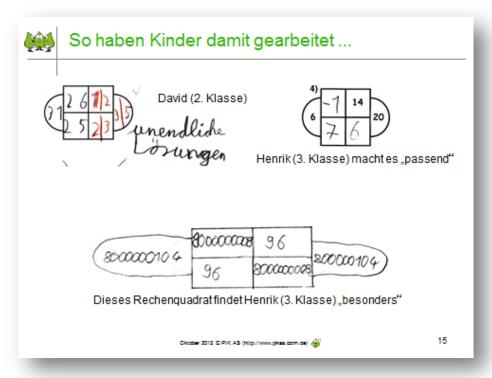


Haus 7: Gute Aufgaben



Modul 7.2 ,Rechenquadrate mit Ohren' (Eren, 1. Klasse)

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen









Aufbau des Fortbildungsmoduls 7.2

Theoretische Einbettung:

- Übe-Verständnis im Wandel
- Charakteristika intelligenter Übe-Systeme

Die "Rechenquadrate mit Ohren":

- Kennen lernen
- Analyse der mathematischen Strukturen
- Bewerten

Unterrichtlicher Einsatz:

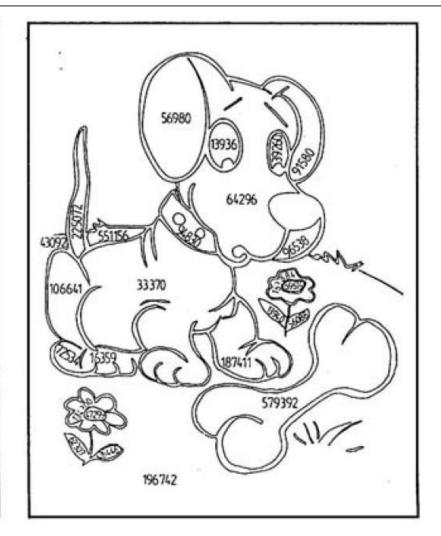
- Schülerdokumente: "So haben Kinder damit gearbeitet"
- Einführung
- Variationsmöglichkeiten





"Altes Üben - Der noch farblose Hund"

1.	407-140 =		14.	302 - 130	=	
		dunkelbraun				gelb
2.	423-152 =		15.	410-340	=	
		helibraun				hellgrün
10000	104 • 134 =		16.	661 - 158	=	
	823-704 =	gelb	47	204 207		helibraun
4.	823-704 =	grau (Bleistift)	17.	301 - 207	=	dunkalasta
5.	235 · 142 =	grau (bieistiti)	18.	322-611	_	dunkelgrün
	200 142 -	helibraun	10.	322-011	-	heligrün
6.	425-316 =	Helioradii	19.	203 - 233	=	nengiun
		orange			9	gelb
7.	123 - 867 =		20.	380 - 241	=	•
		hellbraun				dunkelbraur
8.	232-114 =		21.	435 - 218	=	
	Value of the second	dunkelgrün				blau
	221 · 315 =		22.	908-607	=	
		orange				hellgrün
	432-521 =	ballbar	23.	314-231	=	h - 111h
	542-302 =	helibraun	24.	114-378		helibraun
	342-302 =	rot	24.	114.210	=	hellgrün
12.	123-456 =	101	25.	123 - 133	_	riengrun
	.20 100 =	heligrün	Lu.	120 100	_	hellbraun
13.	287 - 653 =					
		hellbraun				

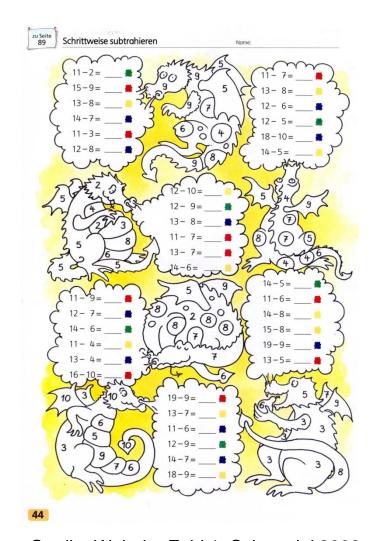


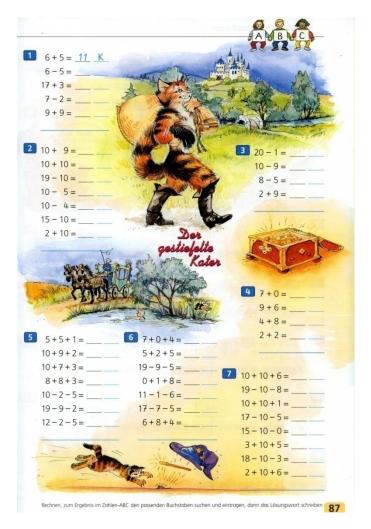
Quelle: Wittmann 1994, S.161





"Farblose Drachen und spazierende Katzen"





Quelle: Welt der Zahl 1, Schroedel 2008





Eigenschaften intelligenter Übe-Systeme

- Sie enthalten einen hohen Anteil von gleichartigen Aufgaben, die den Übungseffekt gewährleisten.
- Sie basieren auf mathematisch reichhaltigen Kontexten (mit oder ohne Wirklichkeitsbezug), die es erlauben, allgemeine Lernziele zu verfolgen.
- Sie bieten unterschiedliche Problemstellungen mit verschiedenem Schwierigkeitsgrad, die im Idealfall – auf dem jeweiligen Niveau – im ersten Schuljahr wie auch im achten Semester der Lehrerausbildung eingesetzt werden können.
- Sie sind auch innerhalb eines bestimmten Problemkontextes offen genug, um Bearbeitungen einzelner Schüler auf unterschiedlichen Niveaus im Sinne der natürlichen Differenzierung zu ermöglichen.

Quelle: Selter 1997, S. 88-90





Eigenschaften intelligenter Übe-Systeme

Die Qualitätsmerkmale guter Aufgaben in den Worten des aktuellen Lehrplans

Die Grundschule in NRW Neue Richtlinien und Lehrpläne 2008



Gute Lernaufgaben ...

- > ... sind herausfordernd auf unterschiedlichem Anspruchsniveau.
- > ... fordern und fördern inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen.
- ... knüpfen an Vorwissen an und bauen das strukturierte Wissen kumulativ auf.
- ... sind in sinnstiftende Kontexte eingebunden.
- ... sind vielfältig in den Lösungsstrategien und Darstellungsformen.
- > ... stärken das Könnensbewusstsein durch erfolgreiches Bearbeiten.

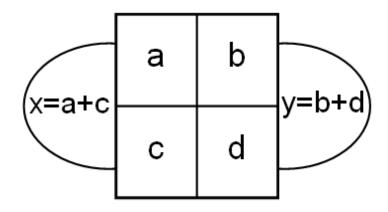








Was ist ein Rechenquadrat mit Ohren?

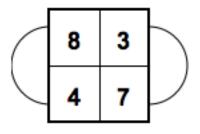


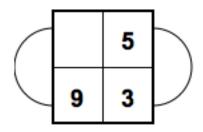
Das Format Rechenquadrat basiert auf den folgenden Regeln:

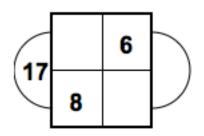
- Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen (Innere Zahlen):
 Die Summen der Basiszahlen jeder Zeile müssen identisch sein.
 a+b=c+d
- Der Zusammenhang zwischen den Basiszahlen und den äußeren Zahlen: Die Summe der Basiszahlen einer Spalte wird als Ergebnis in das anliegende äußere Zahlenfeld eingetragen. x=a+c und y=b+d



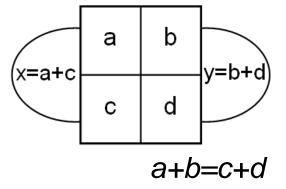
Einige Beispiele zum Warm-Up







Erinnerungshilfe:

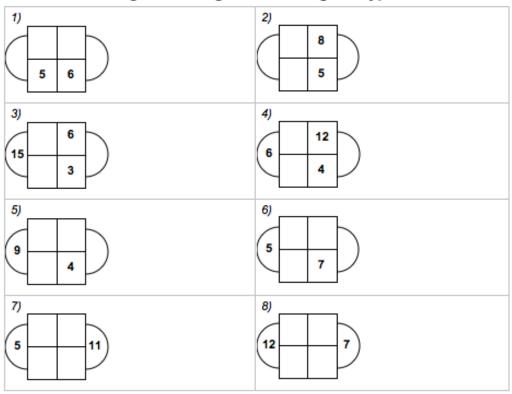






Arbeitsaufträge

Lösen Sie die folgenden ausgewählten Aufgabentypen des Formats:



Beobachten Sie sich beim Lösen der einzelnen Aufgabentypen:

- Wie gehe ich vor? Welche Schwierigkeiten habe ich?
- Welche Strategien nutze ich zur Ermittlung von Lösungen?
- Wie viele Lösungen kann es jeweils warum geben?

Welche Anforderungen stecken in jedem einzelnen Aufgabentyp?

Beschreiben Sie diese mit Hilfe geeigneter "Charakteristika".





Ausgewählte Forscheraufträge

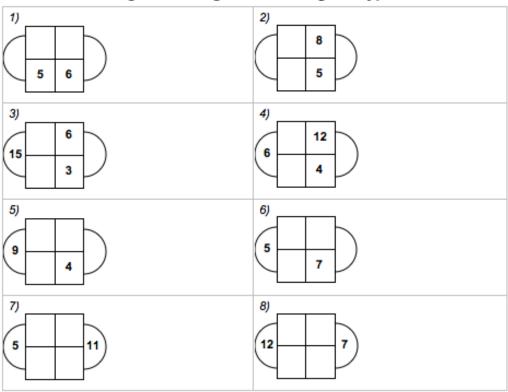
- 1. Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?
- 2. Wie kannst du aus vier aufeinander folgenden Zahlen, die als Basis-Zahlen verwendet werden sollen, ein Rechenquadrat erstellen? Gilt dies auch für vier aufeinander folgende gerade/ ungerade Zahlen?
- 3. Warum sind bei den Rechenquadraten die beiden äußeren Zahlen immer gerade oder ungerade?
- 4. Kannst du ein Rechenquadrat mit Ohren machen, das die Gesamtsumme i) 23 ii) 26 iii) 28 hat. Wie viele kannst du finden?





Präsentation Arbeitsaufträge

Lösen Sie die folgenden ausgewählten Aufgabentypen des Formats:



Beobachten Sie sich beim Lösen der einzelnen Aufgabentypen:

- Wie gehe ich vor? Welche Schwierigkeiten habe ich?
- Welche Strategien nutze ich zur Ermittlung von Lösungen?
- Wie viele Lösungen kann es jeweils warum geben?

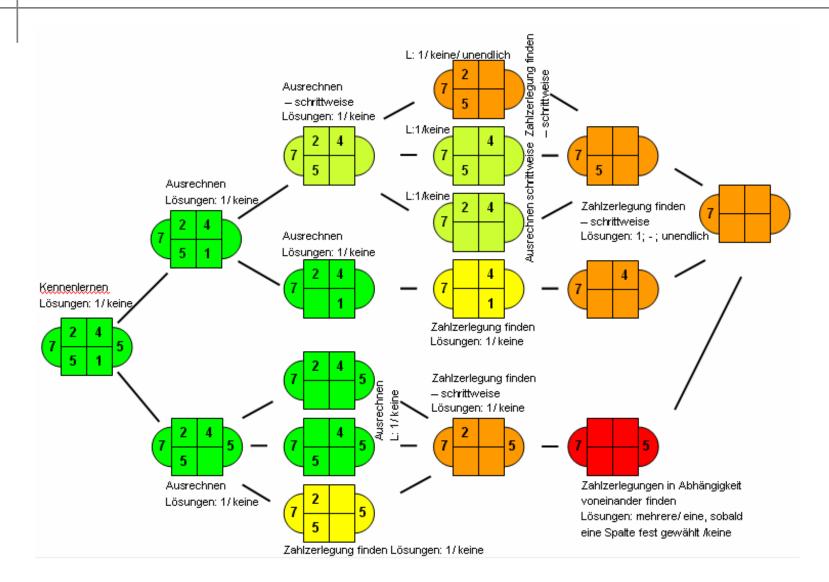
Welche Anforderungen stecken in jedem einzelnen Aufgabentyp?

Beschreiben Sie diese mit Hilfe geeigneter "Charakteristika".





Überblick: Die Gegeben-Gesucht-Situationen







Präsentation ausgewählte Forscheraufträge

- Bei welchen Rechenquadraten sind die beiden äußeren Zahlen gleich?
- 2. Wie kannst du aus vier aufeinander folgenden Zahlen, die als Basis-Zahlen verwendet werden sollen, ein Rechenquadrat erstellen? Gilt dies auch für vier aufeinander folgende gerade/ ungerade Zahlen?
- 3. Warum sind bei den Rechenquadraten die beiden äußeren Zahlen immer gerade oder ungerade?
- 4. Kannst du ein Rechenquadrat mit Ohren machen, das die Gesamtsumme i) 23 ii) 26 iii) 28 hat. Wie viele kannst du finden?



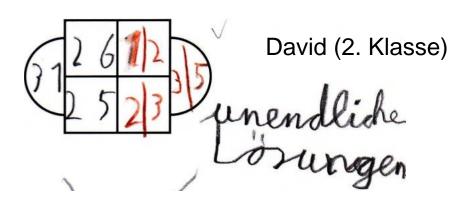


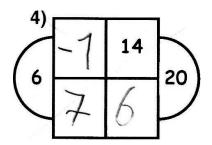
Charakteristika substanzieller Aufgabenformate

- Sie enthalten einen hohen Anteil von gleichartigen Aufgaben, die den <u>Übungseffekt</u> gewährleisten.
- Sie basieren auf <u>mathematisch reichhaltigen Kontexten</u> (mit oder ohne Wirklichkeitsbezug), die es erlauben, <u>allgemeine Lernziele</u> zu verfolgen.
- Sie bieten <u>unterschiedliche Problemstellungen mit</u> <u>verschiedenem Schwierigkeitsgrad</u>, die im Idealfall – auf dem jeweiligen Niveau – im ersten Schuljahr wie auch im achten Semester der Lehrerausbildung eingesetzt werden können.
- Sie sind auch innerhalb eines bestimmten Problemkontextes <u>offen</u> genug, um Bearbeitungen einzelner Schüler <u>auf unterschiedlichen Niveaus</u> im Sinne der natürlichen Differenzierung zu ermöglichen.

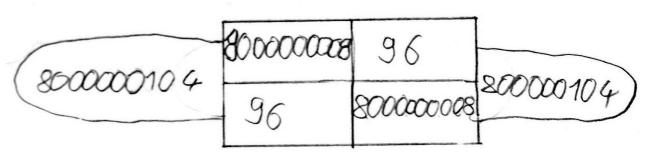






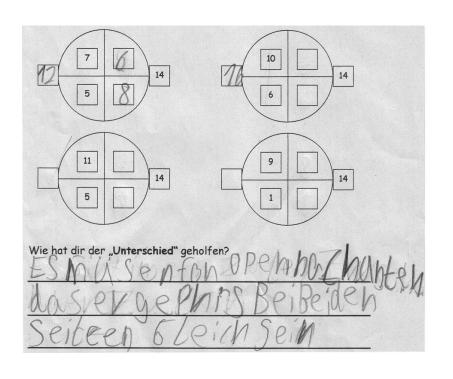


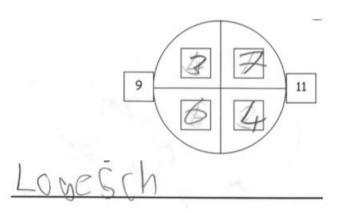
Henrik (3. Klasse) macht es "passend"



Dieses Rechenquadrat findet Henrik (3. Klasse) "besonders"

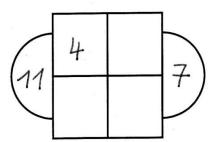








Loena (3. Klasse)



Ich habe hab was herausgetunden bier Hier hab M plus 7 gerechnet.

durch 2 glett geteilt abgezoge.

und dann burch die 4 abgezoge.

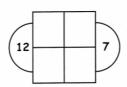
und dann burch durch 5 ravsgeknieht. Der Rest war ja

pupp ich.

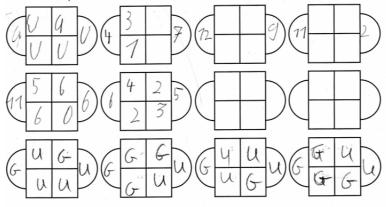


Forscherauftrag

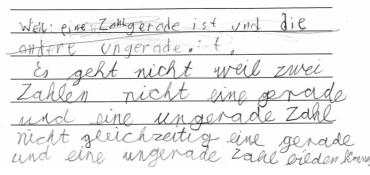
Wie viele Lösungen kannst du für das Rechenquadrat mit Ohren finden?



Rechenquadrate zum Forschen:



Schreibe hier deine Lösung auf!



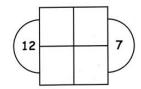
wenn in ben ohren eine ungrude Zahl indeine grade Zahl dan missen es immer zgrade Zahlen den zungerode und das kann nit eine grode und eine ungrabe gleichzeit ig sein,

Melvin (3. Klasse)

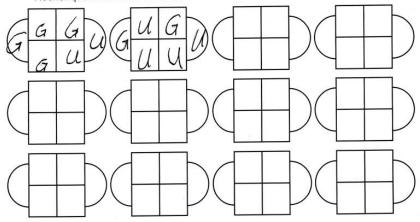


Forscherauftrag

Wie viele Lösungen kannst du für das Rechenquadrat mit Ohren finden? Begründe!



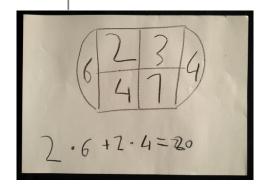
Rechenquadrate zum Forschen:

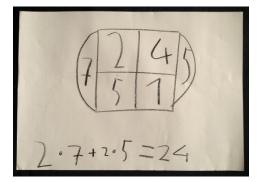


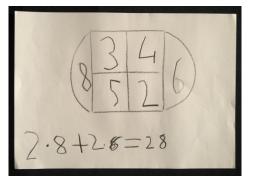
zwei ungerade Zahlen Zahen in den Zeilenmüssen das eraepen. Aber eine grade und noch eine grade ergeben eine grade of st Eine grade und eine ungrade ergeben Aber dann waren die Zahlen in den Zeilen nicht gleich weil einmal wäre das grade grade und einwal ungtade Also ergibt es einmal eine grade Zahl and eine ungerade.

Laurien (3. Klasse)





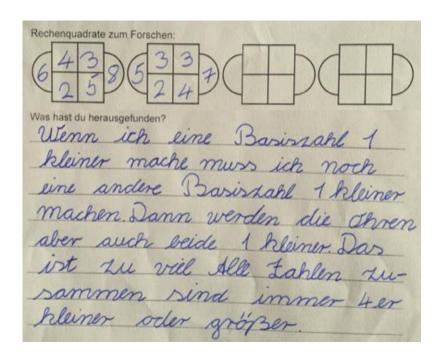




Julian (4. Klasse)

Forscherauftrag

Kannst du ein Rechenquadrat mit Ohren finden, bei dem alle Zahlen zusammen gerechnet 26 ergeben? Wie viele kannst du finden?



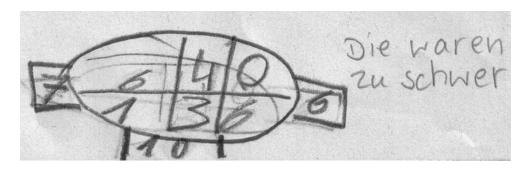
Tim (4. Klasse)

L(ist nicht 2 x grade

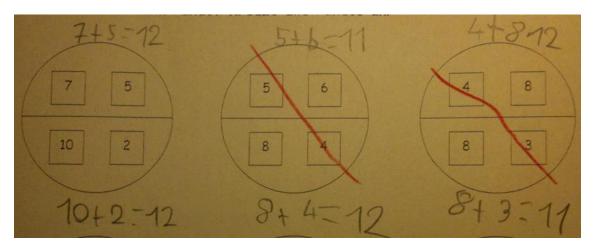


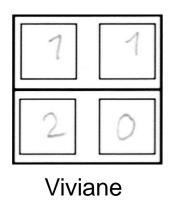
Rückschau auf den eigenen Lernprozess

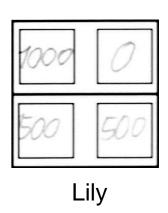
- "Ich fand die gut, die man selbst machen konnte." (Jona)
- "Mein Tipp: Helfen. Ich habe Luise geholfen, mir hat Madleen geholfen." (Michelle)
- "Ich habe gelernt, dass man immer genau rechnen muss und alle Regeln beachten muss." (Caspar)
- Wenn die äußeren Zahlen vorgegeben sind, weiß Eva: "Dass die Ergebnisse aus den Ohren kommen und man die Ergebnisse vorher angucken muss."
- "Einige waren zu schwer!" (Ali)

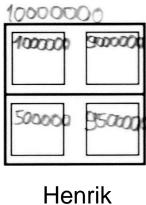




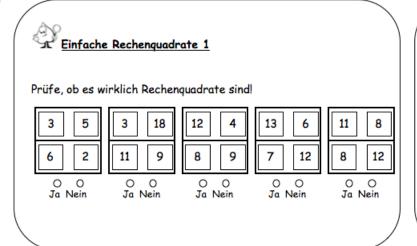


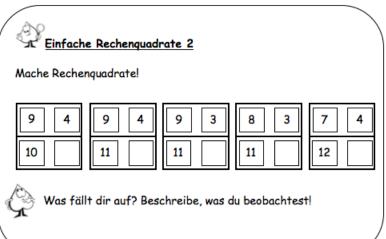




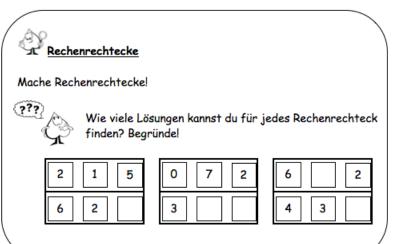




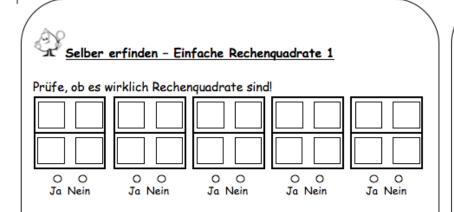


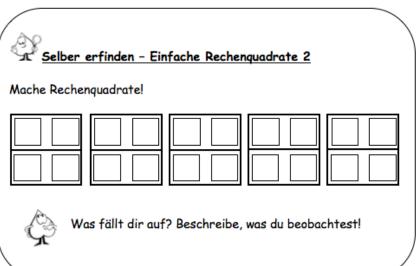


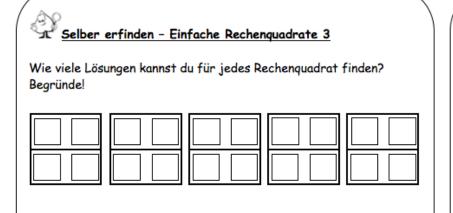


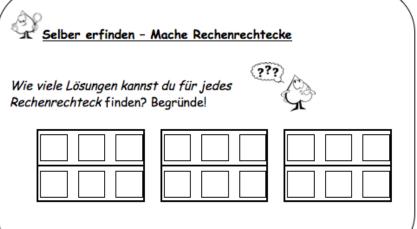














- 1. Erstelle aus den vier aufeinander folgenden Zahlen 2,3,4,5 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit 7,8,9,10? Warum?
- Erstelle aus den vier aufeinander folgenden geraden Zahlen 6,8,10,12 ein Rechenquadrat. Geht das auch mit den vier aufeinander folgenden ungeraden Zahlen 9,11,13,15? Warum?
 - 3. Kannst du ein Rechenquadrat aus den Zahlen a) 6,7,9,11 oder b) 7,8,10,12 erstellen? Beschreibe, wie du dabei vorgegangen bist.

- Kannst du ein Rechenquadrat aus ...
 - a) vier nicht aufeinander folgenden geraden Zahlen erstellen?
 - b) vier nicht aufeinander folgenden ungeraden Zahlen erstellen?
 - c) zwei ungeraden Zahlen und zwei geraden Zahlen erstellen?
 - d) drei ungeraden Zahlen und einer geraden Zahl erstellen?
 - e) drei geraden Zahlen und einer ungeraden Zahl erstellen?



Erfinde eigene Forscheraufträge

- 5. Warum ist die Gesamtsumme eines Rechenquadrats immer gerade?
 - Wie viele Rechenquadrate gibt es, die die Gesamtsumme (Summe aller vier Zahlen) 12 haben?

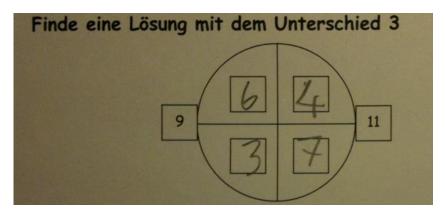


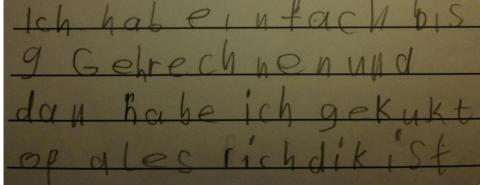


Unterrichtlicher Einsatz – Variationsmögl.

Einbezug zusätzlicher Bedingungen

 Nur äußere Zahlen sind vorgegeben:
 Mache ein Rechenquadrat, bei dem der Unterschied der Basiszahlen einer Spalte jeweils d beträgt.







Unterrichtlicher Einsatz – Variationsmögl.

Einbezug zusätzlicher Bedingungen

- Eine Zeilensumme und die äußeren Zahlen sind vorgegeben: Mache ein Rechenquadrat. Warum ist die Summe der Ohren das Doppelte der Zeilensumme?
- Die Gesamtsumme ist vorgegeben als Summe i) der Basiszahlen, ii) aller Zahlen: Mache ein Rechenquadrat mit der Gesamtsumme x. Gibt es mehrere Lösungen? Warum ist die Gesamtsumme immer gerade?





Unterrichtlicher Einsatz – Variationsmögl.

Operative Veränderungen – "Was passiert … wenn …?

 Verändere i) eine (mehrere) Basiszahl(en) ii) eine (beide) äußere(n) Zahl(en) um ± 1 (dann auch um andere Werte).
 Welche Auswirkungen hat (haben) diese Veränderung(en) und was kannst du tun?

Erweiterung des Aufgabenformats:

- Das Format wird um eine dritte äußere Zahl erweitert, welche sich als Zeilensumme ergibt
- Einsatz in den unteren Jahrgangsstufen der Sekundarstufe in den erweiterten Zahlbereichen Z und Q





Die Rechenquadrate ... zu finden unter

www.pikas.uni-dortmund.de





Die Rechenquadrate ... zu finden im Haus 7







Die Rechenquadrate ... zu finden im Haus 7





Schlussbemerkung

"Man konstruiere Aufgabenserien, die mehrere Schichten haben: einen unmittelbaren Übungszweck und dazu eine innere Systematik, die auf weiterführende Einsichten verweist und deren eigentätige Verfolgung anregt. Auf diese Weise wird ȟbend entdeckt und entdeckend geübt«".

Heinrich Winter (1984)



Haus 7: Modul 7.2





Literatur

HUHMANN, TOBIAS (2008): Rechenquadrate mit Ohren. Ein substanzielles Übungsformat für den Mathematikunterricht ab der ersten Jahrgangsstufe. In: Grundschulmagazin 4/08, Oldenbourg Verlag, S. 19-25.

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG (2008): Lehrplan Mathematik. Ritterbach.

RINKENS, HANS-DIETER & HÖNISCH, KURT (2008): Welt der Zahl 1. Schroedel.

SELTER, CHRISTOPH (1997): Entdecken und Üben mit Rechendreiecken. Eine substanzielle Übungsform für den Mathematikunterricht. Friedrich Jahresheft, S. 88-90.

WINTER, HEINRICH (1984): Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In: Mathematik lehren, (1984) 2, S. 4-16.

WITTMANN, ERICH (1990): "Wider die Flut der 'bunten Hunde ' und der 'grauen Päckchen '." In: Wittmann, Erich Ch. und Müller, Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen: Bd.1: S. 152-166.

