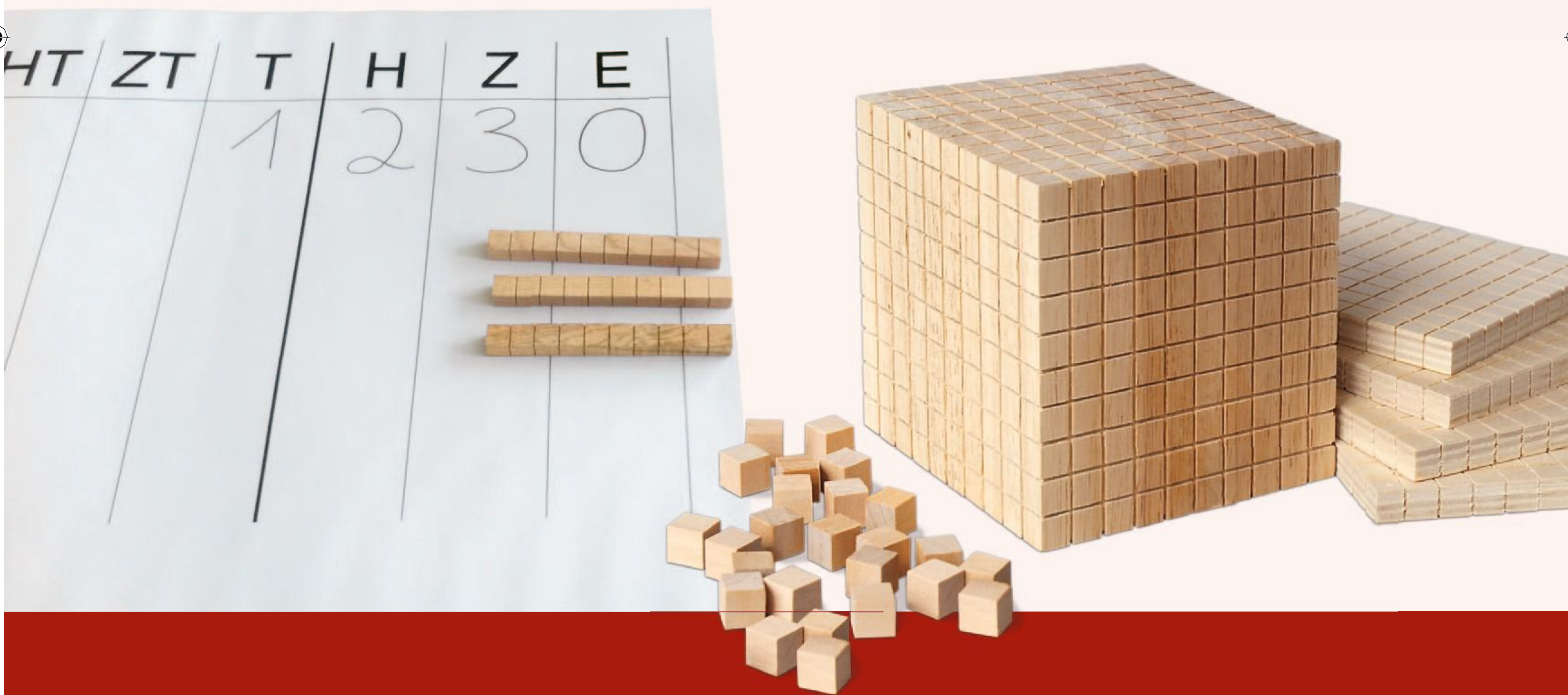
Für Lehrerinnen und Lehrer

Mathe sicher können

Auszug "N6 - Multiplizieren und Dividieren" aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Natürliche Zahlen

Ermöglicht durch
Deutsche Telekom Stiftung

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

Cornelsen

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 15 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.

15 Basiskompetenzen gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

Standortbestimmung – Baustein N4 B

Name:

Datum:

Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Mit Division gerecht verteilen

Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?
Schreibe eine passende Geteilt-Aufgabe auf: ______

Zeichne ein Bild:

Diagnose: Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

1 Mit Division gerecht verteilen

1.1 Bonbons gerecht verteilen

a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Verteile die Bonbons gerecht.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?

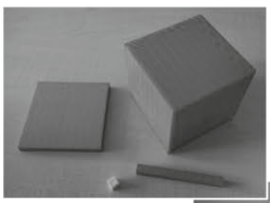
Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.

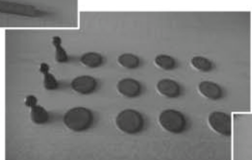
b) Vergleicht eure Lösungen zur Aufgabe a).
Schreibt eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

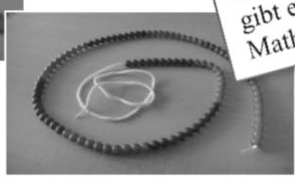
c) Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf und rechne sie aus.

Förderung: Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.







Material: Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen
für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Natürliche Zahlen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

Entwickelt und Erprobt von
Kathrin Akinwunmi
Theresa Deutscher
Corinna Mosandl
Marcus Nührenbörger
Christoph Selter

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können´, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

Herausgeber: Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger, Stephan Hußmann

Autorinnen und Autoren: Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher, Corinna Mosandl, Marcus Nührenbörger, Christoph Selter

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger
Illustration der Figuren: Andrea Schink
Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind,
wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine
Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher,
die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-004901-1

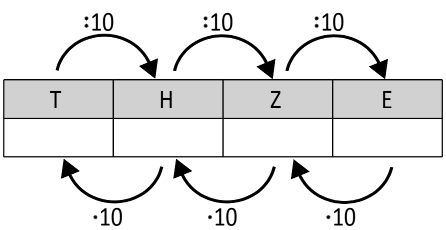
Dieses Dokument enthält folgenden Auszug:

Inhaltsverzeichnis der Handreichung Natürliche Zahlen

N6 A Mit Stufenzahlen multiplizieren und dividieren – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Multiplikation und Division mit Stufenzahlen (darunter werden im Folgenden sowohl Zehnerpotenzen (10, 100, ...) als auch Vielfache von 10, die keine reinen Zehnerpotenzen sind (40, 300, 6000, ...), verstanden) sind wichtige Voraussetzungen für das Kopfrechnen und das halbschriftliche Rechnen. Wird der Thematisierung des Multiplizierens mit Stufenzahlen im Unterricht nicht genug Raum gegeben, kann es passieren, dass Lernende ein verständnisloses Anhängen und Wegstreichen von Nullen automatisieren (vgl. Wagner 2006, S. 125 - 126). Dieses wiederum führt schnell zu falschen Anwendungen (Wegstreichen und Anhängen werden vertauscht usw.). Wichtiger noch als die korrekte Ausführung der Multiplikation und Divi-sion mit Stufenzahlen sind die damit verbundenen Einsichten in das Stellenwertsystem (siehe Abbildung), welche auch für das Verständnis von Dezimalzahlen bedeutsam sind (vgl. Häsel-Weide / Nührenbörger 2013).



Multiplikative Beziehungen zwischen Stellenwerten

In diesem Baustein werden multiplikative Zusammenhänge zwischen den Stellenwerten erarbeitet. Dazu untersuchen die Lernenden auf Materialebene mit Punktedarstellungen und mit Hilfe der Stellenwerttafel, welche Auwirkungen das Multiplizieren bzw. Dividieren mit Zehnerpotenzen hat. Wird beispielsweise ein Hunderterpunktefeld verzehnfacht, so erhält man ein Tausenderpunktefeld. Dieser multiplikative Vergleich, der durch Handlungen am Material veranschaulicht wird, bewirkt in der Stellenwerttafel eine Bewegung einer Ziffer um eine Spalte nach links.

Für das Rechnen mit Stufenzahlen werden Strategien erarbeitet, die unter Ausnutzung des Assoziativgesetzes auf das Multiplizieren mit reinen Zehnerpotenzen zurückgreifen. So lässt sich die Aufgabe $7 \cdot 800$ über die Aufgabe $7 \cdot (8 \cdot 100)$ in $(7 \cdot 8) \cdot 100$ verändern.

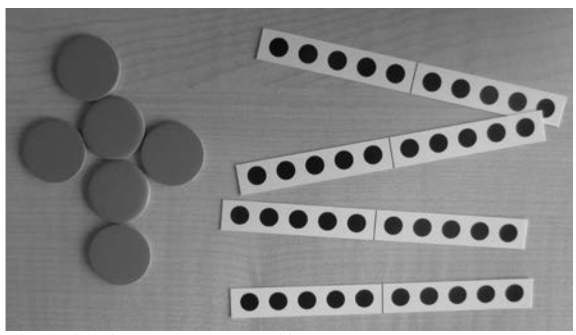
Dieser Baustein bildet die Grundlage für die halbschriftliche Multiplikation in Baustein **N6 B** und die halbschriftliche Division in Baustein **N6 C**.

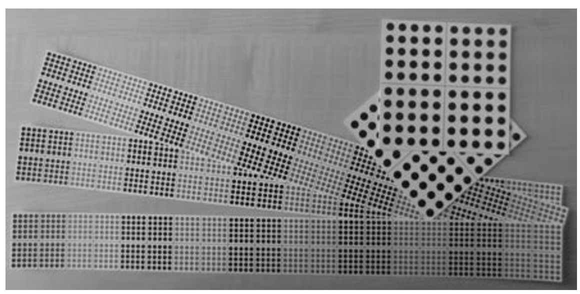
Veranschaulichung und Material

Tausender, Hunderter, Zehner, Einer

Als Repräsentationen der Stellenwerte werden in diesem Baustein Tausender- und Hunderterpunktefelder sowie Zehnerstreifen und Wendeplättchen genutzt (vgl. Wittmann / Müller 2012a, 2012b). Im Gegensatz zu dem in Baustein **N1** verwendeten Würfelmaterial besitzt das Punkte-Material folgende Eigenschaften:

- Durch die zweidimensionale Anordnung lässt sich das Material für den gesamten Baustein **N6** nutzen, da es das Einzeichnen von Rechenwegen bei der halbschriftlichen Multiplikation (Baustein **N6 B**) und Division (Baustein **N6 C**) ermöglicht. Wird der Baustein jedoch nicht in Zusammenhang mit den anderen Bausteinen von **N6** bearbeitet, kann ebenso Würfelmaterial der Bausteine **N1** - **N3** genutzt werden, wobei die Aufgabenstellungen entsprechend zu ändern bzw. mündlich zu stellen sind.
- Um eine bessere Handhabung der Materialien zu ermöglichen, besitzen die Punkte unterschiedliche Größen. Aus diesem Grund lassen sie sich nicht wie das Würfelmaterial zusammensetzen. Das Zusammensetzen ist bei diesem Material nicht erforderlich, da Mengen hier durch Punkte-*Anzahlen* repräsentiert werden.


Einer-Plättchen und Zehnerstreifen

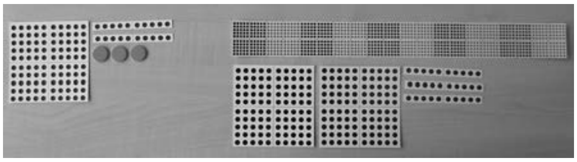

Hunderter- und Tausenderpunktefeld

Weitere Beschreibungen des Hunderter- und Tausenderpunktefeldes finden sich in den Bausteinen **N6 B** und **N6 C**.

Beim Verzehnfachen werden die vorhandenen Materialien jeweils mit dem nächsthöheren Stellenwert verglichen. In der Fördereinheit wird dieser Vergleich anhand der Materialien nachvollzogen: Ein Verzehnfachen eines Zehnerstreifens beispielsweise lässt ein Hunderterpunktefeld entstehen, da zehn Streifen in ein Hunderterpunktefeld passen. Entsprechend wird beim

Verhundertfachen oder Vertausendfachen der zweit- bzw. drittnächste Stellenwert erreicht, beim Dividieren entsprechend umgekehrt.

Um den multiplikativen Vergleich und die Kommunikation über die Operationen zu ermöglichen, sollten jeweils beide Mengen (die ursprüngliche und die durch Multiplikation bzw. Division erhaltene Menge) deutlich getrennt voneinander auf dem Tisch sichtbar sein (vgl. Abb. 4).



Darstellung der Mengen 123 und 1230 mit dem Material

Stellenwerttafel

Die Handlungen am Material werden mit Eintragungen in der Stellenwerttafel verbunden. So wird herausgearbeitet, dass das Multiplizieren mit Zehnerpotenzen immer ein Verschieben der Ziffern um eine oder mehrere Spalten nach links bzw. das Dividieren das Verschieben nach rechts bewirkt. Durch diese Wirkungen in der Stellenwerttafel können hinzukommende oder wegfallende Nullen erklärt werden.

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Födereinheiten:

1 Mit 10 multiplizieren
2 Durch 10 dividieren
3 Mit 100 und 1 000 multiplizieren und dividieren
4 Multiplikation und Division mit Stufenzahlen

Der Baustein beginnt in **Fördereinheit 1** mit der Multiplikation mit 10, wobei zunächst einzelne Materialien (nur Einer oder Zehner oder Hunderter) verzehnfacht werden und diese Operationen auf Materialebene in der Stellenwerttafel und auf Zahlebene untersucht werden. Anschließend werden diese Beobachtungen auch auf Summen verschiedener Stellenwerte angewendet (123 · 10). In **Fördereinheit 2** wird auf der Grundlage eines Verständnisses der Division als Umkehrung der Multiplikation (Baustein **N4 B**) die Division durch 10 erarbeitet. An die in Fördereinheit 1 und 2 erarbeiteten Handlungen mit den Materialien anknüpfend wird in **Fördereinheit 3** die Multiplikation mit 100 und 1000 thematisiert. Abschließend wird die Multiplikation und Division mit Stufenzahlen behandelt (**Fördereinheit 4**), die auf eine Multiplikation mit einstelligem Faktor und einer anschließenden Multiplikation mit einer Zehnerpotenz zurückgeführt wird: 4 · 60 = (4 · 6) · 10 (vgl. Padberg / Benz 2011, S. 273).

Weiterführende Literatur

Häsel-Weide, U. / Nührenbörger, M. (2013): Fördern im Mathematikunterricht. In: Bartnitzky, H. / Hecker, U. / Lassek, M. (Hrsg.): Individuell fördern – Kompetenzen stärken (ab Klasse 3), Vol. 135 (2). Frankfurt am Main: Grundschulverband.

Padberg, F. / Benz, C. (2011): Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. Heidelberg: Spektrum.

Wagner, A. (2006): Zum Kopfrechnen in der Hauptschule. Eine empirische Studie zu den Kopfrechenleistungen von Hauptschülern der Orientierungsstufe bei Aufgaben zur Multiplikation und Division mit evaluierter Unterrichtspraxis. Hildesheim: Franzbecker.

Wittmann, E. / Müller, G.N. (2012a): Das Zahlenbuch 2. Stuttgart: Klett.

Wittmann, E. / Müller, G.N. (2012b): Das Zahlenbuch 3. Stuttgart: Klett.

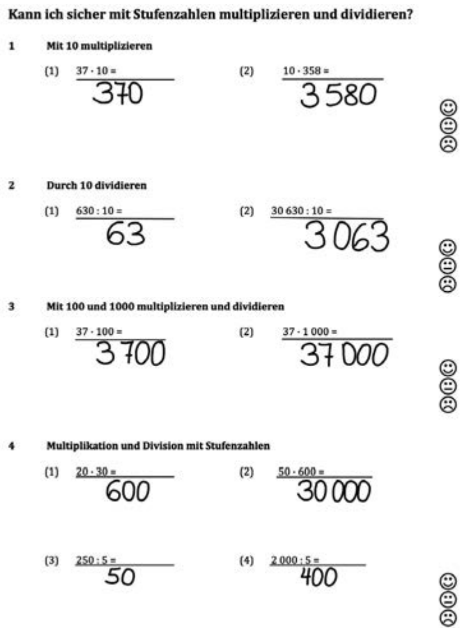
N6 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 15 - 30 Minuten

Hinweise zur Durchführung:
Bei Schwierigkeiten bei der Notation des Rechenwegs kann es helfen, die Lernenden aufzufordern, ihren Rechenweg bzw. ihre Kopfrechnung mündlich zu erläutern. Anschließend werden sie gebeten, das mündlich Beschriebene aufzuschreiben.

Äußern die Lernenden, dass sie Regeln des Nullen-Anhängens oder -Wegstreichens nutzen, werden sie aufgefordert, auch dies zu notieren.

Bei Bedarf fordert die Lehrkraft zur zusätzlichen Notation eines weiteren Rechenwegs auf, wenn alle Aufgaben über das Anhängen oder Wegstreichen von Nullen gelöst werden, um inhaltliche Vorstellungen zur Multiplikation mit Stufenzahlen (insbesondere mit reinen Zehnerpotenzen) zu erheben.


Kann ich sicher mit Stufenzahlen multiplizieren und dividieren?

1 Mit 10 multiplizieren
(1) 37 · 10 = 370
(2) 10 · 358 = 3580

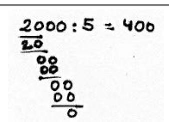
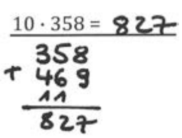
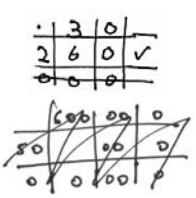
2 Durch 10 dividieren
(1) 630 : 10 = 63
(2) 30 630 : 10 = 3063

3 Mit 100 und 1000 multiplizieren und dividieren
(1) 37 · 100 = 3700
(2) 37 · 1 000 = 37000

4 Multiplikation und Division mit Stufenzahlen
(1) 20 · 30 = 600
(2) 50 · 600 = 30000
(3) 250 : 5 = 50
(4) 2 000 : 5 = 400

Hinweise zur Auswertung:

Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
	Es wird ausschließlich das schriftliche Verfahren verwendet, da kein anderer Rechenweg zur Verfügung steht.	Ggf. mündlich nach anderen Rechenmöglichkeiten fragen. Rechnen mit Stufenzahlen erarbeiten (1.1 - 4.2).
37 · 1000 = 3700 „Einfach Nullen anhängen."	Es wird eine falsche Anzahl von Nullen *angehängt* oder *weggestrichen*. Die Begründung gibt keine Auskunft über den Ursprung des Fehlers.	Mündlich nach dem genauen Rechenweg erkundigen. Alternative Strategien zum *Nullen anhängen* erarbeiten. Bei Multiplikation (1.1 - 1.4 , 3.1 - 3.3), bei Division (2.1, 3.1 - 3.3).
250 : 5 = 25 : 5 = 5 + 0 = 50	Das *Anhängen* von Nullen wird im Rechenweg mit der Addition von Null ausgedrückt.	Notationsmöglichkeiten beim Rechnen mit Stufenzahlen thematisieren (4.1 - 4.2).
	In einzelnen Teilschritten bereitet die Multiplikation mit Null und Eins Schwierigkeiten. Im Beispiel wird 358 · 0 = 358 und 358 · 1= 469 (je + 1 bei jeder Ziffer) gerechnet und die Teilergebnisse addiert.	Zunächst Bedeutung der Multiplikation mit Null und mit Eins inhaltlich klären, Verständnis der Multiplikation erarbeiten (Baustein **N4 A**).
	Es wird versucht, auf das Malkreuz zurückzugreifen. Dieses wird jedoch falsch angewendet oder hilft nicht bei der Lösung weiter, da das Problem des Multiplizierens mit Stufenzahlen bestehen bleibt.	In Baustein **N6 B** wird das Malkreuz erarbeitet. Den Lernenden ist zu verdeutlichen, dass der sichere Umgang mit der Stufenmultiplikation Voraussetzung für das Rechnen mit dem Malkreuz ist.

Diagnoseaufgabe 1: Mit 10 multiplizieren

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
(1)	37 · 10 = 100 3 · 10 = 30 7 · 10 = 70 100	Es wird schrittweise multipliziert, dabei werden die Stellenwerte der Ziffern nicht berücksichtigt und die Teilprodukte nicht stellengerecht addiert (im Beispiel alle als Einer behandelt).	Multiplikation mit 10 erarbeiten (1.1 - 1.4). Zusätzlich später halbschriftliche Strategien mit Baustein **N6 B** thematisieren.
	37 · 10 = 3070 3 · 10 = 30 7 · 10 = 70	Es wird schrittweise multipliziert, dabei werden die Stellenwerte der Ziffern nicht berücksichtigt und die Teilprodukte hintereinander geschrieben.	
(2)	10 · 358 = 3058 10 · 300 = 3000 10 · 50 = 50 10 · 8 = 8	Bei der schrittweisen Zerlegung werden Teilaufgaben falsch berechnet oder anschließend falsch addiert.	Multiplikation von 10 mit mehrstelligen Faktoren mit Aufgabe 1.4 thematisieren.

Diagnoseaufgabe 2: Durch 10 dividieren

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
(1)	6300	Es wird multipliziert statt dividiert, da die Regel *Nullen anhängen* übergeneralisiert wird.	Flüchtigkeitsfehler mündlich ausschließen (da Aufgabe 1: Multiplikation mit 10). Division durch 10 erarbeiten (2.1).
(2)	306300		
	363 „Nullen wegstreichen."	Die Regel *Nullen wegstreichen* ist unverstanden automatisiert und hier auf die Tausenderstelle angewendet.	Inhaltlich Rechenwege zur Division mit 10 thematisieren (2.1).

Diagnoseaufgabe 3: Mit 100 und 1000 multiplizieren

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
(1)	37 · 100 = 300 3 · 1 = 3 7 · 0 = 0 > +0 = 300 37 · 100 = 3070 3 · 100 = 300 7 · 00 = 7 Null dran 307	In Ansätzen der stellenweisen Multiplikation werden einzelne Stellen der Faktoren miteinander multipliziert, diese jedoch nur ziffernweise betrachtet. Teilweise Vermischung mit Regel *Nullen anhängen* und einer nicht stellengerechten Zuordnung von Teilprodukten.	Multiplikation mit reinen Zehnerpotenzen erarbeiten (3.1 - 3.3). Anschließend halbschriftliche Strategien mit Baustein **N6 B** thematisieren.
(2)	37 · 1 000 = 3700 3 · 1 = 3 7 · 0 = 7 +100		

Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Division mit Stufenzahlen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
(1)	20 · 30 = 60 „Null drangehängt."	Es wird eine falsche Anzahl von Nullen *angehängt* oder *weggestrichen*. Die Begründung gibt keine Auskunft über den Ursprung des Fehlers.	Rechenwege bei Multiplikationen mit Stufenzahlen thematisieren (4.1).
	20 · 30 = 2 · 3 = 5 + 0 = 50	Fehler im kleinen Einmaleins. Hier zusätzlich keine stellengerechte Zuordnung des Teilergebnisses.	Bei Schwierigkeiten im Einmaleins mit Baustein **N4 A** erarbeiten und automatisieren.
(2)	50 · 600 = 3 000 „Erst 5 · 6 = 30. Dann habe ich geguckt, wie viele Nullen es sein müssen."	Ausschließliche Orientierung an der Anzahl der Nullen in den Faktoren. Diese muss gleich der Anzahl im Ergebnis sein.	Alternative Strategien zum *Nullen anhängen* erarbeiten (1.1 - 1.4).
(4)	2 000 : 5 = 4000 20 : 5 = 4 + 000 = 4000	Ausschließliche Orientierung an der Anzahl der Nullen in den Faktoren. Diese muss gleich der Anzahl im Ergebnis sein.	Alternative Strategien zum *Nullen anhängen* erarbeiten (1.1 - 1.4).

1 Mit 10 multiplizieren

1.1 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

Ziel: Bedeutung des Verzehnfachens (als Synonym zu ·10) erarbeiten

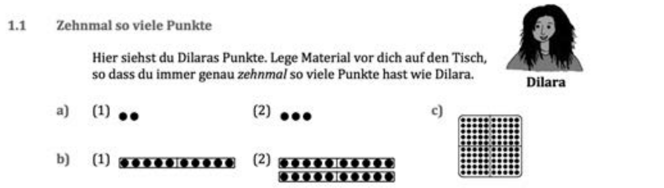
Material: MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefelder, Tausenderpunktefelder

Umsetzung: UG

Hintergrund: Zu Beginn des Bausteins wird das Material eingeführt und die Begriffe *Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld* und *Tausenderpunktefeld* geklärt. Dabei werden Beziehungen zwischen den Materialien angesprochen: Wie viele Hunderterpunktefelder brauche ich, um so viele Punkte wie im Tausenderpunktefeld zu erreichen?
Lehrkraft erklärt die Zeichnungen auf den Arbeitblättern. Die Punkte auf dem Blatt stellen die Plättchen dar.

Methode: Vorzugsweise übernimmt die Lehrkraft Dilaras Rolle. Sie legt zwei Plättchen vor sich und stellt die Aufgabe: Lege Material vor dich, so dass du genau *zehnmal* so viele Punkte hast wie ich.

Impuls: Operative Beziehungen jeweils zwischen (1) und (2) herausarbeiten und fortführen lassen: Was ändert sich bei dir, wenn bei Dilara ein Plättchen hinzukommt?



1.2 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

Ziel: Einer mit Material und in der Stellenwerttafel verzehnfachen

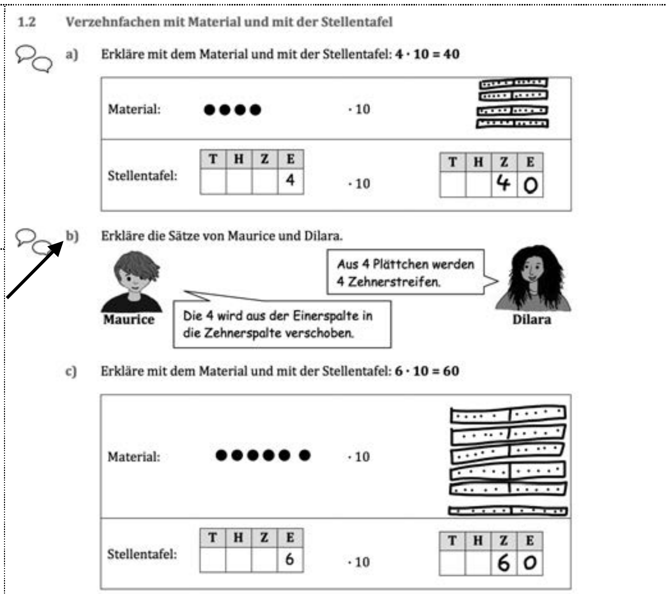
Material: MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: UG

Zu beachten: Mit den Materialien nachlegen, danach erst zeichnen lassen.

Hilfestellung: Mit den Lernenden besprechen, wie die Zehner gezeichnet werden können. Die Materialien müssen nur angedeutet, nicht mit einzelnen Punkten versehen werden.

Reflexion: Beziehung zwischen verschiedenen Ebenen (Material, Stellenwerttafel und Zahlsymbolen der Gleichung) besprechen.



1.3 **Erarbeiten (5 - 10 Minuten)**

Ziel: Zehner und Hunderter mit Material und in der Stellenwerttafel verzehnfachen

Material: MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel

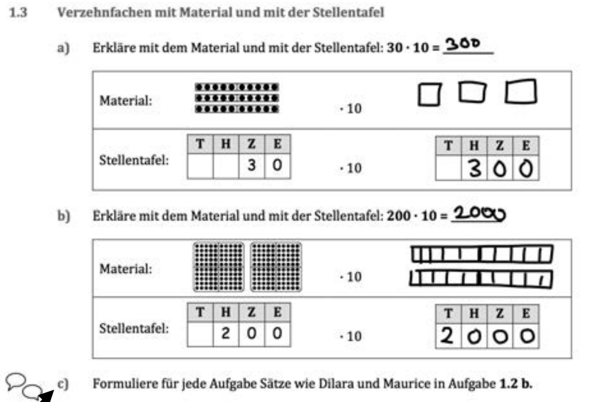
Umsetzung: UG

Zu beachten: Mit den Materialien nachlegen, danach erst zeichnen lassen.

Hilfestellung: Mit den Lernenden besprechven, wie die Hunderter- und Tausenderpunktefelder gezeichnet werden können. Die Materialien müssen nur angedeutet, nicht mit einzelnen Punkten versehen werden.

Reflexion: Beziehung zwischen verschiedenen Ebenen (Material, Stellenwerttafel und Zahlsymbolen der Gleichung) besprechen.

Impuls: Beziehungen zu 1.2 b) besprechen. Was ist gleich? Was ist verschieden? In der Stellenwerttafel werden beispielsweise die Ziffern jeweils um eine Spalte nach links verschoben, die Ziffern liegen in jeder Aufgabe ursprünglich an unterschiedlicher Stelle.



1.4 **Erarbeiten (20 - 25 min)**

Ziel: Mehrstellige Zahlen mit Material, auf Zahlebene und in der Stellenwerttafel verzehnfachen

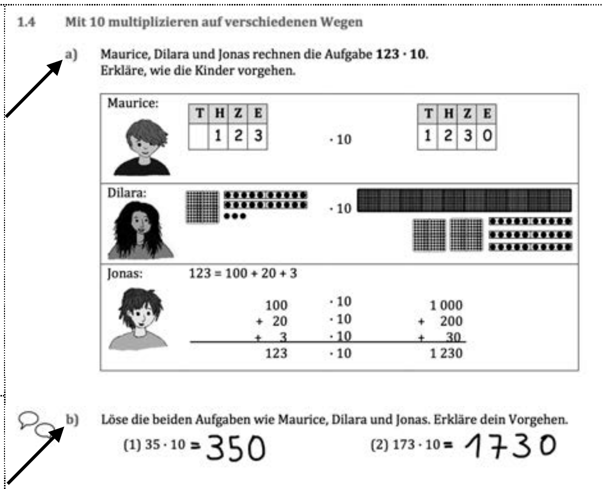
Material: MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: a) UG; b) EA, dann UG

Hilfestellung: Dilaras Weg mit Material nachlegen lassen.

Impuls: Gemeinsamkeiten und Unterschiede herausarbeiten: Jonas zerlegt 123 in 100 + 20 + 3, zerlegen Maurice und Dilara die Zahl auch? Kannst du in Maurice und Jonas Weg auch Hunderter, Zehner und Einer erkennen?

Methode: Maurice und Jonas Weg ins Heft zeichnen lassen (mit Stellenwerttafel). Dilaras Weg mit Material nachlegen lassen, ggf. auch ins Heft zeichnen lassen.



2 Durch 10 dividieren

2.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Division durch zehn als Umkehrung der Multiplikation mit zehn verstehen

Material: MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: a) EA; b), c) UG; d), e) EA oder PA, dann UG

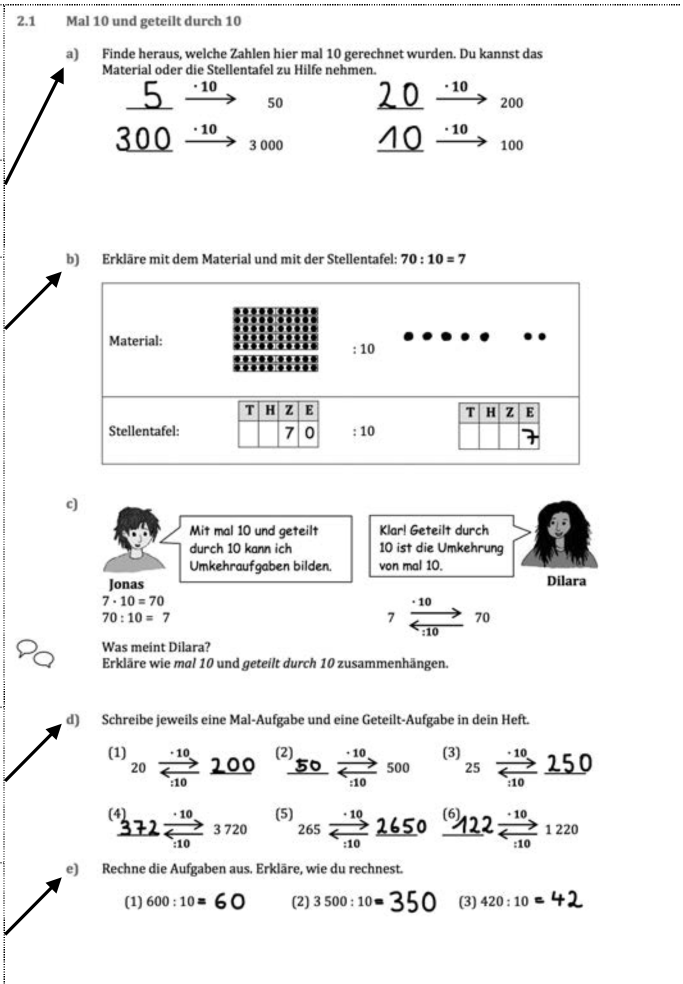
Voraussetzung: Das Verständnis von Division als inverse Operation zur Multiplikation ist hier Voraussetzung und kann mit Hilfe des Bausteins **N4 B** erarbeitet werden.

Hilfestellung: Zur Nutzung von Material oder Stellenwerttafel ermutigen.

Hilfestellung: Mit Material nachlegen lassen. Ggf. erneut auf mögliche Zeichnung von Hunderterpunktefeldern hinweisen (vgl. 1.3). Beziehungen zwischen Material und Stellenwerttafel thematisieren.

Impuls: Erkläre mit dem Material und mit der Stellenwerttafel.

Weitere Aufgabe: Erfinde eigene Aufgaben. Ebenfalls kann die Lehrkraft auch den Zahlenraum erhöhen.


2.1 Mal 10 und geteilt durch 10

a) Finde heraus, welche Zahlen hier mal 10 gerechnet wurden. Du kannst das Material oder die Stellentafel zu Hilfe nehmen.

5 $\xrightarrow{\cdot 10}$ 50 20 $\xrightarrow{\cdot 10}$ 200

300 $\xrightarrow{\cdot 10}$ 3 000 10 $\xrightarrow{\cdot 10}$ 100

b) Erklärе mit dem Material und mit der Stellentafel: **70 : 10 = 7**

Material: : 10

Stellentafel: T H Z E 7 0 : 10 T H Z E 7

c)

7 · 10 = 70
70 : 10 = 7

7 $\underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}}$ 70

Was meint Dilara?
Erkläre wie *mal 10* und *geteilt durch 10* zusammenhängen.

d) Schreibe jeweils eine Mal-Aufgabe und eine Geteilt-Aufgabe in dein Heft.

(1) 20 ⇄ 200 (2) 50 ⇄ 500 (3) 25 ⇄ 250

(4) 372 ⇄ 3 720 (5) 265 ⇄ 2650 (6) 122 ⇄ 1 220

(· 10 / : 10)

e) Rechne die Aufgaben aus. Erkläre, wie du rechnest.

(1) 600 : 10 = 60 (2) 3 500 : 10 = 350 (3) 420 : 10 = 42

3 Mit 100 und 1000 multiplizieren

3.1 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

Ziel: Einer und Zehner mit Material und in der Stellenwerttafel verzehnfachen

Material: MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: UG

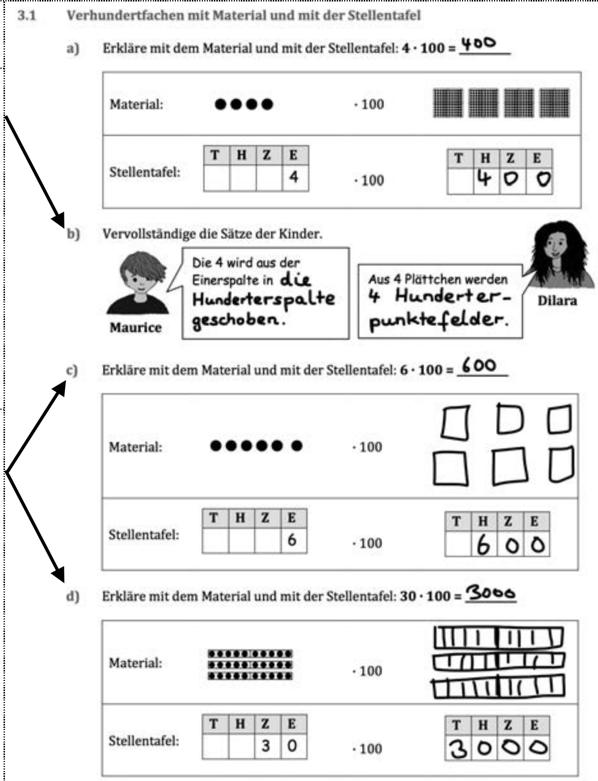
Zu beachten: Mit den Materialien nachlegen lassen.

Reflexion: Beziehung zwischen verschiedenen Ebenen (Material, Stellenwerttafel und Zahlsymbolen der Gleichung) besprechen.

Impuls: Beziehungen zu 1.2 b) besprechen: Was ist gleich? Was ist verschieden? In der Stellenwerttafel werden beispielsweise die Ziffern jeweils um zwei Spalten nach links verschoben, wohingegen in Aufgabe 1.2 die Ziffern um nur eine Spalte verschoben werden.

Hilfestellung: Mit den Lernenden besprechen, wie die Hunderter- und Tausenderpunktefelder gezeichnet werden können. Die Materialien müssen nur angedeutet, nicht mit einzelnen Punkten versehen werden.

Impuls: Formuliere auch zu Aufgabe c) und d) Sätze wie Maurice und Dilara.



3.2 Erarbeiten (5 - 10 Minuten)

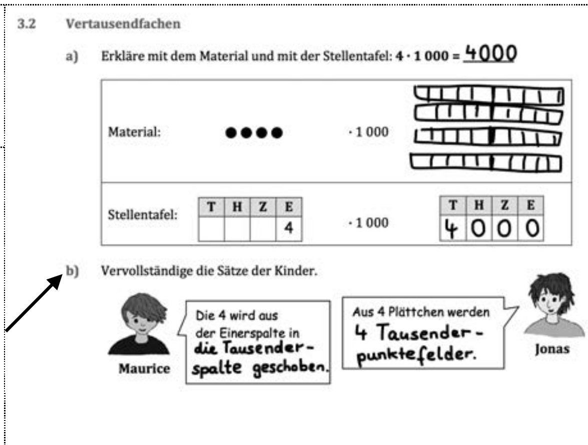
Ziel: Einer mit Material und in der Stellenwerttafel verzehnfachen

Material: MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel

Umsetzung: UG

Zu beachten: Mit den Materialien nachlegen lassen. Ggf. erneut darauf hinweisen, wie die Tausenderpunktefelder gezeichnet werden können (vgl. 1.3).

Reflexion: Beziehung zwischen verschiedenen Ebenen (Material, Stellenwerttafel und Zahlsymbolen der Gleichung) besprechen.
Reflexion: Beziehungen zu 1.2 b) besprechen: Was ist gleich? Was ist verschieden? In der Stellenwerttafel werden beispielsweise die Ziffern jeweils um zwei Spalten nach links verschoben, wohingegen in Aufgabe 1.2 die Ziffern um nur eine Spalte verschoben werden.



3.3	**Erarbeiten (5 - 10 Minuten)**
Ziel:	Division durch 100 und 1 000 in der Stellenwerttafel darstellen
Material:	MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel
Umsetzung:	UG

Zu beachten: Mit den Materialien nachlegen lassen.

Reflexion: Beziehung zwischen Aufgabe a) und b) herstellen. Was ist gleich? Was ist verschieden? Mit den Lernenden kann so thematisiert werden, dass die Ziffern bei : 1000 um eine Spalte mehr nach rechts verschoben werden als bei : 100.

Reflexion: Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division herausarbeiten: Bei Division werden die Ziffern in der Stellenwerttafel in die andere Richtung verschoben. Beim Material wird zum kleineren statt zum größeren Material gewechselt.

3.3 Durch 100 und 1000 teilen

a) Erkläre mit dem Material und mit der Stellentafel: **4 000 : 100 =** 40

Stellentafel:

T	H	Z	E
4	0	0	0

: 100

T	H	Z	E
		4	0

b) Erkläre mit dem Material und mit der Stellentafel: **4 000 : 1 000 =** 4

Stellentafel:

T	H	Z	E
4	0	0	0

: 1 000

T	H	Z	E
4	0		4

4 Multiplikation und Division von Stufenzahlen

4.1 - 4.2	**Erarbeiten und Üben (30 - 45 Minuten)**
Ziel:	Multiplizieren und dividieren mit beliebigen Vielfachen von Zehnerpotenzen
Material:	MB: Plättchen, Zehnerstreifen, Hunderterpunktefeld, Tausenderpunktefeld, ggf. Stellenwerttafel
Umsetzung:	4.1 a), b) EA, dann GA; c) UG; d), e) EA, dann UG; 4.2 EA, dann UG

Methode: Die Kinder sollen während a) und b) noch nicht Aufgabe c) sehen. Entweder Blatt abdecken, oder bei großer Gruppe Aufgaben a) und b) mündlich stellen.

Impuls: Was ist gleich? Was ist verschieden? Auch Vergleich zum eigenen Rechenweg herstellen.

Hilfestellung: Bei Schwierigkeiten zur Nutzung von Material oder Stellenwerttafel in Verbindung zu den in c) genannten Rechenwegen anregen.

Weitere Aufgabe: Päckchen fortführen lassen. Wie könnte die nächste Aufgabe in dem Päckchen heißen?

4.1 Wie rechnest du?

a) Rechne die Aufgabe **4 · 60.** = 240
Schreibe deinen Rechenweg auf.

b) Vergleicht eure Rechenwege.

c) So rechnen Jonas und Dilara:

Jonas

4 · 60 = 240
1 · 60 = 60
2 · 60 = 120
3 · 60 = 180
4 · 60 = 240

4 · 60 = 240
4 · 6 = 24
24 · 10 = 240

Dilara

Erkläre die Rechenwege der Kinder.

d) Rechne die Aufgaben aus.

(1) 5 · 50 = 250 (2) 3 · 20 = 60 (3) 50 · 40 = 2 000
(4) 700 · 80 = 56000 (5) 60 · 400 = 24 000 (6) 200 · 500 = 100 000

Erkläre, wie du vorgehst.

4.2 Aufgaben-Paare

a) (1) 3 · 20 = 60, 3 · 200 = 600 (2) 7 · 40 = 280, 7 · 400 = 2800 (3) 5 · 40 = 200, 5 · 400 = 2000

b) Bilde Aufgaben-Paare wie in Aufgabe a) mit diesen Mal-Aufgaben.
(1) 5 · 6 = 30 (2) 6 · 7 = 42 (3) 7 · 8 = 56

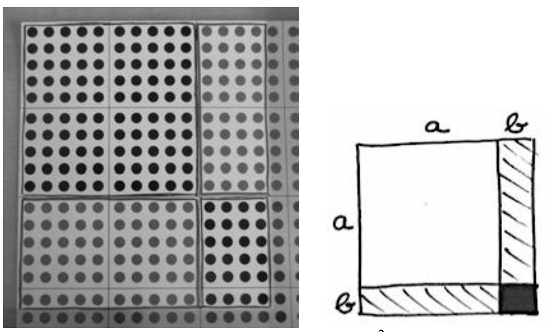
c) (1) 240 : 6 = 40, 2 400 : 6 = 400 (2) 720 : 8 = 90, 7 200 : 8 = 900 (3) 180 : 6 = 30, 1 800 : 6 = 300

d) Bilde Aufgaben-Paare wie in Aufgabe c) mit diesen Geteilt-Aufgaben.
(1) 21 : 7 = 3 (2) 8 : 2 = 4 (3) 45 : 9 = 5

N6 B Multiplizieren und Rechenwege erklären – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Während vor einigen Jahrzehnten halbschriftliches Rechnen häufig noch als Vorstufe zu den schriftlichen Algorithmen gesehen wurde, besitzt es heute seinen eigenen festen Platz als zentrale Rechenmethode im Mathematikunterricht (vgl. Krauthausen / Scherer 2008, S. 46 - 52). Im Gegensatz zum Algorithmus wird beim halbschriftlichen Rechnen mit Zahlganzheiten statt nur mit einzelnen Ziffern gerechnet. Dies macht die Rechenstrategien nicht nur flexibel anwendbar, sondern es ermöglicht gleichzeitig auch Einsichten in Rechengesetze und fördert die Zahlvorstellung. Diese Erkenntnisse bilden eine wichtige Grundlage für das Rechnen in anderen Zahlbereichen sowie für die Algebra. Zu verstehen, wie sich die Teilprodukte bei der Aufgabe 16 · 14 zusammensetzen, wenn beide Faktoren in ihre Stellenwerte zerlegt werden, lässt anhand dieses Rechenwegs Einsichten in das zugrundeliegende Distributivgesetz gewinnen. Dies bildet beispielsweise die Basis für das Verständnis einer geometrischen Veranschaulichung der binomischen Formeln.



Zerlegung der Produkte 16 · 14 und $(a + b)^2$
$16 \cdot 14 = (10 + 6) \cdot (10 + 4) = 10 \cdot 10 + 10 \cdot 6 + 10 \cdot 4 + 6 \cdot 4$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

In diesem Baustein werden die Lernenden an die halbschriftlichen Multiplikations-Strategien *stellenweises Rechnen*, *schrittweises Rechnen* und *Hilfsaufgabe* herangeführt (vgl. KIRA o.J.). Ausgangsbasis ist dabei das Arbeiten mit Material, um eine inhaltliche Verständnisgrundlage zu erarbeiten. Die Lernenden entwickeln durch ihre Handlungen am Material eigene Rechenwege und begründen diese. Daran anschließend folgt die Ablösung vom Material und die Hinführung zur Verwendung des Malkreuzes.

Strategien der halbschriftlichen Multiplikation

Beim *stellenweisen* Rechnen werden beide Faktoren in ihre Stellen zerlegt. Das *Malkreuz* hilft, die Teilprodukte zu strukturieren, um keine Stellenkombinationen zu vergessen. Für Produkte aus zweistelligen Faktoren dient ein 2·2-Malkreuz (siehe Abbildung). Dabei werden beide Faktoren stellenweise zerlegt (19 = 10 + 9 und 14 = 10 + 4). Die Zerlegung des ersten Faktors wird in die linke Spalte, die des zweiten Faktors in die obere Zeile des Malkreuzes eingetragen. Diese Reihenfolge ist für eine Anschlussfähigkeit nach unten, der Entwicklung aus den Punktefeldern, und nach oben, dem Vergleich mit dem schriftlichen Algorithmus, wichtig. Im Malkreuz wird mit Zahlganzheiten gerechnet, das heißt, es werden nicht die Ziffern der Stellenwerte 1 (Zehner) und 4 (Einer) eingetragen, sondern die Zahlen 10 und 4. Die Summen der Teilprodukte werden am unteren oder rechten Rand addiert und für das Gesamtergebnis im unteren rechten Feld summiert. Für größere Aufgaben ist das Malkreuz nach unten oder nach rechts um beliebig viele Spalten und Zeilen erweiterbar.

$$\underline{19 \cdot 14 = 100 + 40 + 90 + 36 = 266}$$
$$10 \cdot 10 = 100$$
$$10 \cdot \ \ 4 = \ \ 40$$
$$09 \cdot 10 = \ \ 90$$
$$09 \cdot \ \ 4 = \ \ 36$$

Stellenweise Notation ohne Malkreuz

·	10	4	
10	100	40	140
9	90	36	+ 126
	190	+ 76	266

Stellenweise Multiplikation mit dem Malkreuz

Beim *schrittweisen* Rechnen wird nur ein Faktor in seine Stellen zerlegt und mit dem gesamten anderen Faktor multipliziert.

19 14 = 140 + 126 = 266	19 · 14 = 266
10 · 14 = 140	20 · 14 = 280
9 · 14 = 126	280 – 14 = 266

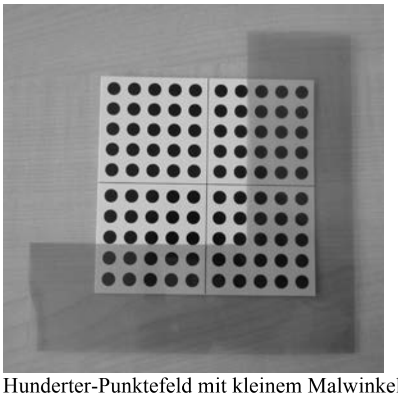
Zerlegung eines Faktors beim schrittweisen Rechnen (links) und Verwendung einer Hilfsaufgabe (rechts)

Bei der Verwendung der Strategie *Hilfsaufgabe* wird ein Faktor so erhöht oder verringert, dass sich eine leichter zu berechnende Multiplikation ergibt. Anschließend ist die Differenz zwischen der gewählten Hilfsaufgabe und der ursprünglich zu lösenden Aufgabe zu berücksichtigen.

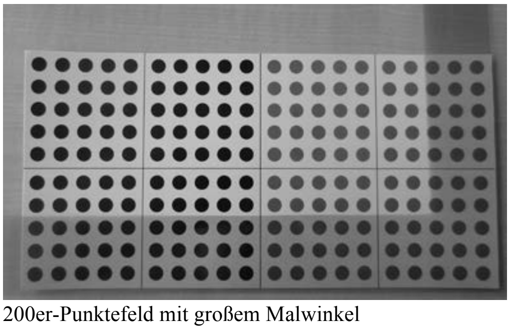
Veranschaulichung und Material

Auf abwischbaren Punktefeldern lassen sich mit farbigen Folienstiften verschiedene Rechenwege einzeichnen und vergleichen. Mit Hilfe des Malwinkels wird zunächst die Aufgabe gelegt, wobei die transparente Folie die Punkte abdeckt, die nicht zum Punktefeld der entsprechenden Aufgabe gehören, diese gleichzeitig aber noch sichtbar lässt. Dies ermöglicht es den Lernenden, bei Hilfsaufgaben zu kontrollieren, wie viele Punkte durch eine Verschiebung des Malwinkels wegfallen oder hinzukommen. Mit farbigen Stiften lässt sich das Punktefeld dann entsprechend der Rechnungen der Kinder in mehrere Felder zerlegen, die zur Berechnung der gelegten Aufgabe herangezogen werden. Wichtig ist hier eine Anknüpfung an die Rechenwege der Lernenden, die nicht vorschnell auf die intendierten Unterteilungen des Punktefelds geführt werden sollten. Teilen Lernende das Punktefeld in viele kleine Felder ein oder bestimmen in diesen die Punkte zählend, sollten diese Strategien aufgegriffen und gemeinsam weiterentwickelt werden.

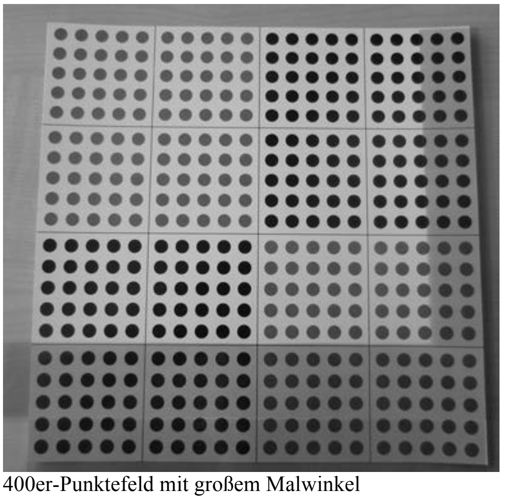
Aufbau der Punktefelder
(in Anlehnung an Wittmann / Müller 1992, S. 58 - 62):



Hunderter-Punktefeld mit kleinem Malwinkel



200er-Punktefeld mit großem Malwinkel



400er-Punktefeld mit großem Malwinkel

Zur Vereinfachung der Kommunikation über verschiedene Strategien sollte gemeinsam mit den Lernenden festgelegt werden, dass der 1. Faktor die Anzahl der Zeilen, der 2. Faktor die Anzahl der Spalten angibt. Bei der Einführung des Materials ist darauf zu achten, ob die Lernenden einen sicheren Umgang mit flächigen Darstellungen der Multiplikation aufweisen und Mal-Aufgaben sicher gelegt und interpretiert werden können (Baustein **N4 A**). Für einen flexiblen Umgang mit dem Material, der nicht auf zählende Strategien zurückgreift, ist gezielt auf die Fünferstruktur der Felder hinzuweisen. Während der Förderung werden die Lernenden ermutigt, die Fünferstruktur zu nutzen. In Wittmann / Müller (2012, S. 67 - 71; 2005, S. 67) finden sich weitere Anregungen und Übungen zur Arbeit mit Punktefeldern.

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Fördereinheiten:

1 Multiplizieren bis 100
2 Multiplizieren bis 200
3 Multiplizieren bis 400
4 Multiplizieren mit dem Malkreuz

Für Lernende mit Unsicherheiten im Einmaleins beginnt der Baustein in **Fördereinheit 1** mit der Multiplikation am 100er-Punktefeld. Im Zahlenraum bis Hundert werden die Lernenden an die Arbeit mit dem Material herangeführt. Die Erarbeitung eines Verständnisses von Ableitungsstrategien steht zudem im Fokus der Fördereinheit. Für eine Automatisierung des Einmalseins sei auf das Material von PIK AS (o.J.) und das Blitzrechenmaterial (Wittmann / Müller 2007) verwiesen.

In **Fördereinheit 2** werden am 200er-Punktefeld das *schrittweise* Rechnen (da hier einstellige mit zweistelligen Faktoren multipliziert werden) und die Strategie *Hilfsaufgabe* erarbeitet, bevor in **Fördereinheit 3** bei der Arbeit mit dem 400er-Punktefeld ebenso das *stellenweise* Rechnen hinzukommt. Von diesem ausgehend wird in **Fördereinheit 4** das Malkreuz eingeführt, dessen Aufbau an das 400er-Punktefeld angebunden wird.

Weiterführende Literatur

KIRA (o.J.): Halbschriftliche Multiplikation. http://www.kira.tu-dortmund.de/137
Krauthausen, G. / Scherer, P. (2008): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg: Spektrum.
PIK AS (o.J.): 1x1 richtig üben. http://www.pikas.tu-dortmund.de/033
Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2 – Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Stuttgart: Klett.
Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (2005): Das Zahlenbuch 3. Leipzig: Klett.
Wittmann, E. Ch. / Müller, G. N. (2007): Blitzrechenoffensive! Anregungen für eine intensive Förderung mathematischer Basiskompetenzen. Stuttgart: Klett.
Wittmann, E. / Müller, G.N. (2012): Das Zahlenbuch 2. Stuttgart: Klett.

N6 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 30 - 45 Minuten

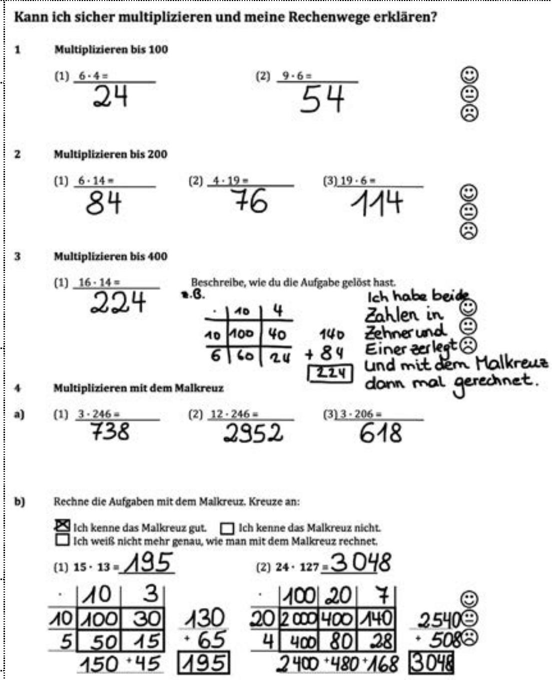
Hinweise zur Durchführung:

Bei Schwierigkeiten bei der Notation des Rechenwegs kann es helfen, die Lernenden aufzufordern, ihren Rechenweg / ihre Kopfrechnung mündlich zu erläutern und sie dann anschließend zu bitten, das mündlich Beschriebene aufzuschreiben. Dies betrifft insbesondere Aufgabe 1, bei der die Lernenden auch z.B. *auswendig* aufschreiben sollten, wenn sie das Ergebnis auswendig wissen.

Vor der Durchführung sollte den Lernenden erklärt werden, dass sie nicht schriftlich multiplizieren sollen. Falls den Lernenden die Begrifflichkeiten nicht klar sind, kann der schriftliche Algorithmus für eine beliebige (nicht im Dokument) enthaltene Aufgabe an die Tafel geschrieben werden und anschließend darauf verwiesen werden, dass dieses Verfahren nicht genutzt werden soll.

Bei der Durchführung (wenn möglich) auf zählende Rechner achten, insbesondere bei Aufgabe 1.

4 a): Das Malkreuz muss nicht, kann aber genutzt werden.
4 b): Falls den Kindern das Malkreuz nicht bekannt ist, reicht es, wenn die Lernenden dies mit dem entsprechenden Kreuz vermerken. Die Aufgaben sollten dann nicht zur Pflicht gemacht werden.


Kann ich sicher multiplizieren und meine Rechenwege erklären?

1 Multiplizieren bis 100
(1) 6 · 4 = 24
(2) 9 · 6 = 54

2 Multiplizieren bis 200
(1) 6 · 14 = 84
(2) 4 · 19 = 76
(3) 19 · 6 = 114

3 Multiplizieren bis 400
(1) 16 · 14 = 224
Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.
z.B.

·	10	4
10	100	40
6	60	24

140 + 84 = 224
Ich habe beide Zahlen in Zehner und Einer zerlegt und mit dem Malkreuz dann mal gerechnet.

4 Multiplizieren mit dem Malkreuz
a) (1) 3 · 246 = 738
(2) 12 · 246 = 2952
(3) 3 · 206 = 618

b) Rechne die Aufgaben mit dem Malkreuz. Kreuze an:
☒ Ich kenne das Malkreuz gut. ☐ Ich kenne das Malkreuz nicht.
☐ Ich weiß nicht mehr genau, wie man mit dem Malkreuz rechnet.

(1) 15 · 13 = 195

·	10	3
10	100	30
5	50	15
	150 + 45	

130 + 65 = 195

(2) 24 · 127 = 3048

·	100	20	7
20	2000	400	140
4	400	80	28
	2400 + 480 + 168		

2540 + 508 = 3048

Hinweise zur Auswertung:

Übergreifende Fehler

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
	16 · 14 = 124 10 · 10 = 100 6 · 4 = 24	Teilprodukte fehlen, da bei der Faktorenzerlegung einige Stellenkombinationen nicht berücksichtigt werden.	Zusammensetzung der Teilprodukte bei Zerlegung von Faktoren größer 10 erarbeiten (2.1 - 2.2; 3.1 - 3.3).
	16 · 14 = 34 1 · 1 = 1 6 · 4 = 24 6 · 14 = 30 6 · 4 = 24 6 · 1 = 6 24 + 6 = 30	Teilprodukte werden dem falschen Stellenwert zugeordnet (ggf. zusätzlich Vernachlässigung einiger Stellenkombinationen).	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein **N1 A** erarbeiten. Bei vorhandenem Stellenwertverständnis Erarbeitung von Multiplikation mit Faktoren größer 10 (2.1 - 2.2; 3.1 - 3.3).

Diagnoseaufgabe 1: Multiplizieren mit dem 100er-Punktefeld

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
	6 · 4 = 21 im Kopf	Ergebnis falsch, ohne nachvollziehbaren Rechenweg.	Rechenstrategien für das kleine Einmaleins mit Fördereinheit 1 erarbeiten (1.1 - 1.4).
	(2) 9 · 6 = 36 ich habe mit 9·6 mit meine Finger, gerechnet.	Fehler bei der Anwendung von Zählstrategien (ggf. bei Durchführung beobachtbar).	Ablösung des zählenden Rechnens durch die Erarbeitung von Rechenstrategien für das kleine Einmaleins (1.1 - 1.4).

Diagnoseaufgabe 2: Multiplizieren mit dem 200er-Punktefeld

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
	6 • 14 = 6 · 4 = 24 6 · 1 = +16 30	Es wird nicht stellenwertgerecht multipliziert.	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein **N1 A** erarbeiten. Bei vorhandenem Stellenwertverständnis: Multiplikation mit Faktoren größer 10 erarbeiten (2.1 - 2.2).
	4 · 19 = 4 6 4 · 1 = 4 4 · 9 = 36	In einigen Stellenwerten werden Überträge nicht verrechnet. Hier bleiben die 3 Zehner aus der Multiplikation 4 · 9 = 36 unberücksichtigt.	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein **N1 A** erarbeiten. Bei vorhandenem Stellenwertverständnis Erarbeitung von Multiplikation mit Faktoren größer 10 (2.1 - 2.2).
	19 · 6 = 104 6 · 10 = 60 6 · 9 = 54	Rechenfehler bei Addition der Teilergebnisse.	Addition mit Baustein **N5** erarbeiten.

Diagnoseaufgabe 3: Multiplizieren mit dem 400er-Punktefeld

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
	16 · 14 = 124 10 · 10 = 100 6 · 4 = 24	Fehler bei der Strategie *Stellenweise*. Nur gleichen Stellenwerte werden miteinander multipliziert (Z · Z, E · E) in Analogie zur Addition.	Vorstellung distributiver Zerlegungen anhand von Punktefeldern erarbeiten (3.1 - 3.3). Fehler wird in Aufgabe 3.2 thematisiert.
	16 · 14 = 584 160 424 584	Fehler bei der Strategie *Schrittweise*. (Hier: Stellenwerte bei Teilprodukt 16 · 4 nicht korrekt berücksichtigt, sodass sich das Ergebnis 424 ergibt.)	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein **N1 A** erarbeiten. Bei vorhandenem Stellenwertverständnis Erarbeitung von Multiplikation mit Faktoren größer 10 (2.1 - 2.2; dann 3.1 - 3.3).
	16 · 14 = 25 1 · 1 = 1 6 · 4 = 24	Zusätzlich zur Vernachlässigung einiger Stellenkombinationen wird nicht stellenwertgerecht addiert.	Stellenwertverständnis überprüfen und ggf. mit Baustein **N1 A** erarbeiten. Vorstellung distributiver Zerlegungen anhand von Punktefeldern in 3.1 - 3.3 erarbeiten.

Diagnoseaufgabe 4: Multiplizieren mit dem Malkreuz

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
	3 • 246 = 630 · 2 4 6 3 6 2 8 1 1 630	Im Malkreuz wird mit Ziffern statt mit Zahlen gerechnet. Überträge werden im falschen Stellenwert hinzugefügt.	Thematisierung des Malkreuzes und des Umgangs mit Überträgen (4.1 - 4.5).
	(1) 15 · 13 = · 1 3 1 1 3 5 5 15 + 4 + 20 24	Im Malkreuz wird mit Ziffern statt mit Zahlen gerechnet. Alle Teilergebnisse werden als Einer behandelt.	Thematisierung des Malkreuzes (4.1 - 4.5).
	· 100 20 7 20 200 400 140 4 40 80 28 + + 740 +148 888	Fehler bei der Multiplikation mit Stufenzahlen bei der Berechnung von Teilergebnissen.	Förderung des Multiplizierens mit Stufenzahlen mit Baustein **N6 A**.

1 Multiplizieren mit dem 100er Punktefeld

1.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Rechenwege zur Lösung von Einmaleins-Aufgaben erarbeiten

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

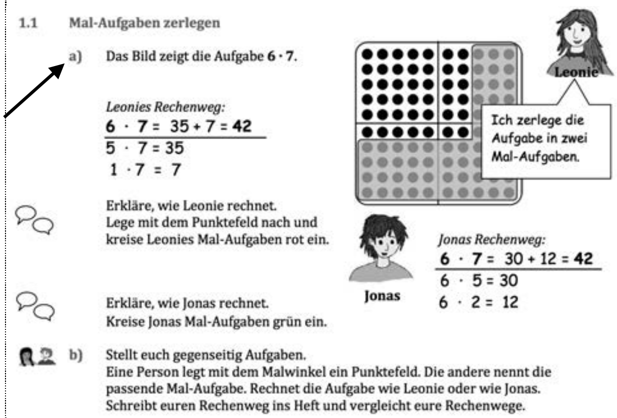
Umsetzung: a) UG; b) PA

Impuls: Multiplizieren und Mal-Rechnen als Synonyme klären.

Voraussetzung: Einführung des Hunderter-Punktefelds, falls noch nicht aus Baustein **N4 A** oder **N4 B** bekannt, insbesondere auf Fünferstruktur hinweisen, um Abzählen der Punkte zu vermeiden. Zur Überprüfung eines sicheren Umgangs mit dem Material werden die Lernenden zu Beginn gebeten, einige Mal-Aufgaben mit dem Material darzustellen. (Bei Unsicherheiten Mal-Aufgaben mit Baustein **N4 A** erarbeiten.)

Impuls: Gemeinsamkeiten und Unterschiede in Leonies und Jonas Rechenwegen herausstellen lassen. Was ist gleich? Was ist verschieden? Beide Kinder zerlegen die Aufgaben, Leonie zerlegt den 1., Jonas den 2. Faktor (auf dem Feld horizontal bzw. vertikal).

Reflexion: Das Feld lässt sich auf verschiedene Weisen zerlegen. Das führt zu verschiedenen Rechenwegen. (Verdeutlichung der flexiblen Rechenwege im Gegensatz zu den festen Algorithmen.)


1.1 Mal-Aufgaben zerlegen

a) Das Bild zeigt die Aufgabe 6 · 7.

Leonies Rechenweg:
6 · 7 = 35 + 7 = 42
5 · 7 = 35
1 · 7 = 7

Erkläre, wie Leonie rechnet.
Lege mit dem Punktefeld nach und kreise Leonies Mal-Aufgaben rot ein.

Jonas Rechenweg:
6 · 7 = 30 + 12 = 42
6 · 5 = 30
6 · 2 = 12

Erkläre, wie Jonas rechnet.
Kreise Jonas Mal-Aufgaben grün ein.

b) Stellt euch gegenseitig Aufgaben.
Eine Person legt mit dem Malwinkel ein Punktefeld. Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe. Rechnet die Aufgabe wie Leonie oder wie Jonas.
Schreibt euren Rechenweg ins Heft und vergleicht eure Rechenwege.

1.2 Üben (Aufgabengenerator)

Ziel: Operative Veränderungen von Mal-Aufgaben verstehen

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: PA

Zu beachten: Die Lernenden sollen die Aufgabe nach Verschiebung des Winkels nicht neu berechnen, sondern die operative Veränderung nutzen (hier: es sind 3 Punkte hinzugekommen, also 18 + 3 = 21). Nur so können Lernende operative Veränderungen als effiziente Nutzung von Beziehungen erkennen.


1.2 Punktebilder verändern

Stellt euch gegenseitig Aufgaben.
Die eine legt mit dem Malwinkel ein Punktebild.
Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe und schreibt sie ins Heft.

Die eine verschiebt den Malwinkel unten oder an der Seite um **eine Reihe.**

Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe und schreibt sie ins Heft.

Überlegt gemeinsam: Wie viele Punkte sind es durch das Verschieben mehr oder weniger geworden? Erklärt das mit dem Punktebild. Wechselt euch ab.

1.3 **Erarbeiten (20 - 30 Minuten)**

Ziel: Strategie Hilfsaufgabe erarbeiten

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: a), b) jeweils EA, dann UG

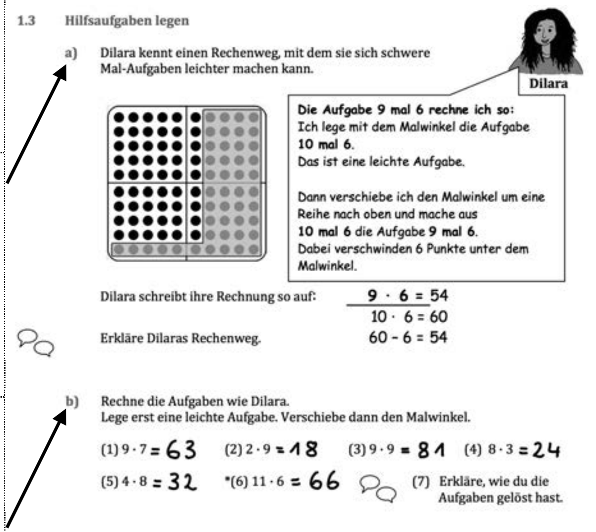
Voraussetzung: Diese Aufgabe baut auf den in Aufgabe 1.2 behandelten operativen Veränderungen von Mal-Aufgaben auf. Bei Schwierigkeiten ggf. zu 1.2 zurückgehen.

Zu beachten: Handlung unbedingt am Material nachstellen lassen. Eine Bearbeitung mit dem vorliegenden Bild reicht nicht aus.

Hintergrund: Als mögliche Notationsweise thematisieren, die aber nicht fest nach der hier vorgeschlagenen Art durchgeführt werden muss.

Typische Schwierigkeit: Bei Ablösung vom Material sind die Lernden unsicher, welcher Faktor subtrahiert bzw. addiert werden muss. Diese Frage bereits bei Materialnutzung thematisieren bzw. Vermutung aufstellen und anhand des Materials überprüfen lassen.

Hintergrund: Da hier das Hunderter-Punktefeld nicht mehr ausreicht, muss die Verschiebung mental vorgenommen werden.


1.3 Hilfsaufgaben legen

a) Dilara kennt einen Rechenweg, mit dem sie sich schwere Mal-Aufgaben leichter machen kann.

Dilara

Die Aufgabe 9 mal 6 rechne ich so:
Ich lege mit dem Malwinkel die Aufgabe 10 mal 6.
Das ist eine leichte Aufgabe.

Dann verschiebe ich den Malwinkel um eine Reihe nach oben und mache aus 10 mal 6 die Aufgabe 9 mal 6.
Dabei verschwinden 6 Punkte unter dem Malwinkel.

Dilara schreibt ihre Rechnung so auf: 9 · 6 = 54
10 · 6 = 60
60 − 6 = 54

Erkläre Dilaras Rechenweg.

b) Rechne die Aufgaben wie Dilara.
Lege erst eine leichte Aufgabe. Verschiebe dann den Malwinkel.

(1) 9 · 7 = 63 (2) 2 · 9 = 18 (3) 9 · 9 = 81 (4) 8 · 3 = 24
(5) 4 · 8 = 32 *(6) 11 · 6 = 66 (7) Erkläre, wie du die Aufgaben gelöst hast.

1.4 **Üben (15 - 20 Minuten)**

Ziel: Strategien zur Multiplikation auswählen und nutzen

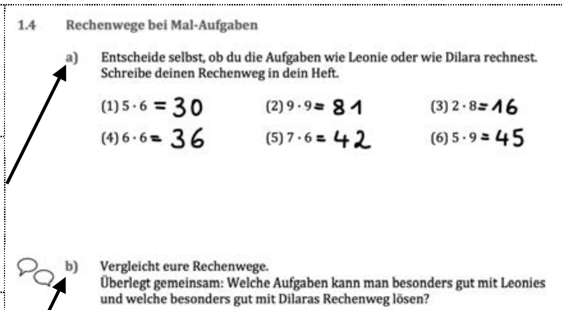
Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: a) EA; b) UG

Weitere Aufgabe: Zur weiterführenden Automatisierung siehe: PIK AS: 1x1 richtig üben. *www.pikas.tu-dortmund.de/033*

Typische Schwierigkeit: Die Lernenden sind unsicher, welchen Faktor sie zur Korrektur der Hilfsaufgabe subtrahieren oder addieren müssen. Zur Materialnutzung anregen.

Hintergrund: Für Hilfsaufgaben (Dilaras Rechenweg) sollte ein Faktor nah an der 10 oder an einer im Kopf bekannten Aufgabe liegen.


1.4 Rechenwege bei Mal-Aufgaben

a) Entscheide selbst, ob du die Aufgaben wie Leonie oder wie Dilara rechnest.
Schreibe deinen Rechenweg in dein Heft.

(1) 5 · 6 = 30 (2) 9 · 9 = 81 (3) 2 · 8 = 16
(4) 6 · 6 = 36 (5) 7 · 6 = 42 (6) 5 · 9 = 45

b) Vergleicht eure Rechenwege.
Überlegt gemeinsam: Welche Aufgaben kann man besonders gut mit Leonies und welche besonders gut mit Dilaras Rechenweg lösen?

2 Multiplizieren mit dem 200er Punktefeld

2.1 Erarbeiten (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Rechenwege zur Lösung von Mal-Aufgaben bis 200 erarbeiten

Material: MB: 200er-Punktefeld, großer Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) PA

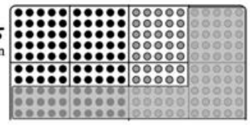
Hintergrund: Bei Einführung des 200er-Punktefelds die Fünfer- und Zehnerstruktur hervorheben.

Voraussetzung: Die Lernenden müssen Aufgaben des kleinen Einmaleins ohne größere Schwierigkeiten bewältigen können. Ggf. mit Fördereinheit 1 erarbeiten und automatisieren.

Methode: Alternativ rechnet jeder für sich, anschließend werden Rechenwege verglichen.

2.1 Mal-Aufgaben zerlegen

a) Das Bild zeigt die Aufgabe 7 · 15. = 105
Zerlege die Aufgabe in zwei Mal-Aufgaben und rechne sie im Heft aus.



b) Eine Person legt mit dem Malwinkel ein Punktebild.
Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe. Rechnet dann gemeinsam die Aufgabe aus: Zerlegt die Aufgabe in zwei kleinere Mal-Aufgaben. Schreibt euren Rechenweg ins Heft.

2.2 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Strategie Hilfsaufgabe im Zahlenraum bis 200 erarbeiten

Material: MB: 200er-Punktefeld, großer Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: a), b) EA, dann UG

Voraussetzung: Diese Aufgabe baut auf den in Aufgabe 1.2 behandelten operativen Veränderungen von Mal-Aufgaben auf. Bei Schwierigkeiten ggf. zu 1.2 zurückgehen.

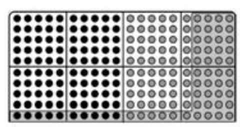
Zu beachten: Handlung unbedingt am Material nachstellen lassen. Eine Bearbeitung mit dem vorliegenden Bild reicht nicht aus.

Hintergrund: Als mögliche Notationsweise thematisieren, die aber nicht fest nach der hier vorgeschlagenen Art durchgeführt werden muss.

Typische Schwierigkeit: Bei Ablösung vom Material sind die Lernden unsicher, welcher Faktor subtrahiert bzw. addiert werden muss. Diese Frage bereits bei Materialnutzung thematisieren bzw. Vermutung aufstellen und anhand des Materials überprüfen lassen.

2.2 Hilfsaufgaben legen

a) Dilara kennt einen Rechenweg, mit dem sie sich schwere Mal-Aufgaben leichter machen kann.



Die Aufgabe 9 mal 16 rechne ich so:
Ich lege mit dem Malwinkel die Aufgabe 10 mal 16.
Das ist eine leichte Aufgabe.

Dann verschiebe ich den Malwinkel um eine Reihe nach oben und mache aus 10 mal 16 die Aufgabe 9 mal 16.
Dabei verschwinden 16 Punkte unter dem Malwinkel.

Dilara schreibt ihre Rechnung so auf:

9 · 16 = 144
10 · 16 = 160
160 - 16 = 144

Erkläre Dilaras Rechenweg.

b) Rechne die Aufgaben wie Dilara.
Lege erst eine leichte Aufgabe. Verschiebe dann den Malwinkel.

(1) 5 · 19 = 95 (2) 8 · 19 = 152 (3) 4 · 19 = 76
(4) 9 · 15 = 135 (5) 9 · 18 = 162 (6) 9 · 11 = 99

(7) Erkläre, wie du die Aufgaben gelöst hast.

3 Multiplizieren mit dem 400er Punktefeld

3.1 Erarbeiten und Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Rechenwege zur Lösung von Mal-Aufgaben bis 400 erarbeiten

Material: MB: 400er-Punktefeld, großer Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: a) EA, dann UG; b) PA; c) UG

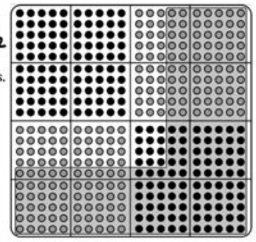
Hintergrund: Bei Einführung des 400er-Punktefelds Fünfer- und Zehnerstruktur thematisieren, um ein Abzählen der Punkte zu vermeiden.

Zu beachten: Zunächst zerlegen die Lernenden das Punktefeld individuell. Auch langwierige Zerlegungen in viele kleine Aufgaben werden zunächst zugelassen. Erst bei sicherem Umgang werden effiziente Zerlegungen und Nutzung der Zehnerstruktur thematisiert.

Reflexion: Leonies Zerlegungsweise wird abschließend als optimierte Zerlegung behandelt.

3.1 Mal-Aufgaben zerlegen

a) Das Bild zeigt die Aufgabe **14 · 13.** = 182
Zerlege die Aufgabe in kleinere Mal-Aufgaben und rechne sie im Heft aus.



b) Stellt euch gegenseitig Aufgaben.
Eine Person legt mit dem Malwinkel ein Punktebild. Die andere nennt die passende Mal-Aufgabe.
Rechnet gemeinsam aus: Zerlegt die Aufgabe in kleinere Mal-Aufgaben.

Schreibt euren Rechenweg ins Heft.

c) Was meint Leonie?
Warum erhält sie so leichte Aufgaben?

Ich teile das Bild in schwarze und graue Punktebilder. Dann erhalte ich leichte Aufgaben.

Leonie

3.2 Erarbeiten (10 - 15 Minuten)

Ziel: Typische Fehler bei Strategie Stellenweise erklären

Material: MB: 400er-Punktefeld, großer Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: UG

Hilfestellung: Durch Einkreisen der Teilaufgaben wird sichtbar, welche Felder nicht berücksichtigt wurden. Welche Mal-Aufgaben hat Jonas vergessen?

3.2 Rechenwege mit dem Malwinkel erklären

Jonas rechnet die Aufgabe **16 · 15** so:

16 · 15 = 100 + 30 = 130
10 · 10 = 100
6 · 5 = 30

Lege die Aufgabe mit dem Malwinkel und rechne sie im Heft aus. 240
Erkläre mit Hilfe des Materials, warum Jonas Rechnung **nicht** richtig ist.

3.3 Üben (10 - 20 Minuten)

Ziel: Strategien zur Multiplikation auswählen und nutzen

Material: MB: 400er-Punktefeld, großer Malwinkel, Folienstifte

Umsetzung: EA

Hilfestellung: Zur Verwendung des 400er- Punktefelds ermutigen.

Reflexion: Verglichen werden können die notierten Rechenwege sowie die Rechenwegdarstellung auf dem Punktefeld.

3.3 Rechenwege bei Mal-Aufgaben

Entscheide selbst, ob du die Aufgaben wie Leonie oder wie Dilara rechnest.
Schreibe deinen Rechenweg in dein Heft.

(1) 15 · 17 = 255	(2) 19 · 9 = 171	(3) 12 · 12 = 144
(4) 8 · 18 = 144	(5) 19 · 20 = 380	(6) 19 · 19 = 361

4 Multiplizieren mit dem Malkreuz

4.1 - 4.2 Erarbeiten und Üben (40 - 45 Minuten)

Ziel: Verständnis des Malkreuzes erarbeiten; Multiplikation mit dem Malkreuz lösen und üben

Material: MB: 400er-Punktefeld, großer Malwinkel, Folienstifte

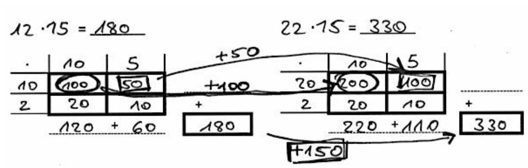
Umsetzung: 4.1 a), b) EA, dann UG; c) EA; 4.2 a) EA oder PA; b), c) UG

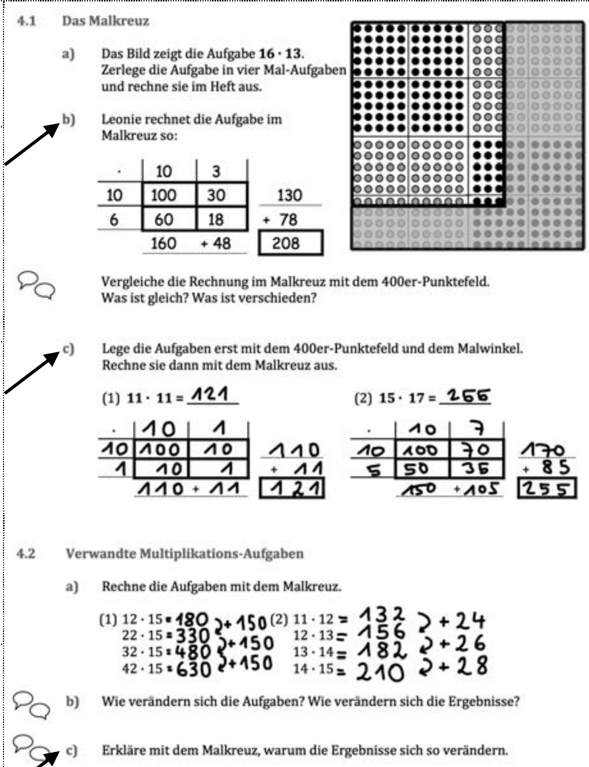
Zu beachten: Unbedingt mit Material nachlegen lassen, um Zusammenhang zwischen Fördereinheit 3 und 4 herzustellen.

Hintergrund: Die Zahlen im Malkreuz sollen von den Lernenden in Zusammenhang mit den Zerlegungen des Punktebilds gebracht, folglich als Anzahl der Randpunkte des Feldes verstanden werden. Ggf. Randpunkteanzahl auf dem Punktefeld beschriften.

Hintergrund: Zur besseren Kommunikation über die Malkreuze und in Vorbereitung auf Baustein **N8** sollte die Konvention eingeführt werden, dass der erste Faktor die Zeilenanzahl, der zweite Faktor die Spaltenanzahl des Felds angibt und entsprechend die Eintragung im Malkreuz erfolgt.

Hilfestellung: Veränderungen im Malkreuz farbig markieren lassen. Ggf. mit beschrifteten Pfeilen Veränderungen von Aufgabe zu Aufgabe notieren lassen.





4.1 Das Malkreuz

a) Das Bild zeigt die Aufgabe **16 · 13**.
Zerlege die Aufgabe in vier Mal-Aufgaben und rechne sie im Heft aus.

b) Leonie rechnet die Aufgabe im Malkreuz so:

·	10	3	
10	100	30	130
6	60	18	+ 78
	160	+ 48	208

Vergleiche die Rechnung im Malkreuz mit dem 400er-Punktefeld.
Was ist gleich? Was ist verschieden?

c) Lege die Aufgaben erst mit dem 400er-Punktefeld und dem Malwinkel.
Rechne sie dann mit dem Malkreuz aus.

(1) 11 · 11 = 121

·	10	1	
10	100	10	110
1	10	1	+ 11
	110	+ 11	121

(2) 15 · 17 = 255

·	10	7	
10	100	70	170
5	50	35	+ 85
	150	+ 105	255

4.2 Verwandte Multiplikations-Aufgaben

a) Rechne die Aufgaben mit dem Malkreuz.

(1) 12 · 15 = 180
22 · 15 = 330
32 · 15 = 480
42 · 15 = 630
+ 150, + 150, + 150

(2) 11 · 12 = 132
12 · 13 = 156
13 · 14 = 182
14 · 15 = 210
+ 24, + 26, + 28

b) Wie verändern sich die Aufgaben? Wie verändern sich die Ergebnisse?

c) Erkläre mit dem Malkreuz, warum die Ergebnisse sich so verändern.

4.3 **Üben (15 - 25 Minuten)**

Ziel: Multiplikation mit dem Malkreuz produktiv üben

Material: KV: Malkreuzvorlagen

Umsetzung: EA oder PA, dann UG

Hilfestellung: Zum Ausprobieren Kopiervorlage zum Malkreuz ausreichend zur Verfügung stellen.

Typische Schwierigkeit: Die Lernenden zeigen zu Beginn Hemmungen, auszuprobieren. Ggf. werden sie dann zur Auswahl von Zahlen angeregt. Klären, dass ein Faktor auch einstellig sein kann und dann eine Zeile des Malkreuzes leer bleibt.

Hilfestellung: Die Lernenden werden angeregt, die Lösungen systematisch zu verändern und zum Finden weiterer Lösungen zu nutzen. Wie kannst du die Zahlen verändern, um näher an 280 bzw. 1 000 heranzukommen?

Lösung: Bei 280: 28 · 10, 20 · 14, 6 · 35, 5 · 14, 4 · 70, 7 · 40, 5 · 56. Bei 1 000: 25 · 40, 50 · 20
Weitere Aufgabe: Findest du weitere Aufgaben, die du nicht in das Malkreuz eintragen kannst (weil ein Faktor dreistellig ist)? Lösung:
Bei 280: 1 · 280. Bei 1 000: 1 · 1000, 5 · 200, 125 · 8, 2 · 500, 10 · 100, 4 · 250

4.3 Welche Multiplikations-Aufgabe passt?

a) Welche Zahlen kannst du in das Malkreuz eintragen, um das Ergebnis 280 zu erhalten? Findest du mehrere Möglichkeiten?

___ · ___ = ______

·		

Tipp:
Starte, indem du eine Aufgabe ausprobierst. Wie musst du die Zahlen verändern, damit du näher zur 280 kommst?

b) Welche Zahlen kannst du in das Malkreuz eintragen, um das Ergebnis 1 000 zu erhalten? Findest du mehrere Möglichkeiten?

4.4 - 4.5 **Üben (25 - 45 Minuten)**

Ziel: Multiplikation mit dem Malkreuz produktiv üben; Beziehungen zwischen Aufgaben erkennen

Material: KV: Malkreuzvorlagen

Umsetzung: 4.4 EA; 4.5 a) EA; b) UG

Impuls: Rückbezug zum Material herstellen: Wie müsste ein Punktefeld aussehen, mit dem man diese Mal-Aufgabe darstellen kann? Welche Randpunkte hätte das Feld?

4.4 Mit dem Malkreuz bis 10 000

a) Rechne die Multiplikations-Aufgaben mit dem Malkreuz aus.

(1) 21 · 246 = 5166

·	200	40	6	
20	4000	800	120	4920
1	200	40	6	+246
	4200	+ 840	+ 126	$\boxed{5166}$

(2) 15 · 631 = 9465

·	600	30	1	
10	6000	300	10	6310
5	3000	150	5	+3156
	9000	+ 450	+ 15	$\boxed{9465}$

b) Trage die Zahlen selbst im Malkreuz ein und rechne aus.

(1) 12 · 467 = 5604

·	400	60	7	
10	4000	600	70	4670
2	800	120	14	+934
	4800	+ 720	+ 84	$\boxed{5604}$

(2) 24 · 365 = 8760

·	300	60	5	
20	6000	1200	100	7300
4	1200	240	20	+1460
	7200	+1440	+120	$\boxed{8760}$

Hilfestellung: Veränderungen im Malkreuz farbig markieren lassen. Ggf. mit beschrifteten Pfeilen Veränderungen von Aufgabe zu Aufgabe notieren lassen (vgl. Aufgabe 4.2).

4.5 Verwandte Multiplikations-Aufgaben

a) Rechne die Aufgaben mit dem Malkreuz.

(1) 11 · 121 = 1331 } +1210
21 · 121 = 2541 } +1210
31 · 121 = 3751

(2) 11 · 121 = 1331 } +1100
11 · 221 = 2431 } +1100
11 · 321 = 3531

b) Wie verändern sich die Aufgaben? Wie verändern sich die Ergebnisse? Erkläre mit dem Malkreuz, warum die Ergebnisse sich so verändern.

N6 C Dividieren und Rechenwege erklären – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Die zunehmende Bedeutung halbschriftlicher Rechenstrategien in der Grundschule (vgl. Baustein **N6 B**; Krauthausen / Scherer 2008, S. 46 - 52) hat die ehemalige Vormachtstellung der schriftlichen Algorithmen bei den vier Grundrechenarten in den Hintergrund rücken lassen. Bei keiner anderen Operation jedoch ist dies so stark geschehen, wie bei der Division, bei welcher das schriftliche Normalverfahren in den Bildungsstandards der Primarstufe nicht mehr als zu erarbeitende Kompetenz aufgeführt wird (KMK 2004). Dies liegt einerseits an der hohen Komplexität des Verfahrens (KIRA o.J.a; Gerster 1982, S. 164), andererseits aber auch daran, dass es gegenüber der halbschriftlichen Division kaum effizienter ist. In diesem Baustein wird die Strategie *Schrittweise dividieren* erarbeitet, welche die Hauptstrategie der halbschrift-lichen Division darstellt und im Gegensatz zur Strategie Hilfsaufgabe bei allen Divisionsaufgaben anwendbar ist.

Die Strategie Schrittweise dividieren

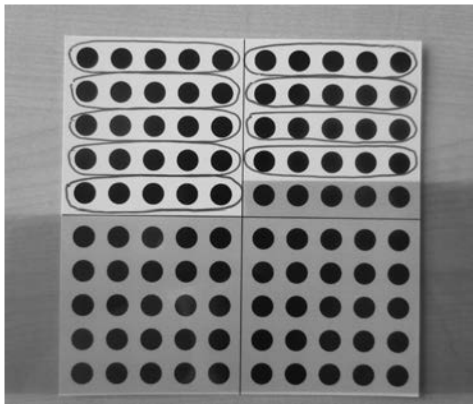
Beim schrittweisen Rechnen (vgl. Wittmann / Müller 1992, KIRA o.J.b) wird der Dividend geeignet zerlegt und so schrittweise jeweils durch den Divisor geteilt. Zugrunde liegt diesem Vorgehen das Distributivgesetz, dessen Anwendung bei der Multiplikation die Lernenden in Baustein **N6 B** erarbeitet haben. Die hier benötigte Vorstellung des Aufteilens wird in Baustein **N4 B** bei der Behandlung des Operationsverständnisses der Division in Fördereinheit 3 thematisiert. In diesem Baustein entwickeln die Lernenden mit Hilfe des 100er- und 1000er-Punktefelds eigene Zerlegungen des Dividenden und veranschaulichen und erklären ihre Rechenwege am Material.

$$\begin{array}{r} \underline{936 : 4 = 234} \\ 800 : 4 = 200 \\ 120 : 4 = 30 \\ 16 : 4 = 4 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 936 : 4 = 234 \\ \underline{8} \\ 13 \\ \underline{12} \\ 16 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

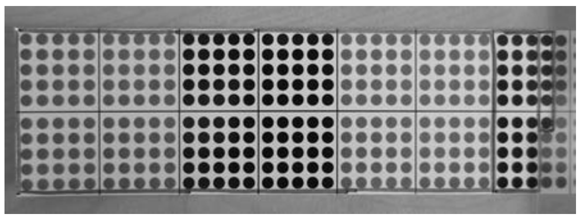
Notation des halbschriftlichen Rechenwegs im Vergleich zum schriftlichen Algorithmus

Veranschaulichung und Material

Auf den abwischbaren Punktefeldern (in Anlehnung an Wittmann / Müller 1992, S. 74 - 76) können Vorgehensweisen gemeinsam besprochen und weiterentwickelt werden. Zunächst wird der Dividend mit Hilfe des Abdeckstreifens auf dem Punktefeld gelegt. Anschließend wird dieser in kleinere Teilmengen zerlegt, die sich leicht im Kopf durch den Divisor teilen lassen. Diese Zerlegungen knüpfen an die in Baustein **N4 B** erarbeitete Vorstellung des Aufteilens an. Bei Schwierigkeiten sollte die Erarbeitung deshalb mit Fördereinheit 3 des Bausteins **N4 B** beginnen oder zunächst Einkreisungen in der Größe des Divisors vorgenommen werden. Auf diese Weise kann die Aufgabe 45 : 5 mit dem Material wie in der Abbildung gelöst werden. Der erhaltene Quotient gibt dabei Auskunft über die Anzahl der Teilmengen, also Antwort auf die Frage: „Wie oft passt die 5 in die 45?"



Hunderterpunktefeld mit großem Abdeckstreifen



Tausenderpunktefeld mit kleinem Abdeckstreifen

Mit zunehmender Sicherheit vergrößern die Lernenden die Teilmengen, ohne den Divisor noch einzeichnen zu müssen. Aus der Einteilung in der Abbildung oben kann so der Rechenweg zur Aufgabe 336 : 3 entstehen:

$$\begin{array}{r} \underline{336 : 3 = 112} \\ 300 : 3 = 100 \\ 30 : 3 = 10 \\ 6 : 3 = 2 \end{array}$$

Halbschriftlicher Rechenweg zur Aufgabe 336:3

Auf der Basis einer aufteilenden Vorstellung kann die Addition der Teilergebnisse erklärt werden: Die 3 passt hundertmal in die 300, zehnmal in die 30 und zweimal in die 6, in die 336 zusammen also 112-mal. Gleichzeitig kann die Distributivität im entstandenen Bild wiederum multiplikativ gedeutet – und damit das Ergebnis überprüft – werden, was bereits in Baustein **N6 B** thematisiert wurde.

Die Multiplikation spielt als Umkehrung der Division ebenso eine wichtige Rolle bei der Überprüfung der Ergebnisse und sollte als Möglichkeit zur selbstständigen Kontrolle während allen Fördereinheiten immer wieder aufgegriffen und thematisiert werden.

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus vier Fördereinheiten:

1 Divisions-Aufgaben mit Punktefeldern lösen
2 Rechenwege bei Divisions-Aufgaben
3 Rechenwege bei Divisions-Aufgaben mit Rest
4 Verschiedene Rechenwege bei Divisions-Aufgaben

Die Erarbeitung der halbschriftlichen Division beginnt in **Fördereinheit 1** mit der Veranschaulichung am Hunderter- und Tausenderpunktefeld. Aufbauend auf den am Material entwickelten Strategien des schrittweisen Zerlegens des Dividenden besprechen die Lernenden anschließend eigene Strategien ohne (**Fördereinheit 2**) und mit Rest (**Fördereinheit 3**). In **Fördereinheit 4** werden abschließend verschiedene Rechenwege verglichen, um mögliche Notationen der halbschriftlichen Division zu thematisieren und weiterzuentwickeln.

Weiterführende Literatur

KIRA (o.J.a): Schriftliche Division. http://www.kira.tu-dortmund.de/135

KIRA (o.J.b): Halbschriftliche Division. http://www.kira.tu-dortmund.de/138

KMK (2004): Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. München: Wolters Kluwer Deutschland.

Krauthausen, G. / Scherer, P. (2008): *Einführung in die Mathematikdidaktik.* Heidelberg: Spektrum.

Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2 – Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Stuttgart: Klett.

N6 C – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 30 - 45 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

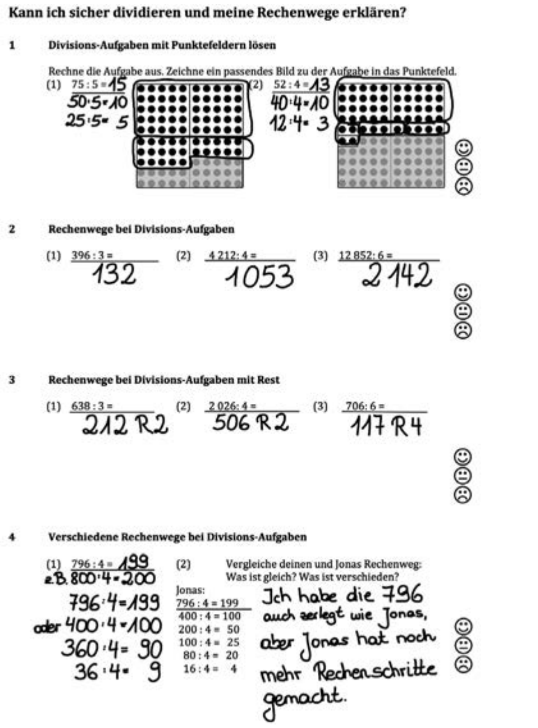
Vor der Durchführung sollte den Lernenden erklärt werden, dass sie nicht schriftlich dividieren sollen. Falls den Lernenden die Begrifflichkeiten nicht klar sind, kann der schriftliche Algorithmus für eine beliebige (nicht im Dokument) enthaltene Aufgabe an die Tafel geschrieben werden und anschließend darauf verwiesen werden, dass dieses Verfahren nicht genutzt werden soll.

Bei Schwierigkeiten zur Notation des Rechenwegs kann es helfen, die Lernenden aufzufordern, ihren Rechenweg / ihre Kopfrechnung mündlich zu erläutern. Anschließend werden sie gebeten, das mündlich Beschriebene aufzuschreiben.

3): Vor der Durchführung sollte den Lernenden erklärt werden, dass bei einigen der Aufgaben ein Rest entsteht und dafür die Restschreibweise verwendet werden darf.

4): Hier ggf. die Lernenden mündlich noch einmal darauf hinweisen, dass Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen (1) und (2) aufgeschrieben werden sollen.

Bei der Durchführung (wenn möglich) auf zählende Rechner achten, insbesondere bei Aufgabe 1.


Kann ich sicher dividieren und meine Rechenwege erklären?

1 Divisions-Aufgaben mit Punktefeldern lösen

Rechne die Aufgabe aus. Zeichne ein passendes Bild zu der Aufgabe in das Punktefeld.

(1) 75 : 5 = 15
50 : 5 = 10
25 : 5 = 5

(2) 52 : 4 = 13
40 : 4 = 10
12 : 4 = 3

2 Rechenwege bei Divisions-Aufgaben

(1) 396 : 3 = 132 (2) 4 212 : 4 = 1053 (3) 12 852 : 6 = 2142

3 Rechenwege bei Divisions-Aufgaben mit Rest

(1) 638 : 3 = 212 R2 (2) 2 026 : 4 = 506 R2 (3) 706 : 6 = 117 R4

4 Verschiedene Rechenwege bei Divisions-Aufgaben

(1) 796 : 4 = 199
z.B. 800 : 4 = 200
796 : 4 = 199
oder 400 : 4 = 100
360 : 4 = 90
36 : 4 = 9

(2) Vergleiche deinen und Jonas Rechenweg: Was ist gleich? Was ist verschieden?

Jonas:
796 : 4 = 199
400 : 4 = 100
200 : 4 = 50
100 : 4 = 25
80 : 4 = 20
16 : 4 = 4

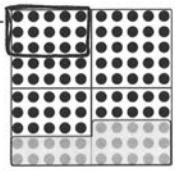
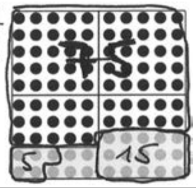
Ich habe die 796 auch zerlegt wie Jonas, aber Jonas hat noch mehr Rechenschritte gemacht.

Hinweise zur Auswertung:

Übergreifende Fehler

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
396 : 3 = 132 3 09 09 06 06 6	Lösung mithilfe des schriftlichen Algorithmus, eventuell keine halbschriftlichen Strategien vorhanden.	Überprüfen, ob halbschriftliche Strategien vorhanden sind, falls nötig Erarbeitung halbschriftlicher Strategien (1.1 - 1.2).
12 852: 6 = 2153 12000 : 6 = 2000 850 : 6 = 150 2 : 6 = 3	Dividend und Divisor werden vertauscht, wenn Divisor Vielfaches von Ziffer im Dividenden.	Auf Flüchtigkeitsfehler hin überprüfen. Rolle des Dividenden und Divisors beim Aufteilen mit Baustein **N4 B** erarbeiten.
4 212: 4 = 1503 4000 : 4 = 1000 200 : 4 = 50 12 : 4 = 3 2 026: 4 = 5051R2 2000 : 4 = 500 20 : 4 = 5 6 : 4 = 1R2	Teilergebnisse werden nicht stellenwertgerecht verrechnet (sondern wie im 2. Beispiel einfach nacheinander notiert).	Überprüfen, ob Flüchtigkeitsfehler in der Addition der Teilergebnisse. Bei systematischen Unsicherheiten zum Umgang mit den Teilergebnissen Verständnis erarbeiten (1.1 - 1.2). Ggf. Stellenwertverständnis mit Baustein **N1** erarbeiten.
(3) 12 852: 6 = 2108 12 000 : 6 = 2000 600 : 6 = 100 48 : 6 = 8	Dividend wird falsch oder nicht vollständig aufgeteilt.	Zerlegungen des Dividenden an Punktefeldern erarbeiten (1.1 - 1.2; dann 2.1 - 2.5).

Diagnoseaufgabe 1: Dividieren mit Punktefeldern

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
	75 : 5 = 15 50 : 5 = 10 25 : 5 = 5 	Im Punktefeld wird nur das Ergebnis dargestellt.	Förderung der Vorstellung des Aufteilens mit Baustein **N4 B** (3.1 - 3.5).
	75 : 5 = 15 50 : 5 = 10 25 : 5 = 5 15 	Es wird versucht möglichst alle Zahlen der Gleichung im Punktefeld zu markieren.	Förderung der Vorstellung des Aufteilens mit Baustein **N4 B** (3.1 - 3.5).

Diagnoseaufgabe 2: Divisions-Aufgaben zusammensetzen

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
(1)	396 : 3 = 124 300 : 3 = 100 96 : 3 = 24	Rechenfehler durch Aufteilung des Dividenden in zu große Teilaufgaben.	Mögliche Notationswege thematisieren (4.1 - 4.2).
(2)	4 212 : 4 = 4.000 : 4 = 1000 200 : 4 = 800 10 : 4 = 40 2 : 4 = 8	Es werden andere Operationen (hier Multiplikation) mit der Division vertauscht.	In der Regel Flüchtigkeitsfehler. Verständnis mündlich überprüfen. Bei systematischen Unsicherheiten halbschriftliche Strategie erarbeiten (1.1 - 1.2).
(3)	(3) 12 852 : 6 = 2108 12 000 : 6 = 2000 600 : 6 = 100 48 : 6 = 8	Dividend wird falsch oder nicht vollständig aufgeteilt.	Zerlegungen des Dividenden am Material erarbeiten (1.1 - 1.2).
	12 852 : 6 = 2108 R204 12000 : 6 = 2000 800 : 6 = 100 R200 52 : 6 = 8 R4	Falscher Umgang mit Zerlegungen, wenn einzelne Stellen (hier 8) keine Vielfachen des Divisors sind.	

Diagnoseaufgabe 3: Division mit Rest

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
(1)	638 : 3 = 216 R2 600 : 3 = 200 30 : 3 = 10 8 : 3 = 6 R2	Statt dem Quotienten (hier 2) wird der Teildividend (hier 6) als Ergebnis notiert.	In der Regel Flüchtigkeitsfehler, da der im Kopf behaltene Dividend aufgeschrieben wird. Bei systematischen Unsicherheiten Notationsmöglichkeiten des Restes thematisieren (3.1 - 3.3).
(3)	706 : 6 = 101 R100 700 : 6 = 100 R100 6 : 6 = 1	Falscher Umgang mit Zerlegungen, wenn einzelne Stellen (hier 8) keine Vielfachen des Divisors sind.	Zerlegungen des Dividenden am Material erarbeiten (1.1 - 1.2). Besondere Rolle des Restes thematisieren (3.1 - 3.3).

Diagnoseaufgabe 4: Rechenwege bei Divisionsaufgaben

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
(2)	„Ich habe genauso gerechnet wie Jonas."	Eventuell wurde der Rechenweg von Jonas nur abgeschrieben.	Mögliche Rechenwege thematisieren (4.1 - 4.2).
	Anderes Ergebnis als in (1) der unterschied ist Jonas hat kein Rest und ich schon	Fehler bei (1), anschließend wird auf unterschiedliche Ergebnisse eingegangen.	

1 Dividieren mit Punktefeldern

1.1 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Divisions-Aufgaben mit Aufteil-Strategie am Hunderter-Punktefeld lösen

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, großer Abdeckstreifen, Folienstifte

Umsetzung: UG

Voraussetzung: Diese Aufgabe knüpft direkt an die Aufgaben 3.3 - 3.5 des Bausteins **N4 B** an, in welchen Aufteil-Strategien zur Lösung von Divisions-Aufgaben erarbeitet werden. Bei Schwierigkeiten zu diesen Aufgaben zurückgehen und ein sicheres Verständnis der Division als Aufteilen aufbauen.

Hintergrund: Die Lernenden können hier mehrere additive und multiplikative Beziehungen erkennen.

Hintergrund: Die jeweils dritte Aufgabe setzt sich aus den vorherigen zusammen. Die Lernenden werden ggf. gebeten, die ersten beiden Aufgaben hintereinander (50 : 5, dann 25 : 5) in das Feld zu zeichnen, um diesen Zusammenhang zu erkennen.

1.1 Divisions-Aufgaben mit dem Hunderterpunktefeld lösen

a) Lege die Zahl 55 mit dem Hunderterpunktefeld und dem Abdeckstreifen. = 11
Erkläre, wie du mit Hilfe des Materials **55 : 5** lösen kannst.

b) Löse die Aufgaben mit dem Hunderterpunktefeld.

(1) 25 : 5 = 5
50 : 5 = 10
75 : 5 = 25

(2) 30 : 3 = 10
60 : 3 = 20
90 : 3 = 30

Beschreibe, wie sich die Aufgaben und die Ergebnisse verändern.
Erkläre mit dem Hunderterpunktefeld, warum sich die Ergebnisse so verändern.

c) Löse die Aufgaben mit dem Hunderterpunktefeld.

(1) 50 : 5 = 10
30 : 5 = 6
80 : 5 = 16

(2) 40 : 4 = 10
20 : 4 = 5
60 : 4 = 15

(3) 60 : 6 = 10
24 : 6 = 4
84 : 6 = 14

(4) 80 : 8 = 10
16 : 8 = 2
96 : 8 = 12

Beschreibe, wie sich die Aufgaben und die Ergebnisse verändern.
Erkläre mit dem Hunderterpunktefeld, warum sich die Ergebnisse so verändern.

1.2 Erarbeiten (30 - 40 Minuten)

Ziel: Divisions-Aufgaben mit Aufteil-Strategie am Tausender-Punktefeld lösen

Material: MB: Tausender-Punktefeld, kleiner Abdeckstreifen, Folienstifte

Umsetzung: a) UG; b), c) EA, dann UG

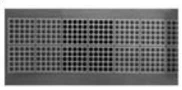
Voraussetzung: Diese Aufgabe setzt ein sicheres Verständnis der additiven Zerlegungen voraus, die am Hunderterpunktefeld in Aufgabe 1.1 erarbeitet wurden. Bei Aufgabe b) (2), sowie bei Aufgabe c) können keine Einkreisungen mehr in der Größe des Divisors vorgenommen werden, sondern es werden mehrere Schritte zusammengefasst.

Hintergrund: Die jeweils dritte Aufgabe setzt sich aus den vorherigen zusammen. Die Lernenden werden ggf. gebeten, die ersten beiden Aufgaben hintereinander (100 : 5, dann 25 : 5) in das Feld zu zeichnen, um diesen Zusammenhang zu erkennen.

1.2 Divisions-Aufgaben mit dem Tausenderpunktefeld lösen

a) Lege die Zahl 300 mit dem Tausenderpunktefeld und dem Abdeckstreifen.
Erkläre, wie du mit Hilfe des Materials **300 : 50** lösen kannst. = 6

b) Löse die Aufgaben mit Hilfe des Tausenderpunktefelds.



(1) 100 : 25 = 4
200 : 25 = 8
300 : 25 = 12
400 : 25 = 16

(2) 70 : 7 = 10
140 : 7 = 20
210 : 7 = 30
280 : 7 = 40

Beschreibe, wie sich die Aufgaben und die Ergebnisse verändern.
Erkläre mit dem Tausenderpunktefeld, warum sich die Ergebnisse so verändern.

c) Löse die Aufgaben mit Hilfe des Tausenderpunktefelds.

(1) 100 : 5 = 20
25 : 5 = 5
125 : 5 = 25

(2) 200 : 4 = 50
20 : 4 = 5
220 : 4 = 55

(3) 600 : 6 = 100
24 : 6 = 4
624 : 6 = 104

(4) 300 : 3 = 100
60 : 3 = 20
360 : 3 = 120

Beschreibe, wie sich die Aufgaben und die Ergebnisse verändern.
Erkläre mit dem Tausenderpunktefeld, warum sich die Ergebnisse so verändern.

2 Divisionsaufgaben zusammensetzen

2.1 - 2.2 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Divisions-Aufgaben abgelöst vom Material lösen

Material: MB: Tausender-Punktefeld, kleiner Abdeckstreifen, Folienstifte

Umsetzung: 2.1 a), b) EA; c) UG; d) EA oder PA; 2.2 a) EA; b) UG

Impuls: Wieso darf man die Ergebnisse der Aufgaben addieren? Diese Frage können die Lernenden mit Rückgriff auf das Material und den in Fördereinheit 1 erarbeiteten Strategien beantworten. Bei Schwierigkeiten bei Fördereinheit 1 beginnen.

2.1 Von einfachen zu zusammengesetzten Divisions-Aufgaben

a) Rechne aus.

(1)	(2)	(3)	(4)
400 : 4 = 100	700 : 7 = 100	800 : 8 = 100	300 : 3 = 100
8 : 4 = 2	70 : 7 = 10	40 : 8 = 5	120 : 3 = 40
408 : 4 = 102	770 : 7 = 110	840 : 8 = 105	420 : 3 = 140

Hilfestellung: Zur Ablösung vom Material werden die Lernenden aufgefordert, sich das Tausenderpunktefeld nur vorzustellen und mögliche Zerlegungen zu finden.

b) Rechne aus.

(1)	(2)	(3)	(4)
500 : 5 = 100	100 : 5 = 20	6000 : 6 = 1000	600 : 6 = 100
100 : 5 = 20	50 : 5 = 10	60 : 6 = 10	240 : 6 = 40
25 : 5 = 5	10 : 5 = 2	24 : 6 = 4	18 : 6 = 3
625 : 5 = 125	160 : 5 = 32	6084 : 6 = 1014	858 : 6 = 143

c) Wie hast du die letzte Aufgabe in jedem Päckchen gelöst? Erkläre dein Vorgehen.

d) Erfinde selbst ein Päckchen wie in Aufgabe a) oder b).

Zu beachten: In Aufgabe 2.1 wird den Lernenden verdeutlicht, dass es egal ist, wie viele Aufgaben das Päckchen hat. Dies kann in Aufgabe 2.2 dazu genutzt werden, zu verdeutlichen, dass es den Lernenden ebenso freigestellt ist, in wie vielen Schritten sie den Dividenden zerlegen.

2.2 Von zusammengesetzten zu einfachen Divisions-Aufgaben

a) Wie kannst du Aufgaben in einfachere Aufgaben zerlegen?

Beispiel:	(1)	(2)	(3)
327 : 3 = 109	981 : 9 = 109	1025 : 5 = 205	840 : 7 = 120
300 : 3 = 100	900 : 9 = 100	1000 : 5 = 200	700 : 7 = 100
27 : 3 = 9	81 : 9 = 9	25 : 5 = 5	140 : 7 = 20

Reflexion: Die Rechenwege der Lernenden werden verglichen, ohne kurze Rechenwege besonders hervorzuheben. Um Sicherheit zu gewinnen, ist es wichtig, dass die Lernenden nicht zu schnell zu große Zerlegungen (folglich wenig Rechenschritte) wählen.

b) Vergleicht eure Rechenwege. Was ist gleich? Was ist verschieden?

2.3 Üben (Aufgabengenerator)

Ziel: Zerlegen und Zusammensetzen des Dividenden automatisieren

Material: -

Umsetzung: PA

Voraussetzung: Diese Aufgabe baut auf den Aufgaben 2.1 und 2.2 auf, in welchen das Zusammensetzen und Zerlegen des Dividenden erarbeitet wurde, und automatisiert diese Rechnungen.

2.3 Divisions-Aufgaben zusammensetzen und zerlegen

Stellt euch gegenseitig Aufgaben:
Der eine setzt eine Geteilt-Aufgaben zusammen wie in 2.1 d).

Der andere muss die Aufgabe lösen, indem er sie wieder zerlegt wie in 2.2.
Wechselt euch ab.

3 Division mit Rest

3.1 - 3.2 **Erarbeiten (20 - 30 Minuten)**

Ziel: Divisions-Aufgaben mit Rest abgelöst vom Material lösen

Material: MB: Tausender-Punktefeld, kleiner Abdeckstreifen, Folienstifte

Umsetzung: 3.1 a), b) EA; c) UG; d) EA oder PA; 3.2 a) EA; b) UG

Impuls: Wieso darf man die Ergebnisse der Aufgaben addieren? Diese Frage können die Lernenden mit Rückgriff auf das Material und den in Fördereinheit 1 erarbeiteten Strategien beantworten. Bei Schwierigkeiten zurückgehen zu Fördereinheit 1.

3.1 Von einfachen zu zusammengesetzten Divisions-Aufgaben mit Rest

a) Rechne aus.

(1)	(2)	(3)	(4)
200 : 5 = 40	300 : 3 = 100	80 : 8 = 10	60 : 6 = 10
32 : 5 = 6 R2	28 : 3 = 9 R1	20 : 8 = 2 R4	38 : 6 = 6 R2
232 : 5 = 46 R2	328 : 3 = 109 R1	100 : 8 = 12 R4	98 : 6 = 16 R2

b) Rechne aus.

(1)	(2)	(3)	(4)
600 : 6 = 100	100 : 5 = 20	4 000 : 4 = 1000	4 000 : 2 = 2000
120 : 6 = 20	50 : 5 = 10	200 : 4 = 50	200 : 2 = 100
61 : 6 = 10 R1	12 : 5 = 2 R2	27 : 4 = 6 R3	27 : 2 = 13 R1
781 : 6 = 130 R1	162 : 5 = 32 R2	4 227 : 4 = 1056 R3	4 227 : 2 = 2113 R1

Impuls: Ggf. unter Rückgriff auf das Tausenderpunktefeld wird die besondere Rolle des Rests thematisiert und die Schreibweise für den Rest besprochen.

Zu beachten: In Aufgabe 3.1 wird den Lernenden verdeutlicht, dass es egal ist, wie viele Aufgaben das Päckchen hat. Dies kann in Aufgabe 3.2 dazu genutzt werden, zu verdeutlichen, dass es den Lernenden ebenso freigestellt ist, in wie vielen Schritten sie den Dividenden zerlegen.

c) Wie hast du die letzte Aufgabe in jedem Päckchen gelöst? Erkläre dein Vorgehen.

d) Erfinde selbst ein Päckchen wie in a) oder b).
Die letzte Aufgabe im Päckchen soll einen Rest haben.

Hilfestellung: Zur Ablösung vom Material werden die Lernenden aufgefordert, sich das Tausenderpunktefeld nur vorzustellen und mögliche Zerlegungen zu finden.

3.2 Von zusammengesetzten zu einfachen Divisions-Aufgaben mit Rest

a) Wie kannst du Aufgaben in einfachere Aufgaben zerlegen?

Beispiel:	(1)	(2)	(3)
425 : 4 = 106 R1	739 : 7 = 105 R4	924 : 9 = 102 R6	430 : 3 = 143 R1
400 : 4 = 100	700 : 7 = 100	900 : 9 = 100	300 : 3 = 100
25 : 4 = 6 R1	39 : 7 = 5 R4	24 : 9 = 2 R6	120 : 3 = 40
			10 : 3 = 3 R1

b) Vergleicht eure Rechenwege. Was ist gleich? Was ist verschieden?

Reflexion: Die Rechenwege der Lernenden werden verglichen, ohne kurze Rechenwege besonders hervorzuheben. Um Sicherheit zu gewinnen, ist es wichtig, dass die Lernenden nicht zu schnell zu große Zerlegungen (folglich wenig Rechenschritte) wählen.

b) Vergleicht eure Rechenwege. Was ist gleich? Was ist verschieden?

3.3 **Üben (Aufgabengenerator)**

Ziel: Zerlegen und Zusammensetzen des Dividenden automatisieren

Material: -

Umsetzung: PA

Voraussetzung: Diese Aufgabe baut auf den Aufgaben 3.1 und 3.2 auf, in welchen das Zusammensetzen und Zerlegen des Dividenden erarbeitet wurde, und automatisiert diese Rechnungen.

3.3 Divisions-Aufgaben mit Rest zusammensetzen und zerlegen

Stellt euch gegenseitig Aufgaben:
Die eine setzt eine Geteilt-Aufgaben zusammen wie in 3.1 d).
Die Aufgabe soll einen Rest haben.

Der andere muss die Aufgabe lösen, indem er sie wieder zerlegt wie in 3.2.
Wechselt euch ab.

4 Rechenwege bei Divisionsaufgaben

4.1 Erarbeiten (15 - 25 Minuten)

Ziel: Verschiedene Zerlegungen bei Divisions-Aufgaben verstehen

Material: -

Umsetzung: a) EA oder PA; b), c), d) UG

Hintergrund: Fördereinheit 4 thematisiert die Notation von Rechenwegen. Dennoch sollten die Lernenden nicht zu kurzen Rechenwegen gedrängt werden, sondern sich in der Wahl ihrer Zerlegungen des Dividenden frei fühlen und diese von sich aus bei ausreichender Sicherheit verkürzen.

Methode: Aufgabenteil c) darf zu Beginn noch nicht sichtbar sein. Aufgabe a) und b) mündlich stellen, oder Aufgabe c) abdecken.

4.1 Wie viel Geld bekommt jeder?

a) Maurice, Dilara und Jonas haben gemeinsam 84 €.
Das Geld wollen sie gerecht teilen. Wie viel Geld bekommt jedes Kind?
Schreibe deinen Rechenweg auf.

b) Vergleicht eure Rechenwege.

c) Dilara und Maurice haben die Aufgabe so gelöst.

Dilara:	Maurice:
84 : 3 = 28	84 : 3 = 28
30 : 3 = 10	60 : 3 = 20
30 : 3 = 10	15 : 3 = 5
24 : 3 = 8	9 : 3 = 3

Beschreibe, wie die Kinder rechnen.
Was ist gleich in den beiden Rechenwegen? Was ist verschieden?

d) Was meint Dilara? Erkläre.

Ich zerlege die Zahl, die ich teilen will, in kleinere Zahlen.

Dilara

Reflexion: Sowohl Dilara als auch Maurice teilen den Dividenden in kleinere Zahlen. Dilara macht einen zusätzlichen Schritt in der Zerlegung der 60, Maurice zerlegt dafür die 24.

4.2 Erarbeiten und Üben (15 - 25 Minuten)

Ziel: Notation des Rechenwegs verkürzen

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG; c), d), e) EA

4.2 Rechenwege vereinfachen

a) Rechne die beiden Aufgaben. Schreibe deinen Rechenweg in dein Heft.
(1) 175 : 5 = 35 (2) 625 : 5 = 125

b) Vergleicht eure Rechenwege.

c) Rechne die Aufgabe 256 : 4. = 64

d) Ist dein Rechenweg in Aufgabe c) der kürzeste Weg?
Kannst du einen noch kürzeren Weg finden?

e) Kontrolliere dein Ergebnis aus Aufgabe c).
Mache dazu eine Probe mit einer passenden Malaufgabe.

Impuls: Begründe, wieso ist dies der kürzeste Weg? Hier kann den Lernenden auffallen, dass der ‚kürzeste' Rechenweg die Aufgabe selbst, nämlich keine Zerlegung des Dividenden wäre, dies aber nur Sinn macht, wenn die Aufgabe auch in einem Schritt im Kopf gelöst werden kann. Auf diese Weise kann besprochen werden, dass nicht die kürzeste Notationsweise die beste ist, sondern die Notation eine Hilfestellung zur Lösung der Aufgabe darstellt.

Name:

Datum:

Kann ich sicher mit Stufenzahlen multiplizieren und dividieren?

1 Mit 10 multiplizieren

(1) $37 \cdot 10 =$ ____________ (2) $10 \cdot 358 =$ ____________

2 Durch 10 dividieren

(1) $630 : 10 =$ ____________ (2) $30\,630 : 10 =$ ____________

3 Mit 100 und 1000 multiplizieren und dividieren

(1) $37 \cdot 100 =$ ____________ (2) $37 \cdot 1\,000 =$ ____________

4 Multiplikation und Division mit Stufenzahlen

(1) $20 \cdot 30 =$ ____________ (2) $50 \cdot 600 =$ ____________

(3) $250 : 5 =$ ____________ (4) $2\,000 : 5 =$ ____________

Standortbestimmung – Baustein N6 B

Name:

Datum:

Kann ich sicher multiplizieren und meine Rechenwege erklären?

1 Multiplizieren bis 100

(1) 6 · 4 = ________ (2) 9 · 6 = ________

2 Multiplizieren bis 200

(1) 6 · 14 = ________ (2) 4 · 19 = ________ (3) 19 · 6 = ________

3 Multiplizieren bis 400

(1) 16 · 14 = ________ Beschreibe, wie du die Aufgabe gelöst hast.

4 Multiplizieren mit dem Malkreuz

a) (1) 3 · 246 = ________ (2) 12 · 246 = ________ (3) 3 · 206 = ________

b) Rechne die Aufgaben mit dem Malkreuz. Kreuze an:

☐ Ich kenne das Malkreuz gut. ☐ Ich kenne das Malkreuz nicht.
☐ Ich weiß nicht mehr genau, wie man mit dem Malkreuz rechnet.

(1) **15 · 13 =** ________ (2) **24 · 127 =** ________

·		

+

+

·			

+ +

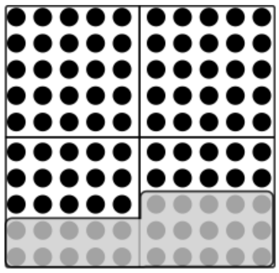
+

Kann ich sicher dividieren und meine Rechenwege erklären?

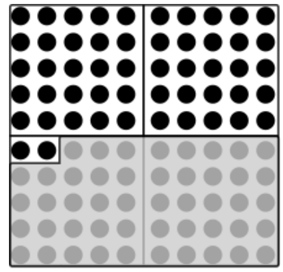
1 Divisions-Aufgaben mit Punktefeldern lösen

Rechne die Aufgabe aus. Zeichne ein passendes Bild zu der Aufgabe in das Punktefeld.

(1) 75 : 5 = ______



(2) 52 : 4 = ______



2 Rechenwege bei Divisions-Aufgaben

(1) 396 : 3 = ______ (2) 4 212: 4 = ______ (3) 12 852: 6 = ______

3 Rechenwege bei Divisions-Aufgaben mit Rest

(1) 638 : 3 = ______ (2) 2 026: 4 = ______ (3) 706: 6 = ______

4 Verschiedene Rechenwege bei Divisions-Aufgaben

(1) 796 : 4 = ______

(2) Vergleiche deinen und Jonas Rechenweg:
Was ist gleich? Was ist verschieden?

Jonas:

796 : 4 = 199

400 : 4 = 100
200 : 4 = 50
100 : 4 = 25
80 : 4 = 20
16 : 4 = 4