

## Haus 3: Umgang mit Rechenschwierigkeiten



# Modul 3.2 Guter Umgang mit Darstellungsmitteln

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen









# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.2

- 1. Überblick Haus 3 PIK AS
- 2. Grundlegende Gedanken: "Wie kommt Mathe in den Kopf?!"
- 3. Was sind Darstellungsmittel?
- 4. Wozu braucht man Darstellungsmittel?
- 5. Welche Darstellungsmittel wähle ich aus?

Möglicher Exkurs: Wie führe ich Darstellungsmittel ein?

(IN: FM – ppt und Sachinfo)

6. Abschluss







Modul 3.1	Modul 3.2	Modul 3.3
Rechenschwierigkeiten vorbeugen – von Anfang an!	Guter Umgang mit Darstellungsmitteln	Diagnose und Förderung



#### Worum es uns insgesamt geht...

... Unterricht so zu gestalten, dass zählendem Rechnen vorgebeugt wird (präventiver Ansatz).

(Modul 3.1)

... zu verstehen, wie die Mathematik in den Kopf des Kindes gelangen kann und wie mithilfe von einem guten Umgang mit Darstellungsmitteln innere Vorstellungsbilder aufgebaut werden können.

(Modul 3.2)

... Diagnose und Förderung als Einheit zu betrachten, die nicht getrennt voneinander stehen darf. Mit dem Blick auf wenige diagnostische Mittel und essentielle Übungen sollen Anregungen für die Arbeit im Mathematikunterricht gegeben werden.

(Modul 3.3)



#### Worum es uns nicht geht...

- ... eine umfassende **theoretische Begriffsklärung** des Konstrukts "Rechenschwäche" mit einer Beschreibung der möglichen Risikofaktoren und allen möglichen Symptomen aufzubereiten.
- ... die Ursachen von "Rechenschwierigkeiten" in den Dispositionen des Kindes zu suchen.
- ... spezielle Übungen für die Behebung von Rechenschwierigkeiten "rezeptartig" aufzuzählen.



# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.2

- Überblick Haus 3 PIK AS
- 2. Grundlegende Gedanken: "Wie kommt Mathe in den Kopf?!"
- 3. Was sind Darstellungsmittel?
- 4. Wozu braucht man Darstellungsmittel?
- 5. Welche Darstellungsmittel wähle ich aus?

Möglicher Exkurs: Wie führe ich Darstellungsmittel ein?

(IN: FM – ppt und Sachinfo)

6. Abschluss



" Mathe in den Kopf?" – Wie geht das eigentlich?

Ziel des heutigen Mathematikunterrichts in der Grundschule ist es, dass jedes Kind sicher Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren lernt.

Dabei muss jeder Schüler die **Zeit und Möglichkeit** erhalten, eine tragfähige **Zahl- und Operationsvorstellung** aufzubauen. Beide bilden die Grundlage, um später flexibel rechnen zu können.



## " Mathe in den Kopf?" – Wie geht das eigentlich?

Bei der Frage wie die Mathematik eigentlich in die Köpfe der Kinder kommt, geht es im Wesentlichen um die Überlegung, wie sich Vorstellungsbilder von mathematischen Mustern und Strukturen in den Köpfen aufbauen können, damit jedes Kind am Ende flexibel im Kopf rechnen kann.



" Mathe in den Kopf?" – Wie geht das eigentlich?

Von flexiblem Rechnen spricht man dann, wenn ein Kind im Kopf ohne "Hilfsmittel", sondern lediglich durch die in der Vorstellung entstandenen Bilder, rechnen kann.





## Am Anfang lernt das Kind so...

#### Der individuelle Lernprozess

Phase des Konkreten

spielen, anfassen, wahrnehmen, analysieren, ...

Kind begegnet konkreten, sinnlich wahrnehmbaren Dingen seiner Umwelt. Es beurteilt die Welt nach ihrem äußeren Schein. "Ich habe mehr Klötze als du" kann dabei eine erste Feststellung sein.

Übergangsphase

nachzählen, vergleichen, zuordnen, sortieren, was passt zusammen, ...

Kind kombiniert das Konkrete mit etwas Abstraktem. Es vergleicht einen Turm aus Klötzen, zählt ab welcher größer ist. Es stellt fest, dass sein Nachbar 5 mehr hat und kann evt. schon eine 5 auf ein Blatt kritzeln.

Phase des Abstrakten

Mit Symbolen arbeiten: Zahlen zu Turmbauten aufschreiben. Eine Summenzahl dazu notieren, ...

Bildliche und symbolische Darstellungen können konkrete Handlungen ersetzen.

Ablösung vom Material: →Es benötigt keine Bauklötze mehr, um 5+3=8 zu ermitteln.

In Anlehnung an: Hoenisch/ Niggemeyer: "Mathekings", S. 30/31.



#### Aber...

Das Modell ist <u>nicht linear</u> zu verstehen.

Das Kind befindet sich beim Lernen immer im Prozess.

In diesem geht es Schritte "vor" und auch "zurück".

Es zeigt an einem Tag Vorstellungen, die es unter Umständen am nächsten Tag nicht mehr wiederholen kann.

Das Kind baut teilweise gleichzeitig an verschiedenen Pfeilern seiner "Vorstellungsbrücke"!

<u>TIPP: Zeit geben!</u>

Die bildliche und handelnde Ebene darf nicht zu schnell verlassen werden.

(vgl. Kaufmann/ Wessolowski, S. 30)



### Mathe in den Kopf?!

Seit Jahrhunderten ist man sich nicht nur in der Didaktik der Mathematik einig darüber, dass Handeln das Lernen begünstigt.

#### Frage??

"Wie stellt man sich dieses Handeln aber konkret im Mathematikunterricht vor?

Wie kommt es dabei zu "den Zahlen im Kopf?"

(Lorenz 2011, S. 39)



### Mathe in den Kopf?!

Für den Mathematikunterricht erfand man im Laufe der Zeit verschiedenste didaktische Materialien um mathematische Strukturen und Muster mithilfe einer Handlung zu verdeutlichen.

#### Frage??

"Wie hat man sich aber das Lernen mit diesen Materialien vorzustellen?"

(Lorenz 2011, S. 39)



## Mathe in den Kopf?!

## Von der Handlung zur mentalen Vorstellung ("Mathe im Kopf")

"Konkrete Phase"

"Auf dem Weg in den Kopf"

"Im Kopf (richtig) rechnen"

Mit Material handeln und Handlungen beobachten (von sich selbst und anderen).

Rechenwege im Kopf vorstellen und beschreiben.

Mit dem "Bild im Kopf" (mentale Vorstellung) ohne Material rechnen.

Modell in Anlehnung an Wartha IN Schipper/ Wartha/ Schroeders 2011, S.113f.





### Mathe in den Kopf?!

# Von der Handlung zur mentalen Vorstellung ("Mathe im Kopf")

"Konkrete Phase"

"Auf dem Weg in den Kopf"

"Im Kopf (richtig) rechnen"

Was genau im Kopf eines Kindes passiert, können wir nur erahnen.

Im Austausch mit ihm, kann es uns Einblicke in seinen "Kopf" gewähren.

Am Ende scheint es so zu sein: " ...das ,Nahebringen ' und seine Wirkung bleiben unscharf, das Kind verbleibt eine black box."

(Lorenz 2011, S. 51)





## Mathe in den Kopf?! Das kann helfen:

- Bereitstellung und Nutzung ausgewählter Materialien
- guter Umgang mit diesen Materialien
- Gespräche (und Instrumente) zur Überprüfung der Vorstellungen, die Kinder "im Kopf" haben





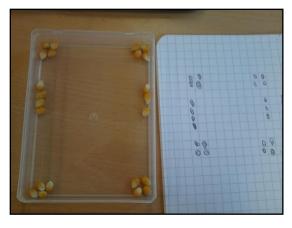
## Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung

Alltagsmaterial benutzen

















#### Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung

#### Wichtig: Der kardinale Zahlaspekt!!

"Für viele Kinder ist es zunächst schwer zu verstehen, dass 3 Kinder "drei Kinder" sind, das 3. Kind jedoch nur eines."

(Kaufmann/ Wessolowski 2006, S. 22)

"Da sind mehr Nüsse" (kardinal)



L: "Könnt ihr jetzt sagen, wie viel mehr Nüsse im vollen Glas waren?"

B: "elf!"

M: "sechs!"

### Weitere Übungen:

z. B. Teil-Ganzes Beziehungen verdeutlichen:



Grundschulzeitschrift Heft 182, 2005 (W. Schipper, Förderkartei)

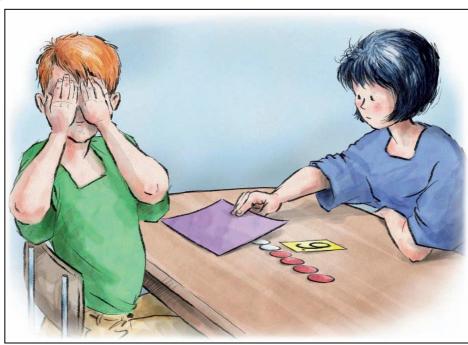




#### Material nutzen zum Aufbau von Zahlvorstellung

#### Mathematisches Material benutzen





Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm

"Blitzgucken"

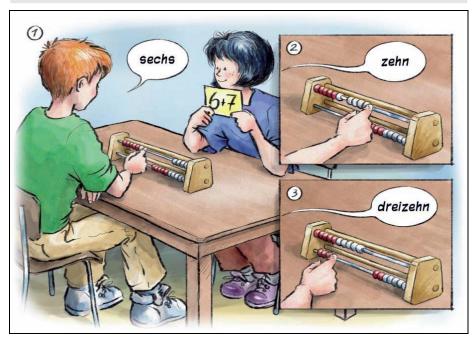
"Zerlegen"



## Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Mathematisches Material benutzen

#### Mit Material handeln und Handlung beobachten / beschreiben



#### Rechenweg im Kopf vorstellen und beschreiben



Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm





## Material nutzen zum Aufbau von Operationsvorstellung

Mathematisches Material benutzen

#### Mit Material handeln und Handlung beobachten / beschreiben



#### Rechenweg im Kopf vorstellen und beschreiben



Bilder: W. Schipper, Förderkartei: www.uni-bielefeld.de/idm/serv/rechenstoer.htm





## "Blick in den Kopf"

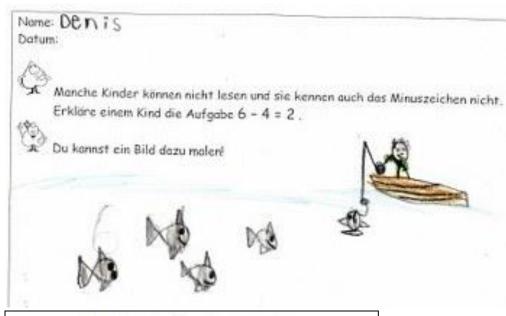
Die Beobachtung von Schülern beim Darstellungswechsel und das Gespräch darüber geben z.B. Auskunft über die Zahl- und

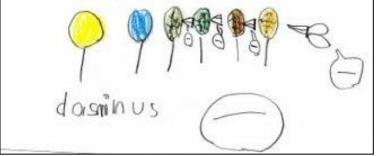
Operationsvorstellungen.



http://www.riedhofschule.ch/schwendener.htm









#### Heute wissen wir...

,, (...),

dass Schwierigkeiten (beim Rechnen lernen)
nicht unbedingt
Schwierigkeiten mit der Mathematik sein müssen,
sondern
Schwierigkeiten mit dem Mathematikunterricht
sein können."

(Spiegel/ Selter 2007)



#### Fakten aus BIRTE 2

Die Vergleichsstudien TIMSS, PISA und IGLU zeigen, dass bei etwa 20% der deutschen SchülerInnen die mathematischen Kompetenzen so niedrig sind, dass sie große Probleme bei der Bewältigung mathematischer Anforderungen in der Schule und im späteren Berufsleben zu erwarten haben.

#### Immer wieder kehrende Symptome:

- Verfestigtes <u>zählendes Rechnen</u>
- <u>Eingeschränktes Verständnis für</u> die <u>Stellenwerte</u>
- <u>Unzureichende Vorstellung</u> für <u>Zahlen und Operationen</u>



#### Fakten aus BIRTE 2

"Unser Schulsystem ist auf die Arbeit mit solchen Kindern nicht gut vorbereitet. (…).

Für Lehrerinnen und Lehrer stellen Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Mathematiklernen eine große Herausforderung dar, weil sie in aller Regel weder in der ersten noch in der zweiten Ausbildungsphase gelernt haben, Symptome für Rechenstörungen zu diagnostizieren, um auf dieser Basis individuelle Förderpläne zu erstellen und umzusetzen (...).

Möglichkeiten einer angemessenen Prävention oder Intervention – auch im Rahmen des Regelunterrichts- können daher häufig nicht genutzt werden. Hier fehlen zu oft die spezifischen Fachkenntnisse und die notwendigen organisatorischen Rahmenbedingungen."

(Schipper 2011, S. 4)





### Forderungen nach BIRTE 2

"Reduzierung der exzessiven Nutzung unstrukturierter Materialien" (vor allem Rechenplättchen).

Schwierigkeit scheint in der Praxis zu stecken: Lehrerinnen sind sich unsicher, wann und wie sie auf andere (strukturierte) Materialien umsteigen sollen.

#### "Frühe und dauerhafte Sicherung von Zahl- und Aufgabenbeziehungen".

Ein Fünftel der Kinder war nicht in der Lage das Doppelte von 6 zu bestimmen. Tipp hier: "Faktenwissen" aneignen. Meint nicht stumpfes Auswendiglernen! "Faktenwissen macht frei für andere Anforderungen!"

#### "Sicherung des Verständnisses strukturierter Materialien".

BIRTE 2 zeigt, dass Probleme der Kinder nicht dadurch entstanden, dass keine strukturierten Materialien verwendet wurden. Die Frage ist, WIE sie konkret genutzt wurden. Wichtig wären zunächst ausführliche Übungen zur quasi-simultanen Zahlauffassung, da sie Strukturverständnis und operatives Verständnis fördern.



#### Daraus folgt...

#### ... Eine Struktur, die sich wie ein roter Faden durch alle Module zieht:

- 1. Zahlvorstellung aufbauen
- Operationsvorstellung aufbauen
- 3. Aufgaben ableiten und automatisieren
- 4. Flexibel rechnen

#### In Modul 3.3 werden außerdem folgende Bereiche mit einbezogen:

Kompetenzen in Wahrnehmung und Feinmotorik Kompetenzen in Raum-Lage-Beziehungen

**EXTRA:** Piko 's Tipps zur Förderung von Kreativität und Flexibilität (zum Abbau von Ängsten und Blockaden)



#### Daraus folgt für das Modul 3.2...

- 1. Zahlvorstellung aufbauen
- 2. Operationsvorstellung aufbauen
- 3. Aufgaben ableiten und automatisieren
- 4. Flexibel rechnen

Kompetenzen in Wahrnehmung und Feinmotorik Kompetenzen in Raum-Lage-Beziehungen

#### Dabei wird der Frage auf den Grund gegangen:

Was muss ein Lehrer wissen, damit er mithilfe von Darstellungsmitteln Zahlvorstellung und Operationsvorstellung bei Schülern aufbauen kann?



# Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.2

- Überblick Haus 3 PIK AS
- 2. Grundlegende Gedanken: "Wie kommt Mathe in den Kopf?!"
- 3. Was sind Darstellungsmittel?
- 4. Wozu braucht man Darstellungsmittel?
- 5. Welche Darstellungsmittel wähle ich aus?

Möglicher Exkurs: Wie führe ich Darstellungsmittel ein?

(IN: FM – ppt und Sachinfo)

6. Abschluss



#### **Darstellungsmittel?!**

Hierzu ergeben sich (bei der Lehrerin und bei den Schülern) Fragen:

- ... **Was** sind Darstellungsmittel?
- ... Wozu braucht man Darstellungsmittel?
- ... Welche Darstellungsmittel soll ich für meine Klasse auswählen?
- ... Wie führe ich didaktische Materialien ein? (Exkurs)

#### Und auch das:

- ... "Wenn alle Kinder rechnen können, benötige ich Darstellungsmittel höchstens noch zum Fördern, oder?"
- ... Wie lange k\u00f6nnen/ sollen Sch\u00fcler Darstellungsmittel beim Rechnen benutzen?
- ... Sind Darstellungsmittel "offen" zugänglich oder erhalten nur "bestimmte" Schüler "bestimmtes" Material?



## **Was sind gute Darstellungsmittel?**

- ... Was sind Darstellungsmittel?
- ... Wozu braucht man Darstellungsmittel?
- ... Welche Darstellungsmittel soll ich für meine Klasse auswählen?
- ... Wie führe ich didaktische Materialien ein? (Exkurs)



## Begriffe, die dasselbe meinen...

Montessori: "Mathematisches Material"

Radatz/ Schipper (Handbuch 1, 1996): "Arbeitsmittel"

Gaidoschik (2000): "Anschauungsmaterial" oder "Erarbeitungsmaterial"

Spiegel/ Selter (2003): "Anschauungsmittel", "Veranschaulichungen",

"anschauliche Darstellungen"

Lorenz (2003): "Veranschaulichungsmittel"

Rödler (2006): "Rechenmittel"

Kaufmann/ Wesslowski (2006): "Arbeitsmittel"

Scherer/Opitz (2010): "Anschauungsmittel und Veranschaulichungen"



#### PIK definiert so:

Wir sprechen von

DarstellungsFORMEN und DarstellungsMITTELN.

#### **DarstellungsFORMEN** sind

- Handlungen
- Bildliche Darstellungen
- Symbolische Darstellungen
- Sprache

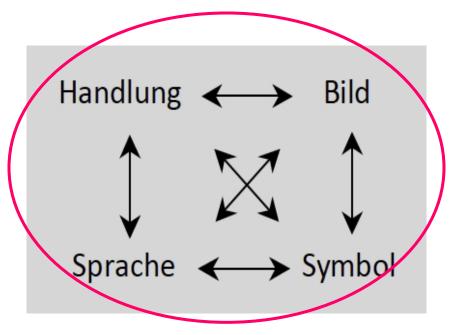
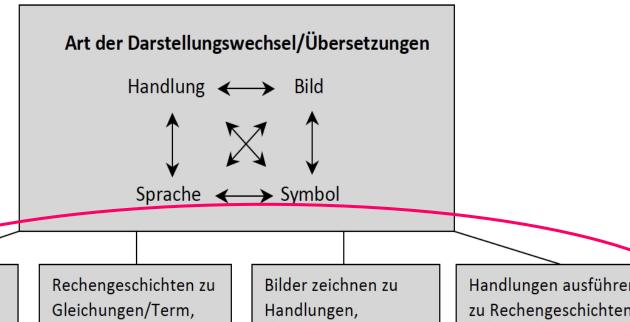


Abbildung entnommen aus: Kaufmann & Wessolowski 2006, S. 25



**DarstellungsFORMEN** werden durch unterschiedliche DarstellungsMITTEL repräsentiert.



Gleichung/Term zu Rechengeschichten, Bildern, Handlungen finden

Handlungen, Bildern erzählen

Geschichten und Gleichungen/Termen

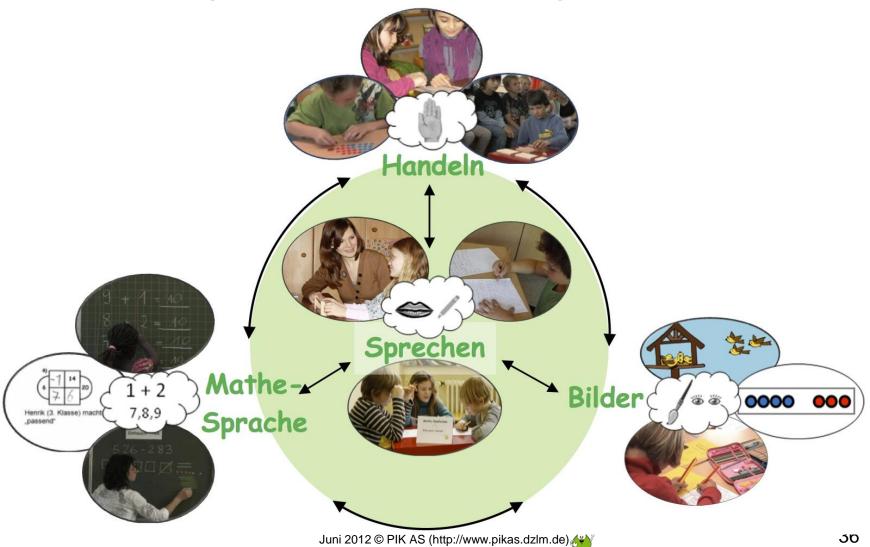
Handlungen ausführen zu Rechengeschichten, Bildergeschichten, Gleichungen/Termen

Abbildung entnommen aus: Kaufmann & Wessolowski 2006, S. 25





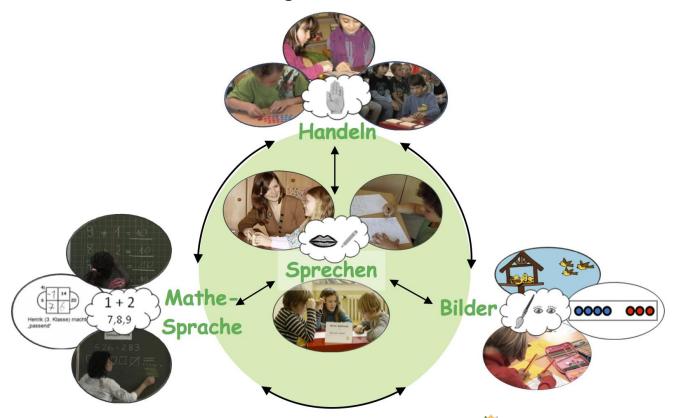
## **Darstellungsformen und Darstellungsmittel**





#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

Die verschiedenen **DarstellungsFORMEN** und **DarstellungsMITTEL** sind jedoch nicht als *Stufen* zu verstehen, die der Reihe nach hinter sich gelassen **werden**.





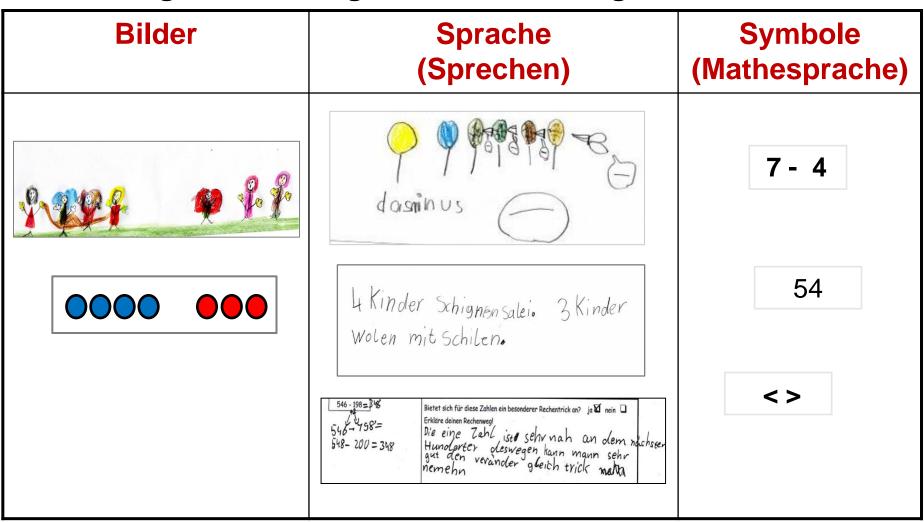
#### Was genau sind eigentlich Darstellungsmittel?

#### Handeln

Unstrukturierte Materialien	Strukturierte Materialien
<u>Naturmaterialien</u>	Didaktische Materialien
(Kastanie, Eicheln, Nüsse, Apfel,)	<ul> <li>Zahlenbilder</li> </ul>
Alltagsmaterialien	(Würfelbilder, Abb. Blitzgucken, Punktefelder)
(Bauklötze, Spielfiguren, Perlen,	<ul> <li>Rechenkette/ Zahlenstrahl</li> </ul>
Muggelsteine, diverse Plättchen,)	<ul><li>10er System-Material (Dienes)</li></ul>
	<ul><li>Rechenrahmen</li></ul>
Didaktische Materialien	<ul> <li>20er Feld mit Wendeplättchen</li> </ul>
(Wendeplättchen - wenn sie ohne das	■ 100er Feld/ 100er Tafel
Feld benutzt werden - , Ziffernkarten,	■ Finger (Kraft der 5)
)	<ul> <li>Rechengeld (Eignung wird allerdings unterschiedlich bewertet)</li> </ul>

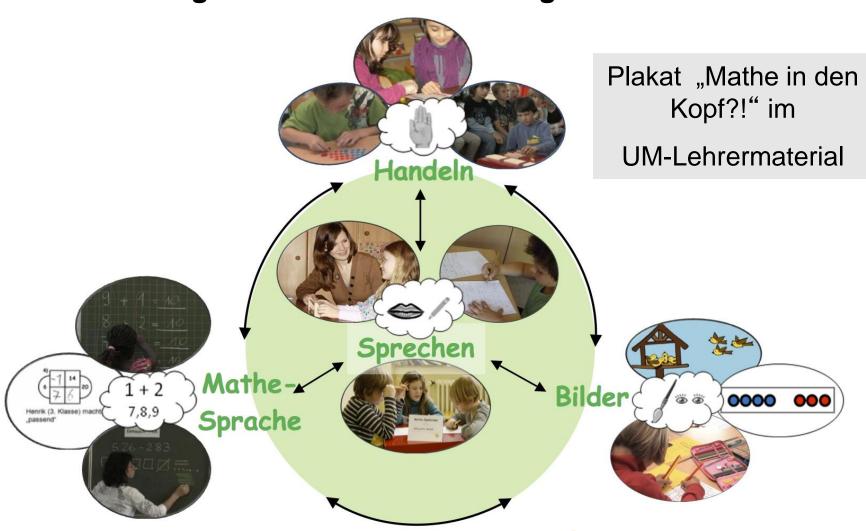


#### Was genau sind eigentlich Darstellungsmittel?





#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel





# Mathe- Sprechen Sprache Bilder

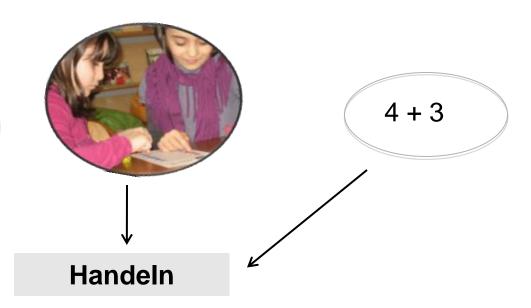
#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

#### Handeln

<u>Was?</u> Mit didaktischem Material oder mit Alltags- und Naturmaterial handeln, spielerische Darstellung (z. B. Rollenspiel), aktives <u>und</u> passives Handeln.

Wozu? Handeln zu Rechengeschichten, Bildergeschichten, Termen/Gleichungen.

Familie Becker hat vier Kinder. Manchmal spielen alle zusammen. Am Wochenende kommen drei Kinder zu Besuch.



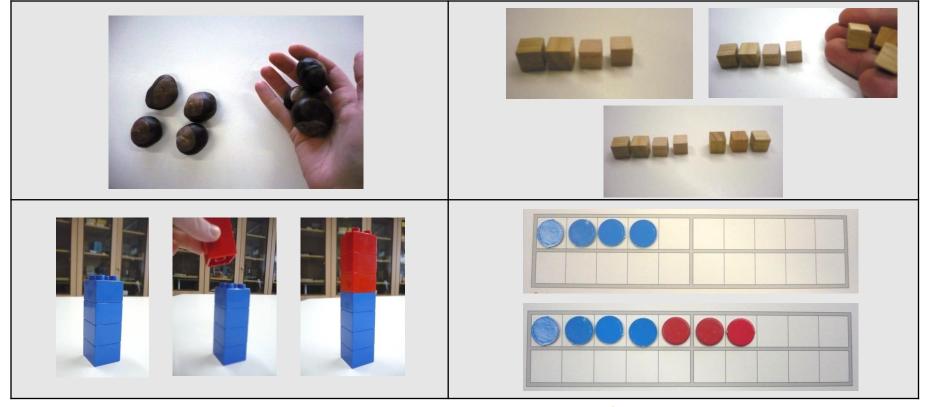


#### Handeln Sprecher Mathe-Sprache

#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

Handlungen werden vollzogen an z.B. Alltags- und Naturmaterial

oder didaktisch (strukturiertem) Material





# Mathe-Sprechen Sprache 1+2 7,8,9 Bilder

#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

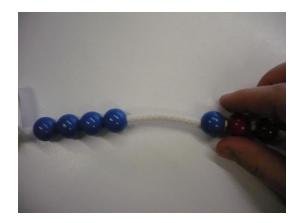






Handlung "geschickt" übersetzt mit Fingern und der Rechenkette









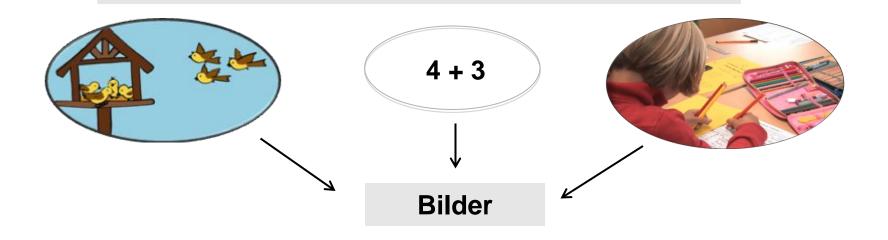
# Mathe-Sprechen Sprache 1+2 7,8,9 Bilder

#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

#### Bilder

<u>Was?</u> Bilder (Zeichnungen, Skizzen, Mengenbilder etc.) malen <u>und</u> deuten.

<u>Wozu?</u> Handlungen oder Rechengeschichten darstellen, Gleichungen/Terme oder Mengen verdeutlichen (z. B. durch Strichlisten, Punktebilder). <u>Und</u> aus Bildern zu lebensweltlichen Situationen oder aus didaktischem Material Terme ablesen.





# Handeln Sprechen Sprache 1+2 7,8,9 Bilder

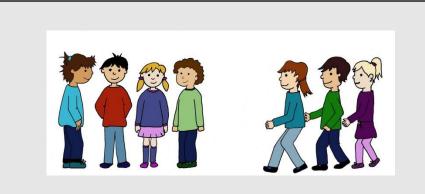
#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

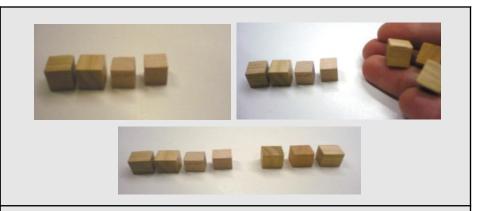
Bildliche Darstellungen bilden Lebensweltliche Situationen

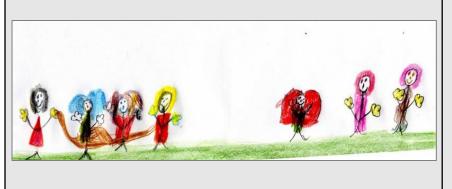
oder

didaktische Materialien

ab.











## Mathe-Sprechen Sprache 1+2 7,8,9 Bilder

#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

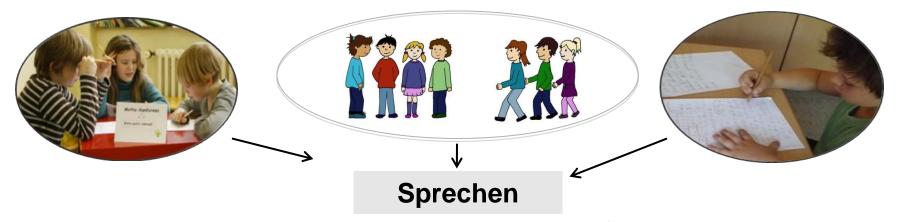
#### Sprechen

Was? Über die Sache kommunizieren (mündlich <u>und</u> schriftlich): sprechen, aufschreiben, zuhören, nachfragen, erklären, begründen.

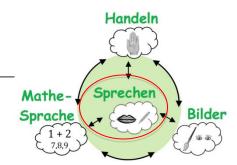
<u>Wozu?</u> Mathematische Sachverhalte ausdrücken (durch Terme/Gleichungen, Handlungen, Bilder, Rechenwege).

<u>Wer?</u> Kommunikation miteinander (Schüler-Schüler, Schüler-Lehrer, Schüler-Lehrer-Eltern) <u>und</u> Selbstreflexion innerhalb des eigenen Lernprozesses.

<u>Wie?</u> Im Einzel-, Partner-, Gruppengespräch, im Plenum, in der Mathekonferenz, am Sprechtag <u>und</u> in Selbsteinschätzungsbögen, Rechengeschichten, Beschreibungen, Erklärungen, Beweise.







#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel

Sprache drückt mathematische Sachverhalte aus z.B. in Form von Rechengeschichten

4 Kinder Schignensalei. 3 Kinder Wolen mit Schilen. Familie Becker hat vier Kinder. Manchmal spielen alle zusammen. Am Wochenende kommen drei Kinder zu Besuch.

#### aber auch in Form von Beschreibungen und Erklärungen



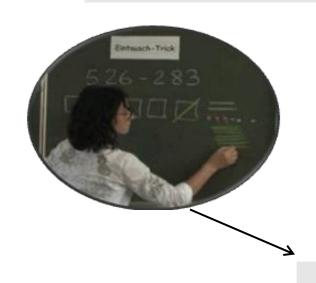
# Mathe-Sprechen Sprache 1+2 7,8,9 Bilder

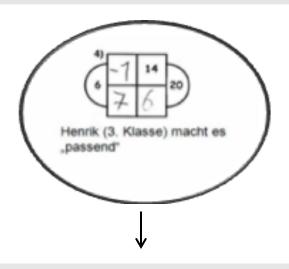
#### **Darstellungsformen und Darstellungsmittel**

#### Mathe-Sprache

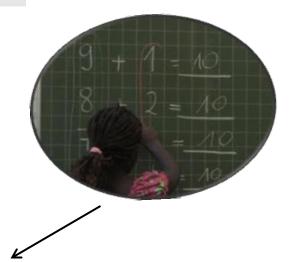
<u>Was?</u> Mathematische Symbole benutzen (Zahlen, Terme, Gleichungen etc.).

<u>Wozu?</u> Rechengeschichten, Bilder oder Handlungen in mathematische Symbole übersetzen.











# Mathe-Sprechen Sprache 1+2 7,8,9 Bilder

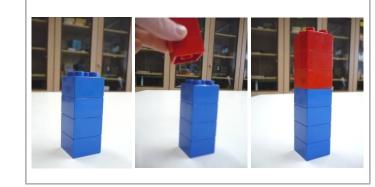
#### **Darstellungsformen und Darstellungsmittel**

Symbolische Darstellungen drücken mathematische Sachverhalte durch formale Zahlen aus

Familie Becker hat vier Kinder. Manchmal spielen alle zusammen. Am Wochenende kommen drei Kinder zu Besuch.



Selbst durchgeführte oder beobachtete Handlung

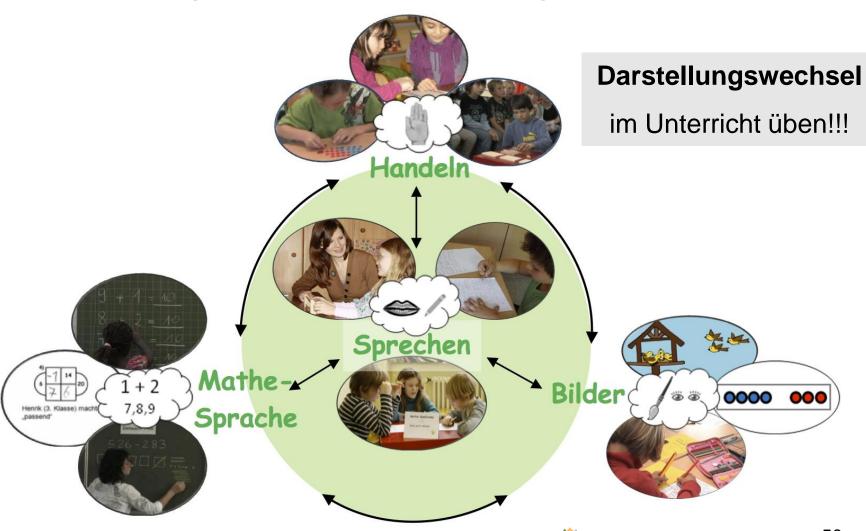


$$4 + 3$$

$$4 + 3$$



#### Darstellungsformen und Darstellungsmittel





#### Aufbau des Fortbildungsmoduls 3.2

- 1. Überblick Haus 3 PIK AS
- 2. Grundlegende Gedanken: "Wie kommt Mathe in den Kopf?!"
- 3. Was sind Darstellungsmittel?
- 4. Wozu braucht man Darstellungsmittel?
- 5. Welche Darstellungsmittel wähle ich aus?

Möglicher Exkurs: Wie führe ich Darstellungsmittel ein?

(IN: FM – ppt und Sachinfo)

6. Abschluss



#### **Was sind gute Darstellungsmittel?**

- ... **Was** sind Darstellungsmittel?
- ... Wozu braucht man Darstellungsmittel?
- ... Welche Darstellungsmittel soll ich für meine Klasse auswählen?
- ... Wie führe ich didaktische Materialien ein? (Exkurs)



#### Lehrplan Mathematik NRW

#### **Lernen und Lehren:**

"Mathematische Begriffe und Operationen können durch Handlungen mit Material, durch Bilder, Sprache und mathematische Symbole dargestellt werden.

Die verschiedenen Darstellungen stellen einerseits eine wichtige Lernhilfe dar, andererseits sind sie aber auch Lerngegenstand mit eigenen Anforderungen für die Schülerinnen und Schüler, die Bedeutungen und Formen des Gebrauchs erlernen müssen.

Die Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungsformen werden nicht nur in Einführungsphasen hergestellt, um die konkreten Verständnisgrundlagen zu erhalten."

(MSW 2008, S. 55)





#### Lehrplan Mathematik NRW

Mathematische Begriffe sollen *unterschiedlich* dargestellt werden.

Darstellungsmittel sind mehr als Lernhilfe.

Der Umgang mit ihnen muss erlernt werden.

Sie sollen *über Einführungsphasen hinaus* eingesetzt werden.



Darstellungsmittel sind mehr als nur "HILFSMITTEL"!

Im Gegenteil, sie können verschiedene

Funktionen erfüllen!



#### **Funktion 1:**

#### **Funktion 2:**

### Sie dienen als Lernmaterialien (nicht nur im Förderunterricht!!!)

### Sie dienen zur Veranschaulichung mathematischer Strukturen

(Forschermittel-Film)

Zur Entwicklung einer

**Zahl- und Operationsvorstellung** 

als Instrument des Erkennens

- "vom Beobachten zum Erkennen"
- "vom Beschreiben zum Begründen"

Um mit Ihrer Hilfe **Vorgehensweisen** zu entwickeln

(z.B. Rechenwege darstellen, ...)

als Instrument des Kommunizierens

- "wo Worte fehlen" – machen
 Gedanken, Strukturen und Muster
 sichtbar



#### **Funktion 1:**

Funktion 2:

### Sie dienen als Lernmaterialien (nicht nur im Förderunterricht!!!)

Sie dienen zur Veranschaulichung mathematischer Strukturen (Forschermittel-Film)

### Zur Entwicklung einer **Zahl- und Operationsvorstellung**

Um mit Ihrer Hilfe **Vorgehensweisen** zu entwickeln (z.B. Rechenwege darstellen, ...)

als Instrument des Erkennens

- "vom Beobachten zum Erkennen"
- "vom Beschreiben zum Begründen"

#### als Instrument des Kommunizierens

- "wo Worte fehlen" – machen Gedanken, Strukturen und Muster sichtbar



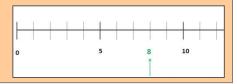
#### Es geht darum, die Bedeutung von Zahlen zu verstehen

#### **Ordinal**

Die Zahl als Bezeichnung einer Ordnung in einer Menge.

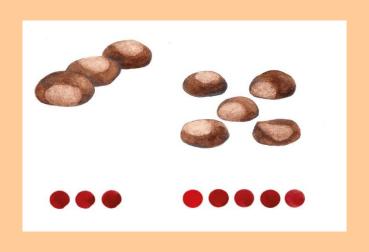


Aus: "fünfter sein" von Ernst Jandl & Norman Junge1



#### Kardinal

Die Zahl als Bezeichnung für eine Menge.



- In der Zahlwortreihe: 1,2,3, ...8, ... oder: eins, zwei, ..., acht, ...
- 8 auf dem Zahlenstrahl

- 8 Kastanien, Plättchen, Stifte, ...
- 8 Plättchen auf dem 20er Feld, ...

UND: 8 ist das Doppelte von 4, 8 hat Vorgänger und Nachfolger, 8 hat unterschiedliche Zerlegungen (4+4, 2+6, ...)



#### Kannst du es rausfinden?

1.) Wie oft fährt die Buslinie 12? 2.) Unter welcher Telefonnummer

3.) Wie weit ist es zum Schwimmbad?

4.) Von wann bis wann ist der Dorfladen geöffnet?



Ordinale Zahlaspekte (Zählzahl~ 1,2,3,4,... Ordnungszahl~ 1. Tag im Jahr)

Kardinale Zahlaspekte

Maßzahlaspekte

Codierungsaspekt

Operatoraspekt

Rechenzahlaspekt



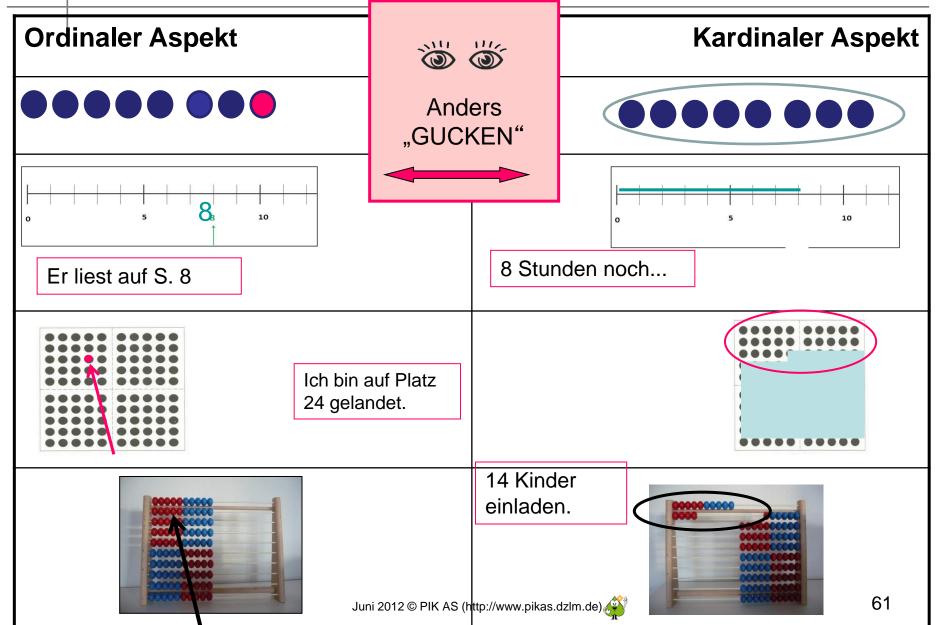
#### Warum ist das wichtig?

"Untersuchungen (...) haben gezeigt, dass die Entwicklung des Ordinalzahlaspekts als kindgemäße Zählzahl der Entwicklung des Kardinalaspekts vorausgeht (...).

Kinder, die Zahlen einseitig ordinal denken, haben dadurch keine Möglichkeit, neue Aufgaben von bekannten abzuleiten. Wenn sie das Ergebnis 3+4 zählend ermitteln, müssen sie danach das Ergebnis 4+3 neu "er-zählen". Auch die Ableitung, dass 3+5 "eins mehr" ergeben muss als 3+4, ist mit einseitigem ordinalen Zahlverständnis nicht möglich."

Kaufmann/Wessolowski (2006), S. 22





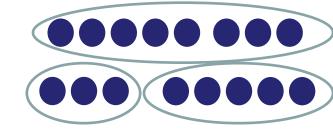


### Um die Beziehung zwischen Zahlen zu verstehen, werden Mengen in Beziehung zueinander gesetzt.

#### Zum Beispiel: acht



Zahlen als Teile in einem Ganzen verstehen (Zerlegung)



Anzahlen unterschiedlicher Mengen vergleichen:

weniger, mehr, gleich viele







#### Darstellungswechsel üben – Zahlvorstellung

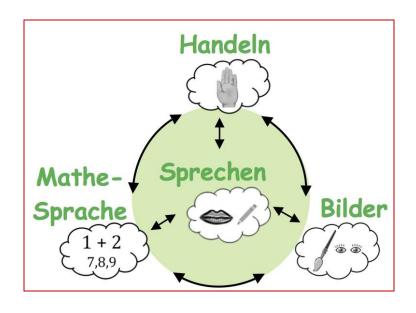
"Zahlen unter der Lupe"

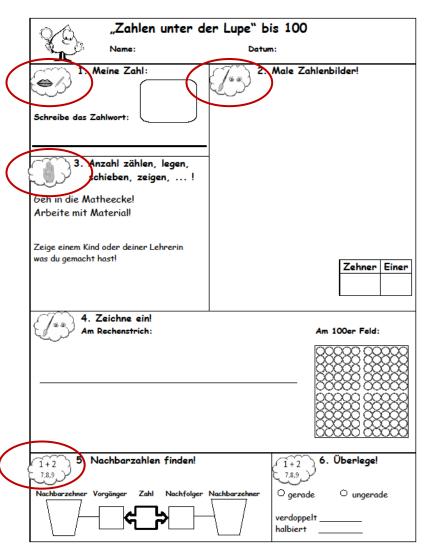
- Mit der ganzen Klasse
- Mit einer Kleingruppe
- In der Einzelsituation





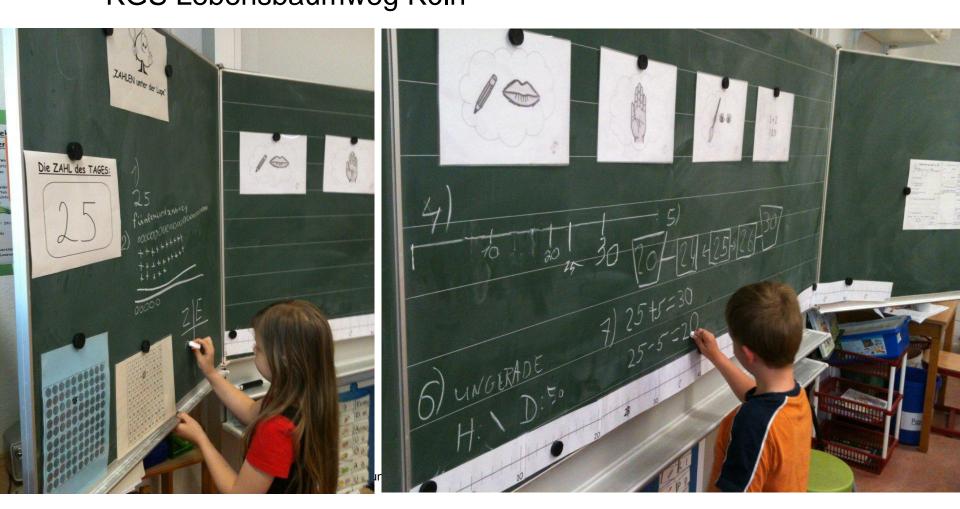
#### Darstellungswechsel üben – Zahlvorstellung







### **Darstellungswechsel üben – Zahlvorstellung**Ritualisierte Morgenübung mit Kindern der Stufen 1-3 KGS Lebensbaumweg Köln





Darstellungswechsel üben – Zahlvorstellung

Darstellen an unterschiedlichen mathematischen Materialien

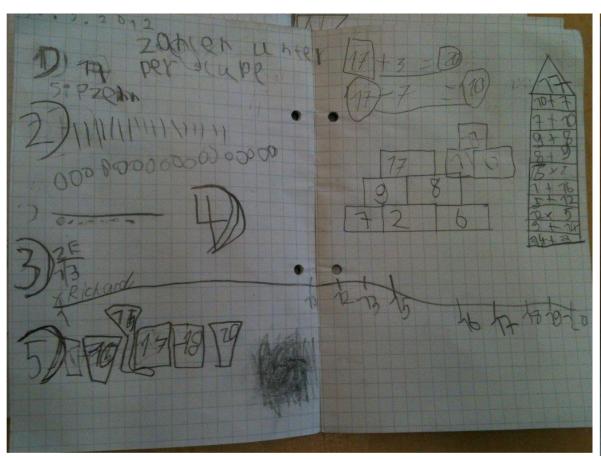


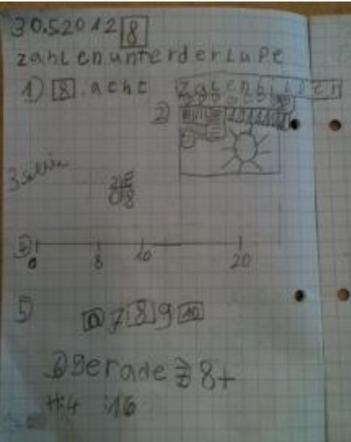






### Darstellungswechsel üben – Zahlvorstellung Individuelles Üben und Forschen im Heft

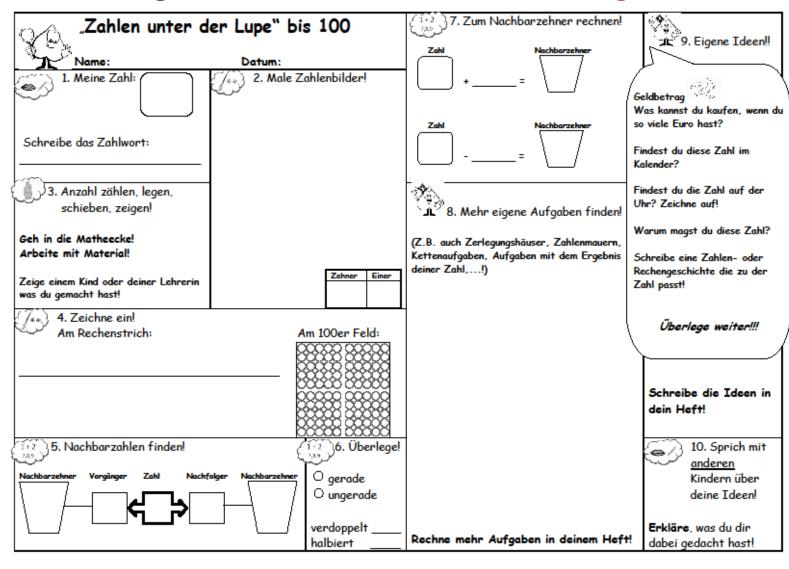




67



#### Darstellungswechsel üben – Zahlvorstellung





#### Darstellungswechsel üben – Zahlvorstellung

Weiterführende Übungen:

- Kinder arbeiten zu einzelnen "Nummern"
- Kinder arbeiten zu einzelnen "Wolken"
- Kinder starten mit S. 2 und forschen/ rechnen weiter
- Kinder sprechen über ihre Ideen und Ergebnisse





#### Darstellungswechsel üben – Operationsvorstellung

#### Das 1x1 Zahlenquartett

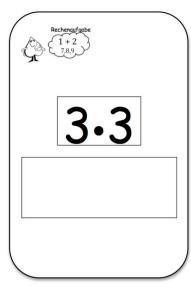
Das Zahlenquartett besteht aus insgesamt <u>120 Karten</u> – also 30 mal 4 Karten mit unterschiedlichen Darstellungen für 30 verschiedene Multiplikationsaufgaben des kleinen Einmaleins.

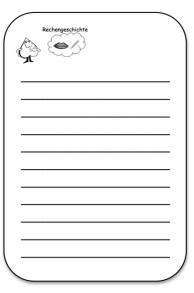
Die Karten sind in <u>drei Differenzierungsstufen</u> bezogen auf den Zahlenraum der Multiplikationsaufgabe unterteilt:

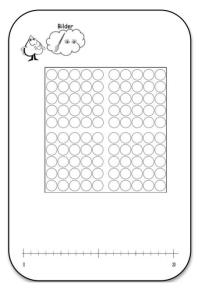
Karten mit Multiplikationsaufgaben, deren Ergebnisse  $\leq$  20 sind Karten mit Multiplikationsaufgaben, deren Ergebnisse > 20 und  $\leq$  50 sind Karten mit Multiplikationsaufgaben, deren Ergebnisse > 50 und  $\leq$  100 sind



#### Darstellungswechsel üben – Operationsvorstellung









Rechenaufgabe

Rechengeschichte

Bilder

eigene Idee





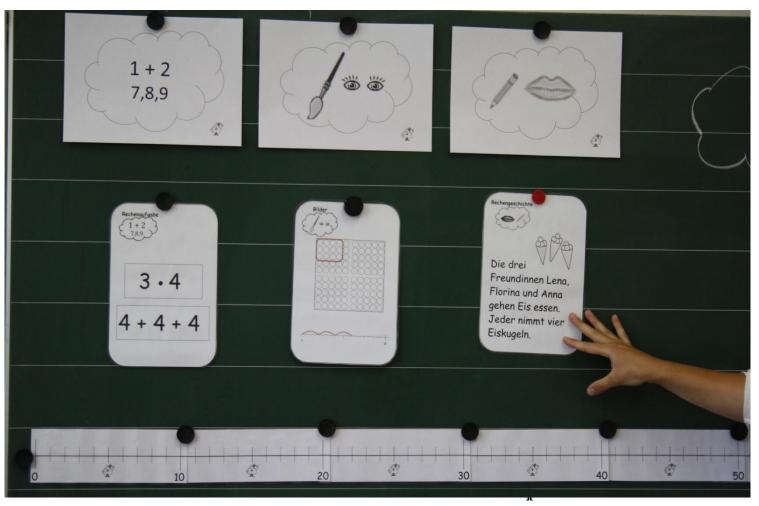






#### Darstellungswechsel üben – Operationsvorstellung

Einführungsphase im Kreis





### Darstellungswechsel üben – Operationsvorstellung



2 x 5





Bilder zur Aufgabe finden!

Kann das stimmen??



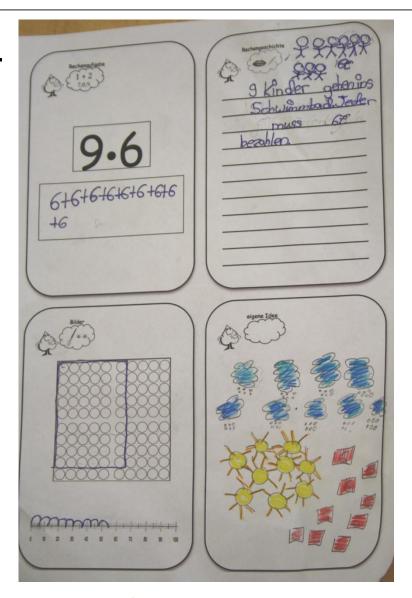
3 x 5

6 x 2



# Darstellungswechsel üben – Operationsvorstellung

Ein fertiges Quartett





# Darstellungswechsel üben – Operationsvorstellung

Der Wortspeicher





Unser Wortspeicher "Das Malquartett"

#### das Malquartett



### Malaufgabe

#### Plusaufgabe

$$4 + 4 + 4$$



#### **Aktivität:**

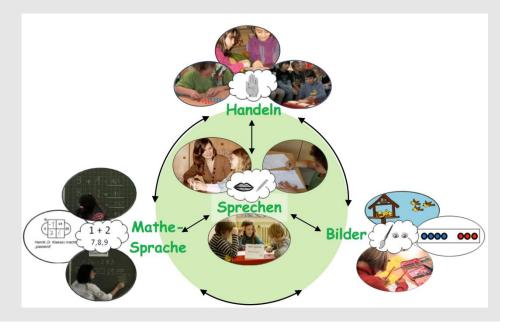


Finden Sie Möglichkeiten, wie Sie das Plakat und die Symbole noch innerhalb Ihres Unterrichts einsetzen könnten!

Überlegen Sie einige Minuten alleine. Tauschen Sie sich dann mit

Ihrem Sitznachbarn aus.

Tragen Sie Ihre Ideen im Plenum vor.





#### **Funktion 1:**

Funktion 2:

# Sie dienen als Lernmaterialien (nicht nur im Förderunterricht!!!)

Zur Entwicklung einer

Zahl- und Operationsvorstellung

Um mit Ihrer Hilfe **Vorgehensweisen** zu entwickeln (z.B. Rechenwege darstellen, ...)

Sie dienen zur Veranschaulichung mathematischer Strukturen (Forschermittel-Film)

#### als Instrument des Erkennens

- "vom Beobachten zum Erkennen"
- "vom Beschreiben zum Begründen"

#### als Instrument des Kommunizierens

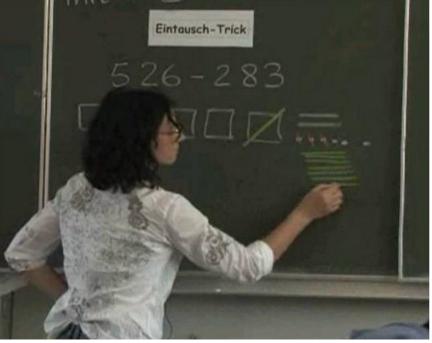
- "wo Worte fehlen" – machen Gedanken, Strukturen und Muster sichtbar



### **Funktion 1:**

Sie dienen als Lernmaterialien: Sie unterstützen bei der Entwicklung von Vorgehensweisen (z.B. Rechenwege darstellen)







#### **Funktion 1:**

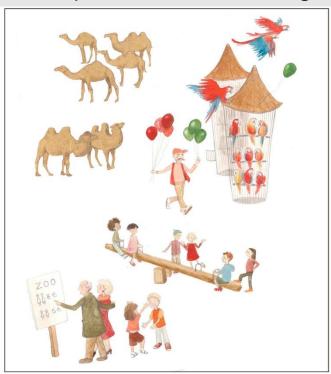
Sie dienen als Lernmaterialien: Sie unterstützen bei der Entwicklung von Vorgehensweisen (z.B. Rechenwege darstellen)

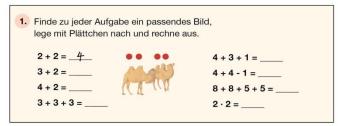




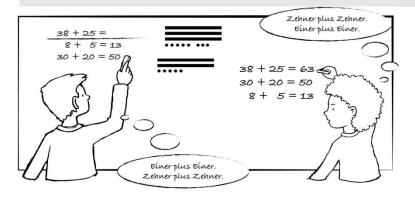
#### **Funktion 1:**

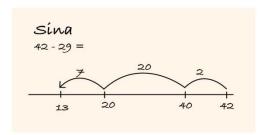
# Zur Entwicklung einer Zahl- und Operationsvorstellung

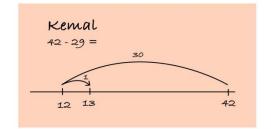




# Um Vorgehensweisen zu entwickeln









#### Funktion 1:

### **Funktion 2:**

# Sie dienen als Lernmaterialien (nicht nur im Förderunterricht!!!)

# Zur Entwicklung einer **Zahl- und Operationsvorstellung**

Um mit Ihrer Hilfe **Vorgehensweisen** zu entwickeln (z.B. Rechenwege darstellen, ...)

# Sie dienen zur Veranschaulichung mathematischer Strukturen

(Forschermittel-Film)

#### als Instrument des Erkennens

- "vom Beobachten zum Erkennen"
- "vom Beschreiben zum Begründen"

#### als Instrument des Kommunizierens

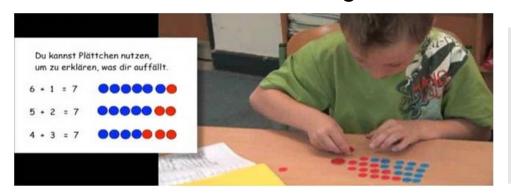
- "wo Worte fehlen" – machen
 Gedanken, Strukturen und Muster
 sichtbar





#### **Funktion 2:**

Zur Veranschaulichung mathematischer Strukturen



Plättchen als Instrument des Erkennens:

Mit Plättchen Muster sichtbar machen und beschreiben

→ Gesetzmäßigkeit begründen

Plättchen als Instrument des Kommunizierens:

"Wo Worte und Fachausdrücke fehlen" können Plättchen die Entdeckungen der Kinder sichtbar Machen.





### Aktivität:



# Der "Forschermittelfilm"

IM Haus 1



#### **Aktivität:**



### Beobachtungsauftrag:

- Was erfahren Sie hier über den Einsatz von Darstellungsmitteln im Mathematikunterricht, das ihnen neu ist?
- Was können Sie für Ihren Unterricht mitnehmen und konkret umsetzen?



### Was sind gute Darstellungsmittel?

- ... **Was** sind Darstellungsmittel?
- ... **Wozu** braucht man Darstellungsmittel?
- ... Welche Darstellungsmittel soll ich für meine Klasse auswählen?
- ... Wie führe ich didaktische Materialien ein? (Exkurs)





### Mögliche Kriterien:

- "Weniger ist mehr!" (Wittmann 1993)
- Darstellungsmittel, deren Vor- und Nachteile bekannt sind und die zum jeweiligen Lerninhalt passen.
   (Vgl. Stiftung Warentest)
- Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind.
- Darstellungsmittel, die dem Lehrwerk entsprechen.



### Mögliche Kriterien:

- "Weniger ist mehr!" (Wittmann 1993)
- Darstellungsmittel, deren Vor- und Nachteile bekannt sind und die zum jeweiligen Lerninhalt passen.
   (Vgl. Stiftung Warentest)
- Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind.
- Darstellungsmittel, die dem Lehrwerk entsprechen.

87



"Mathematisch gesehen bedeutet der Sprung auf der Hundertertafel um ein Kästchen nach unten dasselbe wie das Dazuschieben von zehn Perlen am Rechenrahmen – für Kinder ist dies nicht unbedingt erkennbar. (…) Deshalb ist die Frage nach einem geeigneten Arbeitsmittel insbesondere aus Sicht der Kinder mit Rechenstörungen berechtigt."

Kaufmann/Wessolowski (2006), S. 39





#### **Aktivität:**



Berechnen Sie folgende Aufgaben!

c) 
$$83 - 29 =$$

e) 
$$465 - 227 =$$

d) 
$$47 + ___ = 63$$

Nutzen Sie dabei verschiedene mathematische Materialien, um Ihren Rechenweg darzustellen.

Bei welcher Aufgabe eignet sich welches Darstellungsmittel am besten? Erörtern Sie pro und contra mit Ihrem Nachbarn.





### Mögliche Kriterien:

- "Weniger ist mehr!" (Wittmann 1993)
- Darstellungsmittel, deren Vor- und Nachteile bekannt sind und die zum jeweiligen Lerninhalt passen.
   (Vgl. Stiftung Warentest)
- Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind.
- Darstellungsmittel, die dem Lehrwerk entsprechen.



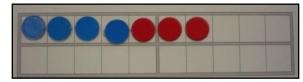
# Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind Zum Beispiel das Material "mathe 2000":

Plättchen

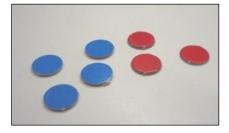
**Zwanzigerfeld** 

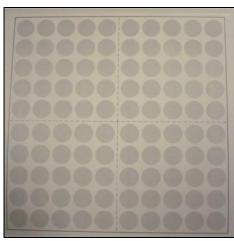
Hunderterfeld

Tausenderbuch











### Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind

Zum Beispiel das "10er-System-Material" (Dienes)

Einer-Würfel

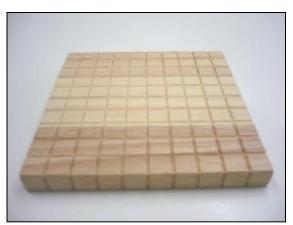
Zehner-Stange

Hunderter-Platte

Tausender-Würfel







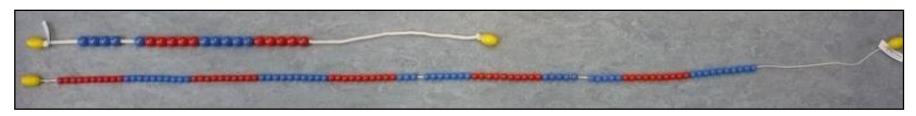




### Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind

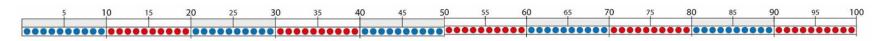
Zum Beispiel das "10er-System-Material" (Dienes)

Zwanzigerkette und Hunderterkette



Rechenstrich

Zahlenstrahl



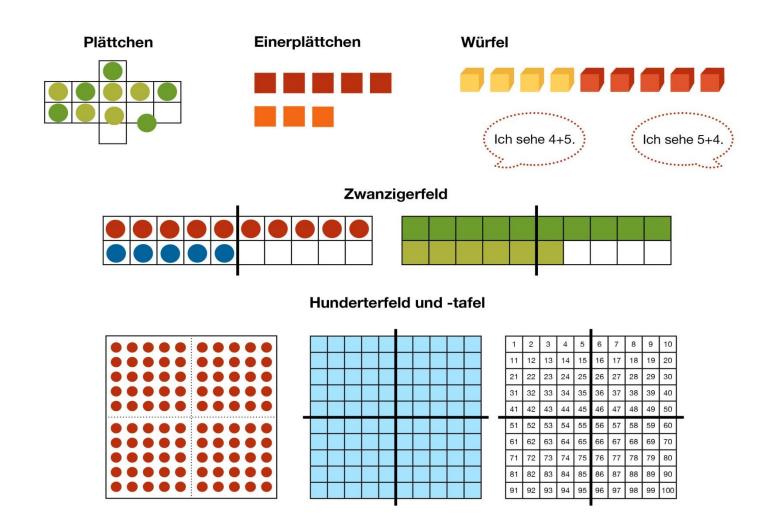
93



### Mögliche Kriterien:

- "Weniger ist mehr!" (Wittmann 1993)
- Darstellungsmittel, deren Vor- und Nachteile bekannt sind und die zum jeweiligen Lerninhalt passen.
   (Vgl. Stiftung Warentest)
- Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind.
- Darstellungsmittel, die dem Lehrwerk entsprechen.

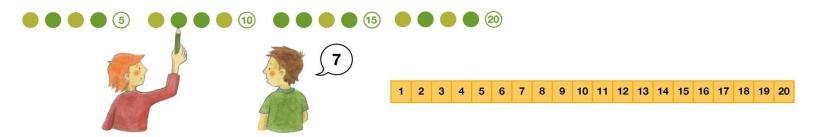




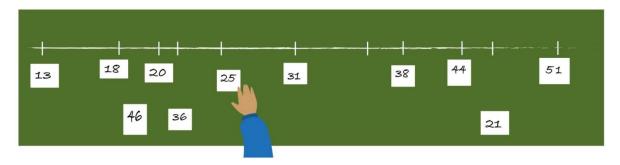


### Darstellungsmittel, die dem Lehrwerk entsprechen

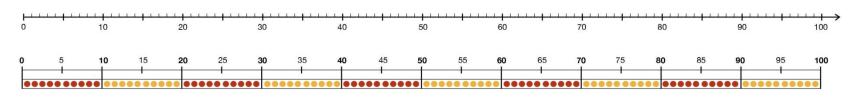
#### Zwanzigerreihe / Zwanzigerstreifen



#### Rechenstrich



#### Zahlenstrahl

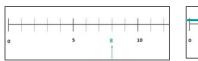




#### Merkblatt:



"Weniger ist mehr!" (Wittmann 1993)





 Darstellungsmittel, deren Vorund Nachteile bekannt sind und die zum jeweiligen Lerninhalt passen.



Zehnerübergang im Sinne des schrittweisen Rechnens (ZE±E; bis zum vollen Zehner) lässt sich gut handelnd darstellen (besonders für Kinder mit Lernschwierigkeiten hilfreich).

Addition und
Subtraktion voller
Zehner (ZE±Z) ist
dagegen hieran
nicht gut darstellbar.

 Darstellungsmittel, die fortsetzbar für alle Schuljahre sind.



 Darstellungsmittel, die dem Lehrwerk entsprechen.

(Vgl. Stiftung Warentest)





#### **Aktivität:**



Entwickeln Sie anhand der Kriterien Ideen,

wie die Auswahl und Bereitstellung von mathematischen

Materialien an Ihrer Schule optimiert werden könnte.

Denken Sie außerdem über organisatorische Aufgaben nach, die damit verbunden sind!

Notieren Sie gemeinsam mit Ihren Stufenmitgliedern eine "to do liste".

Zeit: 20 Minuten



### 6. Wie führe ich didaktische Materialien ein? (Exkurs)

### Was sind gute Darstellungsmittel?

- ... **Was** sind Darstellungsmittel?
- ... **Wozu** braucht man Darstellungsmittel?
- ... Welche Darstellungsmittel soll ich für meine Klasse auswählen?
- ... Wie führe ich didaktische Materialien ein? (Exkurs)



## Haus 3: Modul 3.1





### Literatur

Gaidoschik, Michael: Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis. Buxtehude 2010.

Hoenisch/Niggemeyer: Mathekings. Junge Kinder fassen Mathematik an. Weinheim, Basel, Berlin 2007.

Kaufmann/ Wessolowski: Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine. Seelze 2006.Lorenz, J. H.: "Die Macht der Materialien (?) - Anschauungsmittel und Zahlenrepräsentation" IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011. Hrsg. von Anna Susanne Steinweg.

Müller/ Wittmann: Handbuch produktiver Rechenübungen. 1. Schuljahr. Leipzig 2. Auflg. 2007.

Peter-Koop/ Grüßing: Mit Kindern Mathematik erleben. Seelze 2007.

Radatz/Schipper: Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover 1996.

Rödler, K.: Erbsen, Bohnen, Rechenbrett: Rechnen durch Handeln. Seelze 2006.

Scherer, P.: Prduktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen: Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum. Leipzig, 1. Auflg. 2003.

Schipper, W.: SINUS-Transfer Grundschule. Mathematik. Modul G4: Lernschwierigkeiten erkennen – verständnisvolles Lernen fördern. Kiel 2005.

Schipper, Wilhelm/ Wartha, Sebastian/ von Schroeders, Nicolai: Bielefelder Rechentest für das 2. Schuljahr. Handbuch zur Diagnostik und Förderung. Braunschweig 2011.

Schipper, Wilhelm: Vom Calculieren zum Kalkulieren – Materialien als Lösungs- und als Lernhilfe. IN: Mathematikdidaktik Grundschule. Medien und Materialien. Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2011. Hrsg. von Anna Susanne Steinweg.

Spiegel/ Selter (2003): Kinder und Mathematik. Was Erwachsene wissen sollen. Seelze, 4. Auflg. 2007.

Wittmann, Erich Ch.: 'Weniger ist mehr': Anschauungsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule. In: K.P. Müller (Hrsg.) Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker: 394-397, 1993.

#### Internetverzeichnis

KIRA: <a href="www.kira.uni-dortmund.de">www.kira.uni-dortmund.de</a>
PIK AS: <a href="www.pikas.uni-dortmund.de">www.pikas.uni-dortmund.de</a>

