten, sondern auseinanderfalten – im Kopf. Ich hab's mir da so vorgestellt, ich muss den (das Netz des 4. Faltzustandes) auseinanderklappen und richtig suchen – wie ein Archäologe nach den einzelnen Teilen (zeigt auf einzelne Flächen), die hier rein- und zusammenklappen, und dann musste ich wieder miteinander vergleichen (zeigt auf den 3. und 4. Faltzustand) und die Flächen im Kopf verfolgen, damit ich sehen konnte, wie das also ist, wenn das (zeigt auf den 4. Faltzustand), dann das ist (zeigt auf den 3. Faltzustand), also auseinandergefaltet dann. Da hab ich mir den Weg vorgestellt, wie er dazu wird.“*

## LITERATUR

HUHMANN, TOBIAS (2012): Welchen Einfluss können Computeranimationen auf die Raumvorstellungsentwicklung haben? Dissertation eingereicht an der Universität Paderborn.

