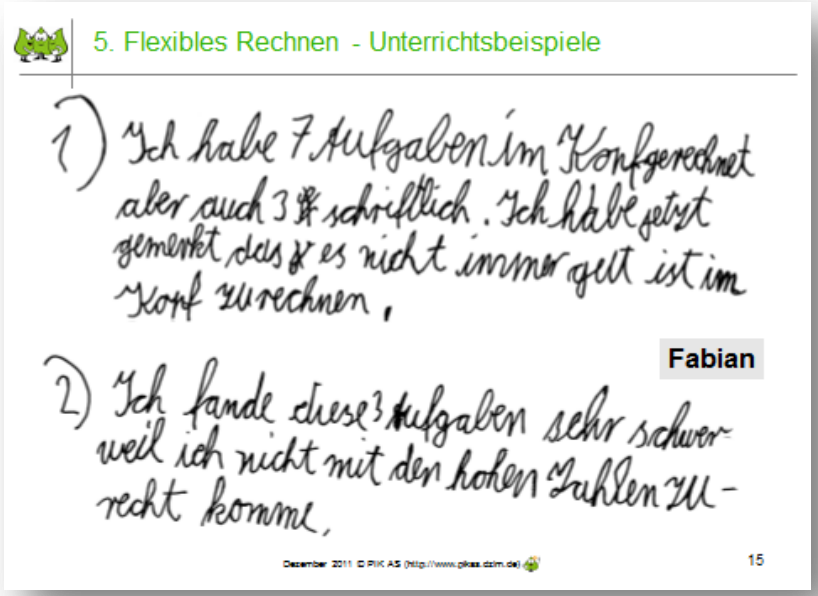
# Haus 5: Individuelles und gemeinsames Lernen




## Modul 5.3:
## Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen – und zurück!

Teil 2: Flexibles Rechnen. Aufgezeigt am Beispiel der Addition und Subtraktion

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

# Aufbau des Fortbildungsmoduls 5.3

1. **Zur Einführung:**
   **Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Addieren**
2. **701- 698, eine leichte Aufgabe?**
3. **Halbschriftliches und schriftliches Subtrahieren**
4. **Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren**
5. **Flexibles Rechnen**
6. **Und die anderen Rechenoperationen?**

# Rückblick: Ein Vorschlag zur Strukturierung des Lernwegs

**„Wir rechnen mit großen Zahlen**
**und überlegen uns schlaue Rechenwege“**

**I. Rechnen auf eigenen Wegen** - Das „ICH-DU-WIR-Prinzip“

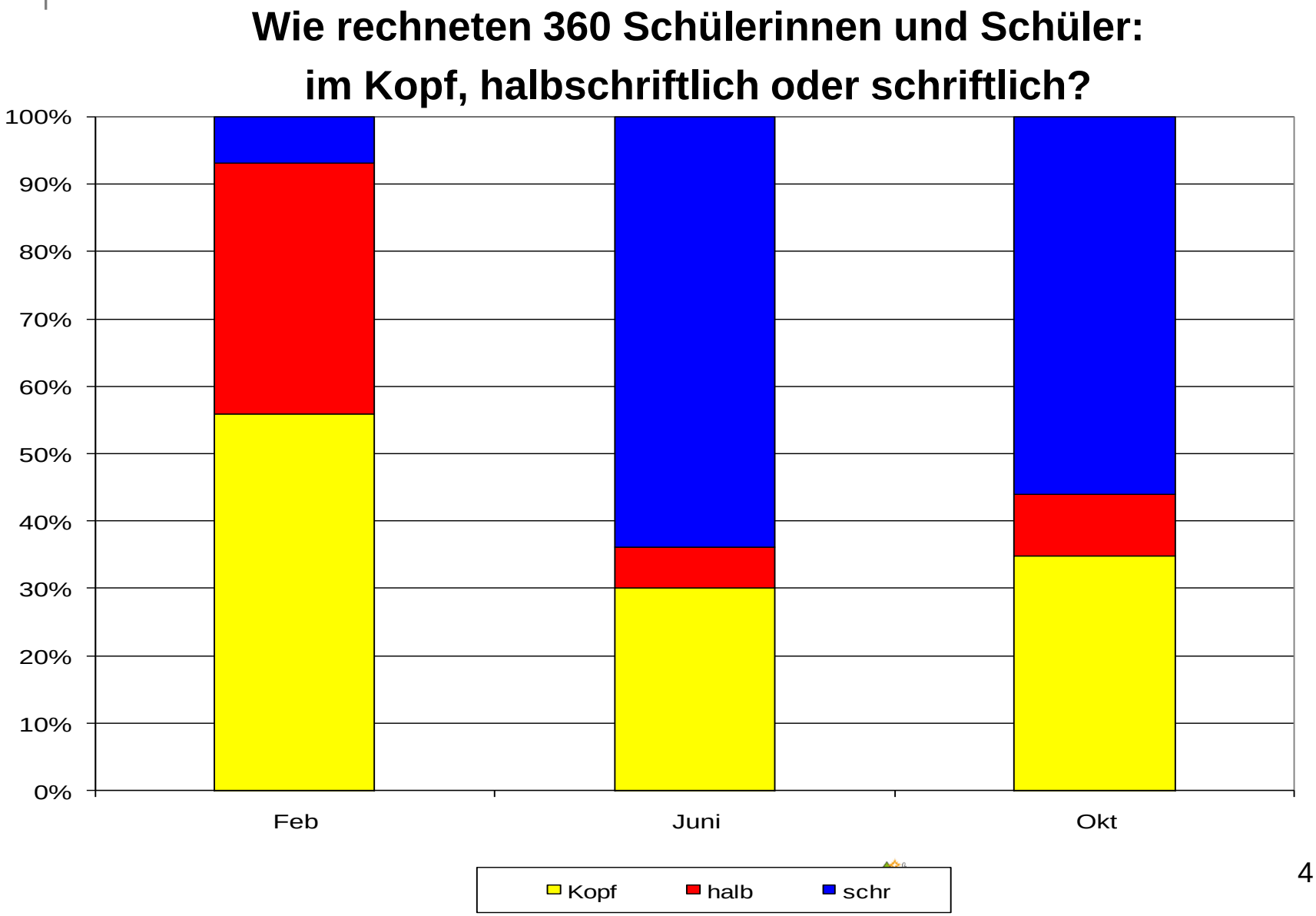
a) „So rechne ICH, Wie rechnest DU?“
Entwicklung eigener Wege

b) „So rechnen WIR!“
Favorisierung „geschickter Wege“ im Hinblick auf das flexible Rechnen und den schriftlichen Algorithmus (vgl. Haus 5 UM und FM, Modul 5.2)

**II. Von den eigenen Wegen zu den schriftlichen Algorithmen**
Favorisierte halbschriftliche Rechenwege werden zu den schriftlichen Rechenverfahren in Beziehung gesetzt, damit die Kinder die Gemeinsamkeiten der beiden Rechenwege entdecken

**III. Flexibles Rechnen**
„Nicht immer ist es schlau, schriftlich zu rechnen!“
Sensibilisierung für die aufgabenbezogene Nutzung der verschiedenen Verfahren (vgl. FM, Modul 5.3, Teil 2)

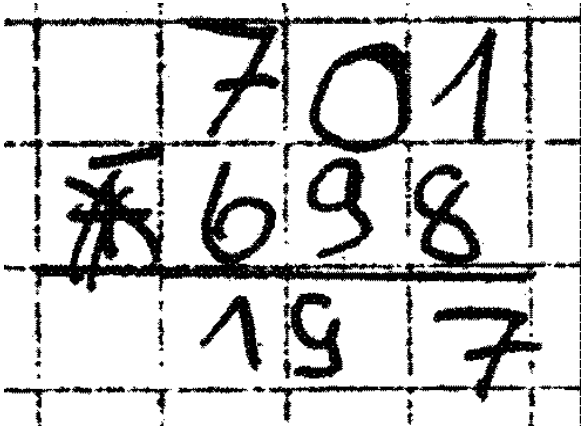
# Rückblick: 701-698, eine leichte Aufgabe?



# Rückblick: 701-698, eine leichte Aufgabe?

## Wie viel ist 701–698?

8 minus 1 gleich 7, 9 minus 0 gleich 9, 7 minus 6 gleich 1. 197!




## Kannst du das auch anders rechnen?

Ja. Von 698 bis 700 sind es 2 und von 701 bis 700 ist es 1, also sind´s 3.

# Rückblick: 701-698, eine leichte Aufgabe?

Mhm. Die selbe Aufgabe, aber zwei verschiedene Ergebnisse?

Mhm, weiß auch nicht.

Kann denn Beides richtig sein?

Ne.

Was denkst du denn, was stimmt?

Das da! *(Er zeigt auf das schriftlich Gerechnete.*)

Warum glaubst du, dass das stimmt und das andere nicht?

Ja, weil das hier (*zeigt auf das schriftlich Gerechnete*) habe ich richtig ausgerechnet und das andere habe ich mir nur so hopp-di-hopp im Kopf überlegt.

## Mögliche Leitfrage für den Unterricht

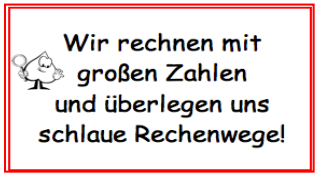
Wenn sich die Kinder mit halbschriftlichen Strategien und dem schriftlichen Algorithmus auseinandergesetzt haben:

Wie fördere ich das *flexible Rechnen*?

Wie fördere ich den ‚Zahlenblick' und den ‚Aufgabenblick',

den Blick für Beziehungen und Zusammenhänge zwischen Zahlen,

und die aufgabenbezogene oder von eigenen Präferenzen abhängige Nutzung der verschiedenen Verfahren?




## III. Flexibles Rechnen

Sensibilisierung für Rechenvorteile:

Die Kinder sollen erkennen, dass der neue schriftliche Algorithmus kein „Königsweg" ist, sondern dass es aufgabenabhängig weiterhin „schlau" sein kann, im Kopf (bzw. halbschriftlich) zu rechnen.

**Lehrplan Mathematik**

Bereich: Zahlen und Operationen

Schwerpunkt: Flexibles Rechnen

| **Kompetenzerwartungen am Ende der Schuleingangsphase** | **Kompetenzerwartungen am Ende der Klasse 4** |
|---|---|
| Die Schülerinnen und Schüler nutzen aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen eine Strategie des Zahlenrechnens (z. B. *stellenweise, schrittweise, Hilfsaufgabe*) | Die Schülerinnen und Schüler nutzen aufgabenbezogen oder nach eigenen Präferenzen eine Strategie des Zahlenrechnens*, ein schriftliches Normalverfahren oder den Taschenrechner |

## Im Kopf oder schriftlich?

Ausgehend vom Zahlenmaterial einer Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler lernen, (für sich begründet) zu entscheiden, ob sie mündlich (halbschriftlich) oder schriftlich rechnen.

### 1. Kopfrechnen - schriftliches Rechnen

Die Kinder sollen im Unterrichtsgespräch bei fünf Beispielaufgaben zur Addition (für sich begründet) entscheiden, ob sie diese im Kopf oder schriftlich rechnen.

**1. 278+199** **2. 340+250** **3. 280+200**

**4. 138+133** **5. 721+247**

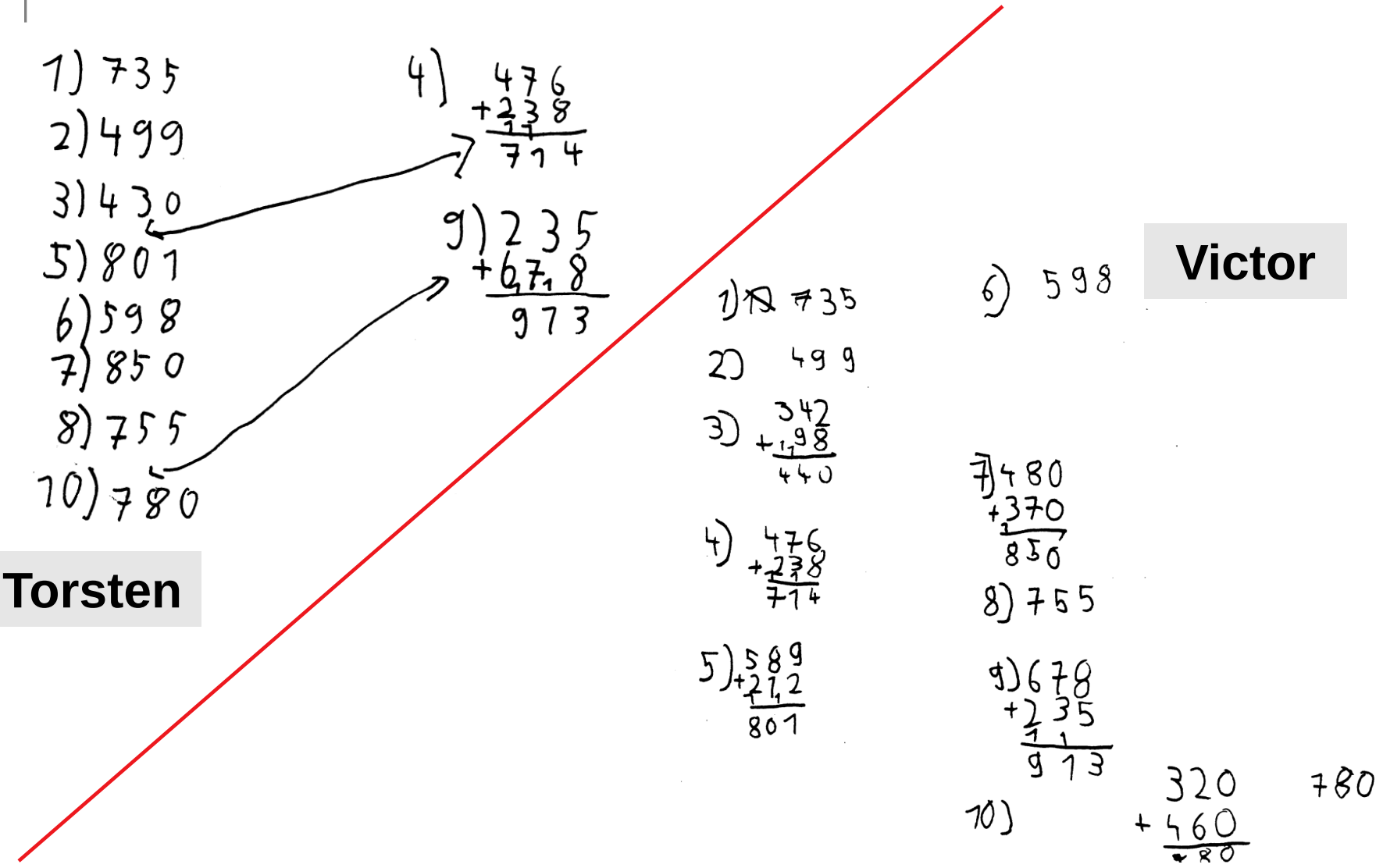
## 2. Entscheide selbst: Im Kopf oder schriftlich?

Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide zuerst, ob du sie im Kopf oder schriftlich rechnen willst.

Rechne dann aber mindestens zwei Aufgaben schriftlich und zwei Aufgaben im Kopf!

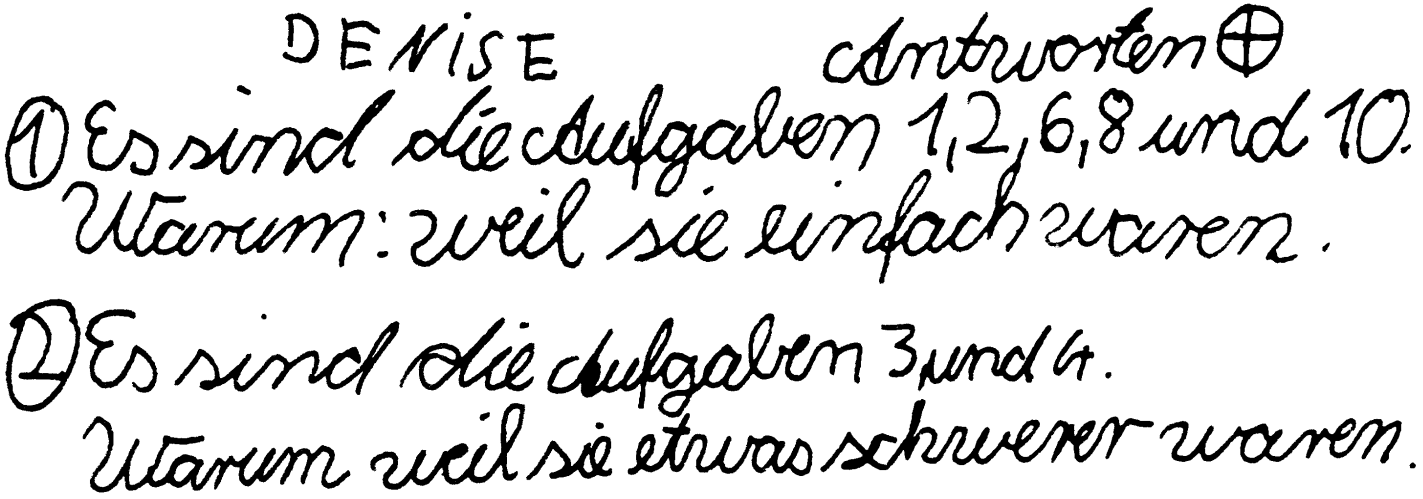
| | | | |
|---|---|---|---|
| **1)** | **700 + 35** | **6)** | **500 + 98** |
| **2)** | **249 + 250** | **7)** | **480 + 370** |
| **3)** | **342 + 98** | **8)** | **720 + 35** |
| **4)** | **476 + 238** | **9)** | **235 + 678** |
| **5)** | **589 + 212** | **10)** | **320 + 460** |

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele



## 3. Warum im Kopf, warum schriftlich?

- Schreibe einige Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast! Warum hast du diese Aufgaben im Kopf gerechnet?
- Schreibe einige Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast! Warum hast du sie schriftlich gerechnet?



# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

Ich habe die 1) Aufgabe im Kopf gerechnet, denn 700+35 muss man nicht schriftlich rechnen, wenn man bei Hundertern etwas dazuzählt muss man nur die Einer und Zehner hinter den Hunderter setzen dann hat man das Ergebnis. Die 4) Aufgabe habe ich schriftlich gerechnet den Einer, Zehner und Hunderter sind sehr schwer zum zusammenzurechnen.

von Bianca

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele

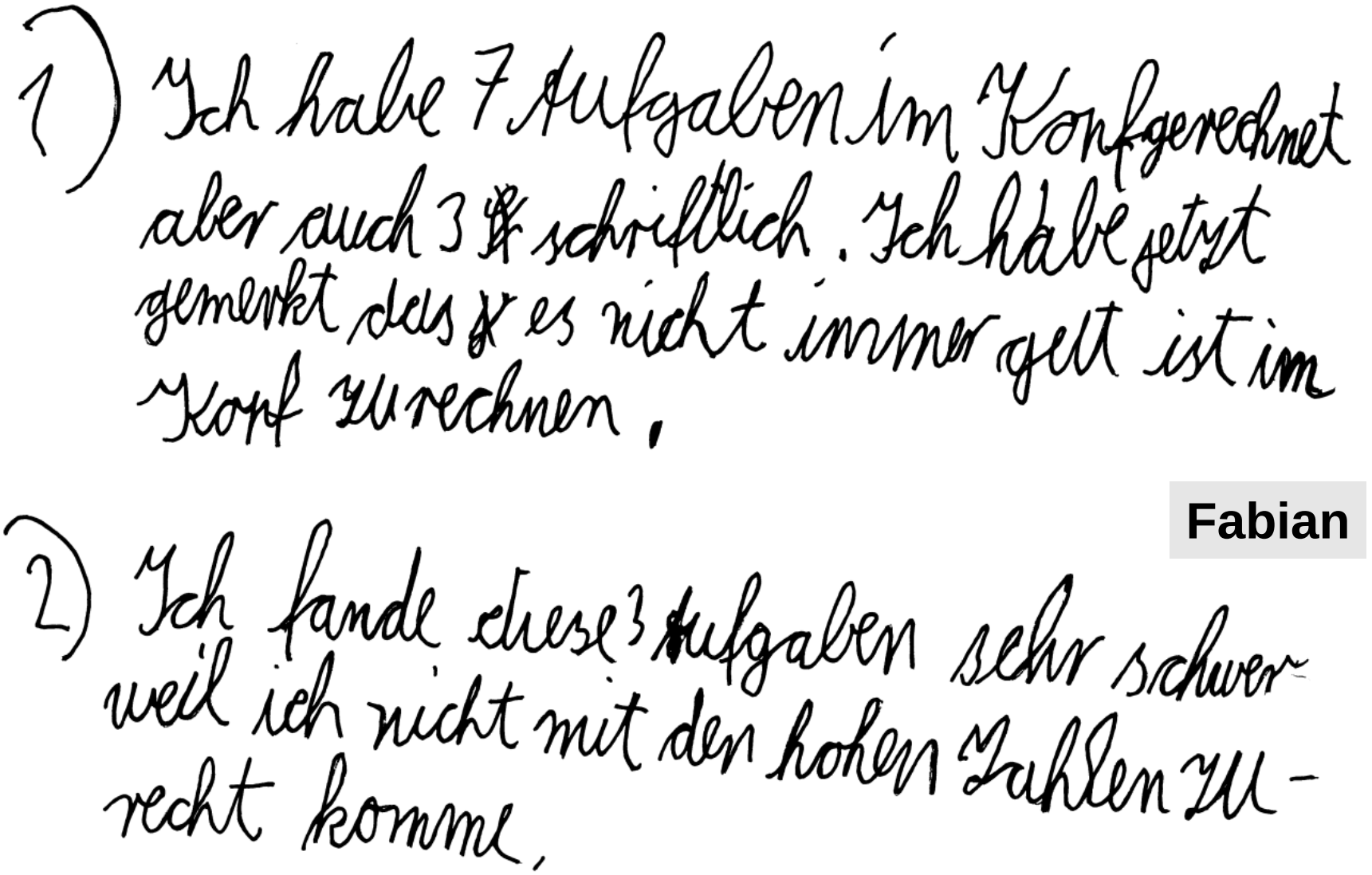
NADINE

Du hast mindestens 2 Aufgaben im Kopf gerechnet. Welche sind das?

WARUM hast du sie im Kopf gerechnet?

Ich habe die Nr. 1 im Kopf gerechnet denn wenn ~~man~~ hinten nullen stehen und man dann etwas dazuzählt / geht es leicher. Wenn man es schriftlich macht dauert es auch länger.

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsbeispiele




**Fabian**

**4. Stelle deine Arbeit anderen Kindern vor.**

Die Kinder präsentieren und diskutieren ihre Vorgehensweisen und ihre Texte (z.B. in Mathe-Konferenzen -> Haus 8) und überarbeiten diese gegebenenfalls.

**5. Schreibe fünf Aufgaben auf, die sich gut für das Kopfrechnen eignen, und fünf Aufgaben, die sich gut für das schriftliche Rechnen eignen.**

im Kopf

1) 200 + 300 = 500
2) 401 + 37 = 438
3) 150 + 140 = 290
4) 127 + 700 = 827
5) 150 + 149 = 299

schriftlich

1) 237 + 588 = 825
2) 478 + 478 = 956
3) 483 + 216 = 699
4) 421 + 358 + 107 = 886
5) 153 + 264 = 417

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?

**1. Kreuze an!**

Schau dir jede Aufgabe genau an.
Entscheide dann:
Welche Aufgaben kannst du gut im Kopf rechnen?
Welche Aufgaben rechnest du lieber schriftlich?

| | im Kopf | schriftlich |
|---|---|---|
| 300 + 71 | X | |
| 586 + 377 | | |
| 249 + 251 | | |
| 368 + 457 | | |
| 520 + 460 | | |
| 546 + 275 | | |
| 345 + 199 | | |
| 377 + 556 | | |
| 97 + 104 | | |

**2. Rechne alle Aufgaben aus!**

| im Kopf gerechnet | schriftlich gerechnet |
|---|---|
| 300 + 71 = | |

1

**3. Warum im Kopf?**

Welche Aufgaben hast du im Kopf gerechnet? Warum? Welche Rechentricks hast du jeweils benutzt?

| Aufgabe | Warum? | Mein Rechentrick |
|---|---|---|
| 300 + 71 | | |

***4. Erfinde Plusaufgaben!**

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.

b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

| im Kopf gerechnet | schriftlich gerechnet |
|---|---|
| | |

2

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Name:

Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?

**1. Entscheide selbst!**

Schau dir jede Aufgabe genau an.
Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne aber mindestens zwei Aufgaben im Kopf und zwei Aufgaben schriftlich.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 249 + 250 | 320 + 460 | 589 + 212 | 500 + 98 |
| | 342 + 98 | 480 + 370 | ~~700 + 35~~ |
| 476 + 238 | | | |
| | 720 + 35 | 235 + 678 | |

| im Kopf gerechnet | schriftlich gerechnet |
|---|---|
| 700+35= | |

1

**2. Warum im Kopf?**

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du im Kopf gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie im Kopf gerechnet hast.

**3. Warum schriftlich?**

Schreibe zwei Aufgaben auf, die du schriftlich gerechnet hast. Schreibe auch auf, **warum** du sie schriftlich gerechnet hast.

**4. Erfinde Aufgaben!**

a) Erfinde fünf Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie aus.

b) Erfinde fünf Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie aus.

| im Kopf gerechnet | schriftlich gerechnet |
|---|---|
| | |

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Name:
Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?

198 + 603
376 + 586
601 – 599
834 – 675

Nicht immer ist es schlau, schriftlich zu rechnen!

198 + 603 ?
Das rechne ich im Kopf.
198 + 2 = 200
200 + 600 + 1 = 801

376 + 586 ?
Das rechne ich lieber schriftlich.

601 – 599 ?
Das rechne ich im Kopf.
599 + 2 = 601

*Murat*

*Lia* *Emma*

1. a) Wie rechnen die Kinder? Warum? Erkläre ihre Rechenwege.

b) Wie rechnest du diese Aufgaben? Warum? Erkläre deine Rechenwege.

2. Schau dir jede Aufgabe genau an. Entscheide dann, ob du sie **im Kopf** oder **schriftlich** rechnest. Rechne im Heft. Erkläre deinen Rechenweg.

| a) 519 + 479 | b) 479 + 356 | c) 703 – 698 | d) 950 – 125 |
|---|---|---|---|
| 604 + 290 | 302 + 507 | 649 – 140 | 688 – 99 |
| 397 + 201 | 799 + 112 | 681 – 576 | 753 – 478 |

* a) Erfinde Aufgaben, die du **im Kopf** rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.
b) Erfinde Aufgaben, die du **schriftlich** rechnen würdest. Rechne sie in deinem Heft aus.

Name:
Datum:

## Im Kopf oder schriftlich?

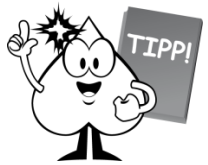
| | | | |
|---|---|---|---|
| 99 | 901 | 50 | 112 |
| 934 | 10 | 701 | |
| | + | | |
| 567 | 175 | 288 | |
| 100 | 239 | 657 | 25 |

Leicht oder schwierig?

Bilde mit diesen Zahlen viele Plus-Aufgaben.
Welche Aufgaben findest du leicht? Welche Aufgaben findest du schwieriger?
Ordne zu.

| Leichtere Aufgaben, die ich im Kopf rechne | Schwierigere Aufgaben, die ich schriftlich rechne |
|---|---|
| 175 + 100 | |

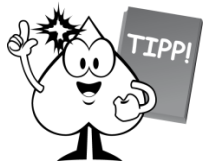
Erkläre einem Partnerkind oder in der Mathe-Konferenz:
Warum hast du die Aufgaben so geordnet?




Wichtig: **Meta-Betrachtung** der Aufgaben

Motto: „Erst schauen.
Dann überlegen, wie du *schlau* rechnen kannst!“

Wichtig: **Meta-Betrachtung** der Aufgaben




Motto: „Erst schauen.

Dann überlegen, wie du *schlau* rechnen kannst!“

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Welche ‚objektiven' Kriterien („Tipps") können die Kinder bei der Meta-Betrachtung entwickeln?

Fertigen Sie bitte eine Zusammenstellung an – z.B. für die Erarbeitung eines Lern-Plakates mit Kriterien, wann es (aus der Sicht des geübten Rechners) „schlau" ist, im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen.

*Anmerkung:*

Dabei kann es im engeren Sinne keine „richtigen" oder „falschen" Lösungen geben, denn es ist möglich, dass die Kinder unterschiedliche Zuordnungen vornehmen, die von ihren Lernmöglichkeiten und ihren persönlichen Präferenzen abhängen.

# 5. Flexibles Rechnen - Unterrichtsmaterial Haus 5

Welche ‚obje… …Kinder bei der Meta-Betracl…

Fertigen Sie … …z.B. für die Erarbeitung … …n es (aus der Sicht des ge… …bzw. schriftlich zu rechnen.

*Anmerkung:*

Dabei kann e… …oder „falschen“ Lösungen ge… …nder unterschiedli… … ihren Lernmöglichl… …nzen abhängen.

Name:
Datum:

**Im Kopf oder schriftlich?**
**Meine Tipps**

| Wann rechnest du **im Kopf**? **Was haben die Aufgaben gemeinsam?** | Wann rechnest du **schriftlich**? **Was haben die Aufgaben gemeinsam?** |
|---|---|
| Ich rechne **im Kopf**, wenn … | Ich rechne **schriftlich**, wenn … |
| • … | • … |
| • | • |

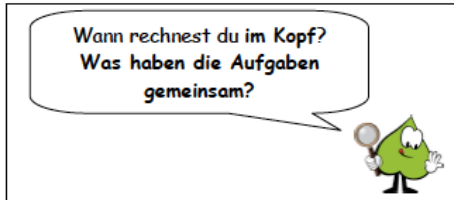
## **Mögliche ‚objektive' Kriterien** -

Ideen für die Erarbeitung eines Lern-Plakates mit möglichen Kriterien, wann es (aus der Sicht des geübten Rechners) „schlau" ist, im Kopf bzw. schriftlich zu rechnen:

## Mögliche ‚o

Ideen für die E … möglichen Kriterien, wan … chners) „schlau“ ist, im Kopf bz …

**Im Kopf oder schriftlich?**
**Unsere Tipps**




| Ich rechne **im Kopf**, wenn die Aufgaben leicht sind, weil | Ich rechne **schriftlich**, wenn die Aufgaben schwieriger sind, weil |
|---|---|
| • ich sie *auswendig* weiß (25 + 25), | |
| • ich die *Lösung auf einen Blick sehe* (342 + 2), | |
| • die Zahlen<br>- klein sind (25 – 3),<br>- glatt sind, also eine Null in der Zehner-Stelle und in der Einer-Stelle stehen:<br>• zwei glatte Zahlen (100 + 300),<br>• eine glatte Zahl (100 + 56),<br>- fast glatt sind, also die Zahlen nah an einer glatten Zahl sind (199 und 201 sind nah an 200), | • die Zahlen groß sind (550 - 287),<br>• es keine glatte Zahlen gibt (657 - 173), |
| • ich nur wenige Rechenschritte machen muss (314 + 21 = 314 + 20 + 1 ), | • ich mehrere Rechenschritte machen muss (176 + 468 = 100 + 400 + 70 + 60 + 6 + 8= 500 + 130 + 14), |
| • es keine Überträge gibt (934 + 22), | • es einen Übertrag gibt (288 + 31),<br>• es mehrere Überträge gibt (288 + 73), |
| • ich *„Rechentricks"* benutzen kann:<br>• eine *ähnliche* leichte *Aufgabe rechnen* (213 + 307 -> 13 + 7)<br>• die Aufgabe *vereinfachen* (249 + 251 -> 250 + 250),<br>• eine *Hilfsaufgabe* rechnen (525 + 297 -> 525 + 300 – 3),<br>• Zahlen *geschickt zusammenfassen* (249 + 251 + 317 = 500 + 317 )<br>• bei Minusaufgaben, wenn die Zahlen nah beieinander liegen: Rechnen mit dem *Ergänzen-Trick* (701 – 698 = _ -> 698 + _ = 701)<br>• ...<br>• ... | • ich keine *„Rechentricks"* benutzen kann,<br>• viele Zahlen in der Aufgabe stehen (171 + 382 + 257),<br>• ...<br>• ... |

## Erarbeitung ‚objektiver' Kriterien

***Ziel:*** Flexible Nutzung der verschiedenen Rechenmethoden durch Ausbildung *metakognitiver Kompetenzen*

***Methode:*** ICH-DU-WIR-Prinzip

- **So rechne ICH!**
  Jedes Kind erhält die Gelegenheit, seine eigenen Erfahrungen zu sammeln und seine eigene Sicht zu objektivieren.
- **Wie rechnest DU?**
  Jedes Kind erhält die Gelegenheit, sich mit den Denkwegen und Lösungen anderer Kinder auseinanderzusetzen (z.B. in Mathe-Konferenzen -> Haus 8).
- **So rechnen WIR!**
  Im Austausch erfahren die Kinder, dass es ‚subjektive' und ‚objektive' Kriterien gibt, also dass es viele Sichtweisen geben kann, aber einige leichter bzw. schneller ans Ziel führen.
  Subjektive Kriterien müssen aber möglich bleiben!

# Meta-Ebene: Rückmelderunde

# Meta-Ebene: Konsequenzen / Weiterarbeit

1. **Zur Einführung:**
   **Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Addieren**

2. **701- 698, eine leichte Aufgabe?**

3. **Halbschriftliches und schriftliches Subtrahieren**

4. **Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Subtrahieren**

5. **Flexibles Rechnen**

6. **Und die anderen Rechenoperationen?**

# Haus 5: Modul 5.3 – Teil 2

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!