




Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten

 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Julias Hilfsaufgabe

$14 + 2 = 16$ ✓
 $14 + 22 = 63$ ✓
 $14 + 42 = 65$ ✓
 $14 + 62 = 67$ ✓

Februar 2014 © PPK AS (<http://www.pkaa.dzlm.de>)

8

Modul 3.4 Entwicklung des Stellenwertverständnisses





Ziel

Die Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses unterstützen

Dafür ist notwendig:

- Mögliche Hürden bei dieser Entwicklung kennen und erkennen.
- Unterstützungsmaßnahmen kennen und anwenden können.
- Angemessenes Anschauungsmaterial auswählen und einsetzen.



Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.4

- 1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?**
- 2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden**
- 3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen**
- 4. Entwicklung von Fördermaßnahmen**



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

**Woran erkennen Sie im
(Förder-)Unterricht Probleme
Beim Stellenwertverständnis?**



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Ein kleiner Versuch...

Stellen Sie sich vor, die Buchstaben des Alphabets wären Zahlworte: 1=a, 2=b, ...

Die Zahlen sind in einem Stellenwertsystem geordnet (deshalb brauchen wir noch die Null: 0=0). Die letzte Ziffer des Systems ist „k“.

Normale deutsche Sprechweise

dg: „ge-und-dezig“

f0: „eff-zig“

- Wie heißt die Zahl nach „k“?
- Wie heißt die Zahl vor „b0“?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Ein kleiner Versuch...

Bitte lesen Sie gemeinsam die folgenden Zahlen:

kf ed bh ji ij

Bitte schreiben Sie die diktierten Zahlen:

lf ga bd db ka

Welche Zahl ist größer...?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Fünf Fallbeispiele...

- Kommen Ihnen die Probleme bekannt vor?
- Haben Sie eine Idee, warum diese Probleme auftreten können?
- Haben Sie schon Ideen, wie Sie diesen Problemen begegnen können?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Julias Hilfsaufgabe

$$\begin{array}{l} 14 + 2 = 16 \quad \checkmark \\ 14 + 22 = 63 \quad \neq \\ 14 + 42 = 65 \quad \neq \\ 14 + 62 = 67 \quad \neq \end{array}$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

M: Da brauch ich den Rechenrahmen, damit kann ich das.

I stellt M den Rechenrahmen hin.



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

Zuerst schiebt Marlen drei volle Reihen und wartet einige Sekunden.

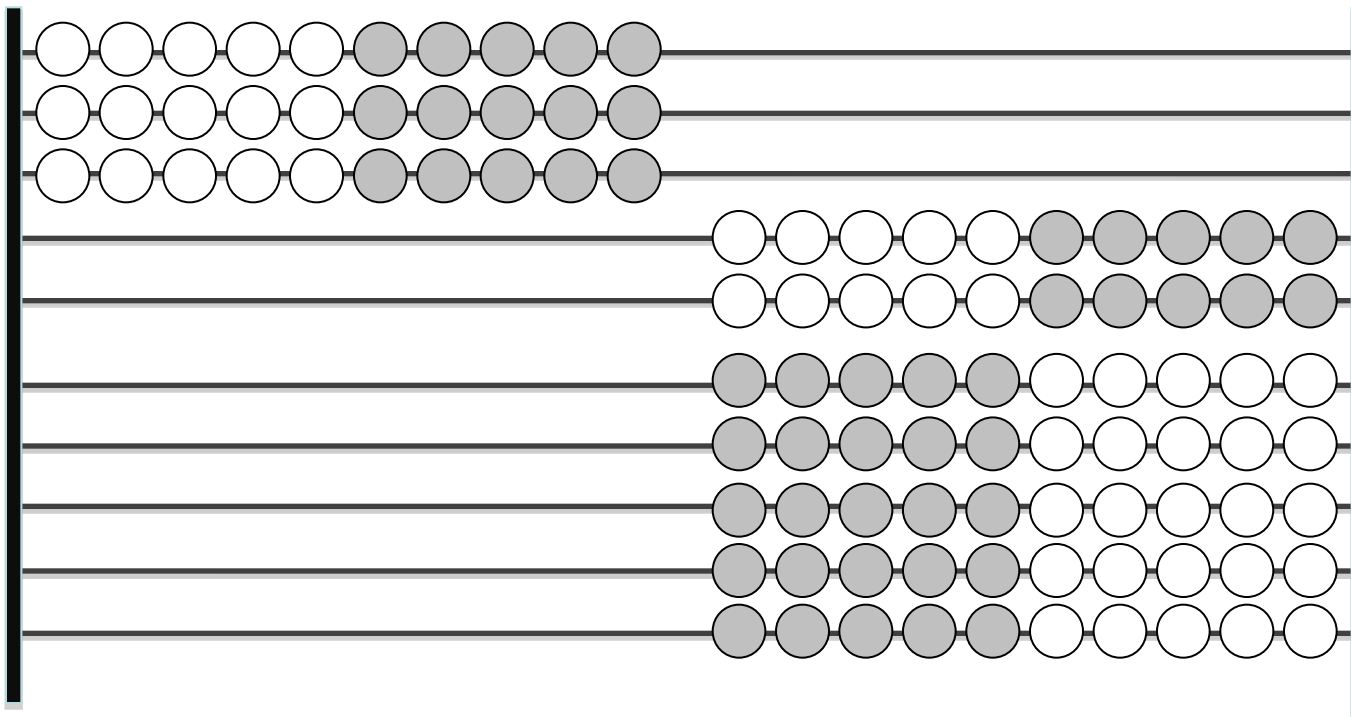
Dann schiebt sie weiter.



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$



M: (*schaut einige Sekunden auf das Material*) Achtundneunzig, äh umgekehrt, neunundachtzig.

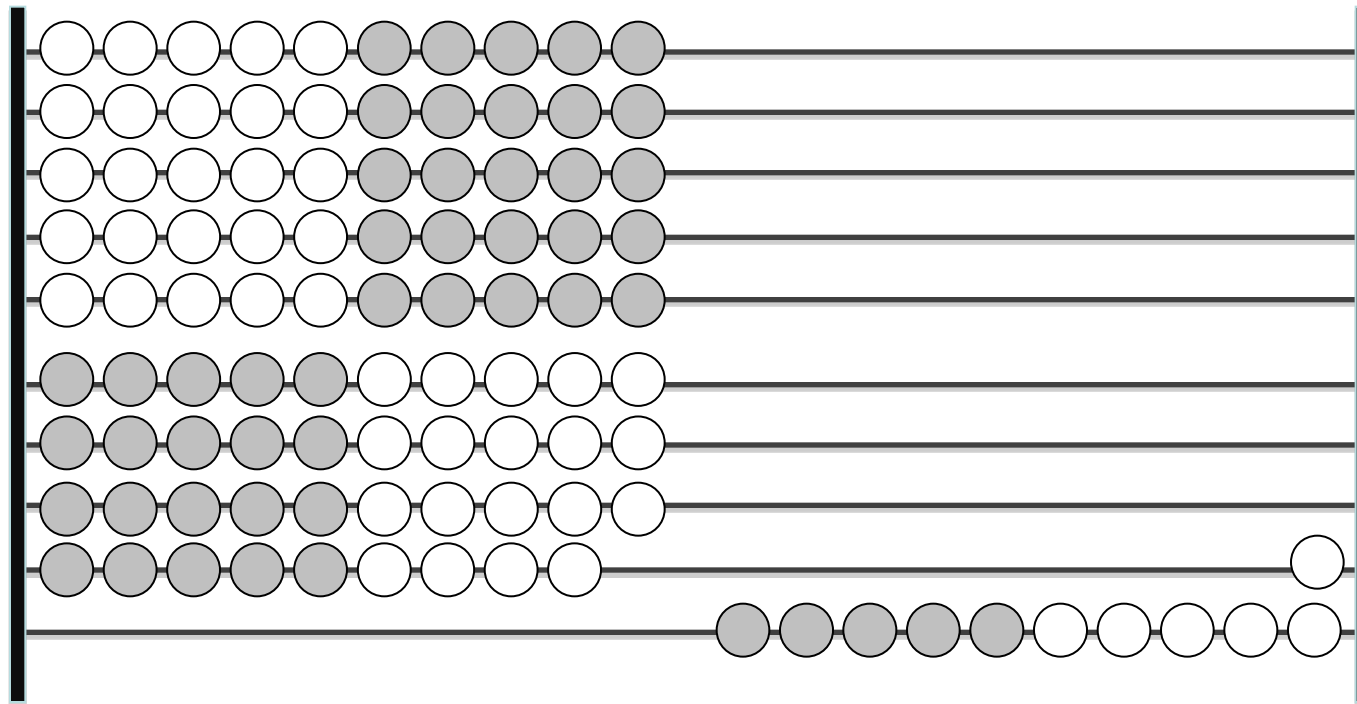


1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

I: Aha... Erklär nochmal..., du hast zuerst diese Zahl eingestellt.
(*I schiebt 6 Kugeln zurück*)



I: Wie heißt diese Zahl?



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

M: Achtunddreißig, ne, umgekehrt...

I: Wie heißt die Zahl, die jetzt eingestellt ist?

M: Ich hab jetzt nicht verstanden jetzt, achtunddreißig oder dreiundachtzig?

I: Ich hab achtunddreißig gesagt, und was ist das?
(*deutet auf das Material*)

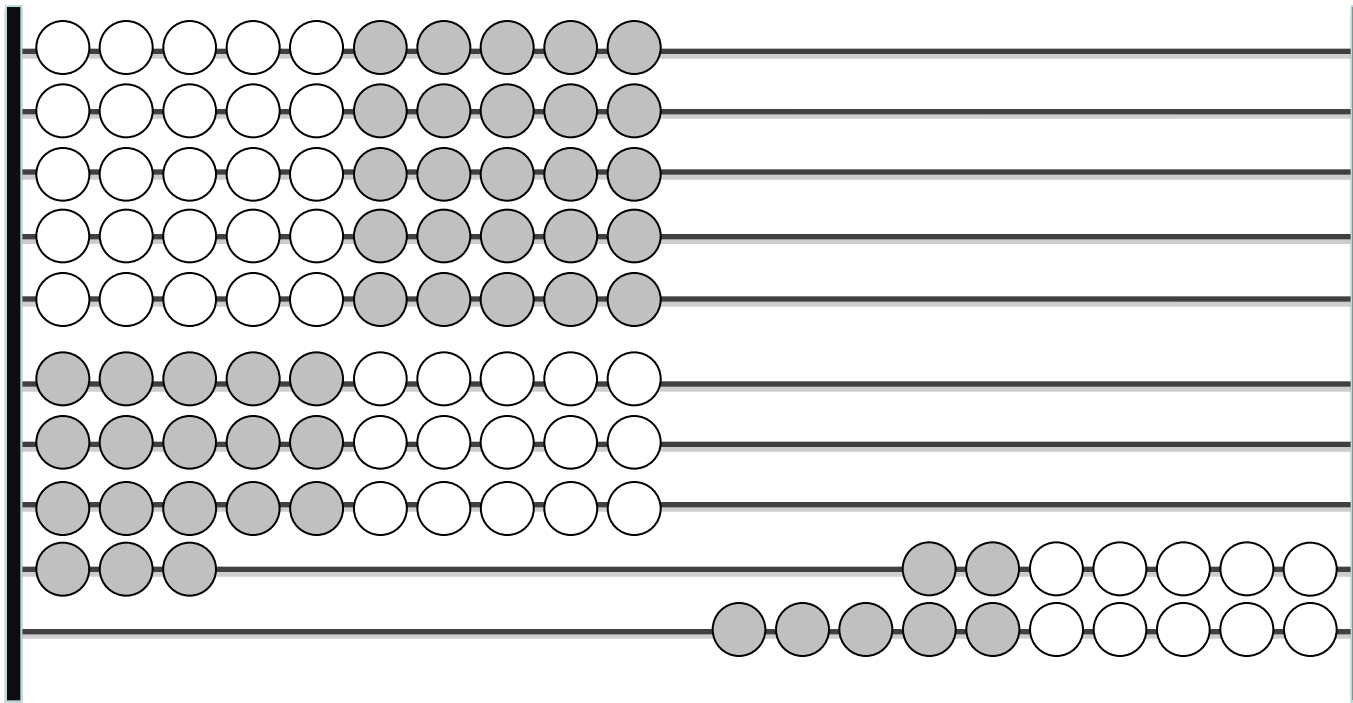
Marlen beginnt wortlos erneut zu schieben.



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$



I: Ok nochmal: $38+6$

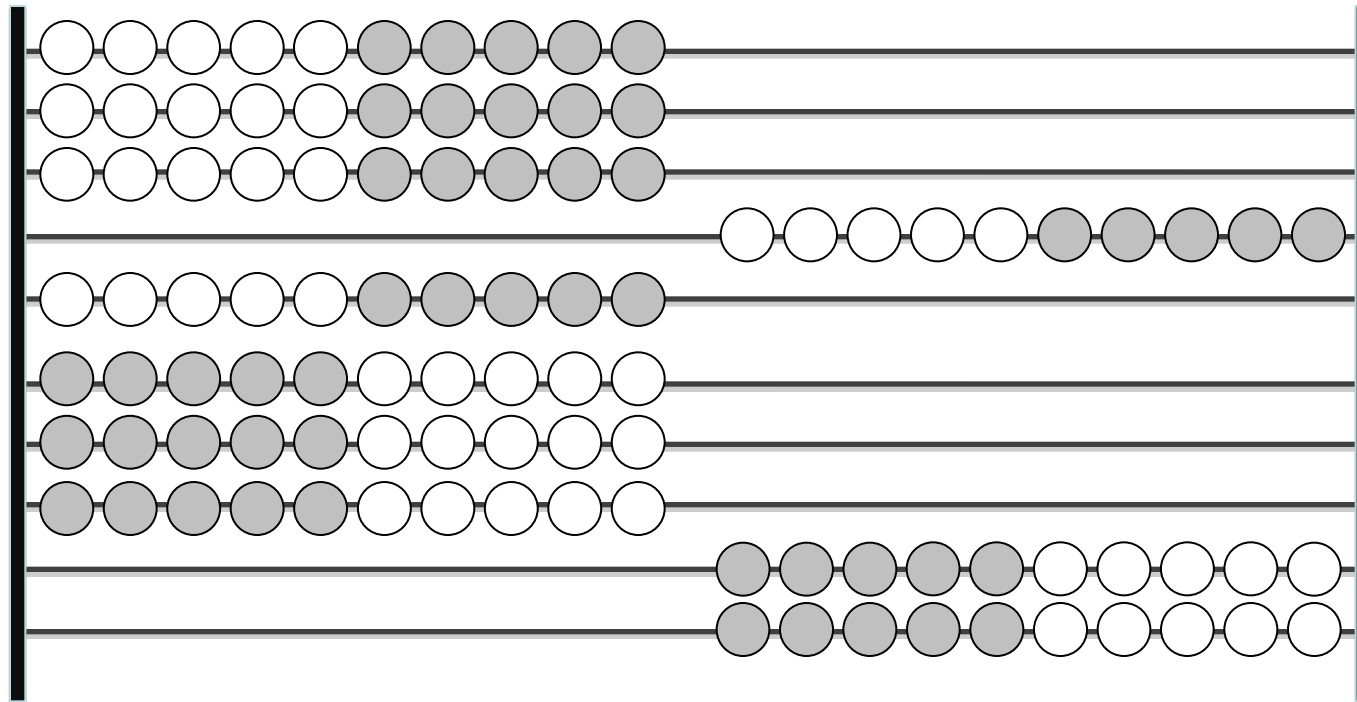


1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

Marlen schiebt weiter...



Marlen wartet, I wiederholt die Aufgabe erneut.

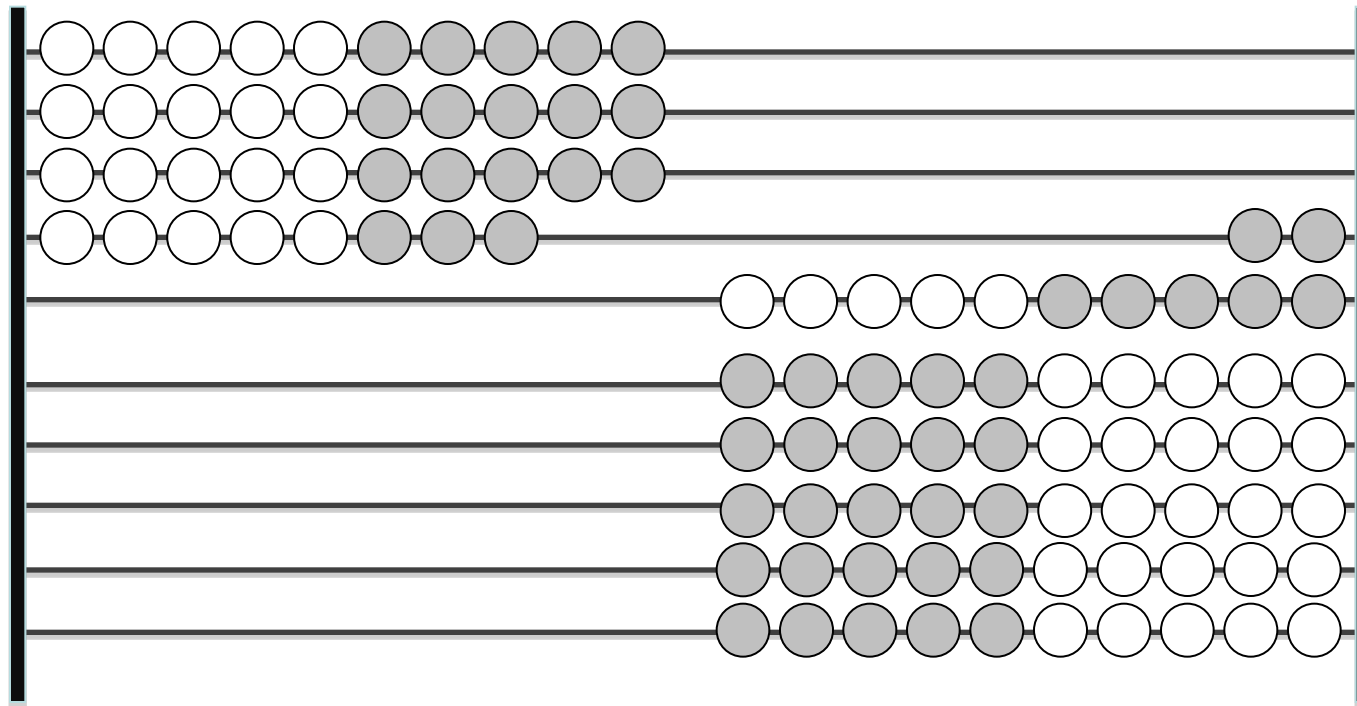


1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Marlen am Rechenrahmen: $38+6$

Marlen schiebt...



M: ... Vier... und...vierzig.



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

Zuerst eine Fehleranalyse:

$$82 - 36 = 14$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

I: Schreib mal auf: zweiundachtzig minus sechsunddreißig.

Timo schreibt korrekt von links nach rechts und macht keine Zahlendreher:

$$82 - 36$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

T: Sechs minus zwei gleich... fünf, äh vier.

Notiert die 4.

$$82 - 36 =$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Timo rechnet

T: Drei minus zwei gleich eins.

Notiert die 1 vor der 4.

$$82 - 36 = 4$$



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Lea und das Zahlendiktat

Vierundfünfzig

Achtundachtzig

Siebzig

Sechzig

Einundsechzig

Siebenundsechzig

Dreiundzwanzig

Siebzehn

Einundsiebzig

Siebenundsechzig



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Paul und die 50 und die 30

Am Rechenrahmen sind drei volle Reihen eingestellt

I: Und, wie viele sind das?

P: (laut und deutlich) Dreizehn!

I: Und wie viele sind es, bis hier in der Mitte die Farbe wechselt?

P: (laut und deutlich) Fünfzehn!



1. Einstiegsbeispiele – Was ist Stellenwertverständnis?

Probleme beim Stellenwertverständnis

Fünf Fallbeispiele...

Nur ein kleiner Ausschnitt aus der Vielfalt möglicher Probleme beim Stellenwertverständnis

Wie kann es zu solchen Problemen kommen?

- Entwicklung des Stellenwertverständnisses
- Hürden bei dieser Entwicklung



2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Entwicklung des Stellenwertverständnis

Drei Prinzipien liegen dem Stellenwertsystem zugrunde

(vgl. z. B. Padberg & Benz, 2011)

Bildung der Stellenwerte

- Prinzip der fortgesetzten Bündelung

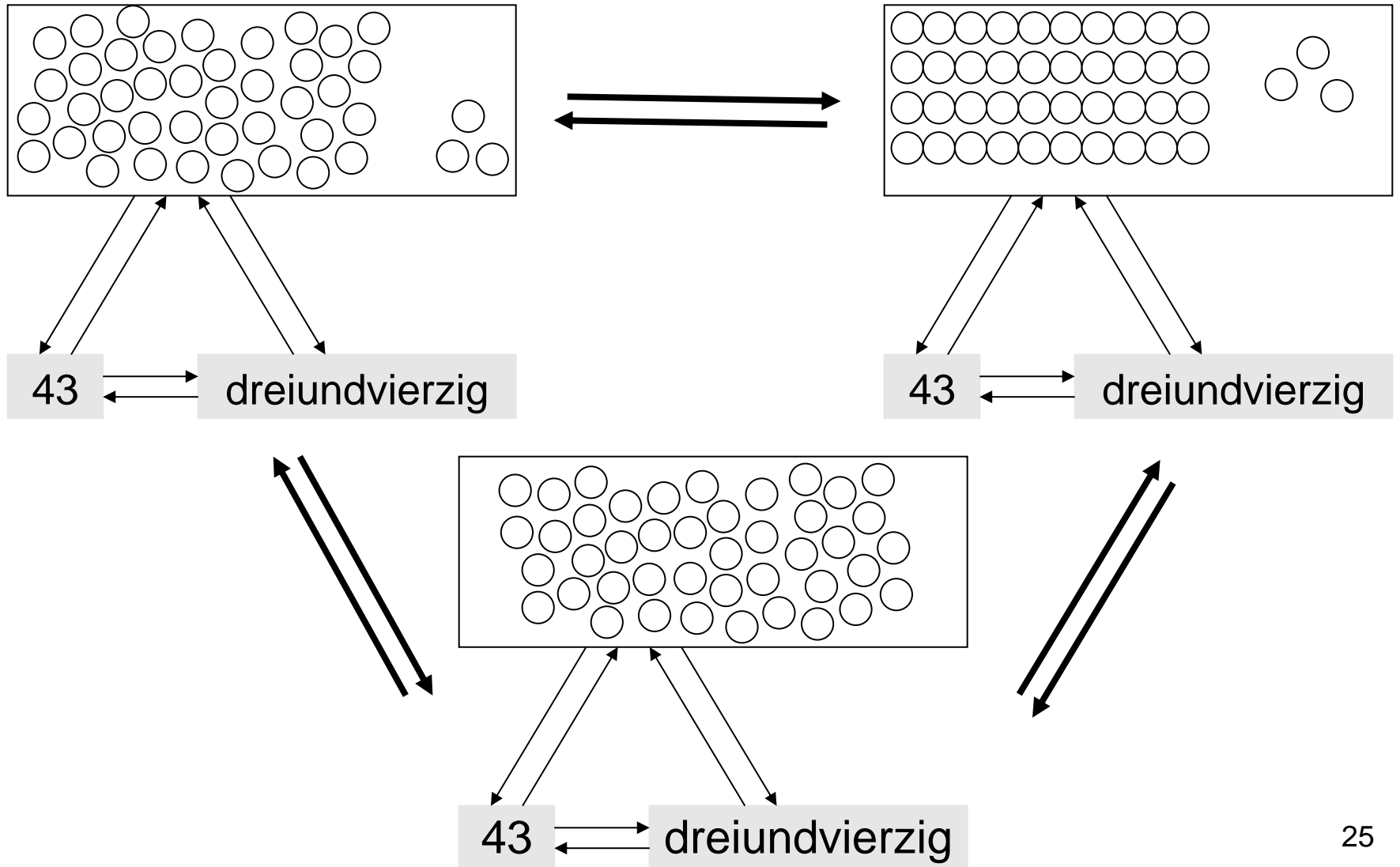
Notation von Zahlen

- Prinzip des Stellenwerts
- Prinzip des Zahlenwerts



2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Entwicklung des Stellenwertverständnis





2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Stellenwertverständnis: Zahlwörter

Zahlwortbildung im Vergleich:

Koreanisch

„Anzahl der Zehner“ – „Zehn“ – „Anzahl der Einer“

z.B. 75: Sieben – Zehn – Fünf

Deutsch

„Anzahl der Einer“ – „und“ – „Anzahl der Zehner“ – „zig“

z.B. 43: Drei – und – Vier – zig

Welches ist eigentlich das erste Zahlwort, das nach dieser Regel gebildet wird?

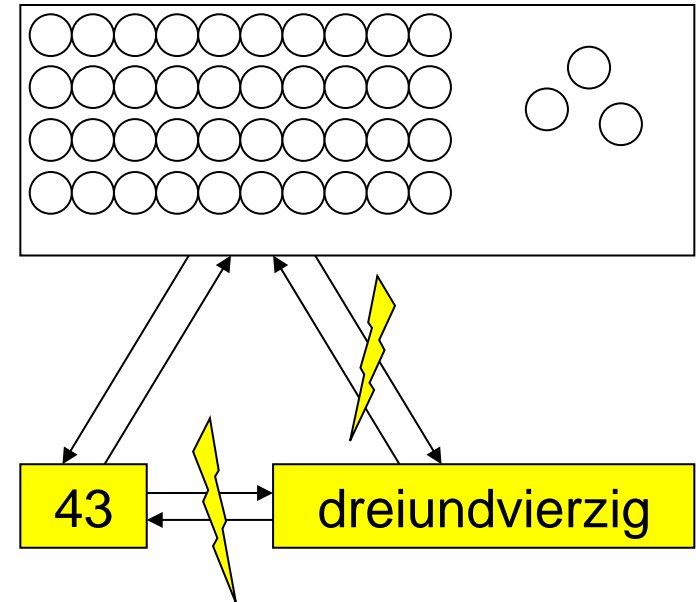


2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Stellenwertverständnis: Zahlwörter

Risikofaktoren

- Elf, Zwölf
- Inverse Sprechweise
- - zig
- Sieben-und-Zehn
- Drei-mal-Hundert
- Silben und Laute „verschlucken“



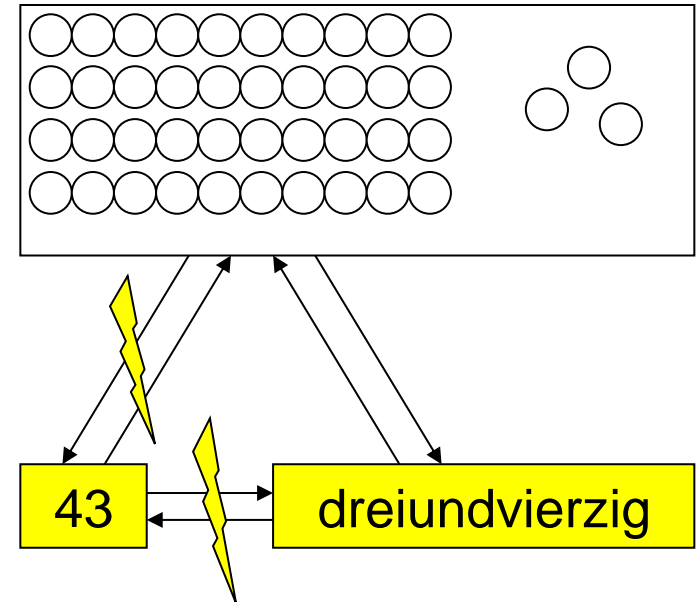


2. Entwicklung des Stellenwertverständnisses und mögliche Hürden

Stellenwertverständnis: Zahlen lesen und schreiben

Risikofaktoren

- Konvention 52, 502, 250
- Abstraktionsgrad 748
- Leserichtung vs. Schreibrichtung
- Rechts/Links unsicher
- Problematischer Tipp: Inverse Schreibweise



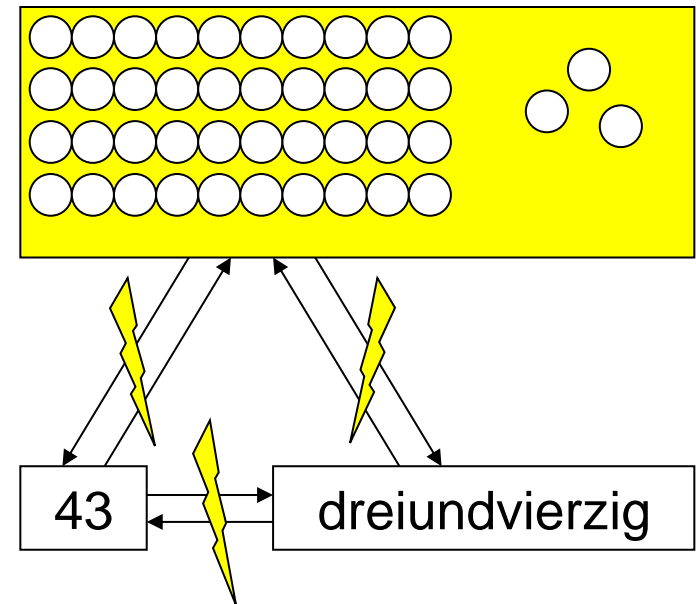


3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

Sebastian:

„Das Doppelte von fünfundzwanzig
ist vierhundert.“





3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

I: „Was ist denn das Doppelte von Fünfundzwanzig“?

S: „Das wusst ich mal auswendig, aber jetzt nicht mehr. Kann ich den Rechenrahmen haben?“

I: „Versuch mir erstmal zu erklären, was du am Rechenrahmen einstellen würdest.“

S: „Zuerst oben fünfundzwanzig und dann dadrunter nochmal fünfundzwanzig.“



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

I: „Und... Kannst du dir jetzt im Kopf vorstellen, wie viel das insgesamt ist?“

S: „Nee...“

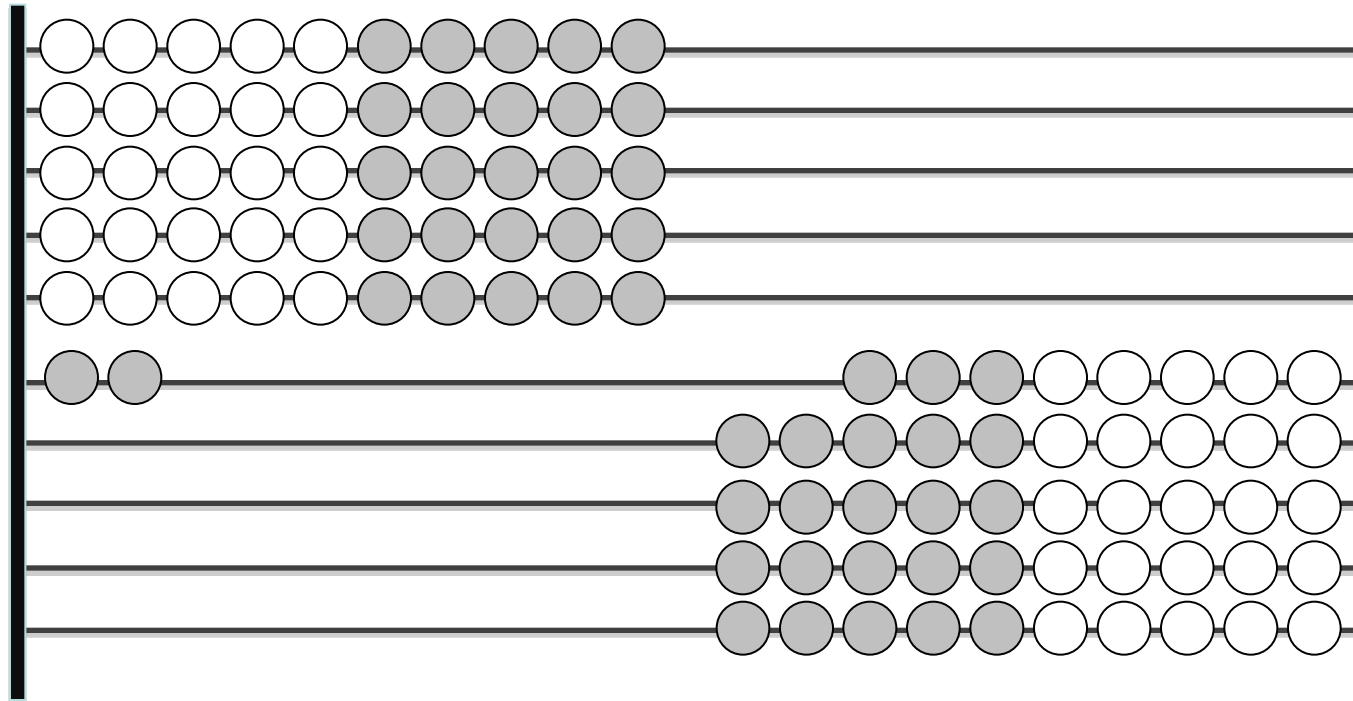
I gibt Sebastian den Rechenrahmen.

Die erste Zahl, die Sebastian einstellt ist diese:



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung



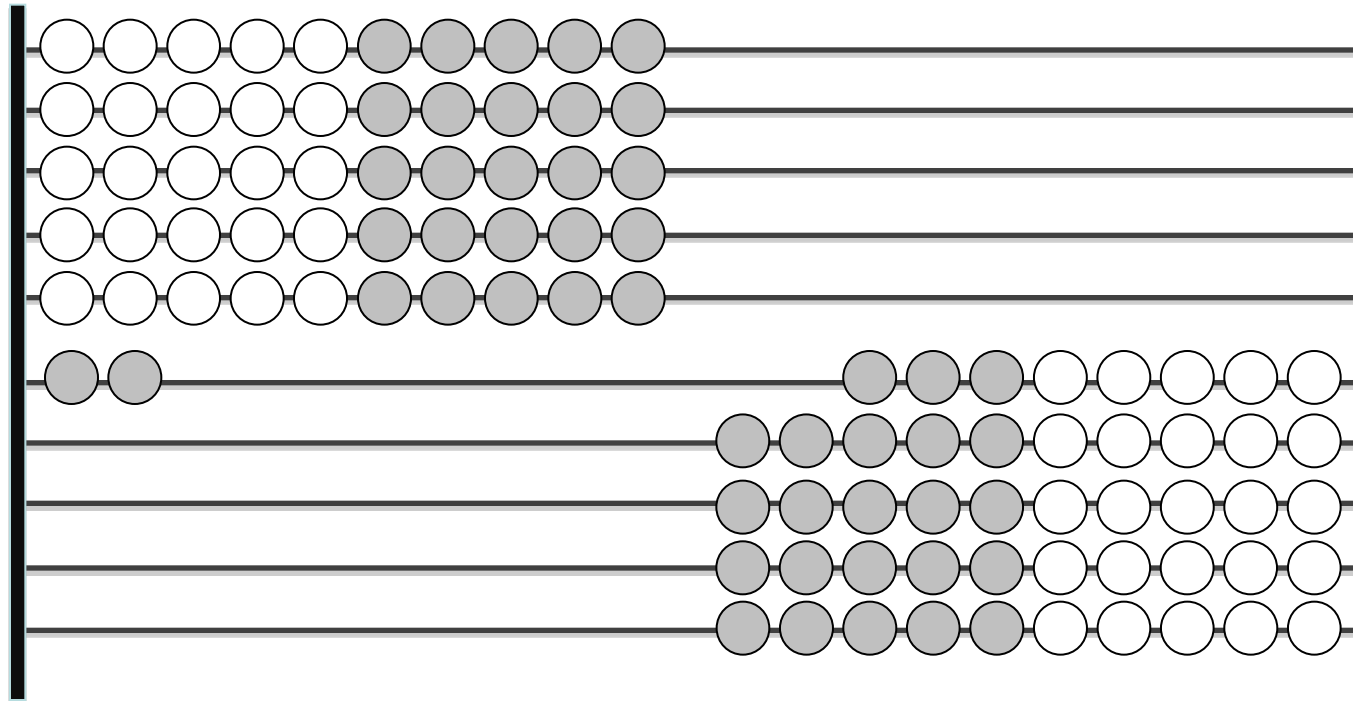
S: „Das sind schonmal fünfundzwanzig. Und jetzt nochmal...“

Er schiebt weiter.



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung



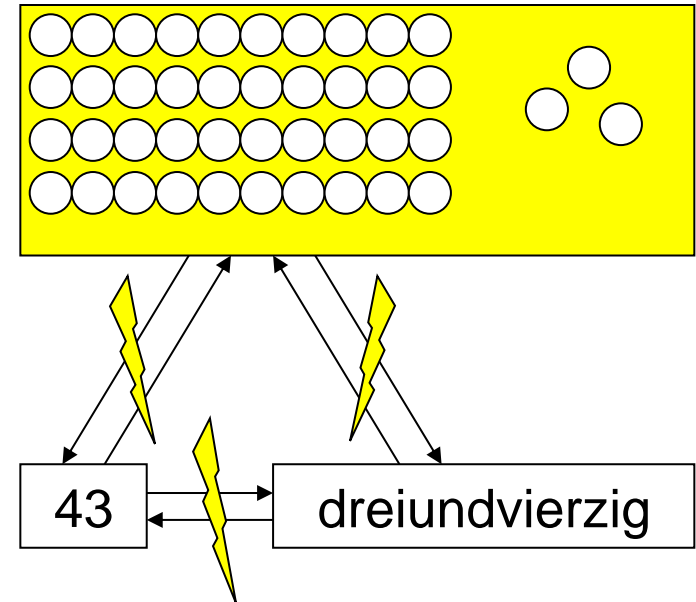
S: „Und dann noch zwei und zwei, sind vier dazu. Also vierhundert.“



3. Geeignete Arbeitsmittel und Übungsformen

Stellenwertverständnis: Mengendarstellung

- Mengendarstellung als *Indikator* für Probleme beim Stellenwertverständnis.
- Material nicht automatisch hilfreich.





4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Indizien für Probleme beim SWV

- Zahlendreher
- Ziffernweises Rechnen
- Inverse oder „auffällige“ Schreibweise
- Probleme beim Einhalten der Konvention (beim Schreiben oder Sprechen von Zahlen)
- Bündelungen werden nicht vorgenommen bzw. beachtet
- Strukturierte Mengendarstellung bzw. die Auffassung strukturierter Mengen bereitet Probleme



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

- Sinnvolle Unterstützungsmaßnahmen (allgemein)
- Geeignete (und weniger geeignete) Materialien
- Unterstützungsmaßnahmen für die Beispiele



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

- Bündelungs- und Entbündelungsaktivitäten durchführen und nachvollziehen
- Zusammenhänge zwischen Wort, Zeichen und Menge herstellen
- Inverse Sprechweise thematisieren
- Unregelmäßige Sprechweise thematisieren
- Zahlendreher am Material klären
- Keine inverse Schreibweise vorgeben
- Stellenweise Notation klären



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

Anschauungsmaterial

- Unstrukturiertes Material zum Bündeln
 - Mehrsystemblöcke
 - Stellenwerttafel (zum Legen und zum Schreiben)
 - *Keinen* Zahlenstrahl
 - *Keine* Hundertertafel
- (kein Bündeln und Entbündeln möglich, vorrangig ordinale Auffassung von Zahlen, keine Klärung der Schreibweise möglich)



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Förderung des Stellenwertverständnisses

Anschauungsmaterial

- Hundertertafel dient schwachen Schülern vor allem als (zählende) Lösungshilfe
- Bündeln und Entbündeln nicht möglich
- Der Rechenschritt „plus Zehner“ kann *nicht* gehandelt werden
- Der Unterschied zwischen Zehner und Einer bleibt ggf. unklar (einzelne Schritte in bestimmte Richtungen)
- Die Richtung des Arbeitsmittels ist existentiell (und verwirrend: runter bedeutet mehr)



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Gezielte Unterstützungsmaßnahmen

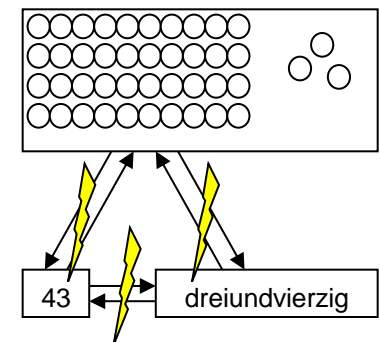
- Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)
- Marlen (Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)
- Timo (rechnet ziffernweise extra)
- Lea (Zahlendiktat)
- Paul (dreißig und dreizehn)



4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Julia (Zahlendreher bei der Hausaufgabe)

- Erneute prozessorientierte Nachfragen („Rechne nochmal laut vor“)
- Sprechweise am geeigneten Material klären (z. B. Mehrsystemblöcke, Bündelung von unstrukturiertem Material)
- Materialgestützte Klärung der Sprech- und Schreibweise
- Materialgestützte Klärung der Bedeutung der Position der Ziffern im Zahlzeichen

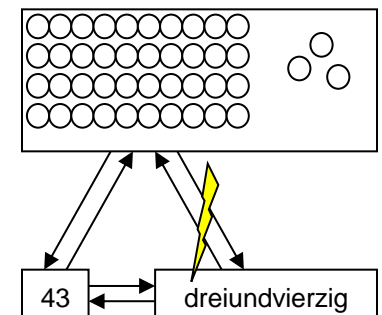




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Marlen (Zahlendreher am Rechenrahmen 38 / 83)

- Thematisierung des Zahlendrehers und der inversen Sprechweise am Material
- Materialgestützte Klärung der Kommutativität im Wort drei-und-vierzig
- Übersetzung zwischen Wort und Material klären
- Zusammensetzung des Zahlwortes klären (Übergangsvokabular: drei-und-vierzig, vierzig-und-drei, vier Zehner und drei)

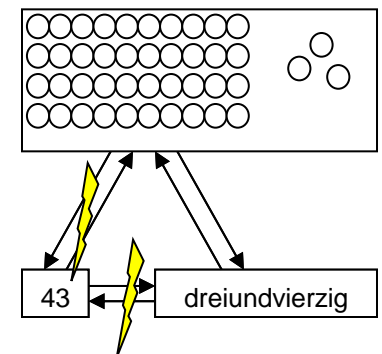




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Timo (rechnet ziffernweise extra)

- Bündelung und Entbündelung
- Sichere Unterscheidung von Zehnern und Einern
- Zahlauffassung und -darstellung an Mehrsystemblöcke und Stellenwerttafel
- Materialgestützte Rechenoperationen (ZE +/- Z und ZE +/- E)
- Materialgestützte Klärung der Positionen im Zahlzeichen

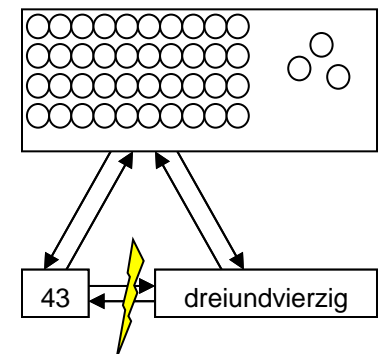




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Lea (Zahlendiktat)

- Materialgestützte Reflexion der deutschen Sprechweise
- Materialgestützte Klärung der Schreibweise
- Sicherheit beim Hören von Zahlen
- Sprech- und Hörtraining
- Taschenrechnerdiktat

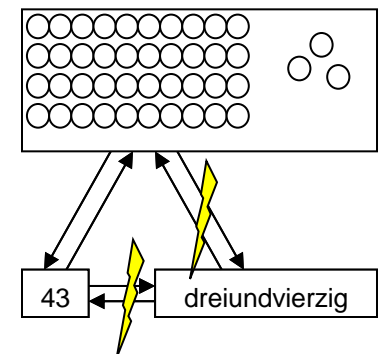




4. Entwicklung von Fördermaßnahmen

Paul (dreizehn und dreißig)

- Materialgestützte Klärung der der Konventionen der Sprechweise
- Manche Regeln der Sprechweise können nicht entdeckt, sondern sollten gemeinsam geklärt werden





Zusammenfassung

- Das Stellenwertprinzip und die Schreib- und Sprechweise von Zahlen bergen große Herausforderungen
- Lernhürden thematisieren und nicht umschiffen
- Materialhandlungen und Übersetzungen sind unerlässlich

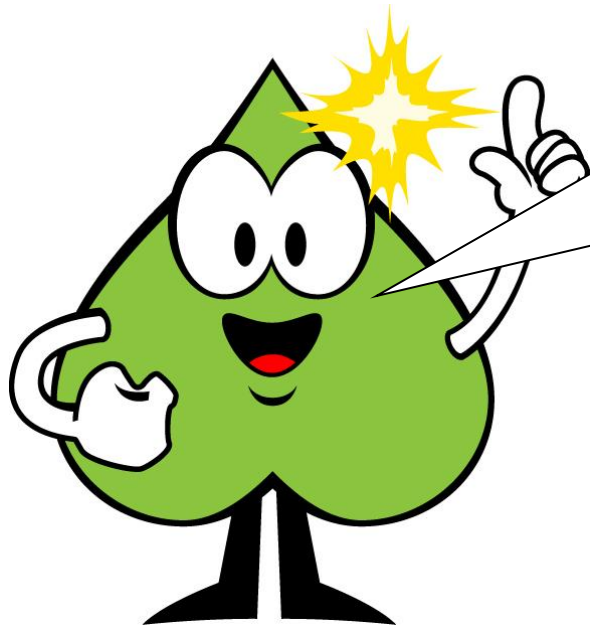


1. Aufbau einer tragfähigen Zahlvorstellung

Aktivität:



1. Spielen Sie das Spiel „Hamstern“ mehrere Runden.
2. Überlegen Sie gemeinsam, welche Möglichkeiten dieses Spiel in Hinblick auf den weiteren Kompetenzaufbau und Differenzierungsmaßnahmen bietet.



Vielen Dank für
Ihre
Aufmerksamkeit!

