



Haus 5: Individuelles und gemeinsames Lernen

Sachinformationen

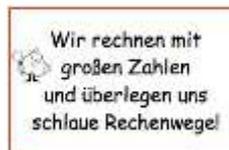
„Halbschriftliches und schriftliches Rechnen“ Informationen zur Strukturierung des Lernweges am Beispiel der Addition und Subtraktion

Das nachstehend skizzierte Unterrichtsvorhaben für das 3. Schuljahr kann durchgeführt werden, wenn sich die Kinder im Zahlenraum bis 1000 sicher orientieren und die notwendigen Anschauungsmittel zur Zahl- und Operationsdarstellung (Rechenstrich, Zehner-System-Blöcke...) sachgerecht nutzen können. Die Durchführung dieses Vorhabens erstreckt sich in der Regel über mindestens ein Schulhalbjahr hinweg.

Es ist sinnvoll, Teil I („Rechnen auf eigenen Wegen“) bereits im zweiten Schuljahr - nach den Orientierungsübungen im Hunderterraum - mit angepasstem Zahlenmaterial analog durchzuführen.

Das gesamte Vorhaben (Teil I-III) lässt sich analog im 4. Schuljahr zur Multiplikation und Division durchführen (vgl. http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/Material/Haus_5_-_Individuelles_und_gemeinsames_Lernen/IM/Informationstexte/Haus_5_IM_half_zu_schr_Mult.pdf und WINNING 1998).

Detaillierte Informationen zu den einzelnen Einheiten finden Sie im Unterrichtsmaterial (Haus 5, UM, Unterrichtsplanungen).



Teil I

Rechnen auf eigenen Wegen - Das „**ICH – DU – WIR** - Prinzip“

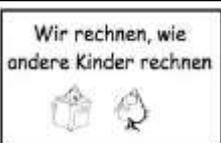
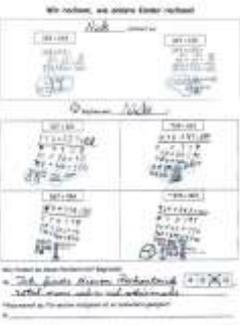
Leitfrage: Wie muss ich als Lehrer/in meinen Unterricht planen und durchführen, damit die Kinder „auf eigenen Wegen“ rechnen, also Aufgaben mit ihren eigenen Mitteln unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien (möglichst vorteilhaft) mündlich oder halbschriftlich (auch unter Nutzung von Zwischenformen) lösen (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 87f.: „Zahlenrechnen“)?

1. Addition

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 1

	<p>Rechenwege 1: Eingangs-Standortbestimmung</p> <p><i>Ziel:</i> Erheben und Nutzen von Vorkenntnissen zur Planung der gezielten Förderung</p> <p><i>Info zum AB:</i> Es soll erhoben werden, welche Kompetenzen die Kinder aus dem 2. Schuljahr mitbringen und ob sie bereits dazu in der Lage sind, diese auf den neuen Zahlenraum zu übertragen. Daher erfolgt hier eine Differenzierung, durch die Gegenüberstellung von Additions-Aufgaben aus dem bekannten Hunderterraum als Grundanforderung gegenüber solchen aus dem neuen Tausenderraum als weiterführender Anforderung, die das Erkennen und Nutzen von Analogien anregen kann.</p>	
--	--	--



<p>ICH</p>		<p>Rechenwege 2: So rechne ich! – Wie rechnest du?</p> <p><i>Ziel:</i> Initiierung eigener Lösungswege unter Nutzung von „Forschermitteln“ (Zehner-System-Blöcke, Rechenstrich...), Austausch über verschiedene Rechenwege in Mathe-Konferenzen (vgl. Video in Haus 8).</p> <p><i>Info zu den AB:</i> Die verschiedenen AB legen durch die Verwendung unterschiedlicher Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe (vgl. „Übersicht Rechenwege“ rechts, in: Haus 5, UM). Natürlich können die Kinder hier aber auch ihren eigenen Präferenzen folgen.</p>	
<p>DU</p>		<p>Rechenwege 3: Rechne wie...</p> <p><i>Ziel:</i> Die Lehrperson favorisiert anschließend - abhängig von den gegebenen Zahlenwerten - „schlaue“ Strategien, damit die Kinder einen „Zahlen-“ und „Aufgabenblick“ gewinnen können. Es geht nicht darum, dass alle Kinder alle Wege beherrschen, sondern dass sie für die Vielfalt möglicher Rechenwege sensibilisiert werden.</p> <p><i>Info zu den AB:</i> Die Kinder vollziehen zunächst die verschiedenen „schlau“ Strategien (anderer Kinder) aktiv nach und sind anschließend aufgefordert, diese zu bewerten und zu überlegen, bei welchen Zahlenwerten sie diese anwenden würden. Die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H (hier wird bewusst mit der kleinsten Stelle begonnen); vgl. rechts) sollten alle Kinder verstanden haben, da sie die Grundlage für die Überleitung zum schriftlichen Algorithmus bildet (vgl. II.1). Die Nutzung von Zehner-System-Blöcken (vgl. Foto rechts) sollte den Kindern ermöglicht werden.</p>	 
<p>WIR</p>		<p>Rechenwege 4: Rechne möglichst schlau!</p> <p><i>Ziel:</i> Selbstständige Einordnung und Bewertung eigener und fremder Strategien hinsichtlich ihrer Effizienz.</p> <p><i>Info zum AB:</i> Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe. Die Kinder können hier auch ihren eigenen Präferenzen folgen. Aber: Durch den intensiven Austausch der Kinder untereinander (in Mathekonferenzen) und mit der Lehrperson (auch in der abschließenden gemeinsamen Reflexionsphase) sollte gewährleistet werden, dass Begründungen dargelegt werden, warum bei den verschiedenen Aufgaben unterschiedliche Strategien nahe liegen; weniger „schlaue“ Rechenwege sollten daher von den Kindern als solche identifiziert werden können.</p>	



<p>Was wir dazu gelernt haben!</p> <p>7. Standortbestimmung</p>	<p>Rechenwege 5: Abschluss-Standortbestimmung</p> <p><i>Ziel:</i> Im Vergleich der beiden Standortbestimmungen können individuelle Lernzuwächse erhoben und ggf. weitere Fördermaßnahmen ergriffen werden. Den Kindern sollte anschließend ein selbstständiger Vergleich ihrer Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung angeboten werden, um ihnen ihre Lernfortschritte bewusst machen zu können (Schreiben eines Lernberichtes, Eintrag in das Lernwegebuch).</p> <p><i>Info zum AB:</i> Um einen solchen Vergleich leisten zu können, werden hier die gleichen Aufgaben wie in der Eingangs-Standortbestimmung gestellt; das AB bietet jedoch mehr Platz für die Notation der Beschreibung und Begründung des gewählten Lösungsweges.</p>	
---	---	---

Anmerkung: Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Addition anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

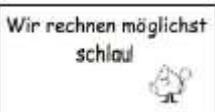
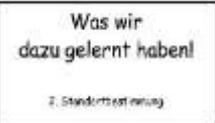
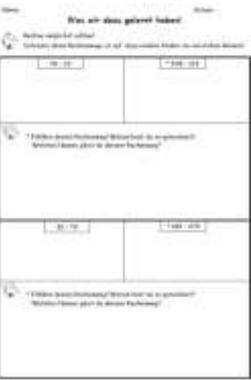
2. Subtraktion

„Wir rechnen mit großen Zahlen und überlegen uns schlaue Rechenwege!“ – Teil 2

Bei der Subtraktion wird analog zur Addition verfahren.

<p>Was wir schon wissen!</p> <p>1. Standortbestimmung</p>	<p>Rechenwege 1: Eingangs-Standortbestimmung</p> <p><i>Ziel:</i> Erheben und Nutzen von Vorkenntnissen zur Planung der gezielten Förderung</p> <p><i>Info zum AB:</i> Es soll durch differenzierte Aufgabenstellungen erhoben werden, welche Kompetenzen die Kinder aus dem 2. Schuljahr mitbringen und ob sie bereits dazu in der Lage sind, diese auf den neuen Zahlenraum zu übertragen (vgl. Ausführungen zur Addition).</p>	
<p>ICH</p> <p>So rechne ich! Wie rechnest du?</p> 	<p>Rechenwege 2: So rechne ich! – Wie rechnest du?</p> <p><i>Ziel:</i> Initiierung eigener Lösungswege unter Nutzung von Forschermitteln (Zehner-System-Blöcke, Rechenstrich...), Austausch über verschiedene Rechenwege in Mathe-Konferenzen (vgl. Video in Haus 8).</p> <p><i>Info zu den AB:</i> Die verschiedenen AB legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Rechenstrategie besonders nahe (vgl. „Übersicht Rechenwege“ rechts, in: Haus 5, UM). Natürlich können die Kinder hier aber auch ihren eigenen Präferenzen folgen.</p>	



<p>DU</p>		<p>Rechenwege 3: Rechne wie...</p> <p><i>Ziel:</i> Die Lehrperson favorisiert anschließend - abhängig von den gegebenen Zahlenwerten - „schlaue“ Strategien, damit die Kinder einen „Zahlen-“ und „Aufgabenblick“ gewinnen können. Es geht nicht darum, dass alle Kinder alle Wege beherrschen, sondern dass sie für die Vielfalt möglicher Rechenwege sensibilisiert werden.</p> <p><i>Info zu den AB:</i> Die Kinder vollziehen zunächst die verschiedenen „schlau“ Strategien (anderer Kinder) aktiv nach und sind anschließend aufgefordert, diese zu bewerten und zu überlegen, bei welchen Zahlenwerten sie diese anwenden würden.</p> <p><i>Wichtig:</i> Hier muss die Lehrperson entscheiden: Welches Verfahren der schriftlichen Subtraktion sollen die Kinder erlernen: a) „Entbündeln“ oder b) „Auffüllen“? Davon abhängig muss sie dafür Sorge tragen, dass alle Kinder entweder a) die Strategie „Stellenweise mit Wechseln“ (vgl. rechts oben) oder b) die Strategie „Stellengerecht Ergänzen“ (vgl. rechts unten) verstanden haben, da sie die Grundlage für die Überleitung zum schriftlichen Algorithmus bilden (vgl. II.2).</p> <p>Zu a) Die Nutzung von Zehner-System-Blöcken sollte den Kindern ermöglicht werden.</p>	
<p>WIR</p>		<p>Rechenwege 4: Rechne möglichst schlau!</p> <p><i>Ziel:</i> Selbstständige Einordnung und Bewertung eigener und fremder Strategien hinsichtlich ihrer Effizienz.</p> <p><i>Info zum AB:</i> Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte jeweils eine Strategie besonders nahe. Die Kinder können aber auch ihren eigenen Präferenzen folgen (vgl. S. 2 unten, Anmerkungen zur Addition, 4. Einheit).</p>	
		<p>Rechenwege 5: Abschluss-Standortbestimmung</p> <p><i>Ziel:</i> Im Vergleich der beiden Standortbestimmungen können individuelle Lernzuwächse erhoben und ggf. weitere Fördermaßnahmen ergriffen werden. Den Kindern sollte anschließend ein selbstständiger Vergleich ihrer Eingangs- und Abschluss-Standortbestimmung angeboten werden, um ihnen ihre Lernfortschritte deutlich machen zu können (Schreiben eines Lernberichtes, Eintrag in das Lernwegbuch).</p> <p><i>Info zum AB:</i> Um einen solchen Vergleich leisten zu können, werden hier die gleichen Aufgaben wie in der Eingangs-Standortbestimmung gestellt; das AB bietet jedoch mehr Platz für die Notation der Beschreibung und Begründung des gewählten Lösungsweges.</p>	

Anmerkung: Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der halbschriftlichen Subtraktion anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.



Teil II

Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen

Leitfrage: Wie erarbeite ich die schriftlichen Rechenverfahren, so dass die Kinder diese verstehen und die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben können? Wie gestalte ich den Schritt vom *Zahlenrechnen* (vgl. Teil I) zum verständigen *Ziffernrechnen* (vgl. Lehrplan Mathematik, S. 88), wie können die schriftlichen Verfahren in Beziehung zu den informellen halbschriftlichen Strategien der Kinder gesetzt werden?

1. Schriftliche Addition

	<p>Ziel: Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege - den Zusammenhang, dass beide Male stellenweise addiert wird.</p> <p>Info zum AB: Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I., 1. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E+E, Z+Z, H+H) genutzt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehner-System-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Algorithmus gegenüber gestellt. Daher sind die Aufgaben auf der rechten und der linken Seite der AB identisch.</p> <p>Die übergeordnete Aufgabenstellung regt zum Vergleich an. Der Forscherauftrag lautet: „Was ist gleich? Was ist verschieden?“</p>	
--	---	--

Anmerkung: Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der schriftlichen Addition anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

2. Schriftliche Subtraktion

	<p>Ziel: Die Kinder erkennen die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege. <i>Entweder</i> den Zusammenhang, dass bei beiden Rechenwegen a) stellenweise „gewechselt“ <i>oder</i> b) „ergänzt“ wird.</p> <p>Info zu den AB: Hier liegen zwei <i>alternative AB</i> vor:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie „Stellenweise“ (E-E, Z-Z, H-H) genutzt und „gewechselt“ („eingetauscht“) hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - optimaler Weise unter Nutzung von Zehnersystem-Blöcken auf der Handlungsebene - , dem schriftlichen Verfahren des „Entbündelns“ („Wechseln“) gegenüber gestellt (vgl. Video in Haus 5, IM). 2. Der „eigene Weg“ eines Kindes aus Teil I, 2. Einheit, das die Strategie die Strategie „(stellengerechtes) Ergänzen“ gewählt hat, wird von der Lehrperson in der dargestellten Weise - unter Nutzung des Rechenstrichs - dem schriftlichen Verfahren des „Auffüllens“ („Ergänzens“) gegenüber gestellt (vgl. ab Sommer 2011 Video in Haus 5, IM). <p>Die übergeordnete Aufgabenstellung regt wiederum zum Vergleich an.</p>	<p style="text-align: center;">ODER</p>
--	---	---



Anmerkung: Hieran sollte sich eine Phase des beziehungsreichen Übens der schriftlichen Subtraktion anschließen, bevor andere Inhalte des Mathematikunterrichtes thematisiert werden.

Teil III

Flexibles Rechnen

Leitfrage: Wenn das Zahlen- und das Ziffernrechnen den Kindern bekannt sind, wenn sie sich auf eigenen Wegen mit halbschriftlichen Strategien auseinandergesetzt (vgl. Teil I) und den schriftlichen Algorithmus verständlich erlernt haben (vgl. Teil II):

Wie fördere ich das *flexible Rechnen*, den „Zahlenblick“ und den „Aufgabenblick“, also die aufgabenbezogene oder von eigenen Präferenzen abhängige Nutzung der verschiedenen Verfahren (eine Strategie des Zahlenrechnens, ein schriftliches Normalverfahren oder den Taschenrechner; vgl. Lehrplan Mathematik, S. 89)?

	<p><i>Ziel:</i> Sensibilisierung für Rechenvorteile; Erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg“ ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau“ sein kann, im Kopf bzw. halbschriftlich zu rechnen.</p> <p><i>Info zu den AB:</i> Die verschiedenen Aufgaben legen durch die unterschiedlichen Zahlenwerte und ihren Schwierigkeitsgrad nahe, entweder „im Kopf“ (halbschriftlich) oder schriftlich zu rechnen.</p>	
---	---	---



Literaturhinweise

- GALLIN, Peter & Urs RUF (1990): Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz, Zürich: LCH; 1998 neu verlegt in Seelze bei Kallmeyer
- GALLIN, Peter & Urs RUF (1995): Ich mache das so! Wie machst du es? Das machen wir ab. Zürich: L.K.Z
- GALLIN, Peter & Urs RUF (1998): Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Seelze: Kallmeyer; 2 Bände
- RUWISCH, Silke (Hg., 2008): Flexibles Rechnen: Multiplizieren & Dividieren. Grundschule Mathematik, H. 17
- SCHIPPER, Wilhelm & Christoph SELTER (Hg., 2001): Rechnen: Mündlich, schriftlich, halbschriftlich. In: Die Grundschulzeitschrift. Sammelband: Offener Mathematikunterricht: Arithmetik II, S. 4 - 37
- SELTNER, Christoph (1999): Flexibles Rechnen statt Normierung auf Normalverfahren. In: Ders. (Hg.): Flexibles Rechnen. Die Grundschulzeitschrift H. 125, S. 6 - 11
- SUNDERMANN, Beate & Christoph SELTER (1995): Halbschriftliches Rechnen auf eigenen Wegen. In: Müller, G.N.; E. Ch. Wittmann (Hg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 165- 178
- TREFFERS, Adri (1983): Fortschreitende Schematisierung. In: Mathematiklehren H. 1, S. 5 – 8
- VERBOOM, Lilo (Hg., 2006): Flexibles Rechnen: Addieren & Subtrahieren. Grundschule Mathematik H. 11
- VERBOOM, Lilo (Hg., 2009): Basiswissen: Schriftliches Rechnen. Grundschule Mathematik H. 23
- WINNING, Anita (1998): „Durch-Aufgaben“ kurz schreiben. In: Die Grundschulzeitschrift H. 119, S. 44 - 46

[HTTP://MATH-WWW.UPB.DE/~HARTMUT/EIGENE_TEXTE/KADWZ_SCHR.ADD.PDF](http://math-www.upb.de/~harmut/eigene_texte/kadwz_schr.add.pdf)

[HTTP://WWW.PIKAS.TU-DORTMUND.DE/UPLOAD/MATERIAL/Haus_5_-_INDIVIDUELLES_UND_GEMEINSAMES_LERNEN/IM/INFORMATIONSTEXTE/Haus_5_IM_HALB_ZU_SCHR_MUL_T.PDF](http://www.pikas.tu-dortmund.de/upload/material/haus_5_-_individuelles_und_gemeinsames_lernen/im/informationstexte/haus_5_im_half_zu_schr_mul_t.pdf)