



# Haus 7: Gute Aufgaben



 5. Umgang mit dem Schulbuch

Was ist eine gute Mathematikaufgabe?

Wirklich berechnen  
Das Klare 1.1  
Leichte Aufgaben w.z.  
& M2

Wenn sie mittel-  
schwer sind.  
Dabei müssen  
aber auch Knobelaufgaben sein.

Ich finde die Mathematik  
aufgaben gut wenn  
die schwer sind

Wenn sie dem Rechenkönnen  
des Kindes entspricht

**IMMER**  
ALLES STIMMT

November 2009 © PPK AS (<http://www.ppkas.darm.de>)

48

## Modul 7.1

# Gute Aufgaben – Herausfordern statt beschäftigen (Teil 1: Zahlen und Operationen)





# Hinweise zu den Lizenzbedingungen



**Diese Folie gehört zum Material und darf nicht entfernt werden.**

- Dieses Material wurde vom PIKAS-Team für das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) konzipiert und kann unter der **Creative Commons Lizenz BY-SA: Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International** weiterverwendet werden.
- Das bedeutet: Alle Folien und Materialien können für Zwecke der Aus- und Fortbildung unter der Bedingung heruntergeladen, verändert und genutzt werden, dass alle Quellenangaben erhalten bleiben, PIKAS als Urheber genannt und das neu entstandene Material unter den gleichen Bedingungen weitergegeben wird.
- Von der Weitergabe ausgenommen sind Fotos, die erkennbar reale Personen zeigen.
- Bildnachweise und Zitatquellen finden sich auf den jeweiligen Folien bzw. in den Zusatzmaterialien.
- Weitere Hinweise und Informationen zu PIKAS finden Sie unter <http://pikas.dzlm.de>.



# Aufbau des Fortbildungsmoduls 7.1

---

1. Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben am Beispiel der „Umkehrzahlen“
2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren
  - 2.1 „Umkehrzahlen“ in Schulbüchern
3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen (nach den Bildungsstandards)
  - 3.1 Zuordnung von Anforderungsbereichen zu den Teilaufgaben des Formats „Umkehrzahlen“
  - 3.2 Formulierung von Aufgabenstellungen zu verschiedenen Anforderungsbereichen
  - 3.3 Beispiel für Selbstdifferenzierung durch „offene“ Aufgabenstellungen
4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“





# Zielsetzungen

- Qualitätsmerkmale „guter Aufgaben“ kennenlernen
- Aufgaben hinsichtlich ihres Potenzials zur Förderung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen analysieren können
- Lernaufgaben entsprechend der Vorgaben der Bildungsstandards zu unterschiedlichen Anforderungsbereichen entwickeln können
- Das Potenzial „offener“ Aufgaben erkennen
- Das Instrument der „Aufgabenvariation“ kennenlernen und anwenden können
- Rückschlüsse für einen kritisch-konstruktiven Umgang mit dem Schulbuch ziehen





# 1. Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben am Bsp. „Umkehrzahlen“

## Aktivität: Minus-Aufgaben mit Umkehrzahlen



1. Rechnen Sie die Aufgaben aus. Was stellen Sie fest? Finden Sie dann zu den Päckchen jeweils noch eine weitere Aufgabe.

$$43 - 34$$

$$87 - 78$$

$$54 - 45$$

$$97 - 79$$

$$42 - 24$$

$$64 - 46$$

$$94 - 49$$

$$83 - 38$$

$$50 - 5$$

2. Halten Sie diese Aufgabe für eine „gute Aufgabe“? Schreiben Sie Ihre Begründungen bitte auf die bereitliegenden Karten (für jeden Aspekt bitte eine Karte).





# 1. Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben am Bsp. „Umkehrzahlen“

## Übersicht Umkehrzahlen:

Subtraktion zweistelliger Umkehrzahlen:

Übersicht zu den Ergebniszahlen: 9 unterschiedliche Ergebniszahlen (Vielfache von 9) 45 Aufgaben

9	18	27	36	45	54	63	72	81
98-89	97-79	96-69	95-59	94-49	93-39	92-29	91-19	90-09
87-78	86-68	85-58	84-48	83-38	82-28	81-18	80-08	
76-67	75-57	74-47	73-37	72-27	71-17	70-07		
65-56	64-46	63-36	62-26	61-16	60-06			
54-45	53-35	52-25	51-15	50-05				
43-34	42-24	41-14	40-04					
32-23	31-13	30-03						
21-12	20-02							
10-01								



# 1. Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben am Bsp. „Umkehrzahlen“

Die Ergebnisse sind: 9, 18, 54, 28, 0, 72, 63, 45, 34, 8, 28, 27,  
65 - 56 97 - 79 77 - 77 53 - 35 66 - 66 91 - 19  
81 - 18 67 - 76 57 - 15 27 - 12

Thomas

Mir ist aufgefallen das ich 2mal die Umkehraufgabe gefunden habe. Damit meine ich bei 2 Ergebnissen die sind einmal 54 und 45 und bei den anderen 36 und 63. Mir ist außerdem noch aufgefallen das 2mal 27 und 2mal 9 rausgekommen ist. 2 Mal 18 auch.

Annika

Es kommen sehr viele 9 und 27 vor.

Anja





# 1. Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben am Bsp. „Umkehrzahlen“

$$\begin{array}{r}
 85 - 58 = 27 \\
 73 - 37 = 36 \\
 93 - 39 = 54 \\
 54 - 45 = 9 \\
 84 - 48 = 36 \\
 31 - 13 = 18 \\
 32 - 23 = 9 \\
 \times \\
 65 - 56 = 9 \\
 21 - 12 = 9 \\
 61 - 16 = 45 \\
 66 - 66 = 0
 \end{array}$$

Karla

Wenn man 2. u. 2. nimmt oder andere Zahlen die hinter einander sind ergibt es neun, wenn welche einen auseinander sind kommt 18 rausum so weiter sie auseinander sind kommen immer 9 dazu

Das die meisten Ergebnisse 9 ergeben.

Moritz

Mir fällt gar nix auf.

Jonas





# 1. Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben am Bsp. „Umkehrzahlen“

## Die Grundschule in NRW Neue Richtlinien und Lehrpläne 2008

### **Gute Lernaufgaben ...**

- ... sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau.
- ... fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
- ... knüpfen an Vorwissen an und bauen das strukturierte Wissen kumulativ auf.
- ... sind in sinnstiftende Kontexte eingebunden.
- ... sind vielfältig in den Lösungsstrategien und Darstellungsformen.
- ... stärken das Könnensbewusstsein durch erfolgreiches Bearbeiten.

Ministerium für  
Schule und Weiterbildung  
des Landes Nordrhein-Westfalen





# 1. Auseinandersetzung mit den Qualitätsmerkmalen guter Lernaufgaben am Bsp. „Umkehrzahlen“

---

## Gute Aufgaben



- ... fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
- ... sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau.
- ... knüpfen an Vorwissen an und bauen das strukturierte Wissen kumulativ auf.





## 2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren

---

### **Inhaltliche Kompetenzen**

#### Zahlen und Operationen:

##### Zahlenrechen

Die Schülerinnen und Schüler lösen Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 unter Ausnutzung von Rechengesetzen und Zerlegungsstrategien mündlich oder halbschriftlich

##### Flexibles Rechnen

Die Schülerinnen und Schüler entscheiden sich aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen für eine Strategie des Zahlenrechnens (stellenweise, schrittweise, Hilfsaufgaben, Kopfrechnen) und berechnen Aufgaben.



## 2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren

### Problemlösen:

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Ideen für mögliche Vorgehensweisen und gehen dabei sukzessiv strukturiert (auch algorithmisch) vor:

Finden weiterer Aufgaben mit gleichen Ergebnissen  
(Beispiel Ergebnis 9)

$$\begin{array}{r} 9 - 8 = 9 \\ 8 - 7 = 9 \\ 7 - 6 = 9 \\ 6 - 5 = 9 \\ 5 - 4 = 9 \\ 4 - 3 = 9 \\ 3 - 2 = 9 \\ 2 - 1 = 9 \\ 1 - 0 = 9 \end{array}$$

Tippr: ~~Erkennt~~ ~~nachher~~ <sup>zu</sup> zählen! 9 8 7 6 5 4 ...!

Bei den Zehnern und Einern wird es immer einer weniger.



## 2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren

### Argumentieren:

Die Schülerinnen und Schüler erklären allgemeine Überlegungen in Bezug auf Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten anhand von Beispielen:

Wenn der Unterschied ..., dann ...

Wenn der Unterschied zwischen den Ziffern 4 beträgt ist das Ergebnis immer 36.

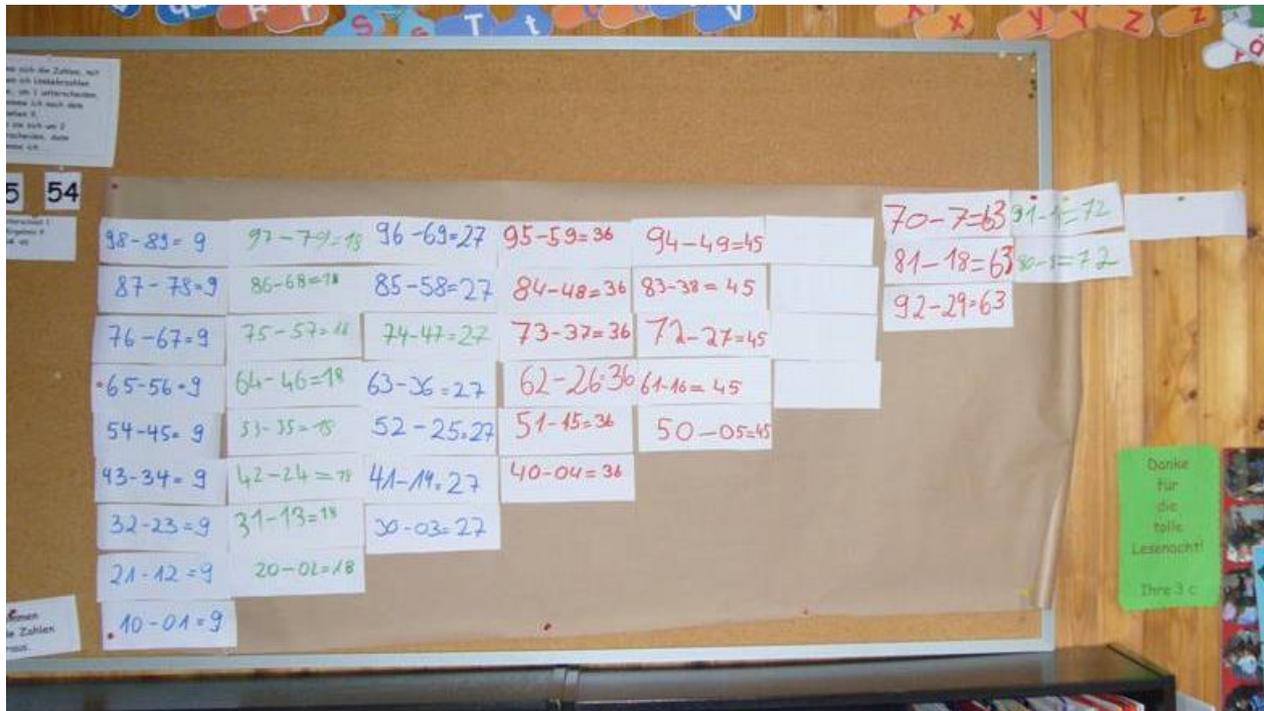




## 2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren

### Darstellen:

Die Schülerinnen und Schüler setzen (eigene) analoge und digitale Darstellungen ein zur übersichtlichen Präsentation von Informationen





## 2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren

---

Hier finden Sie noch weitere Aufgabenstellungen aus Schulbüchern zum Thema „Umkehrzahlen“.

Wie schätzen Sie die Anforderungen in Bezug auf die Förderung prozessbezogener Kompetenzen ein?



# 2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren

## Spiegelzahlen:

Überlege dir eine zweistellige Zahl, deren Einer und Zehner unterschiedlich sind. Bilde ihre Spiegelzahl. Nun ziehe von der größeren Zahl die kleinere Zahl ab. Rechne mehrere Beispiele:



Was fällt dir auf, wenn du die Ergebnisse betrachtest?

## Minusaufgaben:

- 75 - 57 = \_\_\_\_
- 82 - 28 = \_\_\_\_
- 53 - 35 = \_\_\_\_
- 91 - \_\_\_\_ = \_\_\_\_
- \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_

## Forschen und Finden:

Suche dir in der Hundertertafel eine Zahl von 1 bis 99 aus. Finde ihre Umkehrzahl mit den gleichen Ziffern. Ziehe die kleinere von der größeren Zahl ab.

Gewählte Zahl: 35

Umkehrzahl: 53

$53 - 35 = 18$

Gewählte Zahl: 61

Umkehrzahl: 16

$61 - 16 = 45$

Gewählte Zahl: 90

Umkehrzahl: 9

$90 - 9 = 81$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a) Was sind mögliche Ergebnisse?

b) Bei welchen Zahlen gelangst du zum Ergebnis 9?





## 2. Das Potenzial einer Aufgabe analysieren

---

### Qualitätsmerkmale guter Aufgaben

#### Gute Aufgaben

- ... fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
- ... sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau.
- ... knüpfen an Vorwissen an und bauen das strukturierte Wissen kumulativ auf.





## 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

---

- Berücksichtigung der Heterogenität durch
  - A) differenzierte Aufgabenstellungen  
(verschiedene Anforderungsbereiche)
  - B) offene Aufgabenstellungen





## 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

---

A) Berücksichtigung der Heterogenität

durch

differenzierte Aufgabenstellungen  
(unterschiedliche Anforderungsbereiche)



## 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

---

- **AB I: Reproduzieren**  
Die SchülerInnen lösen die Aufgabe, indem sie ihr Grundwissen einbringen und Routinetätigkeiten des Mathematikunterrichts ausführen.
- **AB II: Zusammenhänge herstellen**  
Die SchülerInnen lösen die Aufgabe, indem sie Zusammenhänge erkennen und für die Aufgabenlösung nutzen.
- **AB III: Verallgemeinern und Reflektieren**  
Die SchülerInnen lösen die Aufgabe, indem sie komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern ausführen.





### 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

#### **Aktivität:**



Auf dem Arbeitsblatt finden Sie unterschiedliche Teilaufgaben zu den „Umkehrzahlen“.

Ordnen Sie bitte die einzelnen Teilaufgaben den entsprechenden Anforderungsbereichen zu.





# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

## Zuordnung zu den Anforderungsbereichen

### Aufgabe 1

a) Rechne. Was fällt dir bei den Ergebnissen auf? ( AB\_ )

$$43 - 34 \quad 97 - 79 \quad 52 - 25 \quad 62 - 26$$

$$87 - 78 \quad 42 - 24 \quad 41 - 14 \quad 95 - 59$$

$$54 - 45 \quad 64 - 46 \quad 85 - 58 \quad 84 - 48$$

b) Erkennst du, wie die Aufgaben gebildet werden? ( AB\_ )

Bilde selbst noch weitere Päckchen nach diesem Muster.

### Aufgabe 2

Rechne aus. ( AB\_ )

$$73 - 37 \quad 95 - 59 \quad 52 - 25 \quad 63 - 36$$

$$65 - 56 \quad 42 - 24 \quad 31 - 13 \quad 91 - 19$$

$$83 - 38 \quad 87 - 78 \quad 42 - 24 \quad 53 - 35$$

### Aufgabe 3

a) Rechne. Finde zu jedem Päckchen noch weitere Aufgaben. ( AB\_ )

$$43 - 34 \quad 53 - 35$$

$$65 - 56 \quad 64 - 46$$

$$54 - 45 \quad 42 - 24$$

b) Zu Aufgaben mit Umkehrzahlen gibt es noch 7 andere Ergebnisse. ( AB\_ )

Bilde noch weitere Aufgaben und versuche, möglichst alle Ergebnisse zu finden.

Schreibe auf, wie du vorgegangen bist.



# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

## Zuordnung zu den Anforderungsbereichen

### Aufgabe 4

Rechne.

( AB\_ )

$62 - 26$

$83 - 38$

$65 - 56$

$74 - 47$

$92 - 29$

$82 - 28$

$91 - 19$

$53 - 35$

$10 - 1$

Ordne die Ergebnisse nach der Größe. Was fällt dir auf?

### Aufgabe 5

( AB\_ )

#### Forscherauftrag:

Wie viele Minusaufgaben mit Umkehrzahlen gibt es?

### Aufgabe 6

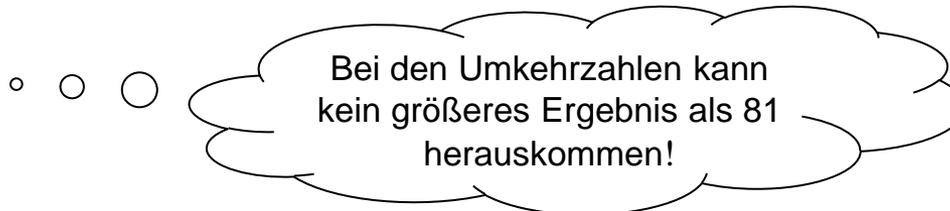
( AB\_ )

Bilde selbst Aufgaben mit Umkehrzahlen und rechne aus.

### Aufgabe 7

( AB\_ )

Stimmt das? Überprüfe und begründe!





# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

Ich untersuche 2 unterschiedl  
8.609

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 57 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 24 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ - 23 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 53 \\ - 35 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ - 69 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ - 68 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 79 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ - 68 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ - 46 \\ \hline 08 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 24 \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 73 \\ \hline 18 \end{array}$$

Yvonne

Unterschied Ziffern : 7

$92 - 29 = 63$   
~~2. Zahl~~  
 $81 - 18 = 63$   
 $70 - 7 = 63$

Unterschied Ziffern 8 :

$91 - 19 = 72$   
 $80 - 8 = 72$

Kathrin

Wenn man 2 nirent oder andere  
Zahlen die hinter einander sind  
ergibt es neun, wenn welche einen  
auseinander sind kommt 18  
rausum so weiter sie auseinander  
sind kommen immer 3dazue

Moritz

$55 - 55 = 00$   
 $56 - 56 = 9$   
 $75 - 57 = 18$   
 $85 - 58 = 27$   
 $95 - 59 = 36$   
 $94 - 49 = 45$   
 $93 - 39 = 54$   
 $92 - 29 = 63$   
 $91 - 19 = 72$   
 $90 - 09 = 81$

Unterschied zwischen Ziffern	Ergebnis
0	0
1	9
2	18
3	27
4	36
5	45
6	54
7	63
8	72
9	81

Moritz



### 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

#### Aktivität:



Wählen Sie sich 1 Aufgabenformat aus.

Formulieren Sie zu der vorgegebenen Aufgabenstellung (AB I) weitere Aufgabenstellungen auf AB II und AB III.

Halten Sie Ihre Vorschläge bitte auf DIN-A-Blättern fest.

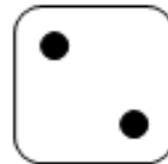




# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

## Startaufgabe: Rechnen mit Würfeln

1) Rechne aus.



$$3 + 5 + 2 = \underline{\quad}$$

2) Zeichne das fehlende Würfelbild ein.



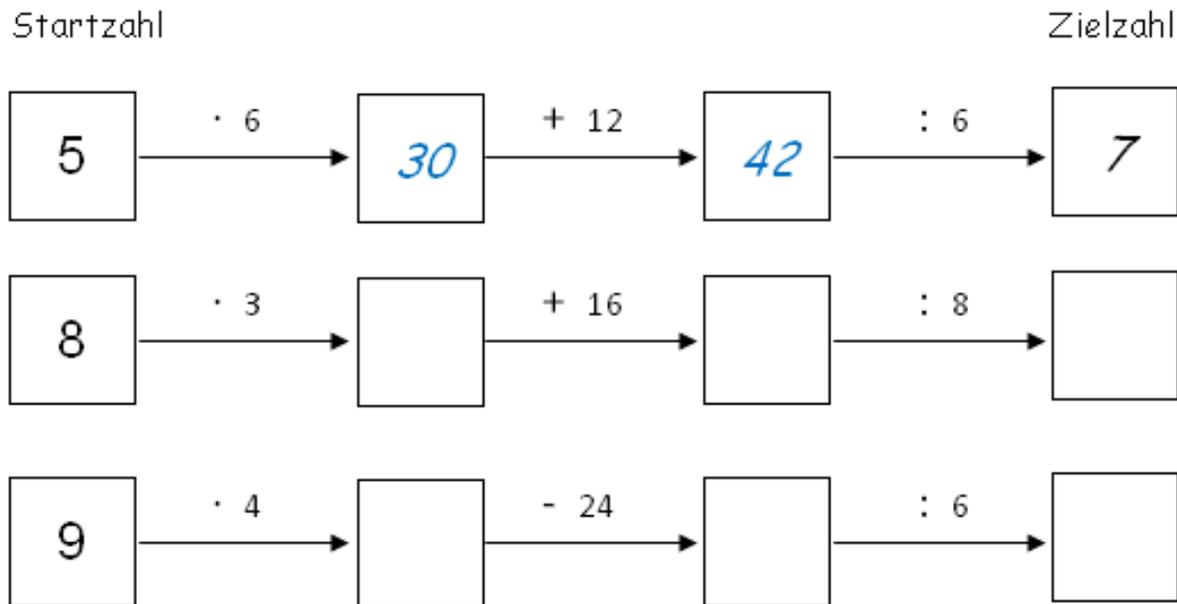
$$4 + \underline{\quad} + 6 = 14$$



# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

## Startaufgabe: Rechenkettens

1) Rechne die Rechenkettens aus.





# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

## Startaufgabe: Mal-Plus-Haus

1. Trage die fehlenden Zahlen ein.

3	8	5	7	4	3	8	4	3	5	9	4

2. Trage die fehlenden Zahlen ein.

			30						40		
			12						28		
6	4		6	3			6	4		4	



# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

## Startaufgabe: Entdeckerpäckchen

a) Rechne die 4 Aufgaben in den Päckchen aus.

**A**

$$12 + 20 = \underline{\quad}$$
$$13 + 22 = \underline{\quad}$$
$$14 + 24 = \underline{\quad}$$
$$15 + 26 = \underline{\quad}$$

**B**

$$25 + 30 = \underline{\quad}$$
$$35 + 25 = \underline{\quad}$$
$$45 + 20 = \underline{\quad}$$
$$55 + 15 = \underline{\quad}$$

**C**

$$30 + 15 = \underline{\quad}$$
$$25 + 15 = \underline{\quad}$$
$$20 + 15 = \underline{\quad}$$
$$15 + 15 = \underline{\quad}$$

**D**

$$22 + 33 = \underline{\quad}$$
$$24 + 32 = \underline{\quad}$$
$$20 + 35 = \underline{\quad}$$
$$21 + 30 = \underline{\quad}$$

**E**

$$36 + 14 = \underline{\quad}$$
$$33 + 12 = \underline{\quad}$$
$$30 + 10 = \underline{\quad}$$
$$27 + 8 = \underline{\quad}$$



## 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

---

### Startaufgabe: Schriftliche Addition

1) Schreibe richtig untereinander und rechne aus:

$$3758 + 4898$$

$$2861 + 5795$$

$$6907 + 1749$$

$$7869 + 787$$





### 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

---

B) Berücksichtigung der Heterogenität

durch

offene Aufgabenstellungen



# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

## Rechnen mit Zahlenkarten

0	5			10	60
1	6			20	70
2	7	+		30	80
3	8			40	90
4	9			50	

Lege dir mit den Zahlenkarten Plusaufgaben und rechne sie aus.

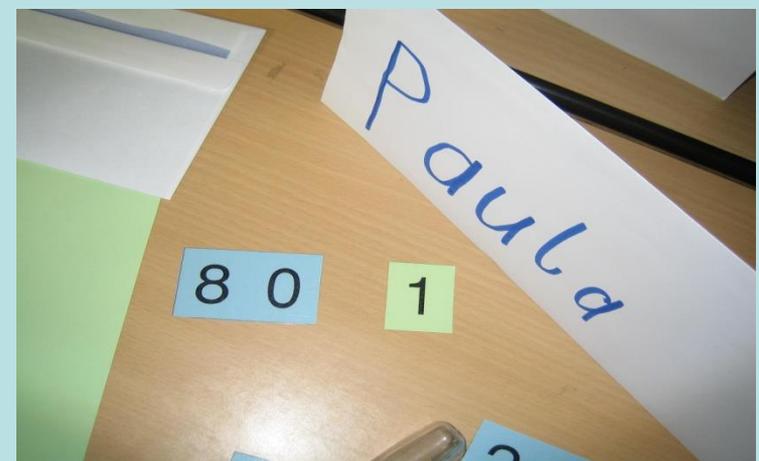
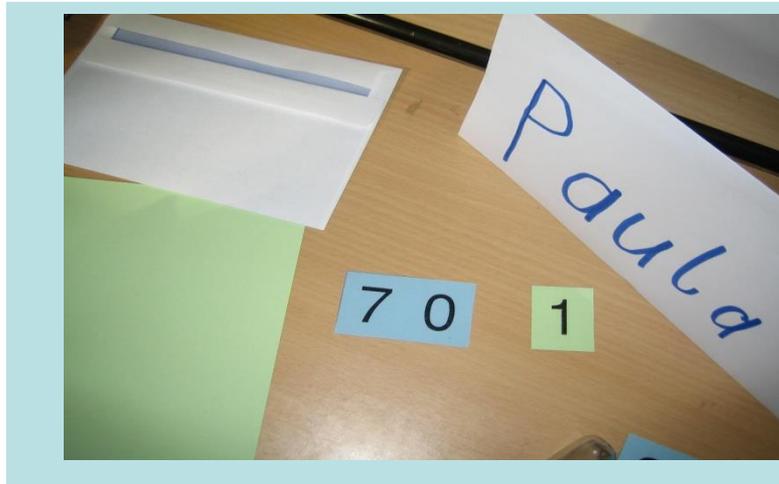
Beispiel:  $7 + 1$  oder  $24 + 3$  oder  $58 + 23$

Wie kannst du möglichst leicht und schnell ganz viele Aufgaben finden und ausrechnen?





### 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen



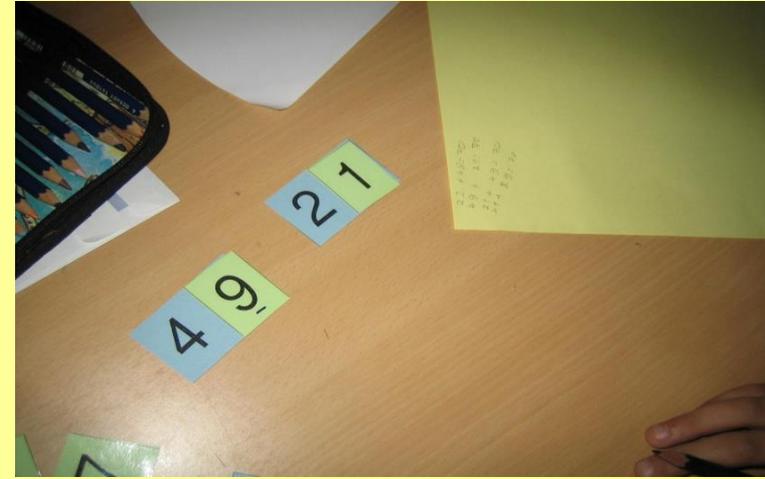


### 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen





# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen





# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

Paula

- $10+5=15$
- $10+4=14$
- $10+3=13$
- $10+6=16$
- $10+2=12$
- $10+8=18$
- $10+9=19$
- $10+10=20$
- $30+1=31$
- $40+1=41$
- $50+1=51$
- $60+1=61$
- $70+1=71$
- $80+1=81$
- $90+1=91$
- $91+2=93$
- $81+3=93$
- $71+4=93$
- $61+5=93$
- $51+6=93$
- $41+7=93$
- $31+8=93$
- $21+1=22$

$$5+9=14$$

$$5+4+9=18$$

$$94+3=94$$

$$22+48=70$$

$$49+21=70$$

$$21+49=70$$

$$47+23=70$$

$$99+48=70$$

$$48+99=745$$

$$47+98=745$$

- $50+38=88$
- $58+30=88$
- $48+33=87$
- $43+38=87$
- $50+45=95$
- $55+40=95$
- $78+20=98$
- $70+28=98$
- $43+30=93$
- $60+33=93$
- $40+32=72$
- $42+30=72$
- $70+24=94$
- $74+20=94$

Luna

- $80+1=81$
- $80+2=82$
- $80+3=83$
- $37+69=106$
- $44+57=101$
- $90+22=112$
- $80+22=102$
- $70+22=92$
- $60+22+10=92$
- $50+22+20=92$
- $40+22+30=92$

- $740+280=1200$
- $280+740=1200$
- $470+820=1290$
- $820+470=1290$
- $870+420=1290$
- $420+870=1290$
- $650+240=890$
- $240+650=890$

- $70+70+6=86$
- $60+93=153$
- $19+37=56$
- $37+19=56$
- $93+60=153$
- $47+89=136$
- $89+47=136$
- $93+20=113$
- $20+93=113$
- $74+23=97$
- $23+74=97$
- $56+74=130$
- $74+56=130$
- $66+54=120$
- $54+66=120$
- $79+26=105$
- $26+79=105$
- $29+79=108$
- $65+20=85$
- $20+65=85$
- $68+22=90$
- $22+68=90$





# 3. Differenzierung nach Anforderungsbereichen

---

## Qualitätsmerkmale guter Aufgaben

### Gute Aufgaben

- ... fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
- ... sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau.
- ... knüpfen an Vorwissen an und bauen das strukturierte Wissen kumulativ auf.





## 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

---

„Der wichtigste Schritt bei der Aufgabenvariation ist die Identifizierung **variabler Bestimmungselemente** der Aufgabe“.  
(G. Walther)

- Veränderung der Rechenvorschrift
- Veränderung der Stellenanzahl
- Erweiterung des Aufgabenformats
- Veränderung des Zahlenmusters



# 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

## 1. Veränderung der Rechenvorschrift

### Subtraktion

9	18	27	36	45	54	63	72	81
98-89	97-79	96-69	95-59	94-49	93-39	92-29	91-19	90-09
87-78	86-68	85-58	84-48	83-38	82-28	81-18	80-08	
76-67	75-57	74-47	73-37	72-27	71-17	70-07		
65-56	64-46	63-36	62-26	61-16	60-06			
54-45	53-35	52-25	51-15	50-05				
43-34	42-24	41-14	40-04					
32-23	31-13	30-03						
21-12	20-02							
10-01								

### Addition

187	176	165	154	143	132	121	110	99	88	77	66	55	44	33	22	11
98+89	97+79	87+78	86+68	76+67	75+57	65+56	64+46	54+45	53+35	43+34	42+24	32+23	31+13	21+12	20+02	10+01
		96+69	95+59	85+58	84+48	74+47	73+37	63+36	62+26	52+25	51+15	41+14	40+04	30+03		
				94+49	93+39	83+38	82+28	72+27	71+17	61+16	60+06	50+05				
						92+29	91+19	81+18	80+08	70+07						
								90+09								





## 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

### 1. Veränderung der Rechenvorschrift

Subtraktion	Addition
Es gibt <b>neun</b> unterschiedliche Ergebnisse	Es gibt <b>17</b> unterschiedliche Ergebnisse
Die Ergebnisse sind <b>Vielfache von 9</b> 9,18, ... , 72, 81	Die Ergebnisse sind <b>Vielfache von 11</b> 11,22, ... , 176, 187
Wenn-dann-Beziehung zwischen der Differenz der <b>Zehner und Einer</b> und dem Vielfachen von 9	Wenn-dann-Beziehung zwischen der Summe der <b>Zehner und Einer</b> und dem Vielfachen von 11



## 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

### 2. Veränderung der Stellenanzahl

Suche dir drei Ziffernkarten aus. Erstelle aus ihnen eine dreistellige Zahl und schreibe sie auf. Vertausche nun die Zahlen der Hunderter- und Einerstelle und schreibe auch diese Zahl auf.

Im Beispiel ist die Differenz genau 198.  
Wie lautet das Ergebnis bei deinen Zahlen?

Überlege dir verschiedene Beispiele.  
Fällt dir etwas auf?

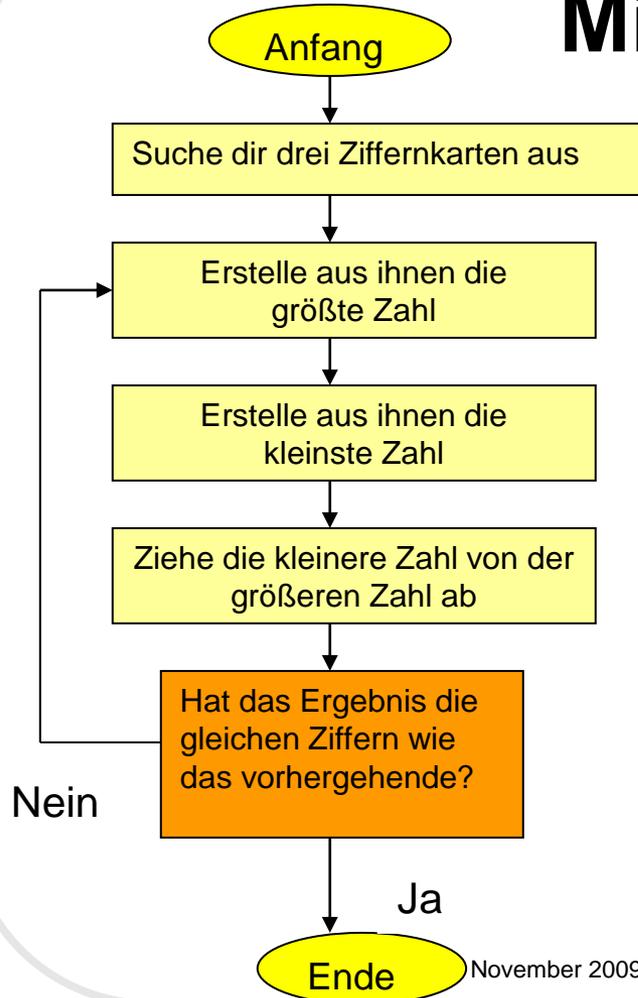
4	6	2
2	6	4



# 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

## 3. Erweiterung des Aufgabenformats

### Minus-Türme



Beispiel:

5	8	2	
			→
852		954	
- 258		- 459	
594		495	

Rechne Minus-Türme:

- a) 

8	9	7
---	---	---
  
- b) 

6	9	8
---	---	---
  
- c) 

5	3	1
---	---	---
  
- d) 

2	3	6
---	---	---
  
- e) 

0	8	2
---	---	---
  
- f) 

7	7	0
---	---	---





## 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

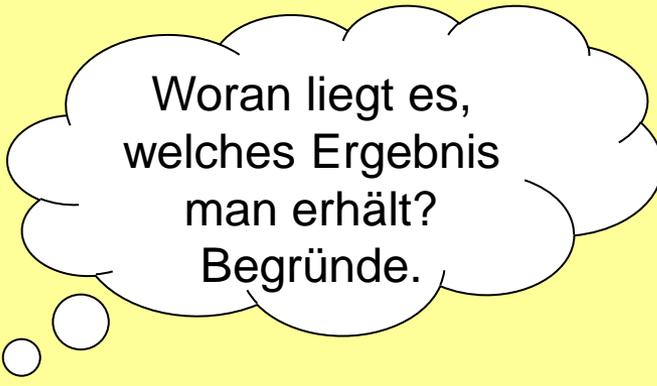
### 4. Veränderung des Zahlenmusters

Außergewöhnliche Zahlen: UHU – Zahlen

$$\begin{array}{r} 545 \\ - 454 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 646 \\ - 464 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 737 \\ - 373 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 858 \\ - 585 \\ \hline \end{array}$$

Die folgenden Aufgaben sind Minusaufgaben mit AAL – Zahlen.  
Probiere aus.

$$\begin{array}{r} 441 \\ - 114 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 885 \\ - 558 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 996 \\ - 669 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 887 \\ - 778 \\ \hline \end{array}$$



Woran liegt es,  
welches Ergebnis  
man erhält?  
Begründe.



# 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

## 3-stellige Umkehrzahl



### Dreistellige Umkehrzahlen - Startaufgabe

Dies sind Umkehrzahlen, die aus Hundertern, Zehnern und einer bestehen. Schreibe die Aufgaben in dein Heft und rechne sie aus.

853	691	716
-358	-196	-617

Bilde selbst eigene Aufgaben mit Umkehrzahlen und rechne sie aus.

Kannst du schon etwas über die Ergebnisse der Aufgaben sagen?

$\begin{array}{r} 853 \\ -358 \\ \hline 495 \end{array}$	$\begin{array}{r} 691 \\ -196 \\ \hline 495 \end{array}$	$\begin{array}{r} 716 \\ -617 \\ \hline 999 \end{array}$	<p>Wenn man immer mit dem Ergebnis weiter rechnet, kommt irgendwann nichts raus. 0 0 9, 9 9 7, 6 9 3, 2 9 7, 3 9 5 heraus.</p> <p>Es gibt nur diese Ergebniszahlen:</p> <table border="0"> <tr><td>8 9 7</td></tr> <tr><td>7 9 2</td></tr> <tr><td>6 9 3</td></tr> <tr><td>5 9 4</td></tr> <tr><td>4 9 5</td></tr> <tr><td>3 9 6</td></tr> <tr><td>2 9 7</td></tr> <tr><td>1 9 8</td></tr> <tr><td>0 9 9</td></tr> <tr><td>0 0 0</td></tr> </table>	8 9 7	7 9 2	6 9 3	5 9 4	4 9 5	3 9 6	2 9 7	1 9 8	0 9 9	0 0 0
8 9 7													
7 9 2													
6 9 3													
5 9 4													
4 9 5													
3 9 6													
2 9 7													
1 9 8													
0 9 9													
0 0 0													
$\begin{array}{r} 594 \\ -495 \\ \hline 099 \end{array}$	$\begin{array}{r} 594 \\ -495 \\ \hline 099 \end{array}$	$\begin{array}{r} 999 \\ -199 \\ \hline 792 \end{array}$											
$\begin{array}{r} 990 \\ -099 \\ \hline 891 \end{array}$	$\begin{array}{r} 990 \\ -099 \\ \hline 891 \end{array}$	$\begin{array}{r} 702 \\ -397 \\ \hline 496 \end{array}$											
$\begin{array}{r} 891 \\ -398 \\ \hline 693 \end{array}$	$\begin{array}{r} 891 \\ -398 \\ \hline 693 \end{array}$	$\begin{array}{r} 594 \\ -495 \\ \hline 099 \end{array}$											
$\begin{array}{r} 693 \\ -296 \\ \hline 297 \end{array}$	$\begin{array}{r} 692 \\ -396 \\ \hline 297 \end{array}$	$\begin{array}{r} 990 \\ -099 \\ \hline 891 \end{array}$											
$\begin{array}{r} 792 \\ -297 \\ \hline 395 \end{array}$	$\begin{array}{r} 792 \\ -297 \\ \hline 395 \end{array}$	$\begin{array}{r} 891 \\ -198 \\ \hline 693 \end{array}$											

Viola

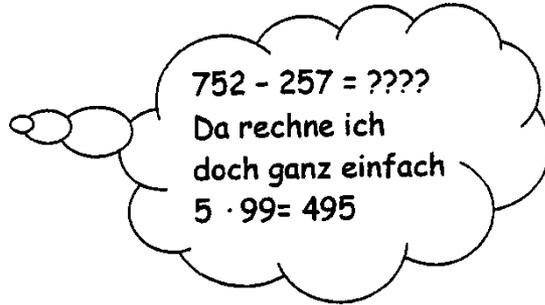




# 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

## 3-stellige Umkehrzahl

Stimmt das? Überprüfe und begründe!



Man kann mit Malaufgaben den Unterschied berechnen.

$$\begin{array}{r} 392 \\ - 293 \\ \hline 099 \end{array}$$

1.  $99 = 99$

$$\begin{array}{r} 694 \\ - 496 \\ \hline 198 \end{array}$$

2.  $99 = \cancel{489}$   
 $198$

$$\begin{array}{r} 895 \\ - 598 \\ \hline 297 \end{array}$$

3.  $99 = \cancel{99}$   
 $297$

$$\begin{array}{r} 975 \\ - 579 \\ \hline 396 \end{array}$$

4.  $99 = 396$

$$\begin{array}{r} 752 \\ - 257 \\ \hline 495 \end{array}$$

5.  $99 = 495$

$$\begin{array}{r} 872 \\ - 278 \\ \hline 594 \end{array}$$

6.  $99 = 594$

$$\begin{array}{r} 962 \\ - 269 \\ \hline 693 \end{array}$$

7.  $99 = 693$

$$\begin{array}{r} 981 \\ - 189 \\ \hline 792 \end{array}$$

8.  $99 = 792$

$$\begin{array}{r} 910 \\ - 119 \\ \hline 891 \end{array}$$

9.  $99 = 891$

Jannis



# 4. Das Instrument der „Aufgabenvariationen“ am Beispiel der „Umkehrzahlen“

## IRI-Zahlen

IRI Zahlen

$$\begin{array}{r}
 858 \\
 -985 \\
 \hline
 273
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 313 \\
 -431 \\
 \hline
 182
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 414 \\
 -741 \\
 \hline
 273
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 515 \\
 -151 \\
 \hline
 364
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 616 \\
 -161 \\
 \hline
 455
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r}
 \cancel{421} \\
 272 \\
 \hline
 91
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 212 \\
 -121 \\
 \hline
 91
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 545 \\
 -454 \\
 \hline
 91
 \end{array}$$

Wenn man die Hunderter und die Einerzahl um 1 erhöht erhöht sich die Einerzahl und die Hunderterzahl <sup>bei</sup> den Ergebnissen auch um 1.

Die Ergebnisse kommen aus der 91-Reihe.

Die kleinste Quersumme ist 10 danach wird sie immer um 1 größer.

Wenn der Unterschied zwischen der Hunderter und Zehnerzahl 1 ist das Ergebnis 91 bei 2 muss man  $2 \cdot 91 = 182$  bei 3  $3 \cdot 91 = 273$

Montz

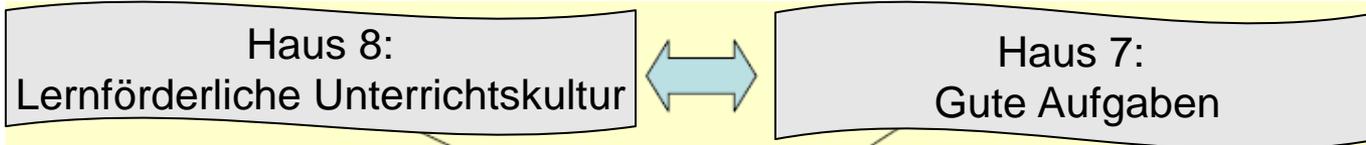




## 5. Umgang mit dem Schulbuch

### Gute Aufgaben - Guter Unterricht

# Die Grundschule in NRW Neue Richtlinien und Lehrpläne 2008



**Entwicklung von Kompetenzen**

Neue Aufgabenkultur = zentrales Element  
kompetenzorientierten Unterrichtens !





# 5. Umgang mit dem Schulbuch

## Was ist eine gute Mathematikaufgabe?

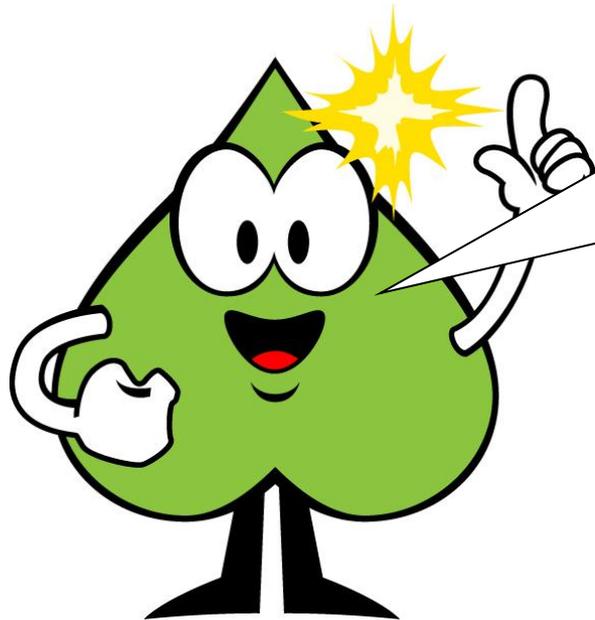
Unterrichtsmethodenrechner  
Das Pläne 1.1  
leichte Aufgaben w.z.  
& H1=2

Ich finde die Mathematik  
aufgaben gut wenn  
die schwer sind

Wenn sie mittel-  
schwer sind.  
Dabei müssen  
aber auch Knobelaufgaben  
sein.

Wenn sie dem Rechenkönnen  
des Kindes entspricht

IMMER  
ALLES SIMON



Vielen Dank für  
Ihre  
Aufmerksamkeit!