Christoph Selter

Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht

Grundsätzliche Bemerkungen und Unterrichtsbeispiele zum Einmaleins

Die Realisierung zentraler Prinzipien zeitgemäßer Didaktik und Pädagogik ist gleichbedeutend mit dem Abschied von einem ‚Unterricht von oben', bei dem den Schülern aus der Erwachsenensicht vorportionierte Lernhäppchen ‚verabreicht' werden, zugunsten eines ‚Unterrichts von unten', der auf der Schülerperspektive aufbaut und deren Entwicklung zielbewußt anregt. An das Vorverständnis anzuknüpfen, bedeutet dabei keineswegs nur, sich an *vermuteten* Leistungsniveaus von *Durchschnittsschülern* zu orientieren, sondern ganz wesentlich auch, die *tatsächlichen* Kompetenzen und Defizite der *eigenen* Schüler in ihrer Heterogenität wahrzunehmen und für den Lehr-/Lernprozeß zu nutzen: «Am Anfang steht also nicht die Wissensvermittlung des Lehrers, am Anfang stehen Schülerprodukte, sie haben Priorität» (Gallin & Ruf 1991, 55). Im folgenden möchte ich grundsätzliche Bemerkungen zur systematischen Einbeziehung von Eigenproduktionen illustrieren, indem ich eine Reihe von dokumentierten Unterrichtsbeispielen zum multiplikativen Rechnen im 2. Schuljahr darstelle (vgl. Selter 1994).

Grundsätzliche Bemerkungen

Eigenproduktionen sind mündliche oder schriftliche Äußerungen, bei denen die Schüler selbst entscheiden können, wie sie *vorgehen* und/oder wie sie ihr Vorgehen bzw. dessen Ergebnisse *darstellen*. Ich möchte mich in diesem Beitrag auf *schriftliche* Eigenproduktionen beschränken, die in Form von Texten, Zeichnungen, Rechenwegen und deren Misch- und Vorformen auftreten können. Im Vergleich zum Mündlichen erlaubt es das Schriftliche *allen* Schülern, zu Wort zu kommen, und dessen Produkte sind zudem *zeitunabhängig* verfügbar. Schriftlichkeit ist dabei nicht mit einer verfrühten Einführung *normierter* symbolischer Darstellungen gleichzusetzen. Im Gegenteil sollen die Schüler stets diejenigen – auch noch so umständlich wirkenden – Notationsformen benutzen, die ihnen in der augenblicklichen

Phase ihres Lernprozesses als angemessen erscheinen. Außerdem sollen ihnen durch eine stärkere Einbeziehung des Schriftlichen die individuell in unterschiedlichem Maße erforderlichen Erfahrungen mit Anschauungsmaterial keineswegs vorenthalten werden.

Eigenproduktionen müssen nicht von einem einzigen Schüler erzeugt werden, sondern können durchaus auch als Gemeinschaftsarbeit entstehen: Entscheidendes Kriterium ist dabei, daß die Schüler sich – sei es als einzelne, sei es als Gruppe – produktiv in den Lehr-/Lernprozeß einbringen können. Idealtypischerweise sehe ich vier Typen von Eigenproduktionen. Die Schüler können dazu angeregt werden, ...

1. selbst Aufgaben zu erfinden,
2. Aufgaben mit eigenen Vorgehensweisen zu lösen,
3. Auffälligkeiten zu beschreiben und zu begründen und
4. über den Lehr-/Lernprozeß zu schreiben.

Unter dem bewußt weit gefaßten Begriff Eigenproduktionen werden schriftliche Dokumente in unterschiedlichen Erscheinungsformen verstanden. Die folgenden Argumente für deren Einbeziehung in den Unterrichtsprozeß treffen daher nicht stets in gleichem Maße zu; zudem sind sie nicht strikt voneinander zu trennen. Für die *Lehrperson* bieten Eigenproduktionen eine Reihe von Vorteilen, denn sie können ...

1. Informationen über *jeden* einzelnen Schüler geben,
2. zur Reflexion des Unterrichts und zu dessen Planung verwandt werden,
3. Material für den weiteren Unterrichtsverlauf produzieren sowie
4. offenere Formen der Leistungsbeurteilung unterstützen.

Für die *Schüler* ergeben sich die folgenden Vorteile: Eigenproduktionen können ...

5. das Nachdenken über das eigene Vorgehen anregen,
6. zu sozialer Interaktion und zu Kooperation Anlaß geben,
7. die Ausdrucksfähigkeit schulen sowie
8. zur produktiven Mitgestaltung des Unterrichts beitragen.

Leitideen des Unterrichtsversuchs

Im weiteren möchte ich eine Reihe von dokumentierten Unterrichtsbeispielen zum multiplikativen Rechnen im 2. Schuljahr diskutieren. In enger Zusammenarbeit mit der Klassenlehrerin habe ich fünfzig Unterrichtsstunden geplant, durchgeführt und ausgewertet (vgl. Selter 1994, S. 114 ff.) sowie die Kinder zu Inhalten des Unterrichts interviewt. Der mehrmonatige Unterrichtsversuch orientierte sich an fünf Leitideen, die ich kurz skizzieren möchte:

- *Durchgehend ganzheitliche Behandlung*
  Den Schülern stand der Lernzusammenhang ‚Multiplikation und Division' (im Rahmen des Einmaleins sowie auch leicht darüber hinaus) über den gesamten Lernprozeß hinweg zur Stiftung bzw. zur Ausnutzung von Sinnzusammenhängen zur Verfügung (vgl. WITTMANN/MÜLLER 1990, S. 107 ff.). Es erfolgte also *keine gestufte* Einführung, bei der die Einmaleinsreihen weitgehend isoliert behandelt wurden.
- *Orientierung am Vorverständnis*
  Der Unterricht bot den Kindern vielfältige Gelegenheiten, um ihr (Vor-) Wissen zu zeigen und einzusetzen (vgl. SELTER 1995).
- *Fortschreitende Mathematisierung*
  Ausgehend von ihrem (Vor-)Verständnis wurden die Schüler zum Gebrauch von zunehmend eleganteren und effizienteren Vorgehensweisen angeregt (vgl. TREFFERS 1983). In besonderer Weise wurde der Gebrauch von Rechenstrategien thematisiert, mit deren Hilfe die Schüler sich Ergebnisse von Aufgaben aus bereits verfügbarem Wissen ableiten konnten.
- *Produktives Üben*
  Mechanisierende Übungsformen erfolgten erst gegen Ende des Schulhalbjahrs, nachdem sich eine solide Verständnisbasis gebildet hatte. Hingegen kam *materialgestützten* und *strukturierten* Übungsformen der Großteil der Übungszeit zu (vgl. WITTMANN 1992).
- *Beschränkung auf grundlegende ‚didaktische Hilfen'*
  ‚Didaktische Hilfen' – wie Anschauungsmaterial, bildliche Darstellungen oder Kontextaufgaben – können stets eine Lern*hilfe*, andererseits jedoch immer auch zusätzlichen Lern*stoff* – und damit eine mögliche Ursache für Lernschwierigkeiten – darstellen (vgl. SCHIPPER/HÜLSHOFF 1984). Somit erfolgte eine Beschränkung auf wenige ergiebige ‚didaktische Hilfen'; den Schülern stand hinreichend viel Zeit zur Verfügung, um sich mit ihnen vertraut zu machen (vgl. WITTMANN 1993).

Dokumentierte Unterrichtsbeispiele

Durch die nun folgende Diskussion von acht dokumentierten Unterrichtsbeispielen soll nicht nur die grundsätzlichen Aussagen dieses Beitrags über Eigenproduktionen illustrieren, sondern auch die Struktur des Unterrichtsversuchs beschreiben, der sich an acht Schwerpunkten orientierte: Standortbestimmung, ‚Einführung', gestütztes Üben, Behandlung von Rechenstrategien, strukturiertes Üben, Anwendung & Erkundung, mechanisierendes Üben, Reflexion über das Schulhalbjahr. In der Regel ist jeder dieser Schwerpunkte durch ein Unterrichtsbeispiel vertreten, zu dessen Veranschaulichung Eigenproduktionen herangezogen werden. Die ‚Phase' des *mechanisierenden Übens* wird nicht dargestellt, da der eigenproduktive Anteil hierbei äußerst gering war, während die *Standortbestimmung*, bei der die Schüler ihre Denkwege in nachhaltiger Weise einbringen konnten, durch zwei Beispiele repräsentiert wird.

1. Die Brötchenaufgabe

Zielsetzung der *Standortbestimmung* war es, einen systematischen Überblick über das Vorverständnis der Schüler zu bekommen. Daher lösten diese u. a. eine Reihe von Kontextaufgaben, so etwa die aus zwei Teilen bestehende Brötchenaufgabe: ‚Petra kauft jeden Tag 6 Brötchen. Wie viele Brötchen kauft sie an 4 Tagen? Wie viele Brötchen kauft sie an 8 Tagen?' (Abb. 1).

Jennifer beispielsweise summierte im Kopf vier Sechser und schrieb anschließend den entsprechenden Zahlensatz hin. Bei der zweiten Teilaufgabe notierte sie die Zwischenergebnisse jeweils als Merkhilfen und kam auf diesem Wege zum Endresultat. *Angela* gab an, daß am ersten, zweiten, dritten bzw. vierten Tag jeweils sechs Brötchen gekauft werden würden (‚1 Tag 6, 2 Tag 6' usw.); Petra würde also an vier Tagen insgesamt 24 Brötchen erwerben (‚4 Tag 24'). Die entsprechende Anzahl für acht Tage erhielt sie, indem sie durch Verdoppeln zum Resultat *48* gelangte.

Martin hielt er sich konsequent an das folgende Verfahren: Er malte in Anlehnung an das entsprechende Würfelbild sechs Punkte, zog darunter einen waagerechten Strich und wiederholte diese Prozedur solange, bis er vier Sechserpäckchen gezeichnet hatte. Dann zählte er die Anzahl der Punkte ab und vermerkte das Resultat (4/24). Für den zweiten Teil verlängerte er seine Zeichnung entsprechend nach unten, so daß er acht Sechser erhielt, und zählte deren Gesamtanzahl – erneut bei *0* beginnend – fehlerfrei ab (8/48).

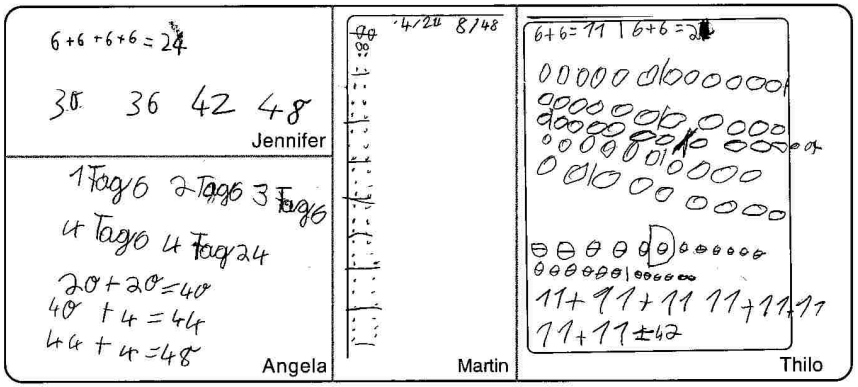

Abb. 1: Lösungen zur Brötchenaufgabe

Thilo malte zuerst sechs Brötchen in die unterste Reihe, zog dahinter einen senkrechten Strich und zeichnete weitere sechs rechts daneben. Dann schrieb er die durch fehlerhaftes Abzählen der gesamten Reihe erhaltene Gleichung *6+6=11* oben links auf das Blatt. Anschließend malte er zweimal sechs Brötchen in die zweitunterste Reihe, zählte – erneut bei *0* beginnend – alle Objekte und kam zu dem Ergebnis *24*, das er durch den Zahlensatz *6+6=24* repräsentierte. Das wie ein *D* aussehende Zeichen besteht aus einer durch die nachträgliche Einfügung eines ‚Bogens' korrigierten Abtrennung nach fünf anstatt nach sechs Brötchen. Bei der zweiten Teilaufgabe begann er damit – *ohne* die bereits gezeichneten vierundzwanzig Brötchen zu berücksichtigen –, ‚Sechserpäckchen' in jeweils nur durch die Blattgrenzen gestörter, linearer Anordnung ikonisch darzustellen, war dabei jedoch anscheinend überfordert: So malte er insgesamt *neun* statt *acht* Päckchen, von denen das letzte *sieben* anstelle von *sechs* Objekten enthielt, verzählte sich zudem bei der Bestimmung der Gesamtanzahl und notierte abschließend eine aus acht *Elfen* anstatt aus acht *Sechsen* bestehende Summe mit dem Resultat *42*. Gleichwohl ließen sich auch bei Thilo zweifelsohne die Keime profunden Vorgehens feststellen, die es galt, im weiteren Verlauf der Unterrichtsreihe zu kultivieren.

Generell zeigte sich, daß die Schüler drei Viertel der Aufgaben mit ihren eigenen Strategien *korrekt* bearbeiteten – in der Regel jedoch nicht durch Multiplikation oder Division. Diese informellen Strategien boten in ihrer gesamten Heterogenität hinreichend viele Anknüpfungspunkte für die weitere Planung und Durchführung des Unterrichts.

2. Freie Produktionen von Malaufgaben

Im Rahmen der *Standortbestimmung* sollten die Schüler außerdem diejenigen Malaufgaben notieren, deren Ergebnisse sie entweder bereits auswendig verfügbar hatten oder aber berechnen konnten (Abb. 2).

René notierte hier siebenundzwanzig Aufgaben, darunter siebzehn aus dem Bereich des kleinen Einmaleins. Bei einer der von ihm angeführten sieben Quadratzahlaufgaben unterlief ihm der einzige Fehler: Er ermittelte das Ergebnis von *8·8* durch fortlaufende Addition von Achten und erhielt dabei – durch einen Irrtum beim Zehnerübergang (48+8=66) – das Resultat *74*. Bei *Renés* Eigenproduktion fällt auf, daß zwei aufeinanderfolgende Aufgaben bisweilen dasselbe Resultat aufwiesen oder aber durch Verdoppeln bzw. Halbieren auseinander hervorgingen. Außerdem ließen sich bisweilen zwischen den einzelnen Faktoren operative Zusammenhänge feststellen, die *René* auch explizit benannte – so etwa bei den Aufgaben 8 bis 11 bzw. 18 bis 20. Bemerkenswert ist zudem, daß er mit Hundertern bzw. Tausendern genauso wie mit Einern operierte, was ihn in die Lage versetzte, Produkte wie etwa

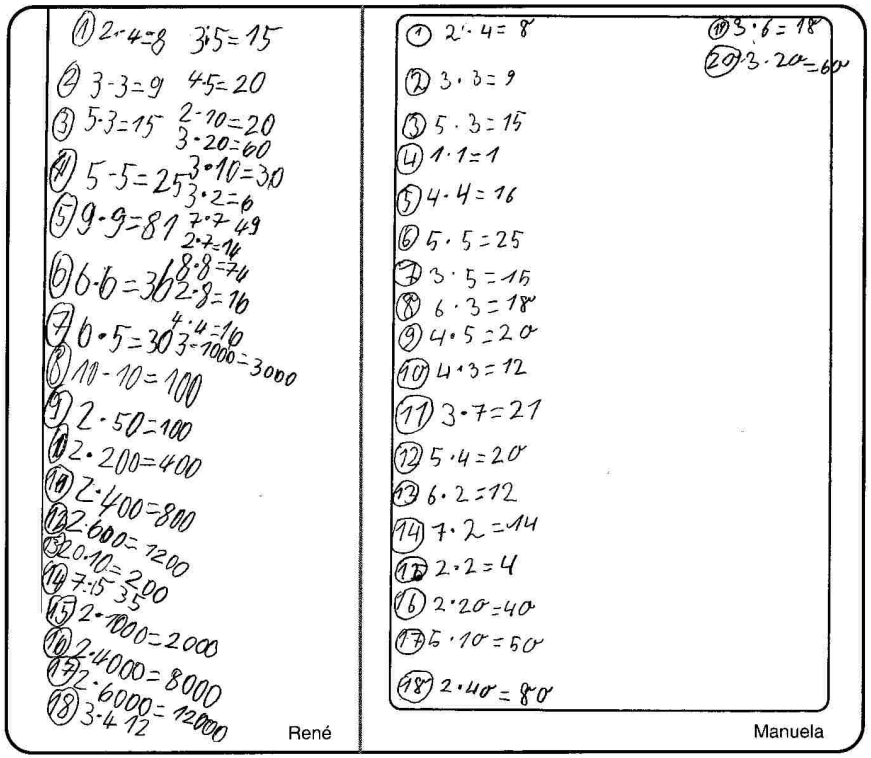

Abb. 2: Freie Produktionen von René und Manuela

2·6000 (Nr. 17) in Analogie zu Aufgaben des kleinen Einmaleins korrekt zu lösen: «Zweimal die Sechstausend sind zwölftausend.»

Manuela produzierte siebzehn Aufgaben – darunter *2·20=40*; *2·40=80* sowie *3·20=60* – ausnahmslos mit korrektem Resultat. Die Quadratzahlaufgaben *1·1* und *2·2* beherrschte sie nach eigener Aussage bereits auswendig, und die anderen Ergebnisse ermittelte sie entweder durch strukturiertes Zählen oder durch Analogieschlüsse: «2·20=40, weil 2·2=4.» Insgesamt zeigte sich, daß nur ein Kind Schwierigkeiten hatte, selbst erfundene Malaufgaben zu produzieren; die anderen Schüler offenbarten – also bereits auch schon in der symbolischen Darstellungsform – ein gewisses Grundverständnis der Multiplikation.

3. Einmaleins-Detektive

In der ‚*Einführung*' wurde an lebensweltliche Problemstellungen angeknüpft: Sorgsam ausgewählte Situationen, bildliche Darstellungen und Kontextaufgaben dienten als ‚Ausgangspunkte' des Lernprozesses. So sollten die Kinder

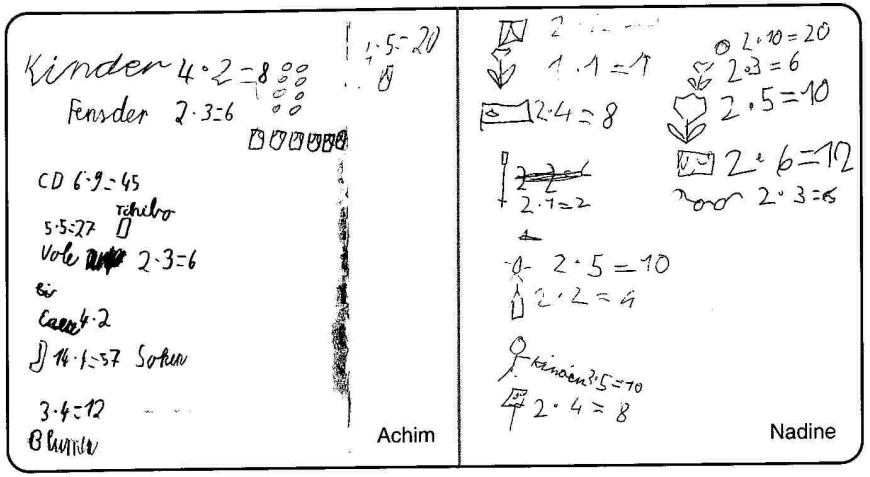

Abb. 3: Die Berichte von Achim und Nadine

beispielsweise als Einmaleins-Detektive Malaufgaben im Klassenzimmer, im Schulgebäude bzw. auf einem Unterrichtsgang in die Fußgängerzone aufspüren, deren Ergebnisse ermitteln und diese Entdeckungen für ihre Mitschüler festhalten (Abb. 3).

Achim beispielsweise führte neun verschiedene Einmaleins-Objekte an und versuchte, diese durch Zeichnungen oder anhand von Verschriftlichungen zu repräsentieren. Er begab sich auch an die Berechnung schwieriger Aufgaben wie ‚6·9=45' (CDs in einem Schaufenster) oder ‚14·4=57' (Socken in einer Auslage). Des weiteren gab er an: 4·2 Kinder, 2·3 bzw. 4·5 Fenster, 5·5 Kaffeepackungen (Tchibo), 2·3 Knäuel Wolle (Vole), 4·2 Eierkartons (Eaea) sowie 3·4 Blumen. Bei *Nadine* kam in der Regel Bildern die Funktion eines Stellvertreters für das entsprechende Wort zu: Sie zeichnete jeweils *einen* Gegenstand (Fenster, Blume, Kerze, Brille, ...) und notierte dahinter die zugehörige Aufgabe jeweils mit korrektem Ergebnis – mit einer Ausnahme (1·1) handelte es sich dabei um Verdopplungsaufgaben.

Zahlreiche weitere Aktivitäten zielten ebenfalls auf den Aufbau eines soliden Operationsverständnisses und thematisierten insbesondere die Beziehungen zwischen den verschiedenen Darstellungsformen (vgl. BÖNIG 1995).

4. Multiplikation am Hunderterfeld

Durch *gestütztes Üben* mit Hilfe des Hunderterfeldes bzw. des Malplans (vgl. WITTMANN/MÜLLER 1990, S. 107 ff.) sollten die Schüler innere Vorstellungsbilder zur Multiplikation und Division aufbauen und das mentale visuelle Operieren mit ihnen erlernen. Die Schüler sollten zum Beispiel verdeutlichen, wie sie die Anzahl von Punkten in rechteckig angeordneten Feldern ermittelten.

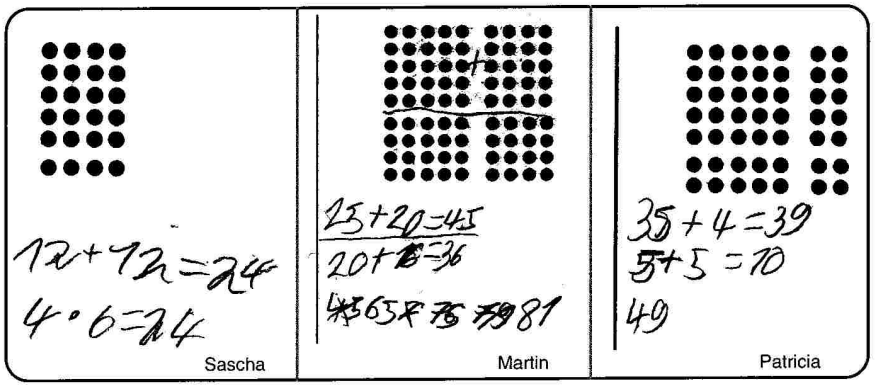

Abb. 4: Ergebnisermittlungen von Sascha, Martin und Patricia

Die überwiegende Anzahl nahm hierbei eine Unterteilung in Teilfelder vor, mit deren Hilfe sie die Ergebnisse vergleichsweise leicht ermitteln konnten (vgl. Abb. 4): *Sascha* etwa identifizierte in der linken und der rechten Hälfte des *4·6*-Feldes jeweils einen Zwölfer und berechnete so das Resultat.

Martin faßte die beiden oberen Teilfelder zusammen, was er durch Einfügung eines Pluszeichens sowie eines waagerechten Striches markierte, notierte dann die entsprechende symbolische Darstellung und trennte diese analog durch einen waagerechten Strich ab. Dann ermittelte er die Anzahl der beiden unteren Teilfelder, schrieb die Summe unterhalb des Striches und rechnete *45* und *36* unter Zuhilfenahme einer Merkzeile zusammen: Zuerst zählte er zur *45* zwanzig hinzu, dann zehn sowie abschließend sechs, beging dabei einen Fehler (*79*), korrigierte sich jedoch umgehend und notierte das korrekte Ergebnis (*81*).

Patricia schließlich nahm zur Lösung von *7·7* ein *7·5*-Feld als Ausgangspunkt, um dann die Anzahl der Punkte in den noch nicht berücksichtigten Teilfeldern hinzuzählen – zuerst die ‚Würfelbild-Vier', anschließend die zwei fehlenden Fünfer.

Zur Entwicklung innerer Vorstellungsbilder stellten das lineare Modell (Malplan) sowie das Rechtecksmodell (Punktefelder) unverzichtbare Hilfen dar. Die Bedeutung dieser Anschauungsmittel reichte zudem weit über das gestützte Üben hinaus, denn sie wurden über den gesamten Lehr-/Lernprozeß hinweg immer wieder zur ‚Stiftung' von Einsicht in Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten herangezogen.

5. So rechne ich!

In bewußter Abgrenzung zu einer verfrühten Mechanisierung von Einmaleinsaufgaben wurden im Unterrichtsversuch *Rechenstrategien* explizit *thematisiert*. Dadurch sollten die Schüler ihre Kompetenzen ausbauen, noch nicht

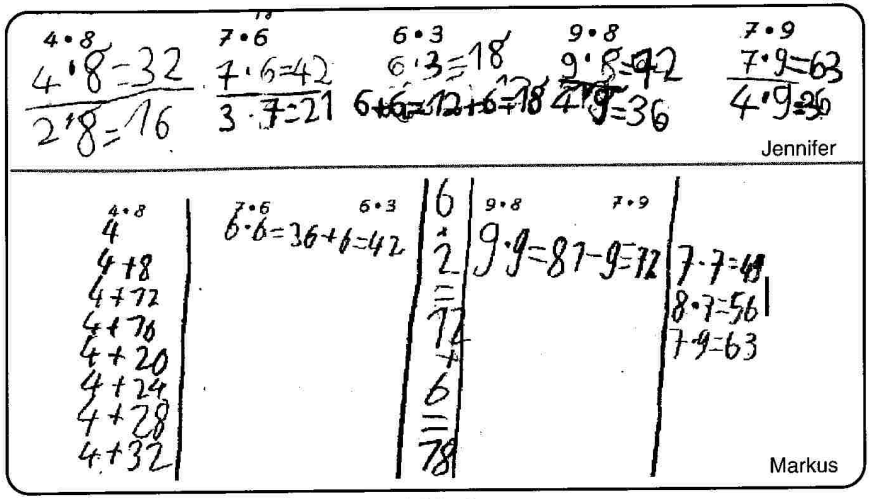

Abb. 5: Rechenwege von Jennifer und Markus

gedächtnismäßig verfügbare Zahlensätze aus bereits vorhandenem Wissen abzuleiten. So wurden sie beispielsweise gebeten, ihre Rechenwege zu dokumentieren (Abb. 5). Während *Jennifer* bei fünf vorgegebenen Aufgaben – z. T. unter Vertauschung der Faktoren – dreimal verdoppelte, einmal wiederholt addierte sowie bei der letzten Aufgabe einen nicht unmittelbar nachvollziehbaren Lösungsweg angab, wählte *Markus* zweimal die fortgesetzte Addition und dreimal die Strategie des Ableitens, ausgehend von ihm bereits bekannten Stützpunkten.

In der Lerngruppe zu beobachtende und als elegant erscheinende Vorgehensweisen – wie etwa das Ausgehen von Kernaufgaben oder Quadratzahlen bzw. das Verdoppeln und Halbieren – wurden dann im Unterricht ausführlich thematisiert. Die Schüler sollten diese u. a. auch bei anderen Aufgaben ‚ausprobieren', wurden jedoch nicht generell dazu verpflichtet, diese einzusetzen, sondern sollten die Rechenwege lediglich als *Angebote* zur Erweiterung ihres ‚Repertoires' verstehen.

6. Operative Aufgabenserien

In der sich anschließenden Phase des *strukturierten Übens* sollten die Schüler ihre Rechenfertigkeiten verbessern und darüber hinaus ihre Fähigkeiten ausbauen, Gesetzmäßigkeiten und Zahlmuster zu *entdecken*, zu *beschreiben* und zu *begründen*. Hierbei wurden u. a. eine strukturierte Übungsform eingesetzt, bei der eine operative Serie von Plusaufgaben (die Summe jeweils zweier aufeinanderfolgender ungerader Zahlen: 1+3; 3+5; 5+7; ...) mit einer Serie von Malaufgaben (Verdopplungsaufgaben mit dem gleichen Ergebnis: 2·2; 2·4; 2·6; ...) verglichen werden sollte. Es konnten nicht nur Auffälligkeiten

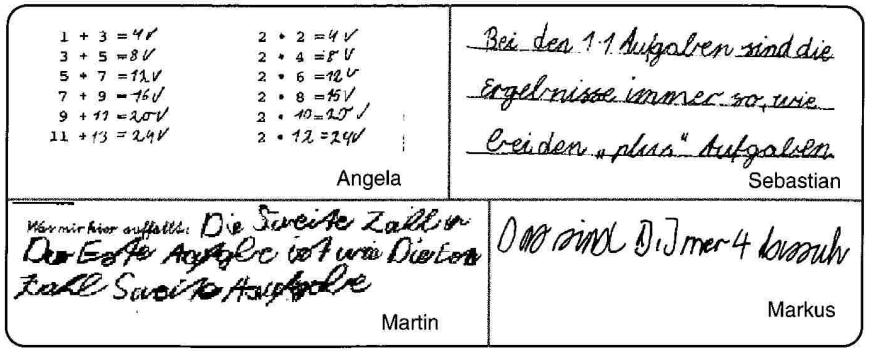

Abb. 6: Eigenproduktionen von Angela, Martin, Sebastian und Markus

innerhalb einer Aufgabenserie, sondern auch Zusammenhänge *zwischen* den Mal- und den Plusaufgaben festgestellt werden. Die Aufgabe für die Schüler bestand darin, die vorgegebenen Beispiele auszurechnen und beide Serien entsprechend fortzusetzen. Anschließend sollten sie ihre *Entdeckungen* in der ‚Was-mir-auffällt'-Rubrik *beschreiben* (vgl. SELTER 1995a).

Einige Eigenproduktionen sollen einen Eindruck davon geben, wie unterschiedlich die einzelnen Schüler vorgingen (Abb. 6): *Angela* hatte lediglich die vorgegebenen Aufgaben berechnet, die Serie also weder fortgesetzt noch eine Entdeckung verschriftlicht, obwohl sie keinen Rechenfehler begangen hatte, der ihr die Einsicht in Gesetzmäßigkeiten hätte erschweren oder gar verstellen können. Die meisten Schüler verbalisierten jedoch Auffälligkeiten: *Sebastian* merkte beispielsweise an, daß die Ergebnisse der Einmaleinsaufgaben immer dieselben seien wie diejenigen der ‚Plus'-Aufgaben, und *Markus* beschrieb, daß ‚es immer 4 dazu seien'.

Martin hingegen hatte ein anderes Muster entdeckt und notiert: ‚Die zweite Zahl in der ersten Aufgabe ist wie die erste Zahl in der zweiten Aufgabe'. Damit bezog er sich auf die Aufgabenserie zur Addition und das jeweilige ‚Nach-vorne-Rutschen' des zweiten Summanden an die erste Stelle der nachfolgenden Aufgabe.

7. Die Blumenaufgabe

Im Zuge einer integrierenden Wiederholung wurden im Rahmen von *Anwendung* und *Erkundung* auch Aufgaben mit großen Zahlenwerten oder aus verwandten Themengebieten (z. B. Verhältnisrechnung) behandelt, wie etwa die sog. Blumenaufgabe: ‚*Sechs* Blumen kosten 18 DM. Wieviel DM kosten *fünf* Blumen?' (Abb. 7). Hierbei beeinflußten – wie im gesamten Schulhalbjahr – die Ideen der Schüler den weiteren Verlauf des Lehr-/Lernprozesses nachhaltig; konsequenterweise wurden Fehler als natürliche Bestandteile des Lernprozesses angesehen.

3 Blumen 9 DM 2 Blumen 11 DM — Oliver	Lösungen: 6 Blumen 18 DM 6 eine abgezogen sind 5 also 17 — Jennifer
Eine Rose 3 mark 18-3=15 — Simone	eine Rose 3 DM. 3 mea 3 mehr. — Nina
9+9=18 9+3+3=15 — Sven	3 mer mit dreier gerechnet 3 mer drei zu gerechnet Bis die Blumen nicht mer da waren — Achim

Abb. 7: Lösungen zur Blumenaufgabe

Bei der Blumenaufgabe beispielsweise ließen sich die ‚Fehllösungen' in der Regel zwei verschiedenen Typen zuordnen, die in der Kleingruppenarbeit Anlaß zu fruchtbarer Diskussion boten: Entweder waren die Kinder der Meinung, *drei* Blumen kosteten 9 DM, und zur Ermittlung des Preises von *fünf* – also zwei zusätzlichen – Blumen seien auch 2 DM zu addieren (*Oliver*). Oder sie waren der Auffassung, es sei *eine* Blume *weniger* und demnach müsse auch 1 DM subtrahiert werden (*Jennifer*).

Bei den korrekten Bearbeitungen gingen die Kinder vom Preis für *eine* Blume (3 DM) aus und verwendeten eine der drei folgenden Strategien: Subtraktion von 3 DM vom Preis für *sechs* Blumen (*Simone*), strukturiertes Zählen bzw. wiederholte Addition von fünfmal 3 DM (*Nina*) oder Addition von zweimal 3 DM, ausgehend vom Preis für *drei* Blumen (*Sven*). *Achim* beschrieb seinen Rechenweg wie folgt: ‚Immer mit Dreiern gerechnet; immer drei dazu gerechnet, bis die Blumen nicht mehr da waren.' Auf Rückfrage erläuterte er, daß er den Preis für eine Blume mit 3 DM annahm und dann in Dreierschritten vorwärts gezählt habe, bis alle neun (bzw. fünf) Blumen berücksichtigt worden seien.

8. Texte über das Schulhalbjahr

Nach einer vergleichsweise kurzen und hier nicht darzustellenden Phase des *automatisierenden Übens* sollten die Schüler in abschließenden Aktivitäten über den Verlauf und die Ergebnisse des Schulhalbjahres reflektieren. Unter anderem verfaßten sie kleine Texte darüber, was sie im Verlauf der letzten Monate gemacht bzw. gelernt hätten und was ihnen besonders gut bzw. schlecht gefallen hätte (Abb. 8).

Angela beispielsweise war ein zu Beginn des Halbjahres durchgeführter Unterrichtsgang in lebhafter Erinnerung geblieben, auf dem die Schüler

ein Ausflug in Mathematik wir haben mit gemüse gerechnet wir haben mit fenstern gerechnet malaufgaben wir haben mit gläsern gerechnet wir haben mit dem malplan gerechnet es hat wir das gemacht. Partneraufgaben das hat mir gefallen. Ich habe dazu gelernt mal zu rechnen. plus macht keinen schpaß geteilt rechnen ist mir zu leicht manchmal. — Angela	Mit Herr Selter Mate gemacht und malaufgaben. Malaufgaben sind meine liblings aufgaben weil + und – haben wir im 1 gemacht. Im 1 war + und – leicht. Weil jetzt sind die aufgaben schwer. 8+6=14. Zum beischbil 8·7=56. 1·1=1, 2·2=4, 3·3=9, ... Ich konnte die Quadratzahlen. Die rechensonnen waren nicht dann leit den da gab es aufgaben die man Doblelt und Halb nachm. Wir haben geteiltaufgaben gemacht. — Nadine

Abb. 8: Texte von Angela und Nadine

Einmaleins-Aufgaben suchen sollten: ‚Ein Ausflug in Mathematik. Wir haben mit Gemüse gerechnet. Wir haben mit Fenstern gerechnet, Malaufgaben. Wir haben mit Gläsern gerechnet. Wir haben mit dem Malplan gerechnet. Es hat Spaß gemacht. Partneraufgaben, das hat mir gefallen. Ich habe dazu gelernt, Mal zu rechnen. Plus macht keinen Spaß. Geteilt rechnen ist mir zu leicht manchmal.'

Nadine verglich die Multiplikation mit der Addition bzw. der Subtraktion und kam zu dem Fazit, daß ihr das Erlernen des Multiplizierens im *zweiten* Schuljahr schwerergefallen sei, als das der Addition und der Subtraktion in der *ersten* Klasse. Anschließend ließ sie noch einige Ausführungen zu denjenigen Aufgaben folgen, deren Bewältigung sie als leicht bzw. nicht ganz so leicht empfunden hatte: ‚Mit Herrn Selter Mathe gemacht und Malaufgaben. Malaufgaben sind meine Lieblingsaufgaben, weil Plus und Minus haben wir im Ersten gemacht. Im Ersten war Plus und Minus leicht. Weil jetzt sind die Aufgaben schwer. 8·7=56. 1·1, 2·2, 3·3, ... Ich konnte die Quadratzahlen. Die Rechensonnen waren nicht ganz leicht, denn da gab es Aufgaben, die man doppelt und halb machen. Wir haben Geteiltaufgaben gemacht.'

Schlußbemerkungen

Die Analyse des Verlaufs und der Ergebnisse des Unterrichtsversuchs zeigte, daß die Schüler nach gewissen Anlaufschwierigkeiten, in denen sie nach genaueren Vorgaben für ihr Vorgehen verlangten, die ihnen durch die

Eigenproduktionen offerierte Freiheit in den weitaus meisten Fällen produktiv nutzten. Die *allgemeinen* Lernziele – kreativ sein, argumentieren, mathematisieren, sich artikulieren – wurden dabei in besonderer Weise verfolgt, ohne die Schulung der *inhaltlichen* Lernziele – Wissenselemente, Fertigkeiten und Fähigkeiten im multiplikativen Rechnen – zu vernachlässigen.

Die Nutzung von Eigenproduktionen stand dabei stets in einem Spannungsverhältnis, das durch die *Individualität* der Schüler einerseits sowie den Anspruch andererseits bestimmt war, daß die Schüler die – in der Regel – aus guten Gründen verbindlich vorgeschriebenen *Lernziele* erreichen sollten. Ein zentrales Prinzip des Unterrichts bestand demnach darin, an das *Singuläre* anzuknüpfen, ohne dabei das *Reguläre* aus den Augen zu verlieren. Die individuellen mündlichen wie schriftlichen Äußerungen fungierten als Motor des Lehr-/Lernprozesses. Sich als Lehrperson auf diesen Weg vom Singulären zum Regulären einzulassen, bedeutete in besonderem Maße, immer auch danach zu schauen, welche *Kompetenzen* die Schüler schon besaßen, und nicht vorrangig festzustellen, welche *Defizite* noch existierten.

Literatur

BÖNIG, D.: Multiplikation und Division. Empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis bei Grundschülern. Münster & New York: Waxmann 1995

GALLIN, P./RUF, U.: Sprache und Mathematik in der Schule. Zürich, Verlag Lehrerinnen und Lehrer (LCH) 1991

SCHIPPER, W./HÜLSHOFF, A.: Wie anschaulich sind Veranschaulichungshilfen? In: Die Grundschule. 16. Jg., H. 4/1984, S. 54-56

SELTER, Ch.: Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe. Grundsätzliche Überlegungen und Realisierungen in einem Unterrichtsversuch zum multiplikativen Rechnen im zweiten Schuljahr. Wiesbaden, Deutscher Universitätsverlag 1994

Ders.: Eigene Wege zum Einmaleins. In: Die Grundschule. 27. Jg., H. 5/1995, S. 10-13

Ders.: Entdeckend üben – übend entdecken. In: Die Grundschule. 27. Jg., H. 5/1995a, S. 30-34 u. 39

TREFFERS, A.: Fortschreitende Schematisierung. Ein natürlicher Weg zur schriftlichen Multiplikation und Division im 3. und 4. Schuljahr. In: mathematiklehren. 1. Jg., H. 1/1983, S. 16-20

WITTMANN, E. Ch.: Üben im Lernprozeß. In: Wittmann, E. Ch./Müller, G. N.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Stuttgart und Düsseldorf: Klett 1992, S. 175-182

Ders.: ‚Weniger ist mehr'. Anschauungsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1993. Hildesheim: Franzbecker 1993, S. 394-397

WITTMANN, E. Ch./MÜLLER, G. N.: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart und Düsseldorf: Klett 1990