



# Haus 6: Heterogene Lerngruppen

 **Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“** 

**Feedback der Kinder**

*das ist. Ich fand alles gut und fand schön  
das wir nicht das gerechnet haben das wir immer  
rechnen.*

*weil mir die rechen heuser spas  
gemacht haben und weil wir jetzt  
wissen was ein Mathe kofer enzist.*

*weil  
Ich fands gut das bei euch man nichts  
falsch machen kan und weil Mathe  
zum ersten mal in meinem leben spass  
machtes gab von euch auch keine  
kestigen Hausaufgaben in Mathe*

Juni 2012 © PPK AS (<http://www.ppkz.com.de>)  40

## Modul 6.4

### Individuelle Lernwege anregen und begleiten Natürliche Differenzierung von Anfang an!





# Überblick über das Fortbildungsmodul 6.4

- Wie wird im Unterrichtsalltag auf die Heterogenität in den Klassen reagiert?
- Was heißt „Natürliche Differenzierung“?
- Wie kann die Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht umgesetzt werden?
- Wie entwickeln sich leistungsstärkere und -schwächere Kinder in solchen Lernumgebungen?
- Welche Möglichkeiten für einen sozialen Austausch existieren in Lernumgebungen im Sinne der natürlichen Differenzierung



## Anforderungsbereiche der Bildungsstandards

„Es werden (...) so genannte „große Aufgaben“ vorgestellt, die der Leistungsheterogenität von Grundschulern dadurch Rechnung tragen, dass sie im gleichen inhaltlichen Kontext ein breites Spektrum an unterschiedlichen Anforderungen und Schwierigkeiten abdecken. Dadurch können die Aufgabenbeispiele zugleich als Muster für einen differenzierenden Unterricht fungieren, in dem alle Kinder am gleichen Inhalt arbeiten, aber nicht unbedingt dieselben Aufgaben lösen.“

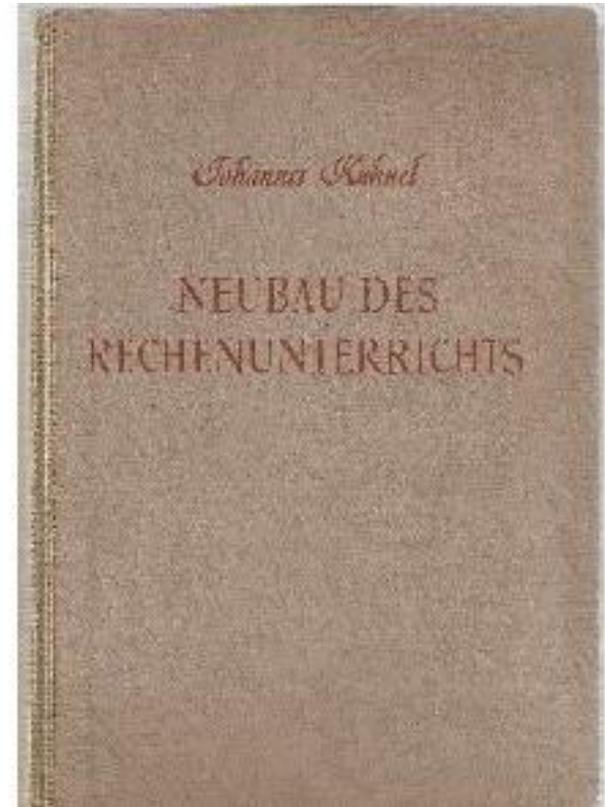
(KMK 2005, S. 13)



## Johannes Kühnel (1869-1928)

Er forderte vor bereits über 100 Jahren  
....„das Prinzip der ‚gleichmäßigen‘  
Förderung der Kinder einer Klasse  
aufzugeben zugunsten einer  
‚höchstmöglichen Förderung jeder  
einzelnen Begabung““

(Wittmann 2010, S. 63)

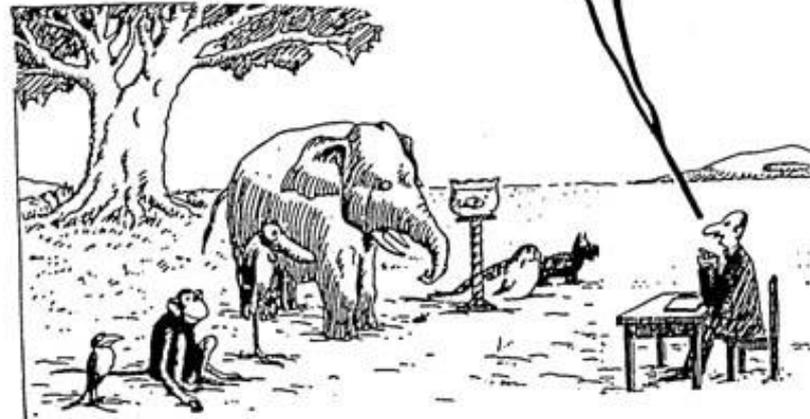




**So nicht!**

**Wie denn dann?**

Um es gerecht zu machen, bekommt ihr alle dieselbe Aufgabe: Klettert auf den Baum!





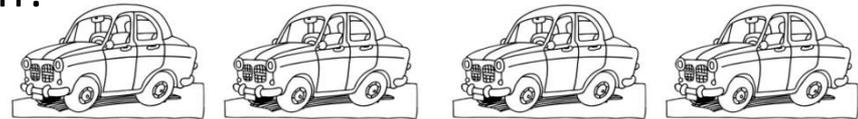
# Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Mein Schulbuch bietet Differenzierung an, da es leichte und schwere Arbeitsblätter gibt. Ich entscheide, welches Kind an welchem Arbeitsblatt/-heft arbeitet.

Leicht:

Vor einer roten Ampel stehen vier Autos. In jedem Auto sitzen vier Personen.

- Wann schaltet die Ampel auf grün?
- Wie viele Personen sind es zusammen?



Mittel:

Schreibe Frage, Rechnung und Antwort zur folgenden Rechengeschichte:

*Toni hat 25 € gespart. Er will sich Spielzeugautos kaufen. Ein Auto kostet 4 €.*

Schwer:

Schreibe selbst Rechengeschichten zu den Aufgaben und rechne.

- $16+29$
- $4 \cdot 6$
- Erfinde eigene Rechengeschichten.



# Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Mein Schulbuch bietet Differenzierung an, da es leichte und schwere Arbeitsblätter gibt.

## Probleme:

 Die Zuweisung durch die Lehrperson berücksichtigt nicht die individuellen Stärken der Kinder. Was leicht und schwer ist wird von außen entschieden.

 Die schwächeren Kinder müssen meist stupide Rechenübungen machen. Entdeckendes Lernen und offene Aufgabenstellungen sind nur für die guten Kinder.

 Die stupiden Aufgaben für die schwächeren Kinder bieten meist kaum Ansätze zur Diagnostik individueller Stärken und Schwächen.

 Ein sozialer Austausch über Strategien, Vorgehensweisen und Entdeckungen sind nicht möglich. Über welches Blatt sollte man sprechen?

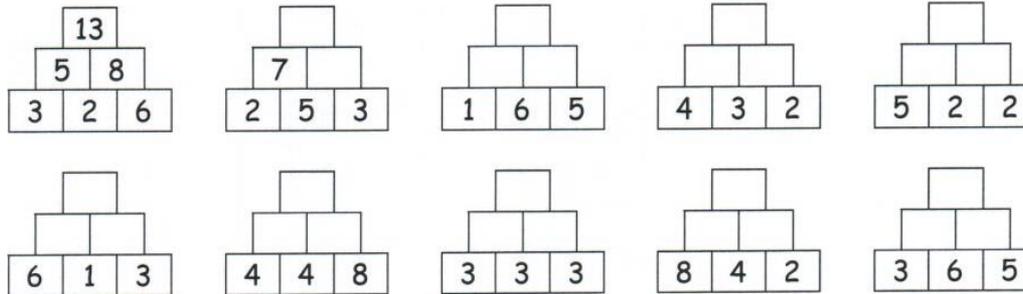




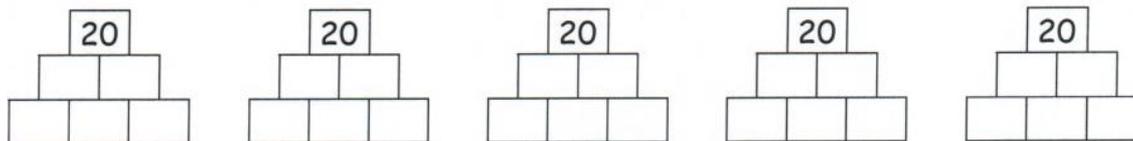
# Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Ich differenziere, indem ich den Kindern leichte und schwere Aufgaben bereitlege und die Kinder selbst entscheiden können, ob sie die leichte oder die schwere Aufgabe machen wollen.

## . Kleine Zahlenmauern



## Zielzahl 20





# Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Ich differenziere, indem ich den Kindern leichte und schwere Aufgaben bereitlege und die Kinder selbst entscheiden können, ob sie die leichte oder die

## Probleme:

-  Ein immenser Arbeitsaufwand für die Lehrperson, denn sie muss durchgängig mehrere Arbeitblätter konzipieren.
-  Erneut entscheidet die Lehrperson, was leicht und was schwer ist.
-  Ein sozialer Austausch über Strategien, Vorgehensweisen und Entdeckungen ist auch hier nicht möglich, da nicht alle Kinder die gleiche Aufgabe gemacht haben.
-  Was ist mit den Kinder, die eher zwischen zwei Niveaus stehen? Welches Arbeitblatt/Aufgabe sollten sie wählen?



# Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Meine guten Schüler bekommen „Eckaufgaben“. Ich habe immer diverse Kopien in einem Ablagefach liegen, an denen die Kinder sich bedienen dürfen.





# Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

Meine besten Schüler bekommen „Extrafutter“. Ich habe immer diverse Kopien

in e

**Eine derartige Differenzierung ist  
durchaus mal möglich!**

Aber:

-  Wäre es nicht schöner, wenn die guten Kinder durch ihre durchaus beachtlichen Kompetenzen den Mathematikunterricht bereichern und somit die Mitschüler zu neuen Entdeckungen und Erkenntnissen beim eigentlichen Thema antreiben?
-  Es steckt eigentlich in JEDER substanziellen Aufgaben Extrafutter für die starken Schüler. Das Sammeln von gesonderten Aufgaben kann man sich dann ggf. auch sparen.





# Wie sieht Differenzierung im Unterrichtsalltag aus?

**Nicht falsch verstehen!  
Offene Aufgaben sind gut – keine Frage!  
Sie lassen sich hervorragend zur Standortbestimmung  
nutzen (vgl. Haus 6; UM)!**

Aber:

-  Offene Aufgaben umfassen mehr. Offenheit bezieht sich auch auf die Offenheit der Wege und der Notierungen; vgl. hierzu: [www.kira.tu-dortmund.de](http://www.kira.tu-dortmund.de) „Offene Aufgaben“
  -  Ein sozialer Austausch über Strategien, Vorgehensweisen und Entdeckungen ist auch hier kaum möglich.
  -  Der Unterricht lässt sich kaum komplett über offene Aufgaben, bei denen die Kinder z.B. eigene Zahlenwerte wählen dürfen, gestalten.
- ➔ Man braucht noch „andere“ (offene) Aufgaben.



## Was bedeutet dagegen „Natürliche Differenzierung“?

Das Konzept der natürlichen Differenzierung wurde von Wittmann entwickelt (vgl. Wittmann 2010) und verlangt die Differenzierung von „unten“ resp. vom „Kind aus“ (vgl. Brügelmann 2000).

„Der Schlüssel dafür liegt in Lernangeboten, die eine niedrige Eingangsschwelle haben, einen bestimmten Grundbestand von Kenntnissen und Fertigkeiten sichern und darüber hinaus den Kindern Optionen ermöglichen, die sie nach ihren individuellen Möglichkeiten wahrnehmen können“ (Wittmann 2010, S. 63).

Es muss im Gesamtzusammenhang mit den vier anderen Prinzipien ‚Konzentration auf fachliche Grundideen‘, ‚Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen‘, ‚Produktives und automatisierendes Üben‘ und ‚systemische Qualitätssicherung‘ gesehen werden, und nur in Verbindung mit diesen Prinzipien kann es seine volle Wirkung entfalten“ (ebd., S. 63).



# Analyse ausgewählter Lernumgebungen

**Aktivität:**

ca. ☺ ☺ ☺ ☺

**45 min**



Schauen Sie sich Ihr Material/ Ihre Lernumgebung genau an.

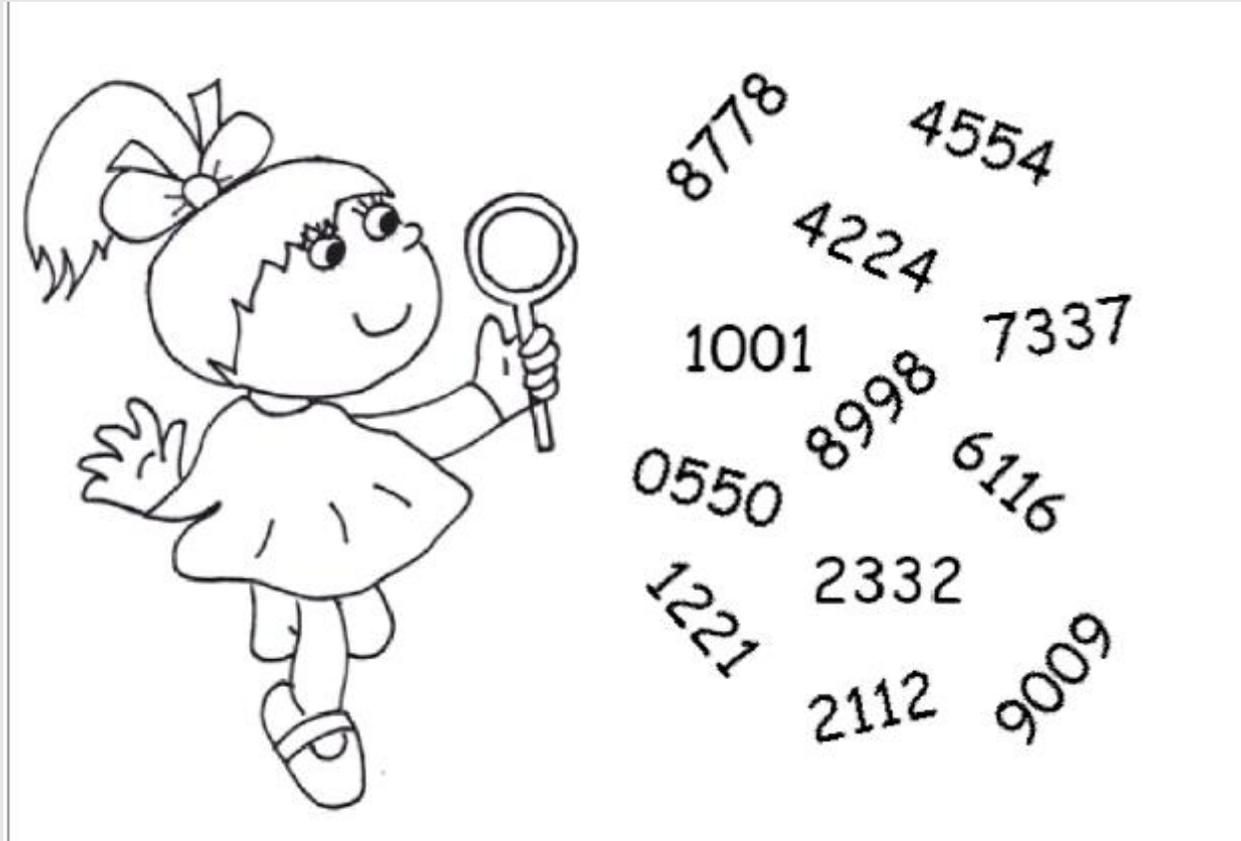
Jedes Arbeitsblatt/jeder Forschungsauftrag ist im Sinne der natürlichen Differenzierung konzipiert.

Was wird jeweils von stärkeren und was wird von den schwächeren Kindern verlangt? Welche Erwartungen würden Sie an die stärkeren/schwächeren Kinder stellen?

Halten Sie Ihre Arbeitsergebnisse (ggf. exemplarisch für ausgewählte Forschungsaufträge) bitte auf einem Flipchart-Bogen fest.



## ANNA-Zahlen





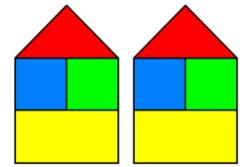
# Analyse ausgewählter Lernumgebungen

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

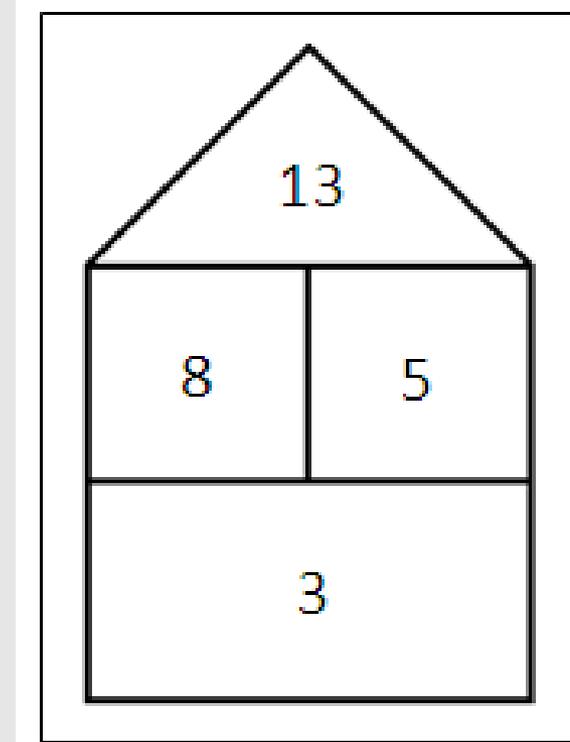
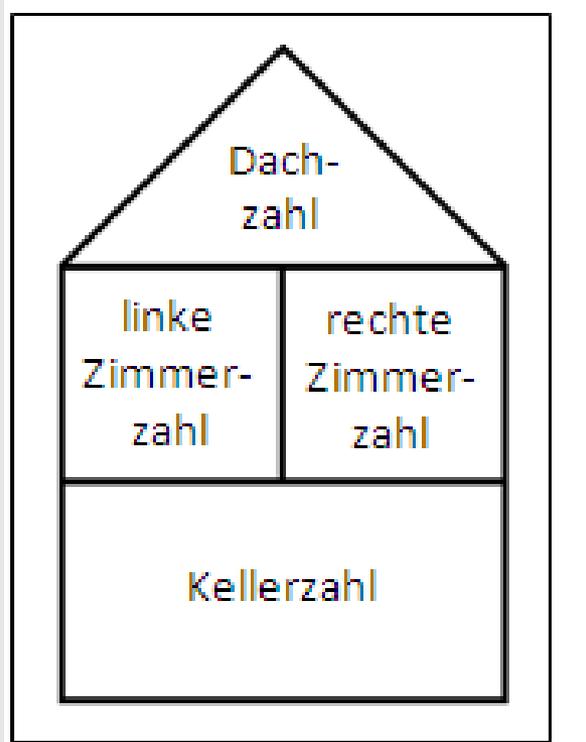
## Wir rechnen im Tausenderbuch

Bestimme die Summe der Zahlen  
im Quadrat möglichst geschickt!

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200



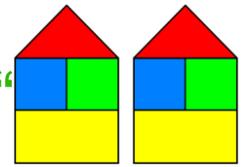
## Rechenhäuser



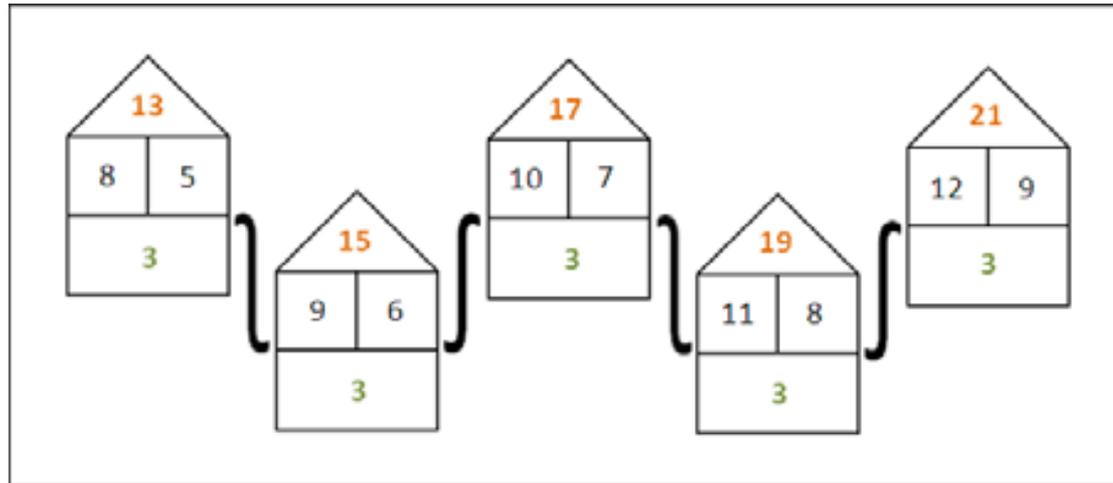
(vgl. Müller & Witmann 1994; Nührenbörger & Schwarzkopf 2010)



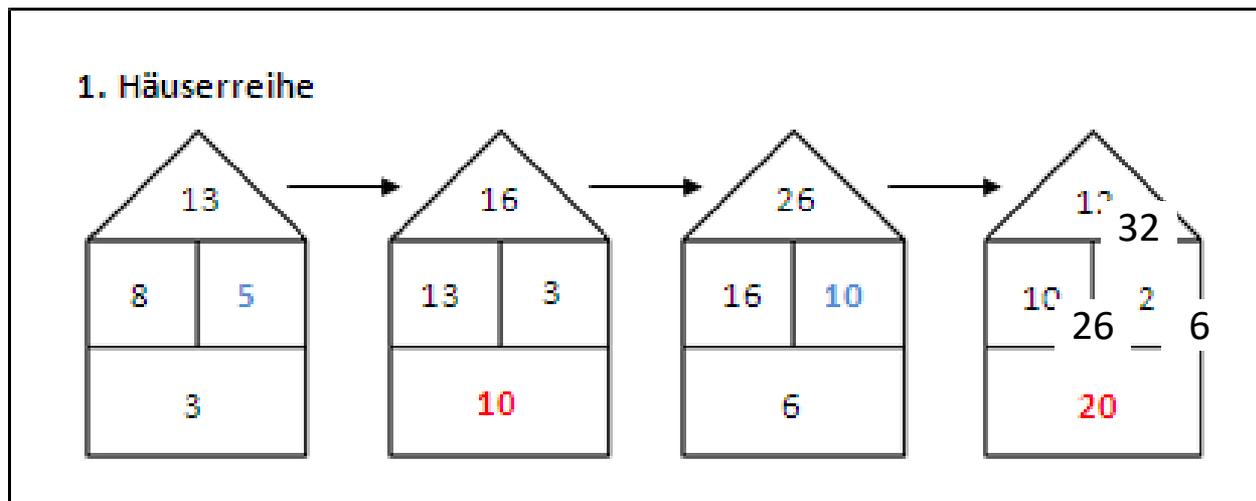
# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



## Operative Aufgabenserien

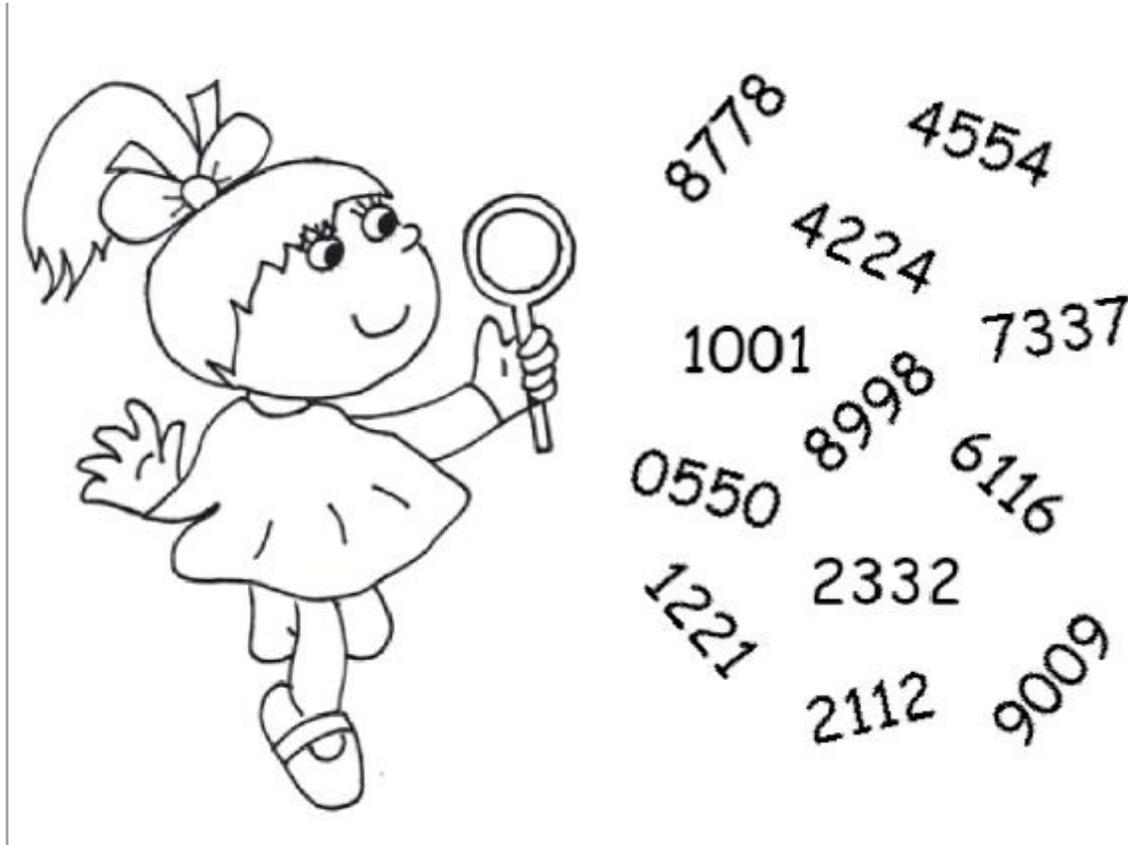


## Häuserreihen – Zahlen ziehen um





## ANNA-Zahlen in einem vierten Schuljahr





# Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



## Niedriges Einstiegsniveau – Finde möglichst verschiedene Anna-Zahlen

4334, 6116, 5445, 7887, 8998,  
6446  
1001, 2112, 3883 6116  
9889 1221

Hannah

Marie

9779, 8668, 4334, 9229, 7667, 2332, 2112, 2442, 2552,  
2662, 2772, 2882, 2992, 3113, 3223, 3443, 3553, 3663, 3773,  
3883, 3993, 3003, 4004, 4114, 4224, 4334, 4554, 4664,  
4774, 4884, 4394, 5005, 5115, 5225, 5335, 5445,  
5665, 5775



# Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



## Marie steigt „tiefer“ in die Aufgabe ein

Finde alle Anna-Zahlen und sortiere sie so, dass man direkt sehen kann, dass du keine vergessen hast.

0110	1001	2002	3003	4004	5005	6006	7007	8008	9009
0220	1221	2112	3113	4114	5115	6116	7117	8118	9119
0330	1331	2332	3223	4224	5225	6226	7227	8228	9229
0440	1441	2442	3443	4334	5335	6336	7337	8338	9339
0550	1551	2552	3553	4554	5445	6446	7447	8448	9449
0660	1661	2662	3663	4664	5665	6556	7557	8558	9559
0770	1771	2772	3773	4774	5775	6776	7667	8668	9669
0880	1881	2882	3883	4884	5885	6886	7887	8778	9779
0990	1991	2992	3993	4994	5995	6996	7997	8998	9889



# Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



## Marie steigt noch „tiefer“ in die Aufgabe ein

Erkläre für ein Kind, dass die Anna-Zahlen nicht kennt, was eine Anna-Zahl ist!

Bei ~~einer~~ Anna-Zahl steht vorne und hinten ein  
A bei der Zahl steht vorne und hinten die gleiche  
Zahl. In der mitte stehen 2 Ns bei der Zahl  
stehen auch 2 gleiche Zahlen

Beispiel: ANNA = 1001





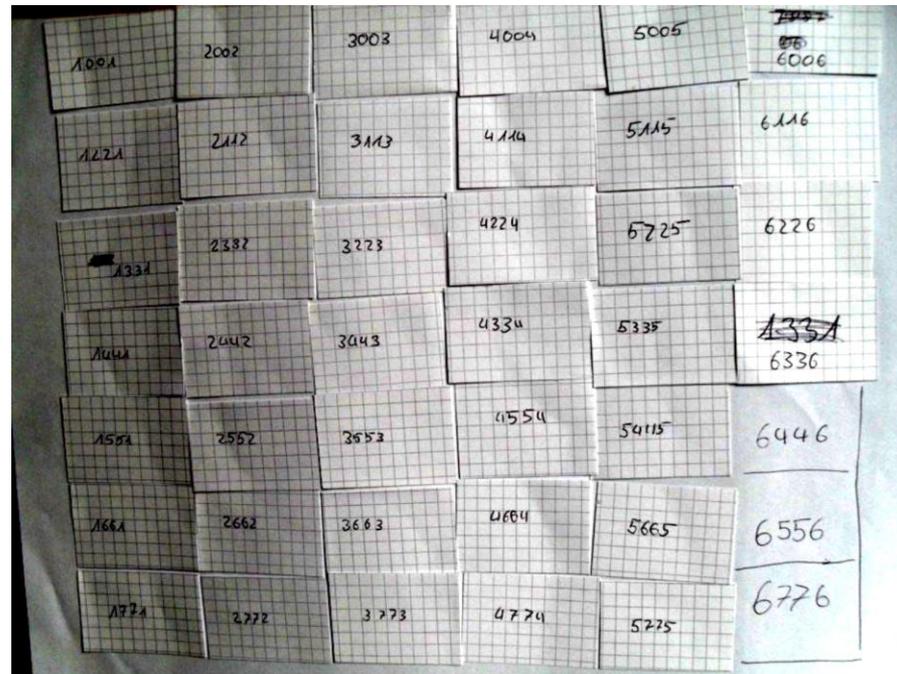
# Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



## Option der individuellen Weiterentwicklung durch Materialunterstützung

1881, 8558, 3443, 7667, 9009, 5665, 1331, 1221, 0550  
8008, 8118, 0110, 3113, 4334, 3443, 1441, 0440,  
4004, ~~34~~, 3883

Lara





# Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



Anna-Aufgaben rechnen –

Finde weitere Aufgaben mit dem Ergebnis 891

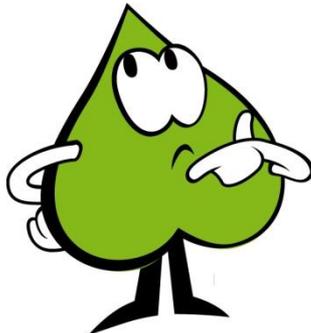
$$\begin{array}{r} 5445 \\ - 4554 \\ \hline 0891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8778 \\ - 7887 \\ \hline 0891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3223 \\ - 2332 \\ \hline 0891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ - 0110 \\ \hline 0891 \end{array}$$

Nina



$$\begin{array}{r} 1001 \\ - 0110 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2002 \\ - 0220 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3003 \\ - 0330 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4004 \\ - 0440 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5005 \\ - 0550 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6006 \\ - 0660 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7007 \\ - 0770 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8008 \\ - 0880 \\ \hline 891 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9009 \\ - 0990 \\ \hline 891 \end{array}$$





# Konkretisierung am Beispiel „ANNA-Zahlen“



## Das Muster der Anna-Aufgaben erklären

Marie

Sie hat aus der Anna-Zahl 1221 die Zahl 2112 gemacht <sup>Weil</sup> Sie hat die Plättchen verschiebt. Und hat dadurch die umgekehrte Anna-Zahl gemacht. Die Differenz ist 1 und deshalb muss das Ergebniss 891 sein.

Stimmt!

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 100 \\ \hline 900 \\ - 10 \\ \hline 890 \\ + 1 \\ \hline 891 \end{array}$$



## Das Muster der Anna-Aufgaben erklären

Ahmed

Anna hat immer ~~einen~~ <sup>zwei</sup>  
Plättchen (also eins von den  
Hundertern und eins von den  
Zehnern zu den ~~beiden~~ <sup>äußeren</sup>  
Plättchen. So kommt immer  
891 raus.



## Das Muster der Anna-Aufgaben erklären

Ahmed

Anna hat diesmal  
2 Plättchen verschoben.  
Weil 2 das Doppelte von  
1 ist kommt auch das doppelte  
von der 891 raus.  
Die Stellenwerte von der 2 u.  
w. werden -200 oder -2000  
bei den +2000 und bei der +2.  
Das sind  $1782 = 2 \cdot 891$



# Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

## Wir rechnen im Tausenderbuch (3. Schuljahr)

Bestimme die Summe der Zahlen im Quadrat möglichst geschickt!

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200



# Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“



## Wir rechnen im Tausenderbuch – leistungsschwächere Kinder

<p>①</p> <table border="1"><tr><td>35</td><td>36</td></tr><tr><td>45</td><td>46</td></tr></table> <p>Ich rechne so:</p> $\begin{array}{r} 35+36=71 \\ \hline 30+30=60 \\ 5+6=11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 71+91=162 \\ \hline 70+90=160 \\ 1+1=2 \end{array}$ $\begin{array}{r} 45+46=91 \\ \hline 40+40=80 \\ 5+6=11 \end{array}$	35	36	45	46	<p>②</p> <table border="1"><tr><td>244</td><td>245</td></tr><tr><td>254</td><td>255</td></tr></table> <p>Ich rechne so:</p> $200 \times 200 + 200 \times 200 = 800$ $40+40+50+50=180$ $4+4+5+5=18$ $800+180+18=998$	244	245	254	255
35	36								
45	46								
244	245								
254	255								
<p>③</p> <table border="1"><tr><td>244</td><td>245</td></tr><tr><td>254</td><td>255</td></tr></table> <p>Ich rechne so:</p> $200+200+200+200=800$ $800+40+40+50+50=980$ $980+4+5+4+5=998$	244	245	254	255	<p>④</p> <table border="1"><tr><td>125</td><td>126</td></tr><tr><td>135</td><td>136</td></tr></table> <p>Ich rechne so:</p> $\begin{array}{r} 125 \\ +135 \\ \hline 126 \\ +136 \\ \hline 522 \end{array}$	125	126	135	136
244	245								
254	255								
125	126								
135	136								



# Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

## Wir rechnen im Tausenderbuch – leistungsmittlere Kinder

<p>⑤</p> <table border="1"><tr><td>125</td><td>126</td></tr><tr><td>135</td><td>136</td></tr></table> <p>Ich rechne so: <math>120 + 120 + 130 + 130 = 500</math> <math>5 + 5 + 6 + 6 = 22</math> <math>500 + 22 = 522</math></p>	125	126	135	136	<p>⑥</p> <table border="1"><tr><td>15</td><td>16</td></tr><tr><td>25</td><td>26</td></tr></table> <p>Ich rechne so: <math>20 + 40 = 60 + 10 =</math> <math>70 + 12 = 82</math></p>	15	16	25	26
125	126								
135	136								
15	16								
25	26								
<p>⑦</p> <table border="1"><tr><td>125</td><td>126</td></tr><tr><td>135</td><td>136</td></tr></table> <p>Ich rechne so: <math>125 + 126 = 251</math> <math>135 + 136 = 271</math> <math>251 + 271 = 522</math></p>	125	126	135	136	<p>⑧</p> <table border="1"><tr><td>125</td><td>126</td></tr><tr><td>135</td><td>136</td></tr></table> <p>Ich rechne so: <math>125 + 126 = 251</math> <math>251 + 135 = 386</math> <math>386 + 136 = 522</math></p>	125	126	135	136
125	126								
135	136								
125	126								
135	136								



# Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“



## Wir rechnen im Tausenderbuch – leistungsstarke Kinder

<p>⑨</p> <table border="1"> <tr><td>202</td><td>203</td></tr> <tr><td>212</td><td>213</td></tr> </table>	202	203	212	213	<p>Ich rechne so:</p> $202 + 202 = 404$ $404 + 1 = 405$ $212 + 212 = 424$ $424 + 1 = 425$ $400 + 400 = 800$ $25 + 5 = 30$ $800 + 30 = 830$
202	203				
212	213				
<p>⑪</p> <table border="1"> <tr><td>189</td><td>190</td></tr> <tr><td>199</td><td>200</td></tr> </table>	189	190	199	200	<p>Ich rechne so:</p> $4 \cdot 200 = 800$ $800 - 22 = 778$
189	190				
199	200				
<p>⑬</p> <table border="1"> <tr><td>244</td><td>245</td></tr> <tr><td>254</td><td>255</td></tr> </table>	244	245	254	255	<p>Ich rechne so:</p> $200 + 600 = 800$ $44 + 44 = 88$ $55 + 55 = 110$ $888 + 110 = 998$
244	245				
254	255				
<p>⑩</p> <table border="1"> <tr><td>244</td><td>245</td></tr> <tr><td>254</td><td>255</td></tr> </table>	244	245	254	255	<p>Ich rechne so:</p> $245 + 255 = 500$ $244 + 256 = 500$ $254 + 251 = 505$ $255 + 245 = 500$ $500 + 500 = 1000$ $1000 - 2 = 998$
244	245				
254	255				
<p>⑫</p> <table border="1"> <tr><td>202</td><td>203</td></tr> <tr><td>212</td><td>213</td></tr> </table>	202	203	212	213	<p>Ich rechne so:</p> $205 + 200 = 405$ $215 + 210 = 425$ $425 + 405 = 830$
202	203				
212	213				
<p>⑭</p> <table border="1"> <tr><td>202</td><td>203</td></tr> <tr><td>212</td><td>213</td></tr> </table>	202	203	212	213	<p>Ich rechne so:</p> $415 + 415 = 830$
202	203				
212	213				



# Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

## Wir rechnen im Tausenderbuch – Entwicklung eines schwachen Kindes

202	203
212	213

830

Ich rechne so:

$$202 + 203 = 405$$

---

$$200 + 200 = 400$$
$$0 + 0 = 00$$
$$2 + 5 = 7$$

---

$$212 + 213 = 425$$

---

$$200 + 200 = 400$$
$$10 + 10 = 20$$
$$2 + 3 = 5$$

405 + 425 = 830

400 + 400 = 800

0 + 20 = 20

5 + 5 = 10

Meine Rechnung ist geschickt, weil..



# Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

993	992	991	990	989	988	987	986	985	984	983	982	981
980	979	978	977	976	975	974	973	972	971	970	969	968
967	966	965	964	963	962	961	960	959	958	957	956	955
954	953	952	951	950	949	948	947	946	945	944	943	942
941	940	939	938	937	936	935	934	933	932	931	930	929
928	927	926	925	924	923	922	921	920	919	918	917	916
915	914	913	912	911	910	909	908	907	906	905	904	903
902	901	900	899	898	897	896	895	894	893	892	891	890
889	888	887	886	885	884	883	882	881	880	879	878	877
876	875	874	873	872	871	870	869	868	867	866	865	864
863	862	861	860	859	858	857	856	855	854	853	852	851
850	849	848	847	846	845	844	843	842	841	840	839	838
837	836	835	834	833	832	831	830	829	828	827	826	825
824	823	822	821	820	819	818	817	816	815	814	813	812
811	810	809	808	807	806	805	804	803	802	801	800	799
798	797	796	795	794	793	792	791	790	789	788	787	786
785	784	783	782	781	780	779	778	777	776	775	774	773
772	771	770	769	768	767	766	765	764	763	762	761	760
759	758	757	756	755	754	753	752	751	750	749	748	747
746	745	744	743	742	741	740	739	738	737	736	735	734
733	732	731	730	729	728	727	726	725	724	723	722	721
720	719	718	717	716	715	714	713	712	711	710	709	708
707	706	705	704	703	702	701	700	699	698	697	696	695
694	693	692	691	690	689	688	687	686	685	684	683	682
681	680	679	678	677	676	675	674	673	672	671	670	669
668	667	666	665	664	663	662	661	660	659	658	657	656
655	654	653	652	651	650	649	648	647	646	645	644	643
642	641	640	639	638	637	636	635	634	633	632	631	630
629	628	627	626	625	624	623	622	621	620	619	618	617
616	615	614	613	612	611	610	609	608	607	606	605	604
603	602	601	600	599	598	597	596	595	594	593	592	591
590	589	588	587	586	585	584	583	582	581	580	579	578
577	576	575	574	573	572	571	570	569	568	567	566	565
564	563	562	561	560	559	558	557	556	555	554	553	552
551	550	549	548	547	546	545	544	543	542	541	540	539
538	537	536	535	534	533	532	531	530	529	528	527	526
525	524	523	522	521	520	519	518	517	516	515	514	513
512	511	510	509	508	507	506	505	504	503	502	501	500
499	498	497	496	495	494	493	492	491	490	489	488	487
486	485	484	483	482	481	480	479	478	477	476	475	474
473	472	471	470	469	468	467	466	465	464	463	462	461
460	459	458	457	456	455	454	453	452	451	450	449	448
447	446	445	444	443	442	441	440	439	438	437	436	435
434	433	432	431	430	429	428	427	426	425	424	423	422
421	420	419	418	417	416	415	414	413	412	411	410	409
408	407	406	405	404	403	402	401	400	399	398	397	396
395	394	393	392	391	390	389	388	387	386	385	384	383
382	381	380	379	378	377	376	375	374	373	372	371	370
369	368	367	366	365	364	363	362	361	360	359	358	357
356	355	354	353	352	351	350	349	348	347	346	345	344
343	342	341	340	339	338	337	336	335	334	333	332	331
330	329	328	327	326	325	324	323	322	321	320	319	318
317	316	315	314	313	312	311	310	309	308	307	306	305
304	303	302	301	300	299	298	297	296	295	294	293	292
291	290	289	288	287	286	285	284	283	282	281	280	279
278	277	276	275	274	273	272	271	270	269	268	267	266
265	264	263	262	261	260	259	258	257	256	255	254	253
252	251	250	249	248	247	246	245	244	243	242	241	240
239	238	237	236	235	234	233	232	231	230	229	228	227
226	225	224	223	222	221	220	219	218	217	216	215	214
213	212	211	210	209	208	207	206	205	204	203	202	201
200	199	198	197	196	195	194	193	192	191	190	189	188
187	186	185	184	183	182	181	180	179	178	177	176	175
174	173	172	171	170	169	168	167	166	165	164	163	162
161	160	159	158	157	156	155	154	153	152	151	150	149
148	147	146	145	144	143	142	141	140	139	138	137	136
135	134	133	132	131	130	129	128	127	126	125	124	123
122	121	120	119	118	117	116	115	114	113	112	111	110
109	108	107	106	105	104	103	102	101	100	99	98	97
96	95	94	93	92	91	90	89	88	87	86	85	84
83	82	81	80	79	78	77	76	75	74	73	72	71
70	69	68	67	66	65	64	63	62	61	60	59	58
57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45
44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32
31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19
18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7
-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15	-16	-17	-18	-19	-20
-21	-22	-23	-24	-25	-26	-27	-28	-29	-30	-31	-32	-33
-34	-35	-36	-37	-38	-39	-40	-41	-42	-43	-44	-45	-46
-47	-48	-49	-50	-51	-52	-53	-54	-55	-56	-57	-58	-59
-60	-61	-62	-63	-64	-65	-66	-67	-68	-69	-70	-71	-72
-73	-74	-75	-76	-77	-78	-79	-80	-81	-82	-83	-84	-85
-86	-87	-88	-89	-90	-91	-92	-93	-94	-95	-96	-97	-98
-99	-100	-101	-102	-103	-104	-105	-106	-107	-108	-109	-110	-111
-112	-113	-114	-115	-116	-117	-118	-119	-120	-121	-122	-123	-124
-125	-126	-127	-128	-129	-130	-131	-132	-133	-134	-135	-136	-137
-138	-139	-140	-141	-142	-143	-144	-145	-146	-147	-148	-149	-150

**Wir rechnen im Tausenderbuch –  
Entwicklung eines schwachen Kindes**

Alex rechnet so:

244	245
254	255

$$244 + 255 = 499$$

$$245 + 254 = 499$$
$$499 + 499 = 998$$



# Konkretisierung am Beispiel „Rechentricks“

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

## Wir rechnen im Tausenderbuch – Entwicklung eines schwachen Kindes

202	203
212	213

Ich rechne so:

$$202 + 213 = 415$$

$$200 + 200 = 400$$

$$0 + 10 = 10$$

$$2 + 3 = 5$$

$$415 + 415 = 830$$

$$400 + 400 = 800$$

$$10 + 10 = 20$$

$$5 + 5 = 10$$

Meine Rechnung ist geschickt, weil..

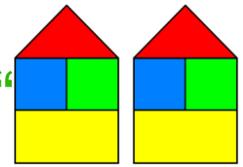
wei ich  
über Kreuz  
rechne.

Jede nicht selbst entwickelte Rechenstrategie stellt für Kinder natürlich immer auch **Lernstoff** dar und bedarf daher intensiver Übung.

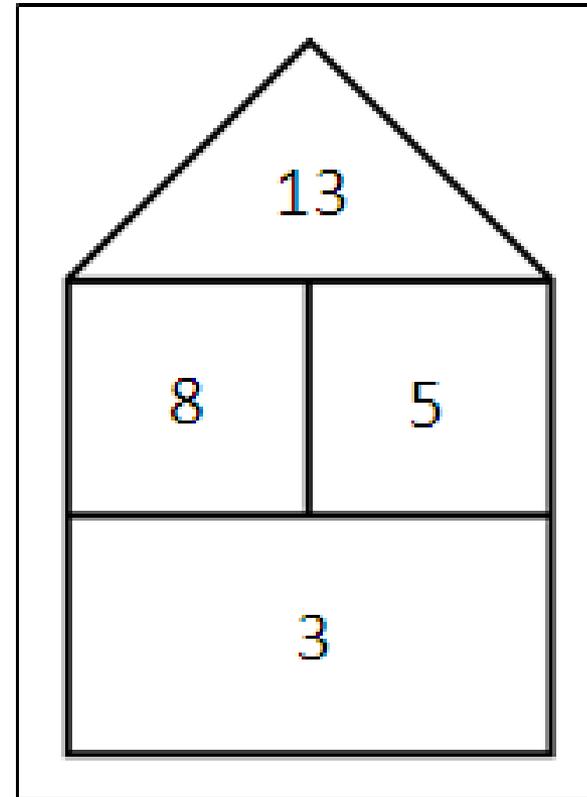
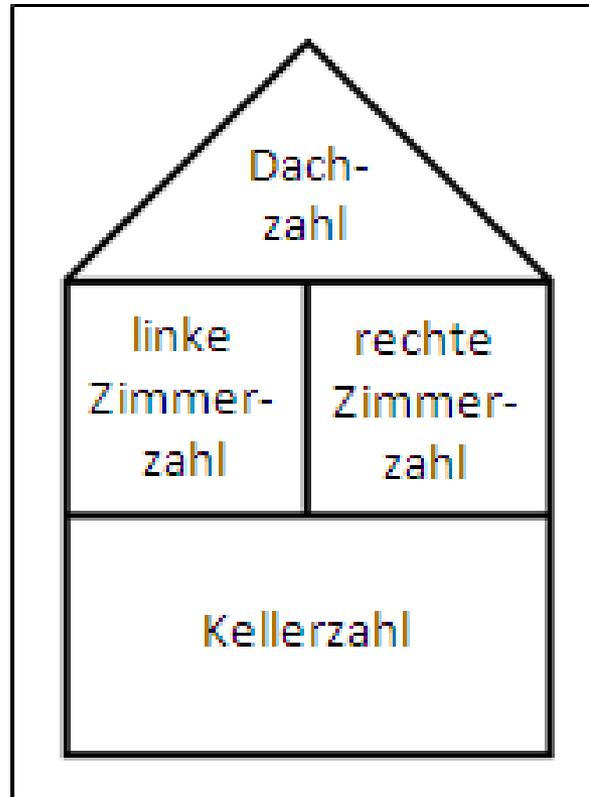
(vgl. SELTER 2003, S. 40)

Forscherheft und weitere Dokumente sind verfügbar unter:  
[www.kira.uni-dortmund.de](http://www.kira.uni-dortmund.de) (Addition im Tausenderbuch)



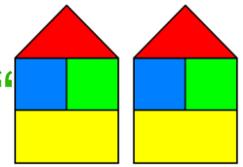


## Rechenhäuser in einem dritten Schuljahr

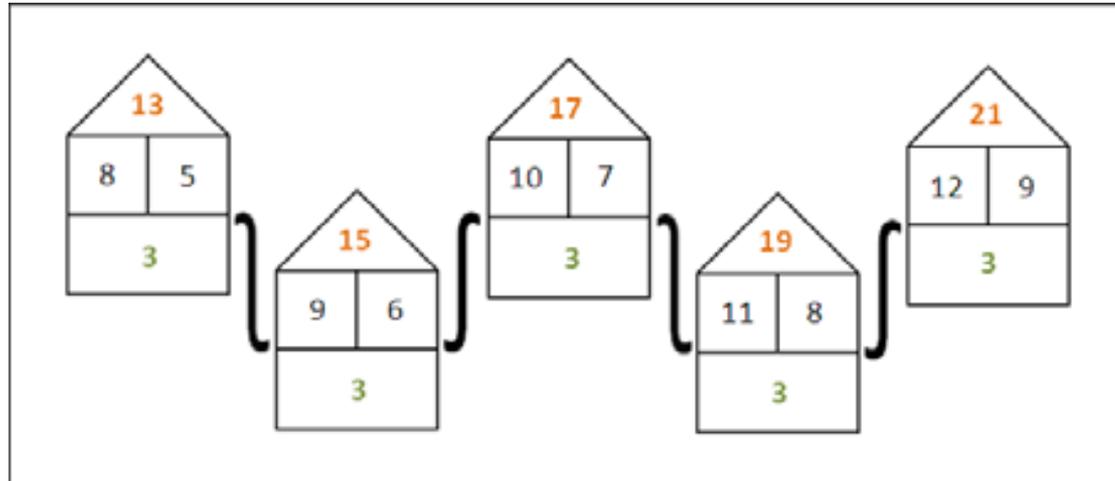




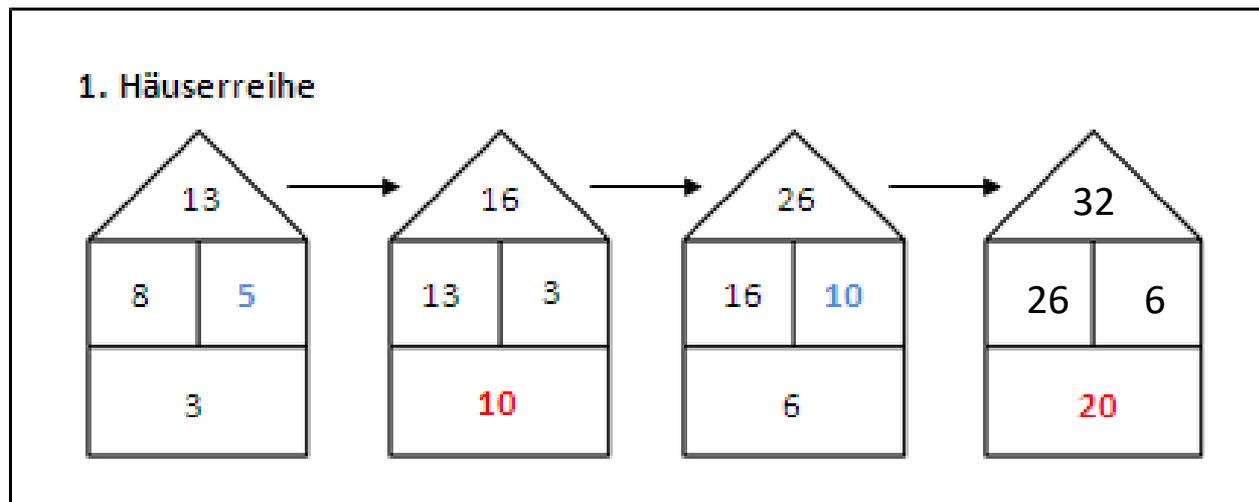
# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



## Operative Aufgabenserien

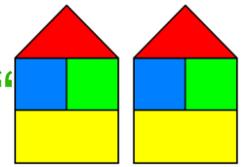


## Häuserreihen – Zahlen ziehen um



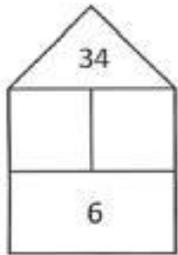


# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



## Niedriges Einstiegsniveau –

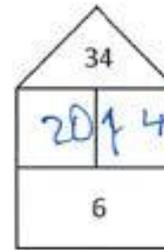
(un)lösbare Rechenhäuser ausrechnen und Strategien entdecken



- Ja,  
 Nein,

weil... Es keine Zahl gibt die das ergebnis mit minus unten ergibt.

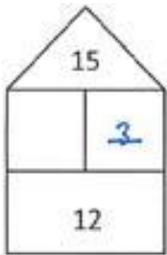
Lisa



- Ja,  
 Nein,

weil...  $20 - 6 = 14$   
 $34 - 20 = 14$   
 weil die Zahlen zusammen passen.

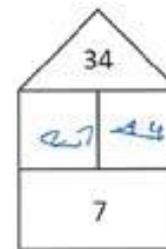
Tom



- Ja,  
 Nein,

...weil man das ergebnis nicht halbieren kann. Weil es ungrade ist. Man kann un die Häuser rechnen die grade grade und ungrade un-

Alina



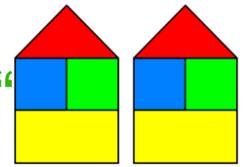
- Ja,  
 Nein,

weil... Nein den wenn ~~21 und 4~~ man 21 und 13 nimmt sind oben zwar 34 aber unten passt es nicht also wenn es oben passt passt es unten nicht und das ist immer so, mh

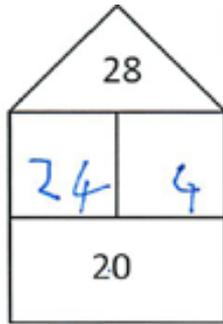
Timo



# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“

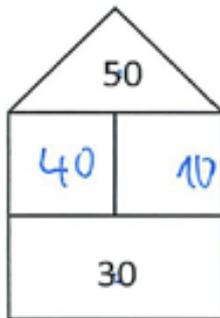


**Kinder, die tiefer in die Aufgabe einsteigen, schreiben Tippkarten für die Mitschüler.**



Felix

*Ich habe erst die Kellerzahl mit der Dachzahl ergänzt. Das Ergebnis Ergebnis & habe ich geteilt dass die eine Zahl habe ich ins rechte Zimmer getan und die andere Zahl habe ich ins linke Zimmer getan.*

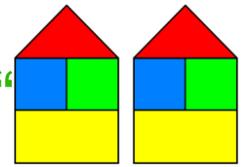


Sören

*Rechnen die Kellerzahl - die Dachzahl dann halbiere das Ergebnis und schreibe das Ergebnis ins rechte Zimmer und das was noch bleibt ins linke Zimmer = Dachzahl*

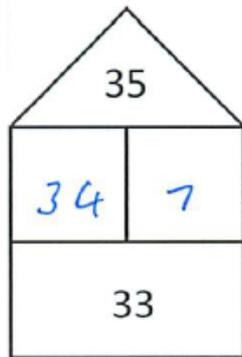


# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Alle Kinder versuchen diese Aufgabe zu bearbeiten, wenn sie möchten.

Annika



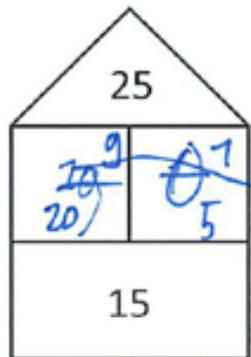
Man muss kucken wenn man

~~3-5~~ hat man man das macht also  
 ich habe jetzt 35 dan muss  
 33 | 2  
 23

33

man 33 und 2 das passt nicht den  
 $33 - 2 = 31$  undes muss ja 33 sein  
 also neme ich jetzt 34 und 7 35  
 das past weil  $34 - 1 = 33$  34 | 1  
 33  
 3 sind und  $34 + 1 = 35$  sind.

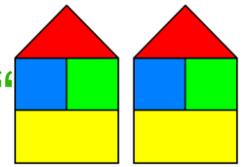
Ramona



Ich habe viele Zahlen  
 aus Probirt. Bis ich ~~das~~  
 er... Bis es gestürmt hat.



# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



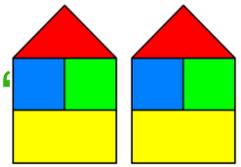
**Der soziale Austausch ist wichtig!**  
**Eine Mathekonzferenz wurde abgehalten!**

Zu den Aufgaben 2a mal 2b!

<table border="1"><tr><td colspan="2">50</td></tr><tr><td>40</td><td>10</td></tr><tr><td colspan="2">30</td></tr></table>	50		40	10	30		<table border="1"><tr><td colspan="2">40</td></tr><tr><td>30</td><td>10</td></tr><tr><td colspan="2">20</td></tr></table>	40		30	10	20		<table border="1"><tr><td colspan="2">12</td></tr><tr><td>10</td><td>2</td></tr><tr><td colspan="2">8</td></tr></table>	12		10	2	8		<table border="1"><tr><td colspan="2">30</td></tr><tr><td>20</td><td>10</td></tr><tr><td colspan="2">10</td></tr></table>	30		20	10	10	
50																											
40	10																										
30																											
40																											
30	10																										
20																											
12																											
10	2																										
8																											
30																											
20	10																										
10																											
<p>Man muss 30 + 50 rechnen das sind 80 die Hälfte von 80 ist 40 also 40, 40 + wie viel = 50 fertig</p>	<table border="1"><tr><td colspan="2">35</td></tr><tr><td><del>45</del> 34</td><td>1</td></tr><tr><td colspan="2">33</td></tr></table>	35		<del>45</del> 34	1	33		<table border="1"><tr><td colspan="2">20</td></tr><tr><td>15</td><td>5</td></tr><tr><td colspan="2">10</td></tr></table>	20		15	5	10		<p>Man muss 10 plus 30 rechnen das sind 40 dann man muss die 40 halbieren und in die linke Zimmerzahl schreiben und dann weiß man so was in die rechte Zimmerzahl dann</p>												
35																											
<del>45</del> 34	1																										
33																											
20																											
15	5																										
10																											

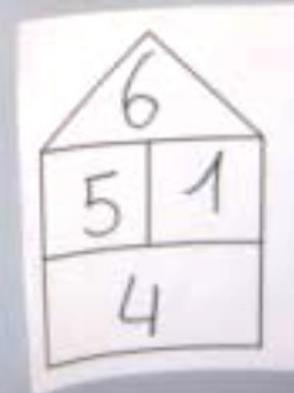
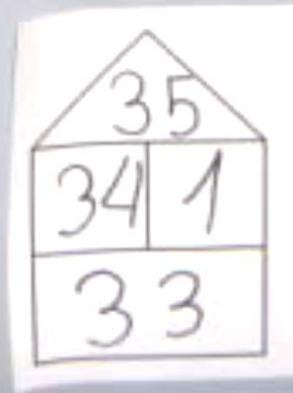
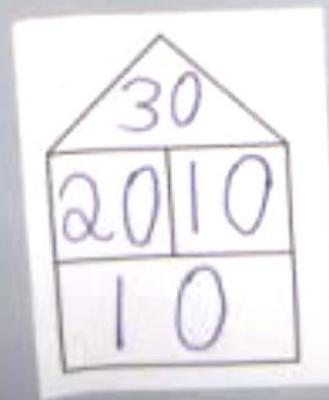


# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



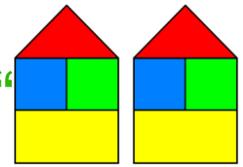
**Der soziale Austausch ist wichtig!**  
**Eine Mathekonzferenz wurde abgehalten!**

1. Tipp: Rechne erst mal alle Zahlen  
die für dich in Frage kommen.  
2. Tipp: Rechne die Dachzahl minus die Kellerzahl  
und halbiere das Ergebnis und addiere bis  
zur Dachzahl.

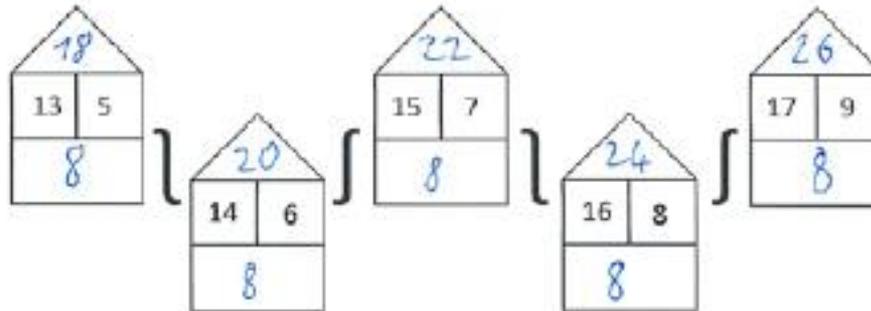




# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



Häuserreihen bieten Möglichkeiten für weitere Entdeckungen und fordern zum beschreiben und begründen auf.



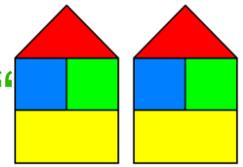
Ich habe entdeckt, dass ...

Die Dachzahl immer um zwei größer wird.  
Und die Kellerszahl immer gleich bleibt.

Das ist so, weil ...

Die Dachzahl ~~wird immer~~ wird immer zwei mehr weil ~~weil~~ in die links Zimmerzahl immer eine Zahl mehr bekommt und die rechte Zimmerzahl weil die Zahl die man + rechnen nur ein größer wird und die andere ach.

Kevin



## Feedback der Kinder

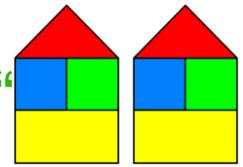
~~das~~ über: Ich fand alles gut und fand schön  
das wir nicht das gerechnet haben das wir immer  
rechnen.

Weil mir die rechen heuser späs  
gemacht haben und weil wir jetzt  
wissen was ein Mathe koferenz ist.

weil  
Ich fand's gut ~~das bei euch~~ man nichts  
falsch machen kan und weil Mathe  
zum ersten mal in meinem leben späs  
machte es gab von euch auch keine  
küstigen Hausaufgaben in Mathe



# Konkretisierung am Beispiel „Rechenhäuser“



**Das habe ich gelernt! Das kann ich jetzt besser!**

Ich habe gelernt wie man Rechen  
häuser ausrechnet

Das man bei Mathe auch Spaß  
haben kann und das man nicht  
immer nur was falsch machen  
kann sondern auch mal was richtig.

Ich ~~hat~~ habe gelernt das mit Rechen  
~~häusern~~ Rechenhäusern gut  
rechnen kann. Ich habe beim  
Rechnen jetzt viel mehr gedult.

~~Ich~~ Ich habe gelernt, dass es im 3. Schuljahr  
auch spannender Mathe gibt



Vielen Dank für  
Ihre  
Aufmerksamkeit!

