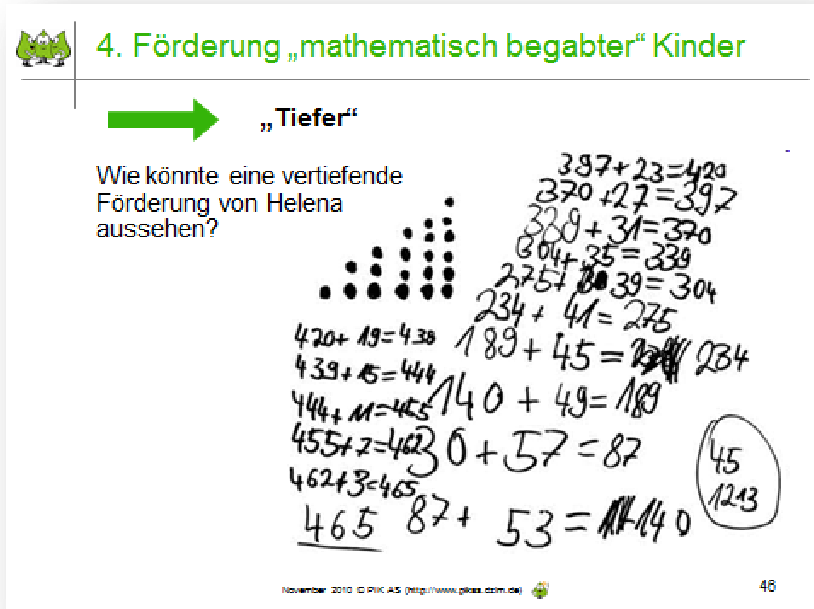
Haus 6: Heterogene Lerngruppen



Modul 6.2
Mit „mathematisch begabten“ Kindern rechnen

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

Leitfragen der Fortbildung

- Was heißt „mathematische Begabung“?
- Wie kann ich „mathematische Begabung“ im Unterricht erkennen?
- Wie kann ich „mathematisch begabte Kinder“ im Unterricht fördern?

Aufbau des Fortbildungsmoduls 6.2

1. **Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?**

2. **„Begabung“ – Der Versuch einer Begriffsklärung**

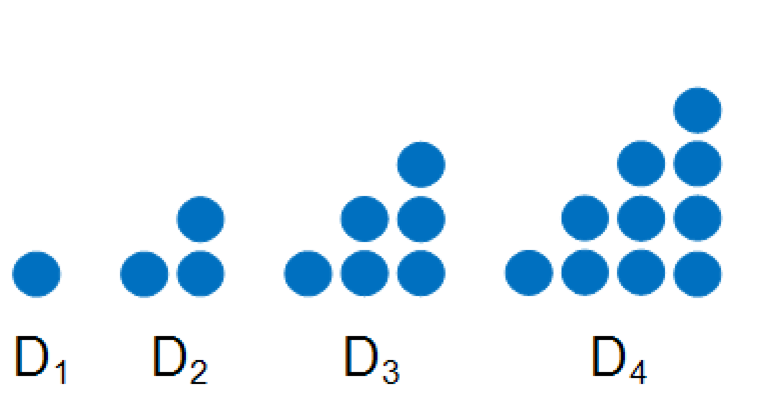
3. **Mathematische Begabung erkennen**
   - Eigenschaften „mathematisch begabter“ Kinder
   - Wahrnehmen der Eigenschaften mathematischer Begabung im Unterricht

4. **Förderung „mathematisch begabter“ Kinder**
   - mögliche Ansätze
   - konkrete Aufgabenbeispiele

1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?

Aktivität:

Dreieckszahlen



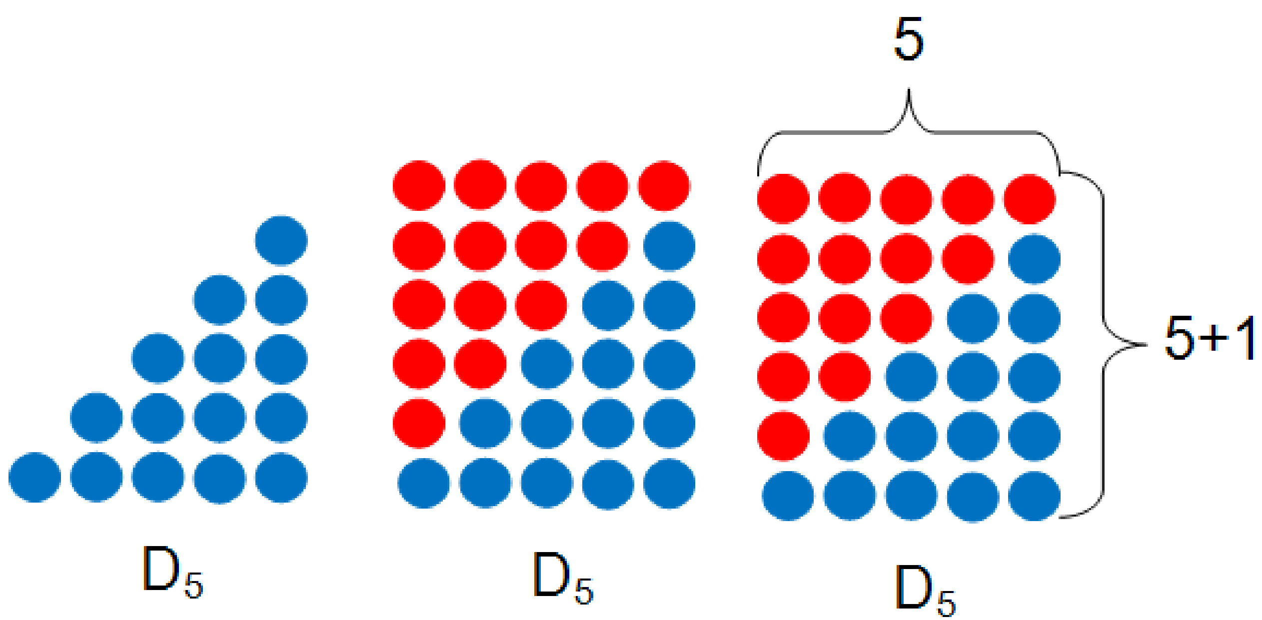
Halten Sie Ihre Überlegungen fest:

Wie sieht die nächste Dreieckszahl (D_5) aus?

Aus wie vielen Punkten besteht sie?

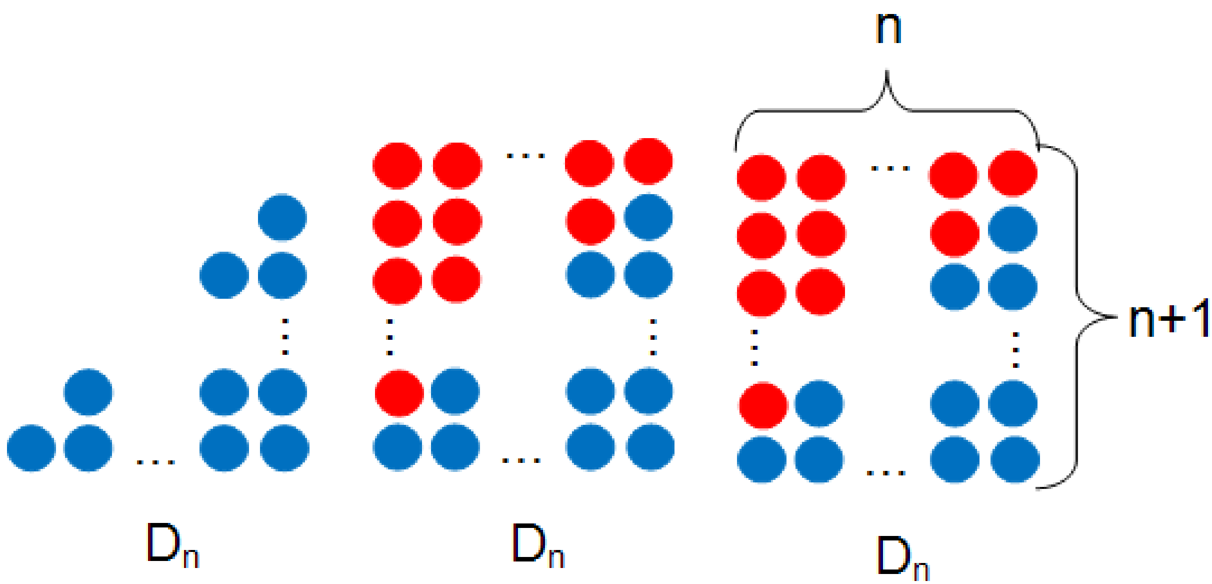
Aus wie vielen Punkten besteht die 30. Dreieckszahl?

1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?



$$D_5 = \frac{5 \cdot (5+1)}{2}$$

1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?



$$D_n = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$$

1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?

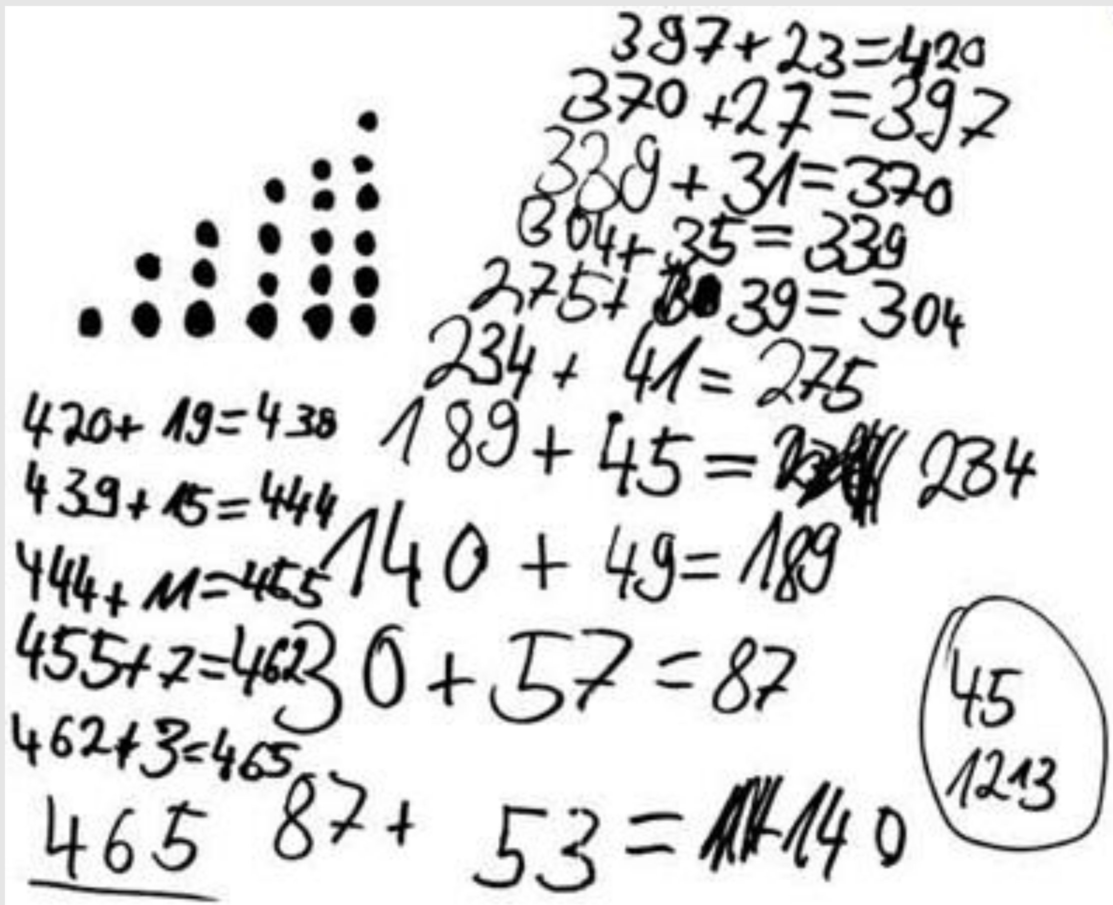
Aktivität 1:

Bearbeiten Sie bitte die folgenden Aufgaben und halten Sie Ihre Überlegungen auf Karteikarten fest:

1. Wie berechnet Helena die 30. Dreieckszahl?
2. Halten Sie Helena für „mathematisch begabt“?
3. An welchen Merkmalen kann Helenas mögliche Begabung festgemacht werden?

1. Zum Einstieg: Helena – ein „begabtes“ Kind!?

Aktivität 2:



2. „Begabung“ – Der Versuch einer Begriffsklärung

Besonderes Fähigkeitspotential im schulischen Bereich wird mit vielen unterschiedlichen Begriffen umschrieben:

„Besondere Begabung“

„Leistungsstärke“

„Talent“

„Intelligenz“

„Kreativität“

„Hochbegabung“

„Begabung“

2. „Begabung“ – Der Versuch einer Begriffsklärung

Zwei Sichtweisen auf den Umfang der Begabung:
(vgl. Peter-Koop, Fischer & Begic 2001)

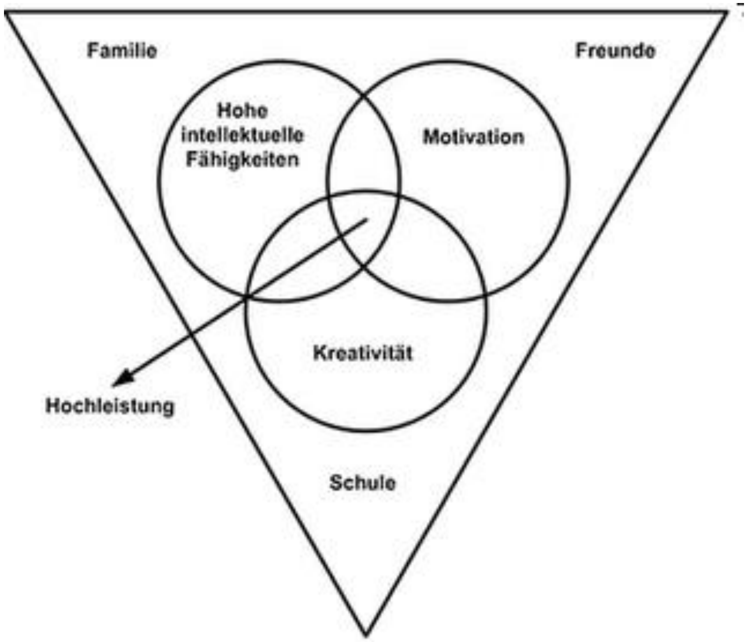
1. individuelles Fähigkeitspotential für herausragende Leistungen oft **nur in einem** bestimmten Bereich

2. Bezug auf die gesamte Leistungsdisposition (notwendige Bedingung für mathematische Begabung ist eine sehr gute allgemeine Intelligenz)

Zwei Sichtweisen auf den Umfang der Begabung:
(vgl. Peter-Koop, Fischer & Begic 2001)

1. Begabung als festgelegte Erbanlage
2. Begabung als komplexer Prozess von Wechselwirkung zwischen genetischen Anlagen und Einflüssen aus der gesellschaftlichen Umwelt

Drei-Ringe-Modell nach Renzulli, 1986



Triadisches Interdependenzmodell nach Mönks, 1992

2. „Begabung“ – Der Versuch einer Begriffsklärung

Fazit:

- Der Begriff der Begabung ist vielschichtig
- Es gibt keine allgemeingültige theoretische Definition von Begabung

2. „Begabung“ – Der Versuch einer Begriffsklärung

Zugrunde liegende Sichtweise:

- Das Zusammenspiel persönlichkeits- und umweltbezogener Faktoren bedingt die hohe Komplexität des Begabungsgegenstandes
- Begabung kann auf einen bestimmten schulischen Bereich beschränkt sein z.B. Mathematik

mathematische Begabung

3. Mathematische Begabung erkennen

Woran erkennt man mathematische Begabung?

3. Mathematische Begabung erkennen

Käpnick formuliert folgende mathematikspezifische Begabungsmerkmale:

- Mathematische Sensibilität (Gefühl für Zahlen und geometrische Figuren…)
- Originalität und Phantasie bei mathematischen Aktivitäten
- Fähigkeit zum Strukturieren
- Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte unter Ausnutzung erkannter mathematischer Strukturen
- Fähigkeit zum Wechsel der Repräsentationsebenen
- Fähigkeit zur Reversibilität und zum Transfer

→ **Schnelles und fehlerfreies Bearbeiten von Aufgaben gehört nicht zu den Begabungsmerkmalen**

3. Mathematische Begabung erkennen

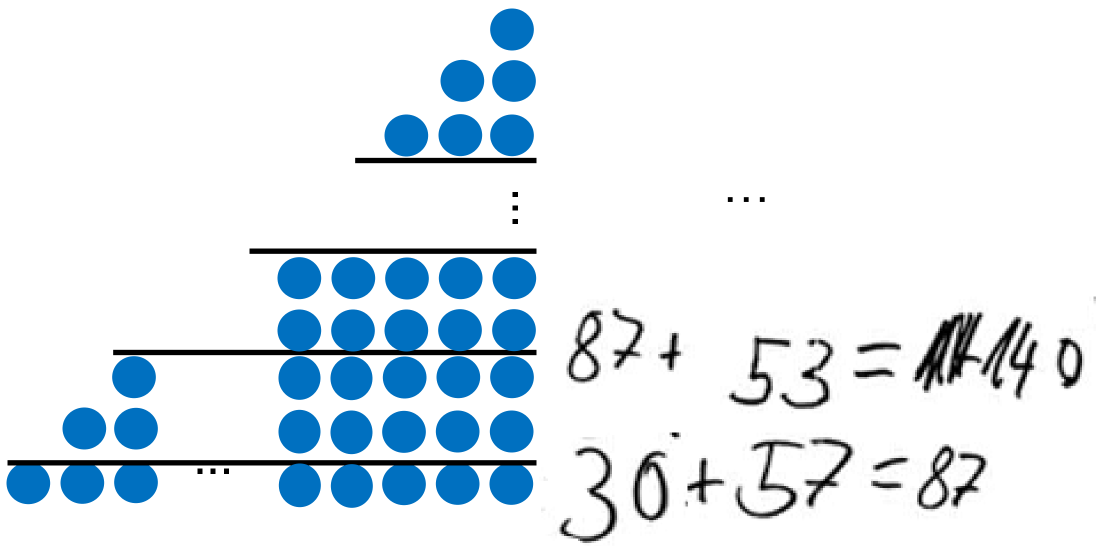
Käpnick formuliert folgende mathematikspezifische Begabungsmerkmale:

- Mathematische Sensibilität (Gefühl für Zahlen und geometrische Figuren…)
- Originalität und Phantasie bei mathematischen Aktivitäten
- Fähigkeit zum Strukturieren
- Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte unter Ausnutzung erkannter mathematischer Strukturen
- Fähigkeit zum Wechsel der Repräsentationsebenen
- Fähigkeit zur Reversibilität und zum Transfer

3. Mathematische Begabung erkennen

Fähigkeit zu Strukturieren

Helena strukturiert das Punktmuster individuell:



D_{30}

3. Mathematische Begabung erkennen

Käpnick formuliert folgende mathematikspezifische Begabungsmerkmale:

- Mathematische Sensibilität (Gefühl für Zahlen und geometrische Figuren…)
- Originalität und Phantasie bei mathematischen Aktivitäten
- Fähigkeit zum Strukturieren
- Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte unter Ausnutzung erkannter mathematischer Strukturen
- Fähigkeit zum Wechsel der Repräsentationsebenen
- Fähigkeit zur Reversibilität und zum Transfer

3. Mathematische Begabung erkennen

Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte unter Ausnutzung erkannter mathematischer Strukturen:

Helena merkt sich an welcher Stelle der Rechnung sie sich gerade befindet, indem sie auf Grundlage ihrer Strukturierung eine Strategie entwickelt:

I: […] Und wie konntest du dir da merken immer, was du hier plus rechnen musstest, damit du die zweite Pluszahl findest?

H: Ja, äh. Ja, damit ich die Zahl nicht verlier, äh, dann hab ich das immer halbiert. Dann wusste ich immer so, ja, die hatte ich doch irgendwie gerade. Also, dann muss dann schon ... Also, das ist auch irgendwie so was zum merken.

I: Ja. Kannst du mir das mal vormachen. Das hab ich jetzt nicht so richtig verstanden mit dem Halbieren.

H: Also zum Beispiel, äh, von 45 da ist ja die Hälfte so ungefähr ... Die kann man ja nicht halbieren, weil es ja eine ungerade ist. Äh, also ist die Hälfte dann so ungefähr so zwölf und dreizehn. Also hab ich dann gerade zwölf und dreizehn genommen. […]

3. Mathematische Begabung erkennen

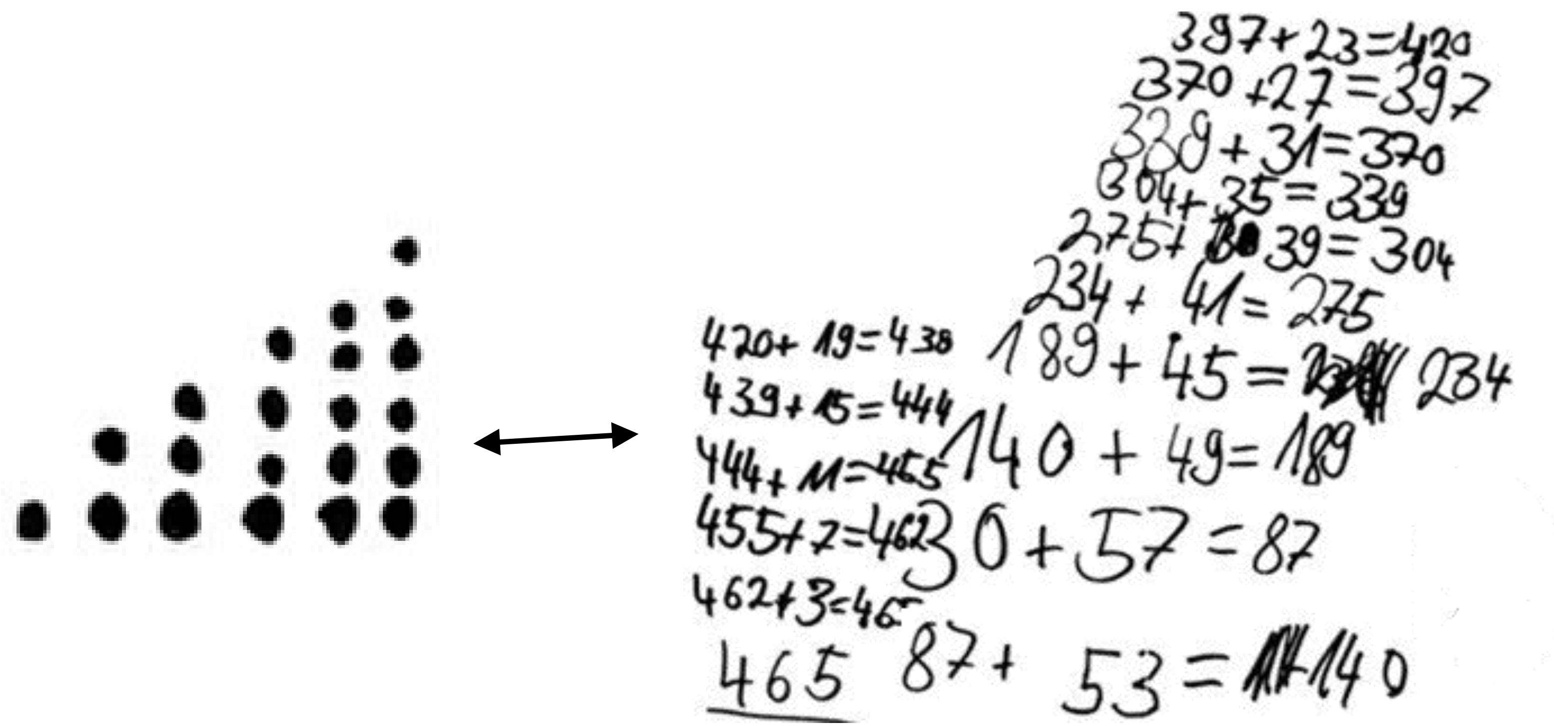
Käpnick formuliert folgende mathematikspezifische Begabungsmerkmale:

- Mathematische Sensibilität (Gefühl für Zahlen und geometrische Figuren…)
- Originalität und Phantasie bei mathematischen Aktivitäten
- Fähigkeit zum Strukturieren
- Gedächtnisfähigkeit für mathematische Sachverhalte unter Ausnutzung erkannter mathematischer Strukturen
- Fähigkeit zum Wechsel der Repräsentationsebenen
- Fähigkeit zur Reversibilität und zum Transfer

3. Mathematische Begabung erkennen

Wechsel der Repräsentationsebenen:

Der Schülerin gelingt es, die ikonische Darstellung der Plättchen in eine symbolische Darstellung und Rechnung zu übertragen:



3. Mathematische Begabung erkennen

Inwieweit kann mathematische Begabung **im Unterricht** wahrgenommen werden?

- Tests: es muss eine bestimmte Punktzahl erreicht werden
- IQ-Test: Kinder gelten ab einem festgelegten IQ als begabt
- Noten: Die besten 5% der Klasse gelten als begabt

→ Wird der Vielschichtigkeit des Begabungsbegriffs nicht gerecht!!!

3. Mathematische Begabung erkennen

Die Wahrnehmung mathematischer Begabung im Unterricht kann nur gelingen durch …

- ... bewusstes Ausschauhalten nach Eigenschaften mathematischer Begabung durch die Lehrperson
- … das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger / offener Aufgaben
- … Indikatoraufgaben
- … Prozessorientierung

3. Mathematische Begabung erkennen

Die Wahrnehmung mathematischer Begabung im Unterricht kann nur gelingen durch …

- ... bewusstes Ausschauhalten nach Eigenschaften mathematischer Begabung durch die Lehrperson
- … das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger / offener Aufgaben
- … Indikatoraufgaben
- … Prozessorientierung

3. Mathematische Begabung erkennen

... bewusstes Ausschauhalten nach Merkmalen mathematischer Begabung:

- Mit mathematisch begabten Kindern ‚rechnen'
- Kenntnis der Begabungsmerkmale
- Wahrnehmung von Elterneinschätzungen

3. Mathematische Begabung erkennen

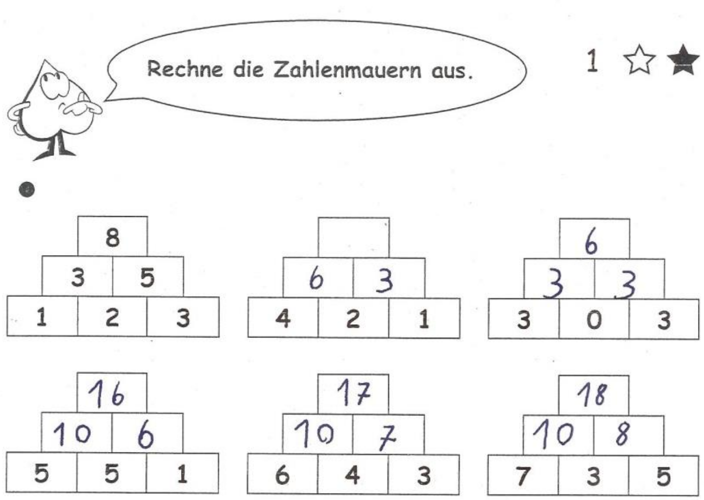
Die Wahrnehmung mathematischer Begabung im Unterricht kann nur gelingen durch …

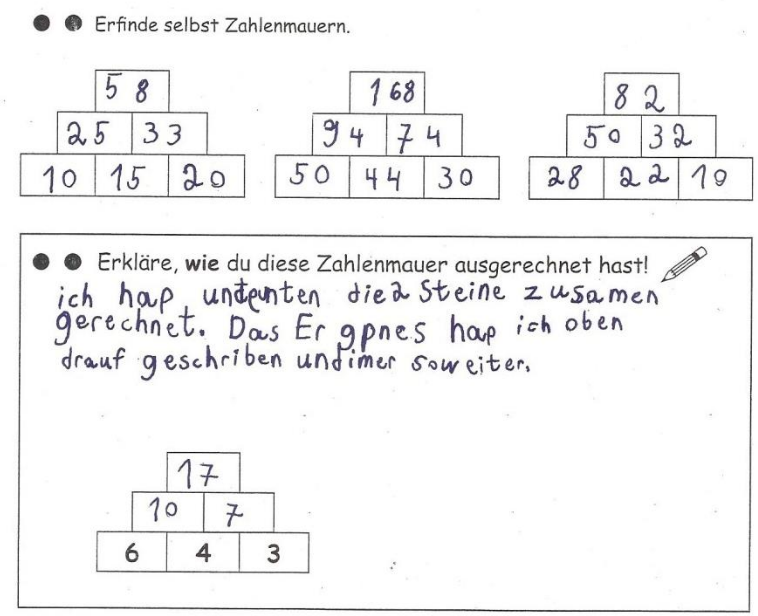
- ... bewusstes Ausschauhalten nach Eigenschaften mathematischer Begabung durch die Lehrperson
- … das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger / offener Aufgaben
- … Indikatoraufgaben
- … Prozessorientierung

3. Mathematische Begabung erkennen

… das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger / offener Aufgaben

- geeignet sind ergiebiger / offene Aufgaben, die es den Kindern ermöglichen ihre Kompetenzen zu zeigen





3. Mathematische Begabung erkennen

Die Wahrnehmung mathematischer Begabung im Unterricht kann nur gelingen durch …

- ... bewusstes Ausschauhalten nach Eigenschaften mathematischer Begabung durch die Lehrperson
- … das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger / offener Aufgaben
- … Indikatoraufgaben
- … Prozessorientierung

3. Mathematische Begabung erkennen

… Indikatoraufgaben

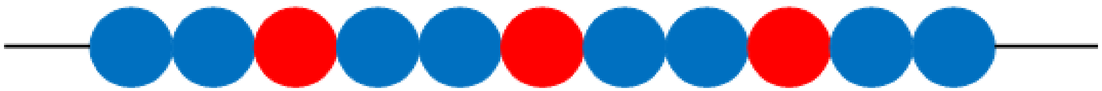
- Käpnick u.a. entwickeln Indikatoraufgaben zur umfassenderen und gründlicheren Diagnose

- Indikatoraufgaben sollten folgende Kriterien erfüllen:
  - Problemhaltigkeit
  - Relativ leicht verständlich
  - Lösbar in etwa 20 Minuten
  - Verschiedene Präsentationsformen
  - Verschiedene Vorgehensweisen

… Indikatoraufgaben

Perlenschnuraufgabe

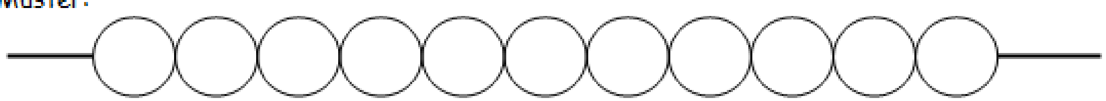
1. Lisa fädelt eine Perlenschur nach dem folgenden Muster auf:



Welche Farbe hat die 1000. Perle?
Begründe!

2. In Pauls Perlenschnur ist die 444. Perle rot. Er hat für sein Muster nur rote und blaue Perlen verwendet. Wie könnte Pauls Perlenschnur aussehen? Gib 3 verschiedene Muster für die ersten 10 Perlen an. Benutze dabei beide Farben.
Begründe!

1. Muster:



Begründung:

Vgl. Fuchs 2006

3. Mathematische Begabung erkennen

Die Wahrnehmung mathematischer Begabung im Unterricht kann nur gelingen durch …

- ... bewusstes Ausschauhalten nach Eigenschaften mathematischer Begabung durch die Lehrperson
- … das Herausfordern der Kinder mittels ergiebiger / offener Aufgaben
- … Indikatoraufgaben
- … Prozessorientierung

3. Mathematische Begabung erkennen

… Prozessorientierung

- Begabung lässt sich nicht aufgrund einer Einzelsituation ‚feststellen'
- Zuschreibung mathematischer Begabung sollte nicht vorschnell und endgültig erfolgen

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Es ist immer noch ein weit verbreiteter Irrtum, dass man sich um Begabte nicht zu kümmern bräuchte, da solche Kinder schon allein ihre Wege finden und gehen würden. Für eine gewisse Zuwendung, ein aufmunterndes Wort, für das Zuhören und Verstehen der Probleme solcher Kinder sollte Zeit sein. (Käpnick, 2009)

Wie kann eine optimale Förderung aussehen?

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Förderung sollte in der Regel gemeinsam mit anderen Kindern der Lerngruppe erfolgen denn:

… auch Begabte brauchen den sozialen Kontakt zu Gleichaltrigen

… brauchen fachliche Anregungen durch andere Kinder

… geben anderen Kindern fachliche Anregungen

→ Aber: auch äußere Differenzierung z. B. in einer ‚Mathe AG‘ ist zusätzlich möglich

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Zur Förderung von mathematisch begabten Kindern **im Unterricht** gibt es drei verschiedene Ansätze:
(Bardy & Hrzán 2006)

Enrichment quantitativ	Acceleration	Enrichment qualitativ
↓	↓	↓
‚mehr‘	‚eher‘	‚tiefer‘

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

→ **„Mehr“**

Mathematisch begabte Kinder bekommen zusätzliche Aufgaben, die nicht in einem direkten Zusammenhang zum aktuellen Lerninhalt der Lerngruppe stehen

→ Aber: keine mathematisch sinnlose Beschäftigung

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„Mehr“

Sudokos selbst erfinden

4. Schuljahr

Spielregel:

Trage die Zahlen von 1 bis 9 in das Spielfeld so ein, dass

- **in jeder Zeile** jede Zahl nur einmal erscheint,
- **in jeder Spalte** jede Zahl nur einmal erscheint und
- **in jedem Block** (3x3-Quadrat) jede Zahl nur einmal erscheint.

①

	6	1		3			2	
	5				8	1		7
					7		3	4
		9			6		7	8
		3	2		9	5		
5	7		3			9		
1	9		7					
8		2	4				6	
	4			1		2	5	

②

1			8	3				2
5	7				1			
			5		9		6	4
7		4			8	5	9	
		3		1		4		
	5	1	4			3		6
3	6		7		4			
			6				7	9
8				5	2			3

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„Mehr“

Sudoku von Natalja

				6				3
	8					6		
		2	7		8		5	
3			5					9
		5			9			
9				2		1		5
		1		5				
							1	
4	5			7	1			

Sudoku von Neele

6		4					7	
	2		7		1	3		6
	8					9		1
2				7				5
	5		6	3	2		9	
		6		5		1		
		8				6		
5	6		4		7		1	9

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

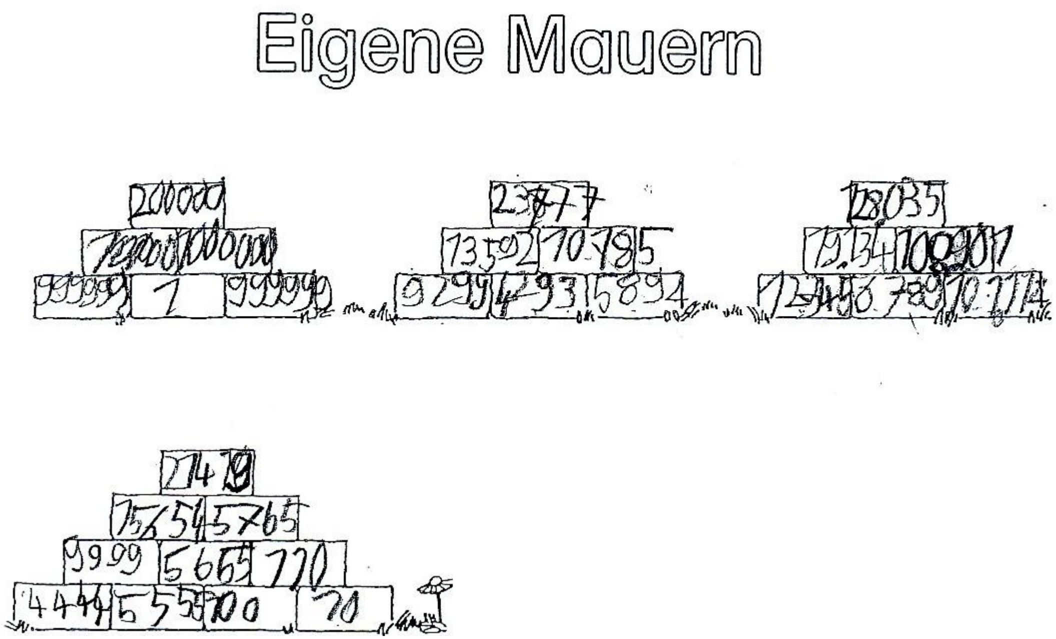
„Eher“

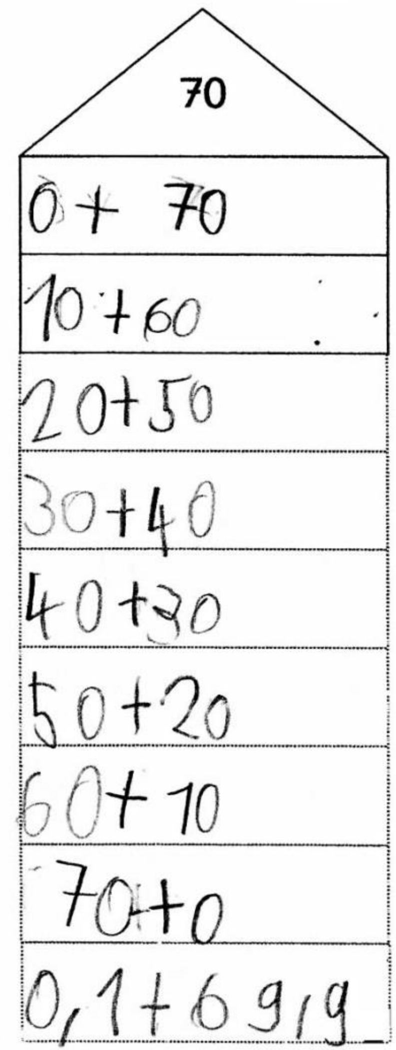
- Mathematisch begabte Kinder bekommen Aufgaben, die die Kompetenzerwartungen höherer Klassenstufen erfüllen

- Dies kann mittels Eigenproduktionen auch durch die Kinder selbst geschehen

„Eher“

Zahlraum- bzw. Zahlbereichserweiterung (1./2. Schuljahr)





4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„Eher“

Eine Förderung kann auch durch den Einsatz von Aufgaben aus Schulbüchern höherer Schulstufen erfolgen

→ Was passiert in Klasse 4?

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„Tiefer“

alle Kinder einer Lerngruppen bearbeiten nach dem Prinzip der ‚natürlichen Differenzierung‘ **eine** ergiebige Aufgabe

Ergiebige Aufgaben haben eine zentrale Bedeutung für den Unterricht. Sie beinhalten differenziert Fragestellungen auf unterschiedlichem Niveau, möglichen verschiedene Lösungswege und fördern die Entwicklung grundlegende mathematische Bildung. (Lehrplan NRW)

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„Tiefer“

In Anlehnung an die Bildungsstandards sollte eine ergiebige Aufgabe diese Anforderungsbereiche umfassen:

AB I: Reproduzieren

Die Schülerinnen lösen die Aufgabe, indem sie ihr Grundwissen einbringen und Routinetätigkeiten des Mathematikunterrichts ausführen.

AB II: Zusammenhänge herstellen

Die Schülerinnen lösen die Aufgabe, indem sie Zusammenhänge erkennen und für die Aufgabenlösung nutzen.

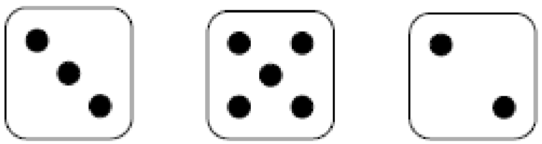
AB III: Verallgemeinern und Reflektieren

Die Schülerinnen lösen die Aufgabe, indem sie komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern ausführen.

„Tiefer“

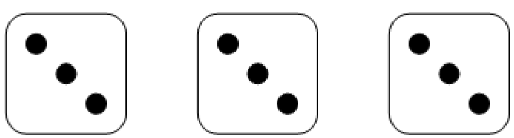
Würfelsummen

Rechne aus. (AB I)



3 + 5 + 2 = ______

Hier siehst du das Ergebnis 9 mit drei gleichen Würfeln gelegt. (AB II)



__ + __ + __ = 9

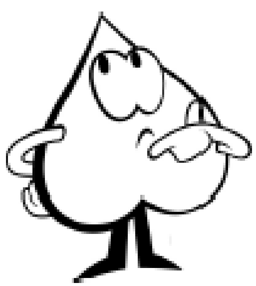
Kann man auch das Ergebnis 14 mit drei gleichen Würfeln legen?
Probiere aus. Was stellst du fest?

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„Tiefer“

Würfelsummen

9) Kann das stimmen? Male aus ☺ oder ☹. (AB III)



Das größte Ergebnis, das man mit 3 Würfeln bekommen kann, ist 15.

☺ ☹

Das kleinste Ergebnis, das man mit 3 Würfeln bekommen kann, ist 3.

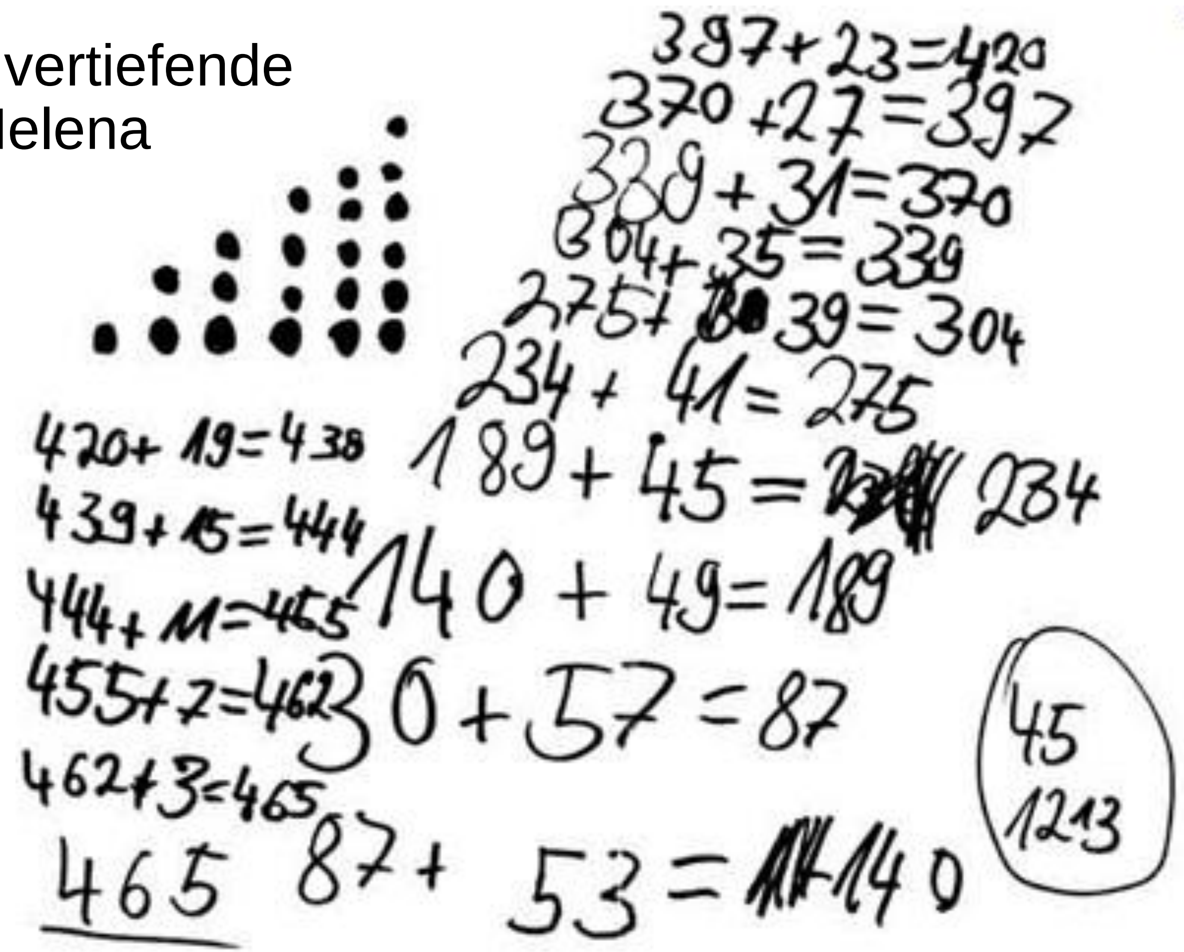
☺ ☹

Wenn man drei Würfel hat und schon eine 3 und eine 2 gewürfelt hat, kann man höchstens noch 11 als Gesamtergebnis bekommen.

☺ ☹

„Tiefer“

Wie könnte eine vertiefende Förderung von Helena aussehen?



4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

„Tiefer“

Mit Würfeln bauen

1. Baue die Würfeltreppen nach den Bauplänen und fülle die Tabelle aus.

2. Wie viele Würfel kommen immer dazu? Gibt es eine Regel?

1

1	2	1

1	2	3	2	1

...

Höhe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl der Würfel										

3. Wie viele Würfel werden für besonders große Treppen benötigt?

Höhe	20	50	100							
Anzahl der Würfel										

Mögliche Fortsetzung:

Doppeltreppen

Würfelgebirge

1	1	1	1
2	2	2	1
3	3	2	1
4	3	2	1

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Aktivität 3:

Bearbeiten Sie bitte die folgenden Aufgaben und halten Sie Ihre Überlegungen fest:

1. Bitte bearbeiten Sie das Arbeitsblatt zum Thema Würfeltreppen (*Doppeltreppen/ **Würfelgebirge).

2. Warum sind diese Aufgaben dazu geeignet, Helena vertiefend zu fördern?

4. Förderung „mathematisch begabter“ Kinder

Generell gelten für die Förderung mathematisch begabter Kinder folgende vier Aspekte:

- Möglichst alle Kinder sollten die Chance haben sich mit der Aufgabe auseinander zu setzen
- Der Aufgabeninhalt sollte möglichst für alle Kinder interessant sein
- Der Aufgabeninhalt soll eine inhaltliche Vielfalt und Offenheit gewährleisten (reichhaltige mathematische Substanz)
- Es sollte eine Offenheit bzgl. der Wahl von Lösungswegen, von Hilfsmitteln und der Ergebnisdarstellung bestehen

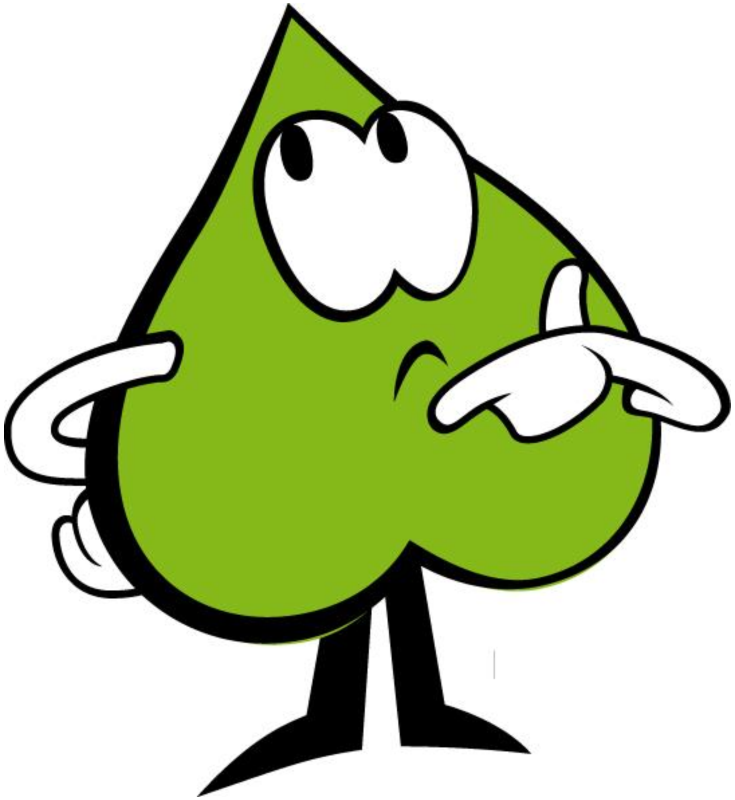
→ Diese Kriterien sind auch Grundlage für die Förderung ALLER Kinder

Zum Weiterarbeiten

Heterogenität, Eigen-produktionen

Gute Aufgaben

Diskussion



Haben Sie noch Anmerkungen, Tipps oder Hinweise für uns?


Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!
Superstar

Literaturhinweise

Bardy, P.; Hrzan, J. (2006): Aufgaben für kleine Mathematiker mit ausführlichen Lösungen und didaktischen Hinweisen. Aulis Verlag Deubner: Köln.

Fuchs, M.; Käpnick, F. (Hrsg.) (2009): Mathe für kleine Asse. Klassen 3/4L. Band 2. Cornelsen Verlag: Berlin.

Käpnick, F.; Nolte, M.; Walther, G. (2005): Sinus Transfer Grundschule. Mathematik. Modul G 5: Talente entdecken und unterstützen. Kiel.

Peter-Koop, A.; Sorger, P. (Hrsg.) (2002): Mathematisch besonders begabte Grundschulkinder als schulische Herausforderung. Mildenberger Verlag: Offenburg.

Ruwisch, S.; Peter-Koop, A. (Hrsg.) (2003): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Mildenberger Verlag: Offenburg.
Themenheft Leistungsstarke Kinder. Die Grundschulzeitschrift, H. 160. 2002.