



## Ich-Du-Wir: Halbschriftliches und schriftliches Rechnen Teil II: Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

### „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 2 (Subtraktion)

#### Allgemeine Anmerkungen vorweg

Den Überblick über alle drei Teile des gesamten Vorhabens finden Sie in den *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 1 - 3*.

Bei der schriftlichen Subtraktion gibt es *verschiedene* Verfahren (vgl. *Basisinformationen zur Unterrichtsplanung Teil 2*). Der nordrhein-westfälische Lehrplan schreibt kein Verfahren vor. Das PIK AS-Unterrichts-Material thematisiert *zwei leichter verständliche Verfahren*, die aus halbschriftlichen Strategien herzuleiten sind:

1. Das *Entbündeln* (kombiniert mit der Minus-Sprechweise; in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Abziehen“ oder „Borgen“ genannt).
2. Das *Auffüllen* (in einigen Schulbüchern wird dieses Verfahren auch „Ergänzen“ genannt).

Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie *Informationspapiere für Eltern* (vgl. Link auf Seite 16), die jeweils eines der beiden Verfahren der schriftlichen Subtraktion vorstellen und es mit dem früher vorgeschriebenen Erweiterungs-Verfahren vergleichen.

#### Lernvoraussetzungen

Die nachstehend skizzierte Unterrichtseinheit kann dann durchgeführt werden, wenn die Kinder verschiedene halbschriftliche Strategien zur Subtraktion kennen gelernt haben (vgl. *Teil 1, „Rechnen auf eigenen Wegen“*). Für die beiden o.g. schriftlichen Verfahren sind zwei unterschiedliche Strategien wesentlich, welche die Kinder verstanden haben müssen.

Zu 1: Für das *Entbündeln* sollten die Kinder die halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ (den sog. „Wechsel-Trick“) verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Zehner-System-Blöcke (Dienes-Material) auf der Handlungsebene sowie mit der Strich-Punkt-Darstellung (Oehl’schen Darstellung) auf der Zeichenebene vertraut sein (vgl. Teil I „Rechnen auf eigenen Wegen“, *Unterrichtsplanung Teil 1, Planung Subtraktion*).

Zu 2: Für das *Auffüllen* sollten die Kinder die halbschriftliche Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ („Ergänzen-Trick“) verstanden haben und mit dem ‚Forschermittel‘ Rechenstrich vertraut sein (vgl. ebd.).

Schuljahr 3

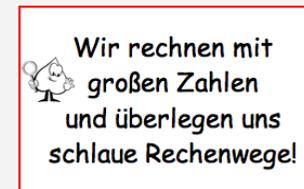
#### Lehrplan-Bezug

*Inhaltsbezogene Kompetenzen*

Zahlen und Operationen -  
Schwerpunkt Ziffernrechnen

*Prozessbezogene Kompetenzen*

Problemlösen/kreativ sein,  
argumentieren,  
darstellen/kommunizieren





## LEITFRAGE

„Wie erarbeite ich die schriftliche Subtraktion, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 62), wie kann das schriftliche Verfahren in Beziehung zu den eigenen Rechenwegen, den informellen halbschriftlichen Strategien, der Kinder (die im Vorfeld erarbeitet wurden) gesetzt werden?“

*Lehrplanbezug:* „Auf der Grundlage tragfähiger Zahl- und Operationsvorstellungen sowie verlässlicher Kenntnisse und Fertigkeiten entwickeln und nutzen die Schülerinnen und Schüler Rechenstrategien, rechnen überschlagend und führen die schriftlichen Rechenverfahren **verständlich** aus“ (LP NRW, S. 58; Hervorhebung durch PIK AS).

## „Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich“ –

### Verständige Einführung des schriftlichen Algorithmus der Subtraktion

Die Kinder vergleichen *entweder*

1. die halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des *Entbündelns* *oder*
2. die halbschriftliche Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des ‚*Auffüllens*‘.

## ZIELE

Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege - den Zusammenhang, dass *entweder*

1. beide Male stellenweise „gewechselt“ wird *oder*
2. beide Male stellenweise „ergänzt“ wird.

## ZEIT

2 Schulstunden (optimaler Weise: 1 Doppelstunde)

## DARUM GEHT ES

1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise mit Wechseln/Eintauschen“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson dem schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ gegenüber gestellt (vgl. Video zur „Einführung“ des Entbündelungs-Verfahrens in Haus 5, IM). *oder*

## Material

### Lehrperson

- „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke
- \* Reihenverlauf-Themenleine
- \* Lernplakat ‚Rechenwege Addition‘
- \* Plakat ‚Wortspeicher‘
- \* Plakat ‚Satzanfänge‘
- \* Satzstreifen Sprechweise schriftlicher Subtraktions-Algorithmus
- \* Plakat ‚Mathe-Konferenz-Leitfaden‘
- \* Anmelde-Liste ‚Mathe-Konferenz‘
- \* AB PIKO-Funktionen
- Reflexionsimpuls-Karte ‚Forscherauftrag‘
- \* Plakat ‚Ideen für das Lernwegbuch‘

## Material

### SchülerInnen

- AB
- \* „Forschermittel“:  
Zehner-System-Blöcke
- \* „Rechenwegbuch“ (Vorarbeiten aus Teil 1)
- \* AB Lernwege-Buch
- \* Rollenkarten Mathe-Konferenz
- \* Reiter ‚Mathe-Konferenz. Bitte nicht stören!‘
- \* Papierstreifen, Eddings



2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. Video zur „Einführung“ des Auffüll-Verfahrens in Haus 5, IM).

Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.

Die übergeordnete Aufgabenstellung regt jeweils zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“

### Informationen zu den Arbeitsblättern

Hier liegen zwei *alternative* AB vor. Sie müssen entscheiden, welches Verfahren Sie thematisieren möchten:

Entweder das AB

1. zum Vergleich der halbschriftlichen Strategie ‚*Stellenweise mit Wechseln*‘ mit dem schriftlichen Verfahren des *Entbündelns*

oder

2. zum Vergleich der halbschriftlichen Strategie ‚*stellengerecht Ergänzen*‘ mit dem schriftlichen Verfahren „Auffüllen“.

Das AB besteht jeweils aus drei Seiten. Im Unterrichts-Material liegen sechs verschiedene Fassungen dieser AB vor (vgl. Abbildungen rechts):

1. Für das Entbündeln und 2. das Auffüllen.

Beim Entbündeln gibt es eine Fassung, in der das Vorgehen entweder als a) „Wechseltrick“ oder b) „Eintausch-Trick“ bezeichnet wird. Diese beiden Namen waren die in der Erprobung von den Kindern am häufigsten genutzten.

Alle Fassungen gibt es zudem mit Namen (Lea und Paul) bzw. ohne Namen (damit die Kinder bzw. die Lehrperson die Namen derjenigen Kinder einsetzen können/kann, die tatsächlich so gerechnet haben; letztgenannter Weg ist aus unserer Sicht zu bevorzugen).

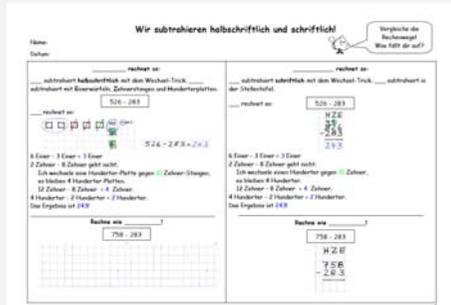
### 1. Zum Entbündelungs-Verfahren

#### Zum AB, Seite 1:

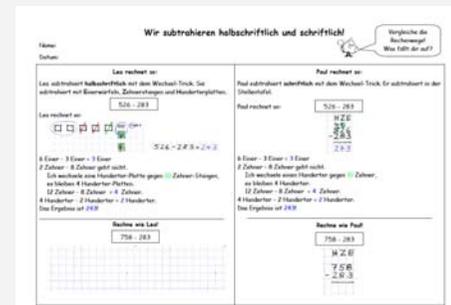
Auf Seite 1 wird anhand der Beispielaufgabe 526 - 283 auf der linken Seite des AB die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚*Stellenweise Subtrahieren mit Wechseln* (bzw. Eintauschen)‘ wiederholt. Die ikonische Darstellung greift dabei die bekannten farbigen Markierungen auf (rot: **weggenommen**, grün: **gewechselt/eingetauscht**, blau: **verbleibender Rest = Ergebnis**). Diese Aufgabe erfordert auf der Handlungsebene (mit Zehner-System-Blöcken) und der Zeichenebene (mit Strich-Punkt-Darstellung) bei den Zehnern das ‚*Wechseln*‘ (Entbündeln) eines Hunderters, ein Übertrag entsteht: „2 Zehner - 8 Zehner geht nicht. Ich wechsele eine Hunderterplatte gegen 10 (grüne, weil gewechselt) Zehner-Stangen. Dann kann ich weiter rechnen: 12 Zehner bis 8 Zehner gleich 4 Zehner.“

\* Protokollbogen Mathe-Konferenz

\* (AB) Lernwegbuch



AB Seite 1 Entbündeln: „Wechsel-Trick“ ohne Namen



AB Seite 1 Entbündeln „Wechsel-Trick“ mit Namen



Name: *Ronja J.* Datum: *5.3.10* AB 3

**Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen**

*Leo* rechnet so:

$685 - 368 = 317$        $912 - 478 = 434$

Rechne wie *Leo*:

$865 - 321 = 544$        $780 - 263 = 517$

$322 - 174 = 148$        $1904 - 546 = 1358$

Wie findest du diesen Rechen-trick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechen-trick weil er sicher ist.*

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

*für alle*

*Leo* rechnet so:

Er subtrahiert halbschriftlich mit dem Wechsel-Trick. Er subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.

$526 - 283$

Er rechnet so:

$526 - 283 = 243$

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243!

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

rechnet so:      rechnet so:

... subtrahiert halbschriftlich mit dem Entbündeln-Trick ...      ... subtrahiert schriftlich mit dem Entbündeln-Trick ...

rechnet so:      rechnet so:

$526 - 283$        $526 - 283$

4 Einer - 3 Einer = 1 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243.

rechnet so:      rechnet so:

$526 - 283$        $526 - 283$

4 Einer - 3 Einer = 1 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243.

AB Seite 1 Entbündeln „Eintausch-Trick“ ohne Namen

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

rechnet so:      rechnet so:

... subtrahiert halbschriftlich mit dem Entbündeln-Trick ...      ... subtrahiert schriftlich mit dem Entbündeln-Trick ...

rechnet so:      rechnet so:

$526 - 283$        $526 - 283$

4 Einer - 3 Einer = 1 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen, es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243.

rechnet so:      rechnet so:

$526 - 283$        $526 - 283$

4 Einer - 3 Einer = 1 Einer  
 2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
 Ich wechsele eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner, es bleiben 4 Hunderter.  
 12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
 4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
 Das Ergebnis ist 243.

AB Seite 1 Entbündeln „Eintausch-Trick“ mit Namen

Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich

rechnet so:      rechnet so:

... subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick ...      ... subtrahiert schriftlich mit dem Ergänzen-Trick ...

rechnet so:      rechnet so:

$526 - 283$        $526 - 283$

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also - 1 Einer, gleich 396.  
 Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also - 2 Zehner, gleich 376.  
 Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also - 2 Hunderter, gleich 176.  
 Das Ergebnis ist 243.

rechnet so:      rechnet so:

$526 - 283$        $526 - 283$

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also - 1 + 1, 12, subtrahiere 2, übertrage 1.  
 Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter, also - 3 + 2 = 5.  
 Das Ergebnis ist 243.

AB Seite 1 Auffüllen „Ergänzen-Trick“ ohne Namen

Links: Schülerlösung zu RW 3 AB 3 „Stellenweise mit Wechseln/Eintauschen“: Ronja rechnet wie Leo (vgl. Teil1, Rechnen auf eigenen Wegen)

Rechts: Auf dem AB zu dieser Einheit wird eben dieser Rechenweg (in der linken Hälfte) wieder aufgegriffen und noch einmal an anderem Zahlenmaterial erläutert.

In der rechten Hälfte des AB wird das schriftliche Entbündeln anhand der gleiche Aufgabe dargestellt: Auch hier werden zuerst die Einer, dann die Zehner, dann die Hunderter „weggenommen“. Der Übertrag erfolgt durch das Entbündeln einer Einheit der nächst höheren Stelle des Minuenden (der oberen Zahl): Weil man im Beispiel von den 2 Zehnern 8 Zehner nicht abziehen kann (2 Zehner – 8 Zehner), entbündelt man einen der 5 Hunderter (durchstreichen der Ziffer 5 im Hunderter). Ein Hunderter wird in 10 Zehner eingetauscht bzw. gewechselt. Die gewechselten 10 Zehner werden (zunächst) mit grünem Stift in der Zehner-Stelle oberhalb des Minuenden notiert, um die Analogie zum halbschriftlichen Verfahren augenfälliger zu machen. Die anderen 4 Hunderter bleiben bestehen (Notieren der Ziffer 4 in





„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

**Wir subtrahieren halbschriftlich und schriftlich!**

Name: P. P. P. P. Datum: 27.6.2010

Vergleiche die Rechenwege! Was fällt dir auf?

Sascha rechnet so:

Sascha subtrahiert halbschriftlich mit dem Eintausch-Trick. Sascha subtrahiert mit Einerwürfeln, Zehnerstangen und Hunderterplatten.

526 - 283

526 - 283 = 243

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
Ich tausche eine Hunderter-Platte gegen 10 Zehner-Stangen ein, es bleiben 4 Hunderter-Platten.  
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Sascha!

758 - 283

758 - 283 = 475

Pfko rechnet so:

Pfko subtrahiert schriftlich mit dem Eintausch-Trick. Pfko subtrahiert in der Stellentafel.

526 - 283

H Z E  
5 2 6  
- 2 8 3  
---  
2 4 3

6 Einer - 3 Einer = 3 Einer  
2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.  
Ich tausche einen Hunderter gegen 10 Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.  
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.  
4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.  
Das Ergebnis ist 243!

Rechne wie Pfko!

758 - 283

H Z E  
7 5 8  
- 2 8 3  
---  
4 7 5

**Zum AB, Seite 2:**

Links und rechts stehen wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	782 - 134	1	E
2	357 - 249	1	E
3 *	932 - 478	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

**Zum AB, Seite 3:**

Auf Seite 3 sollen die Kinder einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen

\* Danke für selbst Minusaufgaben auf Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

**AB, Seite 2:  
Weitere Subtraktionsaufgaben**

\* Danke für selbst Minusaufgaben auf Subtrahiere halbschriftlich und schriftlich in deinem Heft!

**Schülerlösung zu Seite 2**

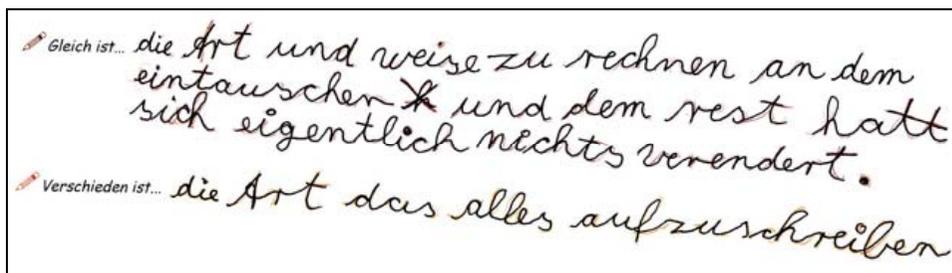


aufgefallen ist. Die Kinder sollten hierzu nicht die Farben rot, grün und blau nutzen, da diese bereits für die Darstellung des Entbündelungsprozesses genutzt werden; sie können Gleiches z.B. mit einem braunen und Verschiedenes mit einem orangefarbenen Stift markieren.

Anschließend schreiben sie ihre Entdeckungen im Forscherbericht auf.

Unterstützung bei der Verbalisierung kann dabei das bereits im Teil 1 der Reihe erstellte und ggf. erweiterte Wortspeicher-Plakat bieten (vgl. Abb. rechts, Unterrichtsplanung Teil1; auch: Haus 4, Video zur Entstehung eines Wortspeichers: <http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/ausgleichende-foerderung/haus-4-informations-material/informationsvideos/index.html> ).

Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Lia erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male stellenweise eingetauscht (gewechselt) wird, sich die Notation aber unterscheidet.



### ALTERNATIVE:

#### 2. Zum Ergänzungs-Verfahren

##### Zum AB, Seite 1:

Auf Seite 1 auf der linken Seite des AB wird anhand der Beispielaufgabe 526 - 283 die bereits bekannte halbschriftliche Strategie ‚Stellengerechtes Ergänzen‘ wiederholt. Zentrales ‚Forscher-Mittel‘ ist hier der Rechenstrich.

Beim Ergänzen bzw. Auffüllen deutet man *jede Subtraktionsaufgabe als Ergänzungsaufgabe*, statt 526 – 283 wird  $283 + \underline{\quad} = 526$  gerechnet. Der Grundgedanke ist also das „Auffüllen“ des Subtrahenden (der unteren Zahl) zum Minuenden (zur oberen Zahl). Das *stellengerechte Ergänzen* stellt eine Sonderform des *Ergänzens* dar, da hier darauf geachtet wird, beginnend bei den Einern zum jeweils nächsten passenden Stellenwert zu ergänzen. Es ist – im Unterschied zum Ergänzen ohne Beachtung der Stellen – zwar im engeren Sinne keine sich unbedingt ‚natürlich‘ ergebende, jedoch eine leicht verständliche halbschriftliche Strategie, wenn die Grundvorstellung des Subtrahierens durch „Ergänzen“ im Vorfeld aufgebaut wurde und der Rechenstrich zur Visualisierung genutzt wird.



AB, Seite 3  
„Forscherbericht“



Beispiel für ein Wortspeicher-Plakat



AB 4\*

Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

**Wir rechnen, wie andere Kinder rechnen!**

685 - 368 rechnet so: 912 - 478

368 +    = 685      478 +    = 912

Rechne wie \_\_\_\_\_

865 - 321	580 - 364
821 - 365	* 1708 - 463

Wie findest du diesen Rechentrick? Begründe!

*Ich finde diesen Rechentrick weil*

\*Was meinst du: Für welche Aufgaben ist er besonders geeignet?

Ronja rechnet so:

Ronja subtrahiert halbschriftlich mit dem Ergänzen-Trick. Ronja subtrahiert am Rechenstrich.

**526 - 283**

Ronja rechnet so:

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer, also + 3 Einer, gleich 286.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner, also + 4 Zehner, gleich 326.

Ich ergänze zum passenden Hunderter, also + 2 Hunderter, gleich 526.

Das Ergebnis ist **243!**

Links: RW 3, AB 4\* (vgl. Teil 1: Rechnen auf eigenen Wegen)

Rechts: Auf dem AB zu dieser Einheit wird eben dieser Rechenweg (in der linken Hälfte) wieder aufgegriffen und noch einmal an anderem Zahlenmaterial erläutert.

Auch beim schriftlichen Subtrahieren mit dem Auffüll-Verfahren wird von rechts nach links gerechnet: Man beginnt aber beim Subtrahenden (der unteren Zahl): Zu den 3 Einern fügt man 3 Einer hinzu, so dass man zu den geforderten 6 Einern gelangt. Nun ergänzt man noch die 8 Zehner um 4, so dass man zu den geforderten 2 Zehnern kommt. Da man dabei den Hunderter (also 300) überschreitet, wird auch die Ziffer an der Hunderterstelle um Eins größer, im Beispiel wird die 2 zur 3. Dies vermerkt man in der schriftlichen Rechnung durch eine „kleine“ (hier rot markierte) „Übertrags-Eins“.

Zum Verständnis können die Stellenwerte zunächst noch benannt werden.



*Piko* rechnet so:

*Piko* subtrahiert schriftlich mit dem Ergänzen-Trick. *Piko* subtrahiert in der Stellentafel.

*Piko* rechnet so:

$$\begin{array}{r} 526 \\ - 283 \\ \hline 243 \end{array}$$

H Z E

5 2 6

- 2 8 3

1

2 4 3

Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,  
also:  $3 + 3 = 6$ , schreibe 3.

Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,  
also:  $8 + 4 = 12$ , schreibe 4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,  
also:  $3 + 2 = 5$ , schreibe 2.

Das Ergebnis ist 243!

**Oben:** Der Algorithmus der schriftlichen Subtraktion mit dem Auffüll-Verfahren („Ergänzen-Trick“). Da kein Kind in dieser Erprober-Klasse das Auffüll-Verfahren kannte, setzten die Kinder Piko, die Leitfigur des Projektes PIK AS, als „Experten“ für diesen Rechenweg ein.

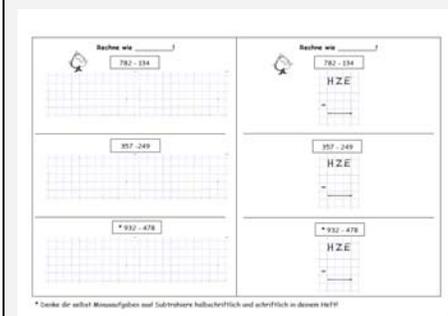
**Zum AB, Seite 2:**

Links und rechts stehen auch hier wiederum jeweils die gleichen Aufgaben, damit der Vergleich der Rechenwege direkt erfolgen kann.

Nr.	Aufgabe	Anzahl der Überträge	Stelle des Übertrags
1	782 - 134	1	E
2	357 - 249	1	E
3 *	932 - 478	2	E und Z
*	Angebot zur Erstellung analoger Eigenproduktionen (im Heft)		

**Zum AB, Seite 3:**

Auf Seite 3 sollen die Kinder auch hier einen sog. ‚Forscherbericht‘ verfassen. Hierzu markieren die Kinder zunächst

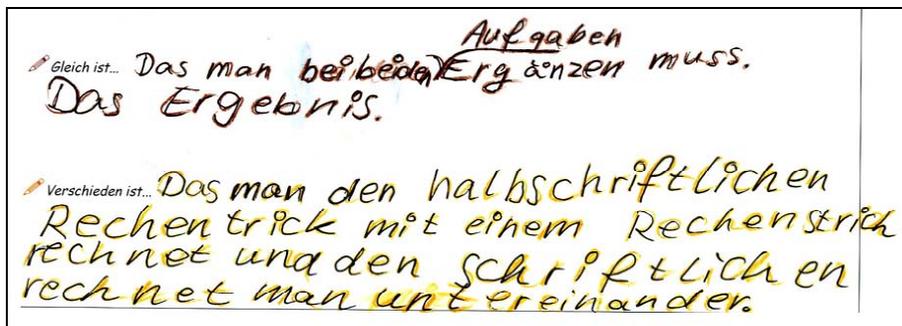


AB, Seite 2:  
Weitere Subtraktionsaufgaben  
(diese Seite entspricht der beim Entbündeln genutzten)



farbig auf dem AB auf Seite 1 (und ggf. 2), was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten bei den beiden Rechenwegen aufgefallen ist.

Nachstehend eine in der Material-Erprobung entstandene, repräsentative Schülerlösung: Emma erkennt den Zusammenhang beider Rechenwege, dass beide Male ergänzt wird, sich die Notation aber unterscheidet.



AB, Seite 3: „Forscherbericht“  
(diese Seite entspricht der beim Entbündeln genutzten)

## SO KANN ES GEHEN

*Anmerkung:* Im Informations-Material des Hauses 5 finden Sie zwei Videos, welche eine mögliche Umsetzung der Planung dieser Doppelstunde zur „Einführung“ der schriftlichen *Subtraktion* illustrieren (vgl. Link auf Seite 16).

Das methodische Vorgehen unterscheidet sich bei den alternativ einzuführenden Subtraktions-Verfahren nicht, beide Male wird die Unterrichts-Einheit in drei Phasen gegliedert (vgl. Abb. unten):

### Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des **„Wechsel-Tricks“**; Erarbeiten des **„Entbündelns“**; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.

### Aufbau der Doppelstunde

1. *Sitzkreis an Tafel:* Wiederholung des **halbschriftlichen „Ergänzen-Tricks“**; Erarbeiten des **schriftlichen „Ergänzens“**; Formulierung des Forscherauftrags (Was ist gleich? Was ist verschieden?)
2. *Arbeitsphase:* Schülerinnen und Schüler vergleichen die beiden Vorgehensweisen; wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an; schreiben einen Forscherbericht; treffen sich in Mathe-Konferenzen; erfinden eigene Aufgaben
3. *Sitzkreis an Tafel:* Schülerinnen und Schüler lesen ihre Berichte vor und diskutieren ihre Entdeckungen; markieren im Tafelbild mit Farben; Lehrperson moderiert und fasst zusammen.



### Einstiegsphase/Problemstellung

#### 1. Transparenz über die Einheit

Hilfreich ist es, den Kindern wiederum vorab Ziel- und Prozess-Transparenz zu geben; dies kann mündlich erfolgen oder durch die „Themenleine“ anschaulich gemacht werden (vgl. Material Lehrperson: Reihenaufbau-Themenleine), indem diese durch die neue Themenkarte ergänzt wird: „Wir rechnen halbschriftlich und schriftlich. Was ist gleich? Was ist verschieden?“

#### 2. Anknüpfung und Problemstellung

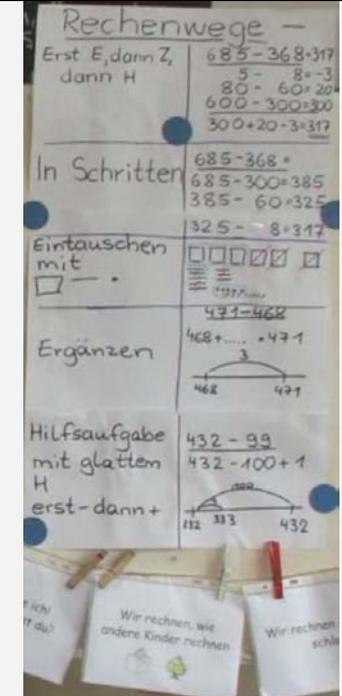
Die Einstiegsphase ist in zwei Teile gegliedert: Sie beginnt (im Sitzhalbkreis vor der Tafel) mit einer Wiederholung von Bekanntem, anschließend entwickelt die Lehrperson die Problemstellung der Stunde.

#### Anknüpfung:

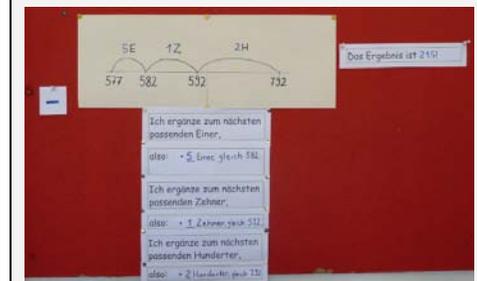
Zunächst wiederholen die Kinder die aus dem vorangegangenen Unterricht bekannte halbschriftliche Strategie, entweder das „Wechseln/Eintauschen“ oder das „stellengerechte Ergänzen“. Hierzu erinnert die Lehrperson – optimaler Weise visuell gestützt über das (im Teil 1 der Reihe entstandene) Lernplakat ‚Rechenwege Subtraktion‘ (vgl. Abb. rechts) und die Rechenwegebücher der Kinder - an die Vorarbeiten und notiert die auf dem AB befindliche erste Subtraktionsaufgabe 526 – 283 auf der linken Tafelhälfte. Anschließend wiederholen die Kinder die jeweils relevante halbschriftliche Strategie.

**Anmerkung:** Es ist auch möglich, zunächst eine Subtraktionsaufgabe ohne Übertrag zu stellen (z.B. 784 – 362) und diese sowohl halbschriftlich als auch schriftlich („untereinander rechnend“) lösen zu lassen.

- Beim „Wechseln“ legen die Kinder diese Aufgabe mit Zehner-System-Blöcken – optimaler Weise auf einem niedrigen Tisch vor der Tafel, so dass für alle Kinder eine gute Sicht gewährleistet bleibt - und entbündeln dabei eine Hunderterplatte. Anschließend oder auch parallel zur Handlung zeichnet ein Kind die passende Strich-Punkt-Darstellung dazu auf die linke Tafelhälfte. Die Lehrperson achtet darauf, dass der Bündelungsprozess, der getroffenen Absprache entsprechend (vgl. Text auf dem AB, Seite 1 links oben), verbalisiert und im Tafelbild farbig markiert wird (**rot: weggenommen**, **grün: gewechselt/eingetauscht**, **blau: verbleibender Rest = Ergebnis**).



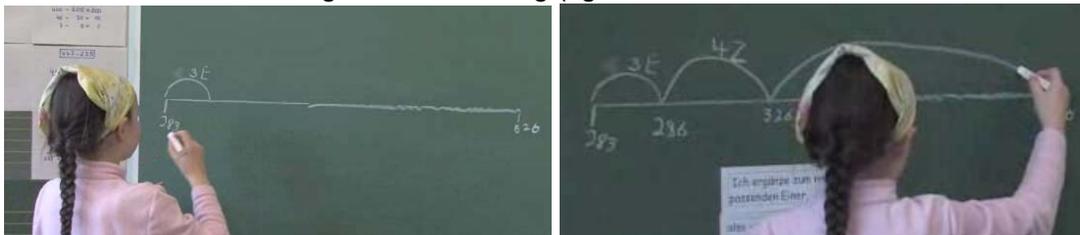
Beispiel für ein Rechenwege-Lernplakat zur halbschriftlichen Subtraktion



Ausschnitt aus einem Lernplakat zum halbschriftlichen Rechenweg „Stellengerechtes Ergänzen“



- Beim „stellengerechten Ergänzen“ zeichnet ein Kind den Rechenstrich und löst die Aufgabe an diesem. Die Lehrperson achtet auch hier auf die sachrichtige Verbalisierung (vgl. Text auf dem AB, Seite 1 links oben).



**Problemstellung:**

Gemeinsam wird anschließend das neue schriftliche Verfahren aus dem bekannten halbschriftlichen entwickelt: Die rechte Tafelhälfte wird geöffnet und der schriftliche Algorithmus wird erarbeitet. Um den Kindern den Algorithmus der schriftlichen Subtraktion auch in der passenden Sprechweise anzubieten, werden handlungsbegleitend Satzstreifen (vgl. *Lehrmaterial*) an die Tafel geheftet.

- Beim Entbündeln: Auch hier wird wie beim halbschriftlichen „Wechseln“ farbig markiert: In Analogie zum halbschriftlichen Verfahren markiert ein Kind bzw. ggf. die Lehrperson die Entbündelungshandlung (die durch Wechseln eines Hunderter entstanden **10** Zehner in der Zehner-Stelle) farbig mit **grün**.



6 Einer - 3 Einer = 3 Einer

2 Zehner - 8 Zehner geht nicht.

Ich tausche einen Hunderter gegen **10** Zehner ein, es bleiben 4 Hunderter.  
12 Zehner - 8 Zehner = 4 Zehner.

4 Hunderter - 2 Hunderter = 2 Hunderter.

Das Ergebnis ist **243!**



# „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

# Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

- Beim Auffüllen sollte die kleine „Übertrags-Eins“, die das Überschreiten des Hunderters deutlich macht, farblich (z.B. rot) hervorgehoben werden.



Ich ergänze zum nächsten passenden Einer,

also:  $3 + 3 = 6$ , schreibe 3.

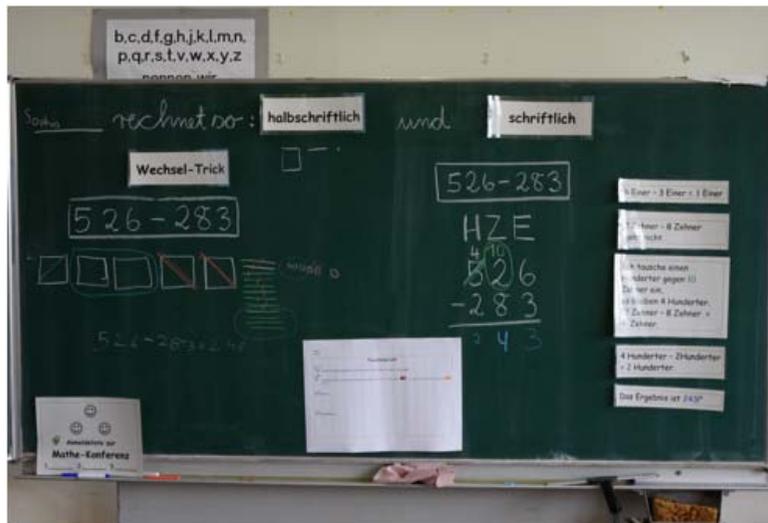
Ich ergänze zum nächsten passenden Zehner,

also:  $8 + 4 = 12$ , schreibe 4, übertrage 1.

Ich ergänze zum nächsten passenden Hunderter,

also:  $3 + 2 = 5$ , schreibe 2.

Das Ergebnis ist 243!



Reflexionsimpuls-Karte 'Forscherauftrag'



Selbst erstelltes Wortspeicher-Plakat einer PIK-Material-Erprober-Klasse

oben: Mögliches Tafelbild am Ende der Problemstellung (Vergleich ‚Stellenweise mit Wechseln‘ – ‚Entbündeln‘)  
Zum Abschluss der Problemstellung stellt die Lehrperson das dreiseitige Arbeitsblatt vor und formuliert den übergeordneten ‚Forscherauftrag‘ der Stunde: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“. Diesen können Sie auch mit der ent-



sprechenden *Impulskarte* visualisieren (vgl. Abb. S. 13 oben). Sie sollten darauf hinweisen, dass die Kinder im AB auf Seite 1 (und ggf. Seite 2) farbig (mit zwei unterschiedlichen Farben) markieren sollen, was ihnen an Unterschieden und Gemeinsamkeiten aufgefallen ist und ggf. noch einmal an den (im Vorfeld entstandenen) Wortspeicher (vgl. Abb. S. 7 und 13 unten) erinnern.

### Arbeitsphase

Die Kinder bearbeiten zunächst möglichst eigenständig die drei Seiten des AB: Sie vergleichen die beiden Vorgehensweisen und wenden sie auf weitere Aufgabenpaare an. Anschließend markieren sie ihre Entdeckungen farbig (auf Seite 1 des AB) und verfassen einen Forscherbericht (auf Seite 3 des AB). Wenn sie der Ansicht sind, dass sie (die wesentlichen) Gemeinsamkeiten und Unterschiede entdeckt und so notiert haben, dass andere Kinder ihre Berichte verstehen können, melden sich zu einer ‚*Mathe-Konferenz*‘ an (vgl. auch Link zum Material für ‚*Mathe-Konferenzen*‘ und zum Illustrations-Video auf Seite 16).

Anschließend tauschen sie sich in *Mathe-Konferenzen* über ihre Entdeckungen hinsichtlich des Forscher-Auftrages aus: Die Schüler und Schülerinnen sollen in den *Mathe-Konferenzen* ihre Ergebnisse vergleichen und diskutieren. Außerdem sollen sie wahrgenommene Unterschiede und Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege vorstellen und zusammentragen. Diese können sie auf Papierstreifen mit einem dicken Stift (Edding) zur Vorbereitung der Präsentation im Plenum notieren und /oder ein gemeinsames Protokoll anfertigen.

### Differenzierung

Als Differenzierungsangebot können Sie einen flexiblen Beginn der Arbeitsphase anbieten: Die Kinder, die sich mit dem neuen schriftlichen Rechenverfahren noch nicht sicher fühlen, können mit der Lehrperson gemeinsam die nächste Aufgabe an der Tafel bearbeiten.

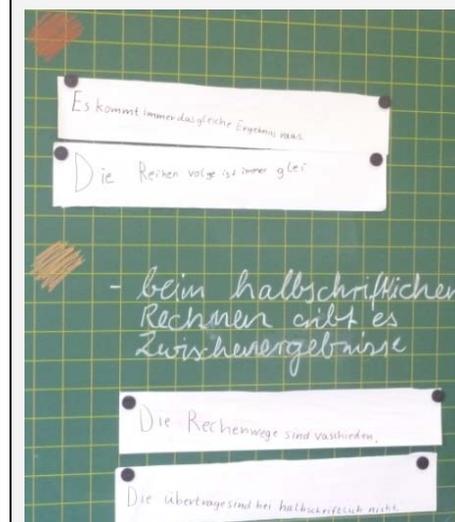
Auf dem AB sind ferner weiterführende Anforderungen (WA = \*- Aufgaben) ausgewiesen: Da *Eigenproduktionen* von Kindern für die Lehrperson besonders informativ sein können (vgl. S. 16: Link zum Thema), werden die Kinder im Rahmen der weiterführenden Anforderungen dazu aufgefordert, Subtraktionsaufgaben zu erfinden und analog mit beiden Rechenwegen zu lösen.

### Schlussphase / Reflexion im Plenum

Die abschließende Reflexionsphase im Plenum sollte den Kindern nochmals Raum geben, entdeckte Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Rechenwege zusammenzutragen.

- Beim Entbündeln soll den Kindern bewusst werden, dass beide Male stellenweise gewechselt wird.
- Beim Auffüllen (Ergänzen) soll den Kindern bewusst werden, dass beide Male stellenweise ergänzt wird.

Zum Abschluss der Stunde lesen die Schülerinnen und Schüler (bzw. die Konferenz-Teams) hierzu ihre Berichte vor, heften ggf. hierzu die Papierstreifen an die Tafel, diskutieren ihre Entdeckungen und markieren diese im Tafelbild mit



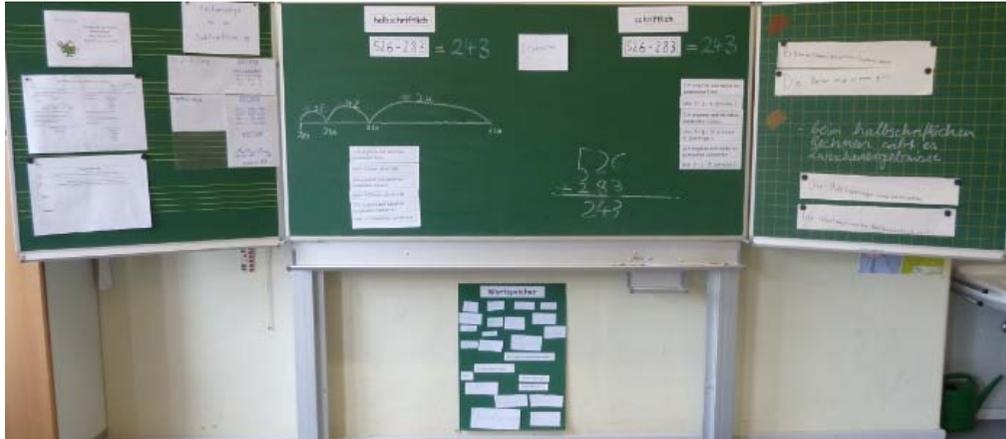
In der *Mathe-Konferenz* entstandene Ergebnisse werden auf Papierstreifen im Plenum präsentiert.



# „Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“

# Unterrichtsplanung Teil 2, Planung Subtraktion

Farben. Die Lehrperson moderiert diese Plenumsphase und fasst die Entdeckungen der Kinder an der Tafel schriftlich zusammen (oder – wenn möglich - lässt Kinder diese Entdeckungen an der Tafel notieren).



oben: Mögliches Tafelbild am Ende der Einheit (Vergleich ‚stellengerechtes Ergänzen‘ – ‚Auffüllen‘)

Von links nach rechts:

Links: Forscherauftrag, vergrößertes AB (Seite 1 und 3), verschiedene halbschriftliche Rechenwege aus Teil 1

Mitte: halbschriftliche und schriftliche Rechnung (jeweils mit Satzstreifen zur Sprechweise)

Rechts: Ergebnisse der Mathe-Konferenzen, oben: Gleiches, unten: Verschiedenes

Zum Abschluss der Stunde kann die Lehrperson die Kinder wiederum dazu auffordern, in ihrem Lernwegebuch (vgl. *Lehrermaterial*) zu dokumentieren, welche Erkenntnisse sie in der heutigen (Doppel-)Stunde gewonnen haben. Durch diese Auseinandersetzung des Kindes mit seinen eigenen Ideen und Gedanken soll eine Bewusstheit über den eigenen Lernprozess geschaffen werden. So kann das Kind dazu angeregt werden, zunehmend Mit-Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen.

Wir rechnen mit großen Zahlen  
und überlegen uns schlaue Rechenwege!

**Mein Lernwegebuch**

Datum: 25.5.10

Das habe ich gelernt:

An der Tafel haben wir erst sogerechnet  
D- dann hat uns Fr. Hummert untereinander  
rechnen mit minus bei gebracht ich habe  
erst gedacht, das werschwer ist es aber garnicht  
es ist sekreinfach

links: Eintrag einer Schülerin in ihr Lernwegebuch nach dieser

Wir rechnen mit großen Zahlen  
und überlegen uns schlaue Rechenwege!

**Mein Lernwegebuch**

Datum: \_\_\_\_\_

Das habe ich gelernt:

Mit einem Lernwegebuch kannst du  
Experte für dein eigenes Lernen werden!  
Hierüber kannst du etwas in dein  
Lernwegebuch schreiben...

- Was hast du heute gemacht?
- Wie bist du bei der heutigen Aufgabe vorgegangen?
- Welche Rechenwege hast du heute kennen gelernt?
- Gab es einen Rechenweg, den du besonders schlau findest? Wenn ja: Warum?
- Was hat dir gefallen? Was hat dir nicht gefallen? Warum?
- Hattest du Probleme? Wenn ja: Welche? Wie hast du dir geholfen?
- Hast du mit anderen Kindern zusammengearbeitet? Mit wem? Wie hat es geklappt?
- Bist du mit deiner Arbeit zufrieden? Oder nicht? Warum?
- Welche Wünsche oder Ideen hast du für unsere Weiterarbeit?

Das *Lernwegebuch-Plakat* kann den Kindern Unterstützung beim Verfassen eines Lernberichtes bieten.



Doppelstunde. Thematisiert wurde das Entbündelungs-Verfahren; sie stellt zum neu kennen gelernten „Untereinander-Rechnen mit minus“ fest: „Ich habe erst gedacht, das wäre schwer, ist es aber gar nicht, es ist sehr einfach.“ Im Sinne prozesstransparenten Arbeitens kann zudem ein Ausblick auf die Weiterarbeit gegeben werden.

### Weiterarbeit

In der Folgestunde sollten die Entdeckungen (möglichst unter Nutzung des entstandenen Tafelbildes) noch einmal aufgegriffen werden und weitere Subtraktionsaufgaben halbschriftlich und schriftlich gelöst werden.

Hieran sollte sich eine Phase des *beziehungsreichen Übens der schriftlichen Subtraktion* anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

### Fortführung des Unterrichtsvorhabens

Anschließend sollte eine Unterrichtsreihe zum Thema „Flexibles Rechnen“ durchgeführt werden, da Untersuchungen gezeigt haben (vgl. z.B. Selter 2003: [http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Haus\\_5\\_IM\\_FlexRech.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_FlexRech.pdf)), dass die Kinder sonst sehr häufig - unabhängig vom gegebenen Zahlenmaterial - sämtliche Aufgaben mit dem schriftlichen Verfahren lösen. Ziel dieser abschließenden Einheit ist daher die Sensibilisierung der Kinder für Rechenvorteile: Die Kinder sollen erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg“ ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf bzw. halbschriftlich zu rechnen (vgl. *Unterrichtsplanung Teil 3*).



### Weiterführende Informationen

**Haus 5, IM** : Zwei Informations-Videos zur verständigen Einführung des schriftlichen Subtraktions-Verfahrens

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/informationvideos/index.html>

**Haus 5, IM** : *Elterninfos: Schriftliche Subtraktion* (jeweils ein Informationspapier zum Auffüll- und zum Entbündelungs-Verfahren)

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-informations-material/elterninfos/elterninfos.html>

**Haus 5, FM**: *Eigenproduktionen* (vgl. auch FM, Modul 5.1) -

[http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus\\_5 - Individuelles und gemeinsames Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Eigenproduktionen.pdf)

**Haus 5, FM** Modul 5.3: *Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen*

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-fortbildungs-material/modul-5.3-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen/teil-1-vom-halbschriftlichen-zum-schriftlichen-rechnen.-aufzeigt-am-beispiel-der-addition-und-subtraktion-kap.-1-4.html>

**Haus 8, UM** : *Mathe-Konferenzen* (diverse Materialien), **IM** : Illustrierendes Video

<http://www.pikas.tu-dortmund.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-unterrichts-material/mathe-konferenzen/index.html>