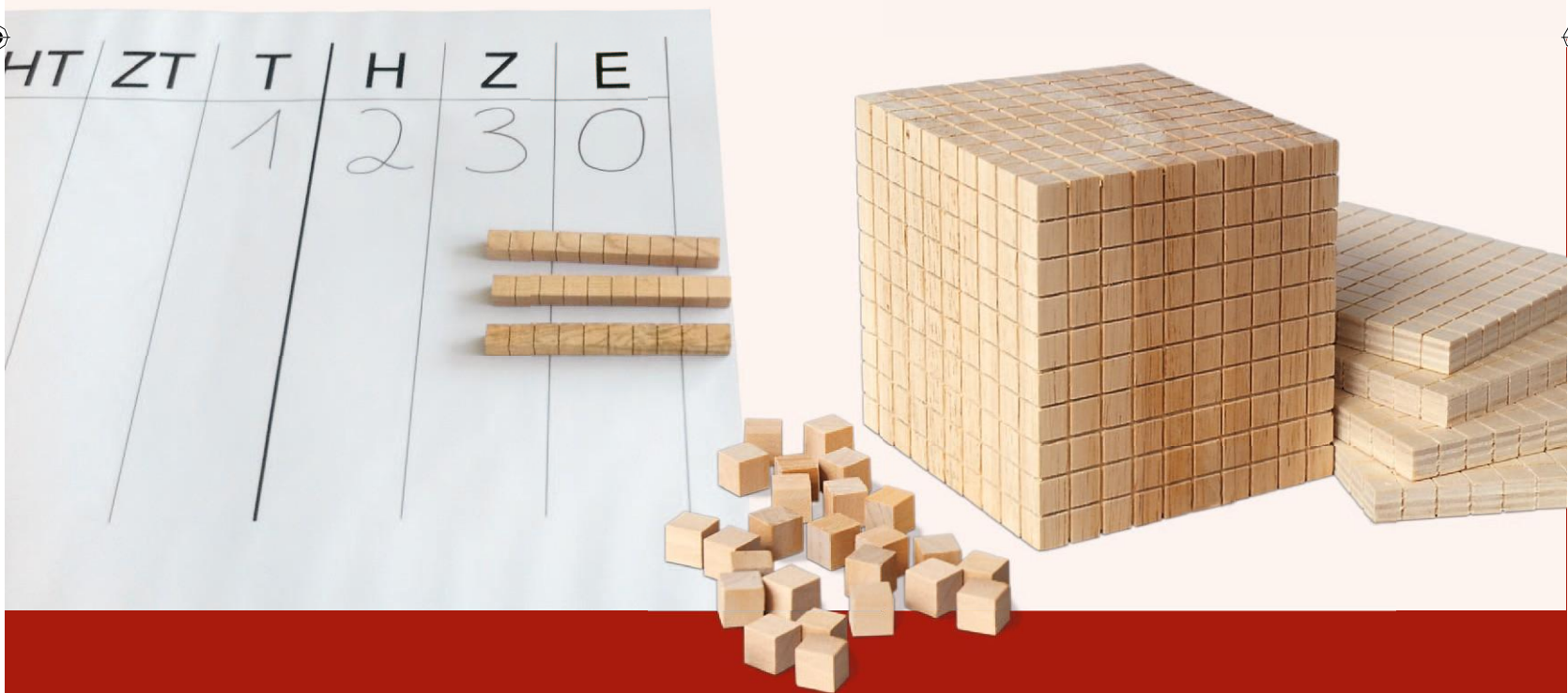


Mathe sicher können

Auszug
"N4 – Multiplikation und
Division verstehen" aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Natürliche Zahlen

Ermöglicht durch

Deutsche
Telekom
Stiftung




Cornelsen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenböcker
Stephan Hußmann

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 15 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.



Standortbestimmung – Baustein N4 B

Name: _____

Datum: _____


15 Basiskompetenzen
gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Mit Division gerecht verteilen

Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?
Schreibe eine passende Geteilt-Aufgabe auf: _____

Zeichne ein Bild:




Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.

1 Mit Division gerecht verteilen


1.1 Bonbons gerecht verteilen

a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Verteile die Bonbons gerecht.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?

Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.

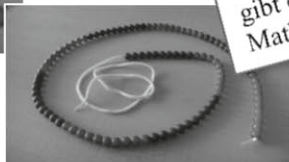
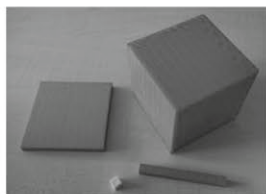
b)  Vergleiche eure Lösungen zur Aufgabe a).
Schreibt eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

c) Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf und rechne sie aus.



Förderung:
Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



Material:
Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

Mathe sicher können

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Natürliche Zahlen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

Entwickelt und Erprobt von
Kathrin Akinwunmi
Theresa Deutscher
Corinna Mosandl
Marcus Nührenbörger
Christoph Selter

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können`, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

Herausgeber: Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger, Stephan Hußmann

Autorinnen und Autoren: Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher, Corinna Mosandl, Marcus Nührenbörger, Christoph Selter

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger

Illustration der Figuren: Andrea Schink

Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind, wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt.

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.

Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht werden.

Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.


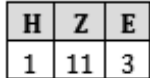

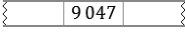



Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-004901-1



PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig
bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten
Quellen.
www.pefc.de

Inhaltsverzeichnis der Handreichung Natürliche Zahlen

Hintergrund des Diagnose- und Förderkonzepts (Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger & Stephan Hußmann)		
	Ausgangspunkte und Leitideen	7
	Strukturierung des Diagnose- und Fördermaterials	7
	Strukturierung der Handreichung	9
Einbettung 1: Lernförderliche Unterrichtsmethoden (Gastbeitrag von Bärbel Barzel, Markus Ehret, Raja Herold & Timo Leuders)		
		13
Einbettung 2: Anregung und Unterstützung der fachbezogenen Unterrichtsentwicklung (Gastbeitrag von Olivia Mitas & Martin Bonsen)		
		17
Zahlverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen		
N1 Stellenwerte verstehen (Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger)		
	N1 A Ich kann Zahlen mit Material lesen und darstellen	21
	N1 B Ich kann bündeln und entbündeln	30
N2 Zahlen ordnen und vergleichen (Corinna Mosandl & Marcus Nührenbörger)		
	N2 A Ich kann Zahlen am Zahlenstrahl lesen und darstellen	40
$765 < 7_5$	N2 B Ich kann Zahlen miteinander vergleichen und der Größe nach ordnen	49
	N2 C Ich kann zu Zahlen Nachbarzahlen angeben und in Schritten zählen	58
Operationsverständnis – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen		
N3 Addition und Subtraktion verstehen (Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi & Christoph Selter)		
	N3 A Ich kann Additions- und Subtraktions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	67
N4 Multiplikation und Division verstehen (Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter)		
	N4 A Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	78
	N4 B Ich kann Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt	89

Zahlenrechnen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

N5 Addieren und Subtrahieren

(Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi & Christoph Selter)

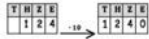
$$\begin{array}{r} 46 + 32 = 78 \\ 46 + 30 = 76 \\ 76 + 2 = 78 \end{array}$$

N5 A Ich kann sicher addieren und subtrahieren und meine Rechenwege erklären

99

N6 Multiplizieren und dividieren

(Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter)



N6 A Ich kann sicher mit Stufenzahlen multiplizieren und dividieren

108



N6 B Ich kann sicher multiplizieren und meine Rechenwege erklären

117

$$\begin{array}{r} 155 : 5 = 31 \\ 150 : 5 = 30 \\ 5 : 5 = 1 \end{array}$$

N6 C Ich kann sicher dividieren und meine Rechenwege erklären

127

Ziffernrechnen – Hinweise zu den Diagnose- und Förderbausteinen

N7 Schriftlich addieren und subtrahieren

(Theresa Deutscher, Kathrin Akinwunmi & Christoph Selter)

$$\begin{array}{r} 542 \\ + 315 \\ \hline 857 \end{array}$$

N7 A Ich kann schriftlich addieren und das Rechenverfahren erklären

135

$$\begin{array}{r} 785 \\ - 362 \\ \hline 423 \end{array}$$

N7 B Ich kann schriftlich subtrahieren und das Rechenverfahren erklären

144

N8 Schriftlich multiplizieren

(Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Christoph Selter)

$$\begin{array}{r} 72 \cdot 93 \\ 648 \\ 216 \\ \hline 6696 \end{array}$$

N8A Ich kann schriftlich multiplizieren und das Rechenverfahren erklären

153

Kopiervorlagen

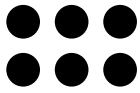
163

Standortbestimmungen (Diagnosebausteine)

(Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher & Corinna Mosandl)

Auswertungstabellen

Kopiervorlagen für die Förderung



N4 A Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Multiplikation ist von besonderer Bedeutung für das weitere Lernen in der Sekundarstufe. Einerseits stellt es die Grundlage für das Verstehen von Rechenwegen und -gesetzen dar. Andererseits wird es benötigt, um multiplikative Situationen als solche (auch im Alltag) erkennen und nutzen zu können. Studien zeigen jedoch auf, dass gerade schwächere Lernende kein ausreichendes Verständnis der Multiplikation besitzen (Bönig 1995). Stattdessen fokussieren sie sich auf das Auswendig-Wissen von Einmaleins-Aufgaben ohne zu hinterfragen, was Multiplikation überhaupt bedeutet.

In diesem Baustein geht es um den Erwerb der Kompetenz, multiplikative Strukturen in verschiedenen Darstellungen zu deuten und ineinander zu übersetzen. Im Vordergrund stehen dabei immer Begründungen der Lernenden zu der Frage „Warum passen Multiplikations-Aufgabe und Bild (bzw. Rechen-geschichte) zusammen?“ Die Lernenden übersetzen zwischen Würfelbildern, lebenswirklichen Bildern, Punktefeldern, Rechengeschichten und Zahlenstrahl-Darstellungen. Dabei lernen sie, die multiplikative *Relation* zwischen Term und Bild abzugleichen (Das Bild passt zur Aufgabe $3 \cdot 5$, wenn ich drei Fünfer erkennen kann), anstatt sich auf *Einzelelemente* zu beschränken (Das Bild passt, wenn ich eine 3 und eine 5 sehen kann) oder ausschließlich auf das *Ergebnis* zu achten (Das Bild passt, wenn ich 15 erkennen kann) (Kuhnke 2013).

In Punktefeldern lässt sich das Kommutativgesetz und seine Allgemeingültigkeit erkennen. In gruppierten und linearen Darstellungen (z.B. Würfelbilder und Zahlenstrahlabbildungen) besitzen Multiplikator und Multiplikand hingegen grundsätzlich verschiedene Rollen. Diese zu verstehen, ist für das Verständnis der Multiplikation bedeutsam, weshalb die Bedeutung der einzelnen Faktoren durchgängig thematisiert und hinterfragt werden sollte.

ACHTUNG: Oftmals lernen die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht der Grundschule, dass der erste Faktor die Rolle des Multiplikators (wie viele Gruppen?) und der zweite Faktor die Rolle des Multiplikanden (wie viele Elemente in jeder Gruppe?) besitzt. Insbesondere Lernende mit anderen Erstsprachen (z.B. türkisch) können ggf. an andere Konventionen gewöhnt sein. Solche Konventionen müssen erneut besprochen werden.



Veranschaulichung und Material

Flächige Darstellungen und Punktefelder

Punktefelder sind die wichtigsten Darstellungen der Multiplikation, insbesondere durch ihre Nutzungsmöglichkeit für die Veranschaulichung von Rechengesetzen und für multiplikative Strukturen in anderen Zahlberei-

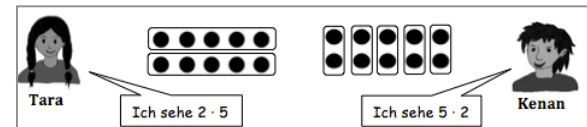
chen und der Algebra (Wittmann / Müller 1990, S. 110 - 116). Bei der Thematisierung von multiplikativen Deutungen in Punktefeldern ist zu erarbeiten, warum in einem rechteckigen Punktefeld eine Multiplikation gesehen werden kann. Ohne dieses Verständnis orientieren sich die Lernenden leicht ausschließlich daran, beim Punktefeld die Randpunkte zu zählen, um eine passende Aufgabe zu finden.

Welche Bilder passen zu der Aufgabe $3 \cdot 4 = 12$? Kreuze an und erkläre.

	<input checked="" type="checkbox"/> Passt.	Begründung: weil drei Kreise nach unten und vier nach rechts gehen.
	<input type="checkbox"/> Passt nicht.	
	<input checked="" type="checkbox"/> Passt.	Begründung: weil drei Kreise hoch gehen und vier nach rechts.
	<input type="checkbox"/> Passt nicht.	

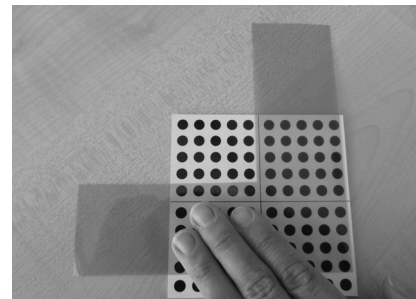
Deutung und Begründung von Darstellungen in der Diagnose zur Multiplikation

In Grundschulbüchern wird meist einheitlich die Konvention genutzt, dass die Anzahl der Zeilen durch den Multiplikator, die Anzahl der Spalten des Punktefeldes durch den Multiplikanden angegeben wird. Den Lernenden sollte verdeutlicht werden, dass es sich hierbei nur um eine Vereinbarung zur einheitlichen Kommunikation über die Punktefelder handelt, während grundsätzlich flexible Strukturierungen des Punktefeldes wünschenswert sind (vgl. Aufgabe 3.1).

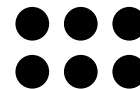


Mögliche multiplikative Strukturierungen von Punktefeldern

Um den Lernenden das Arbeiten mit Punktefeldern zu erleichtern, wird das Hunderterpunktefeld in Verbindung mit dem Malwinkel genutzt (vgl. Aufgabe 3.1 und 3.3). Eine Beschreibung des Materials findet sich in Baustein N6 B.

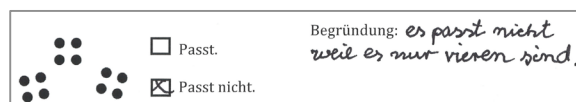


Das Hunderterpunktefeld mit Malwinkel



Gruppierte Darstellung und Würfelbilder

Die Multiplikation in gruppierten Darstellungen zu erkennen, fällt einigen Lernenden besonders schwer, da nicht beide Faktoren als Objekte sichtbar sind, sondern der Multiplikator (1. Faktor) nur als Anzahl von Gruppen vorliegt (vgl. Abbildung: drei Vierergruppen).



Deutung und Begründung einer Darstellung in der Diagnose zur Multiplikation

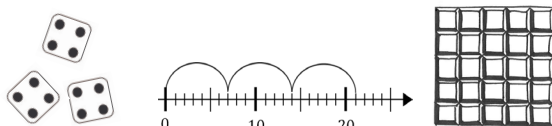
Gruppierte Darstellungen werden in der Fördereinheit 1 genutzt, um das grundlegende Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Gruppen (bzw. rechnerisch als wiederholte Addition gleicher Summanden) zu erarbeiten. Dazu werden Würfelbilder verwendet. Aus der zeitlich-sukzessiven Handlung des Würfeln (*einmal vier, zweimal vier, dreimal vier* würfeln) wird das räumlich-simultane Würfelbild *dreimal vier* und der passende Term $3 \cdot 4$ erstellt.

Lineare Darstellung

Für die Erarbeitung linearer Vorstellungen zur Multiplikation wird in diesem Baustein der Zahlenstrahl genutzt, an welchem sich die Multiplikation als eine Reihe gleichgroßer Sprünge darstellen lässt (vgl. Wittmann / Müller 2012, S. 72 - 77; Schipper 2009, S. 148). Dieses Verständnis ist beispielsweise auch bei der Multiplikation von Dezimalzahlen bedeutsam und wird dort wieder aufgegriffen (Bausteine **D4 A** und **D4 B**, Förderbausteine Brüche, Prozente, Dezimalzahlen). Für die Erarbeitung ist ein grundlegendes Verständnis des Zahlenstrahls Voraussetzung (Baustein **N2**).

Sachsituationen in Wort und Bild

Gerade bei Lernenden, deren Verständnis der Multiplikation bislang auf das Faktenwissen von Einmaleins-Aufgaben beschränkt war, ist es notwendig, einfache Umweltbezüge in Bildern (Fördereinheit 2) oder Rechengeschichten (Fördereinheit 4) mit Mal-Aufgaben in Beziehung zu setzen, um die Multiplikation für verschiedene Sachsituationen anwendbar zu machen. Die Fördereinheiten fordern Begründungen ein, weshalb ein Bild oder eine Rechengeschichte zu einer Multiplikation passt (bzw. sich mit dieser berechnen lässt).



Verschiedene Darstellungen der Aufgabe $3 \cdot 4$ – Würfelbild, Zahlenstrahl und Sachsituation

Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus fünf Fördereinheiten:

- 1 Multiplikation und Würfelbilder
- 2 Multiplikation in der Umwelt
- 3 Multiplikation und Punktebilder
- 4 Multiplikation und Rechengeschichten
- 5 Multiplikation am Zahlenstrahl

Dieser Baustein beginnt in **Fördereinheit 1** mit der Erarbeitung eines Verständnisses von gruppierten Darstellungen und Würfelbildern. Durch ein Würfelspiel steht zunächst das zeitlich-sukzessive Herstellen von multiplikativen Strukturen im Vordergrund, das anschließend mit statischen Würfelbildern in Beziehung gesetzt wird.

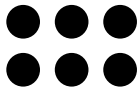
In **Fördereinheit 2** werden Darstellungswechsel zwischen bildlichen Darstellungen mit alltagsweltlichem Bezug und Termen erarbeitet. Bei der Arbeit mit Punktefeldern setzen sich die Lernenden in **Fördereinheit 3** mit Übersetzungsprozessen zwischen Multiplikations-Aufgaben und flächigen Darstellungen auseinander. Durch die Nutzung eines Hunderterpunktefeldes und eines Malwinkels vertiefen und automatisieren die Lernenden in dieser Fördereinheit das Finden eines passenden Punktebildes zum Term und andersrum.

In **Fördereinheit 4** erstellen die Lernenden eigene Rechengeschichten zu vorgegebenen Bildern oder Termen und bewerten, ob eine gegebene Rechengeschichte zu einer Multiplikationsaufgabe passt.

Fördereinheit 5 erarbeitet anhand des Zahlenstrahls lineare Vorstellungen zur Multiplikation und vertieft diese durch verschiedene Übungsformate.

Literatur

- Bönig, D. (1995): Multiplikation und Division. Empirische Untersuchung zum Operationsverständnis bei Grundschulern. Münster: Waxmann.
- Kuhnke, K. (2013): Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel: Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr. Springer Spektrum: Wiesbaden.
- Schipper, W. (2009): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Westermann Schroedel.
- Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (1990): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1 – Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett.
- Wittmann, E. / Müller, G.N. (2012): Das Zahlenbuch 2. Stuttgart: Klett.



N4 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 20 - 30 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Sollten während der Durchführung bei Aufgabe 1 oder 2 ungewöhnliche bzw. nicht verständliche Lösungen auftreten, werden die Lernenden gebeten, auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt Begründungen ihrer Terme zu formulieren bzw. auch ihre Strukturierungen in das Bild (insbesondere der Schokolade) zu zeichnen.

Bei Schwierigkeiten zum Begriff ‚Rechengeschichte‘ kann ein Verweis auf das Beispiel helfen: Hier oben im Beispiel ist eine Rechengeschichte. Jetzt sollst du zu der Aufgabe $6 \cdot 5$ eine eigene Rechengeschichte erfinden.

Bei Abgabe des Blattes sollte die Lehrkraft kontrollieren, ob Aufgabe 4 verstanden wurde. Ggf. werden die Lernenden um eine weitere Bearbeitung auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt gebeten.

Kann ich Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Multiplikation und Würfelbilder

a) Schreibe zu dem Würfelbild eine passende Mal-Aufgabe auf.
 Mal-Aufgabe: $3 \cdot 2 = 6$

b) Zeichne ein Würfelbild, das zur Aufgabe $2 \cdot 6 = 12$ passt.

2 Multiplikation in der Umwelt

Schreibe zu dem Schokoladen-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.
 Mal-Aufgabe: $3 \cdot 5 = 15$
 $5 \cdot 3 = 15$

3 Multiplikation und Punktebilder

Welche Bilder passen zu der Aufgabe $3 \cdot 4 = 12$? Kreise ein.

4 Multiplikation und Rechengeschichten

Rechts siehst du eine Rechengeschichte.
 Erfinde eine eigene Rechengeschichte zur Aufgabe $6 \cdot 5$.

Rechengeschichte: Tim packt 9 Bonbons. In jede Tüte packt er 10 Bonbons. Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt?
 Frage: $9 \cdot 10 = 90$
 Antwort: Tim verpackt insgesamt 90 Bonbons.

Meine Rechengeschichte: Lisa geht sechsmal in den Keller und holt jedes Mal fünf Flaschen.
 Frage: Wie viele Flaschen hat Lisa geholt?
 Mal-Aufgabe: $6 \cdot 5 = 30$
 Antwort: Lisa hat 30 Flaschen geholt.



5 Multiplikation am Zahlenstrahl

a) Schreibe zu dem Zahlenstrahl-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.
 Mal-Aufgabe: $3 \cdot 4 = 12$

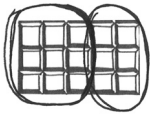
b) Zeichne zu der Mal-Aufgabe ein passendes Bild in den Zahlenstrahl:
 $3 \cdot 5$

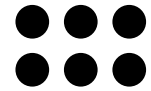
Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Multiplikation und Würfelbilder





Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a)		
$4 \cdot 2$ oder $2 \cdot 4$	Zwei Zweien werden verknüpft, um zwei Zahlen zu erhalten, die für die Bildung einer Aufgabe notwendig sind.	Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen (gruppierte Darstellungen) erarbeiten (1.1 - 1.3).
$2 \cdot 2 \cdot 2$	Alle sichtbaren Zahlen werden verwendet.	
b)		
	Die Lernenden übersetzen die einzelnen Symbole der Aufgabe in eine bildliche Darstellung anstelle der Struktur.	Oftmals übersetzen die Lernenden auf diese Weise trotz eines vorhandenen Verständnisses der Multiplikation: Darstellungswechsel thematisieren (1.1 - 1.3).
	In Anlehnung an den Fehler ‚ $4 \cdot 2$ ‘ bei 1a) stellen die Lernenden den Faktor 4 durch zwei Zweien dar.	

Diagnoseaufgabe 2: Multiplikation in der Umwelt

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$9 \cdot 6$ 	Das Feld wird additiv zerlegt und die Summanden dann als Faktoren genutzt.	Nur wenn Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen gesichert ist (1.1 - 1.3), Darstellungswechsel der Multiplikation an lebensweltlichen Situationen erarbeiten (2.1).
z.B. $3 \cdot 15$ oder $5 \cdot 5 \cdot 5$	Auf verschiedene Weisen werden Zahlen konstruiert (hier 1) Anzahl der Reihen und Gesamtanzahl; 2) Stücke pro Reihe) und diese als Faktoren genutzt.	



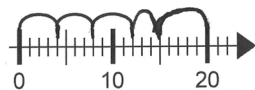
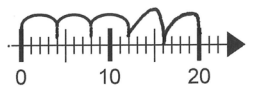
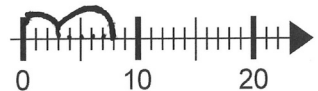
Diagnoseaufgabe 3: Multiplikation und Punktbilder

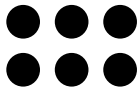
Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
1)  <input type="checkbox"/> Passt. <input checked="" type="checkbox"/> Passt nicht. Begründung: weil es zu wenig Kreise sind.	Falsche Lösung beruht auf einem Verzählen beim Bestimmen der Anzahl der Punkte.	Verständnis mdl. überprüfen. Multiplikation in flächigen Darstellungen thematisieren (3.1 - 3.3).
2)  <input checked="" type="checkbox"/> Passt. <input type="checkbox"/> Passt nicht. Weil hier sieben Punkte gibt 3 Punkte oben und 4 Punkte unten.	Die einzelnen Faktoren werden als Anzahlen in dem Bild interpretiert, die multiplikative Struktur wird ignoriert.	Oftmals übersetzen die Lernenden auf diese Weise trotz eines vorhandenen Verständnisses der Multiplikation: Darstellungswechsel thematisieren (3.2).
3)  <input checked="" type="checkbox"/> Passt. <input type="checkbox"/> Passt nicht. Begründung: Dieses Bild passt weil da die gleiche Aufgabe ist wie oben.	Rechteckskonvention: Winkel eines Rechtecks wird mit Multiplikation identifiziert.	Multiplikation in flächigen Darstellungen (3.2) thematisieren und Begründungen für multiplikative Deutungen erarbeiten.
4)  <input type="checkbox"/> Passt. <input checked="" type="checkbox"/> Passt nicht.	Gruppierte Darstellungen sind nicht bekannt.	Verständnis gruppierter Darstellungen überprüfen und ggf. erarbeiten (1.1 - 1.3).

Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Rechengeschichten

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Ich habe 6 Bonbons und esse 5 $6 \cdot 5 = 30$	Geschichte passt zu einer anderen Operation (vorwiegend Subtraktion).	Wechselseitige Übersetzungen von multiplikativen Handlungen und Termen erarbeiten (4.1 - 4.4).
Anna hat heute Geburtstag Sie wird 6 Jahre alt. Sie hat 5 Freundinnen eingeladen. $6 \cdot 5 = 30$	Geschichte lässt keine mathematische Operation zu.	
Meine Rechengeschichte: In 3 Autos fahren immer 5 Leute. Frage: Wie viele fahren? Mal-Aufgabe: $3 \cdot 5 = 15$ Antwort: 15 Leute fahren mit.	Die Operation ist richtig, jedoch werden die Zahlen verändert.	Verständnis überprüfen. Meist kein Förderbedarf vorhanden, nicht selten Flüchtigkeitsfehler.

Diagnoseaufgabe 5: Multiplikation am Zahlenstrahl

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a)  Mal-Aufgabe: $3 \cdot 2 = 6$	Nur die Anzahl der Bögen wird betrachtet, nicht die Länge. Oftmals werden Bögen bis zur 20 ergänzt.	Oftmals kein Verständnis des Zahlenstrahls vorhanden (Baustein N2). Lineare Darstellungen der Multiplikation am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 - 5.3).
$5 \cdot 4 = 20$	Es werden Aufgaben zu den sichtbaren Zahlen 10 oder 20 konstruiert.	
 Mal-Aufgabe: $4 \cdot 5 = 20$	Die fehlenden Bögen werden ergänzt und dann multiplikativ betrachtet.	Aufgabenverständnis mündlich überprüfen. Oftmals kein Förderbedarf.
b) 	Die Faktoren 3 und 5 werden einzeln übersetzt und bildlich dargestellt.	Oftmals kein Verständnis des Zahlenstrahls vorhanden (Baustein N2). Lineare Darstellungen der Multiplikation am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 - 5.3).



1 Multiplikation und Würfelbilder

1.1 Erarbeiten (35 - 45 Minuten)

Ziel: Multiplikation als effizienten Rechenweg bei der Berechnung von Würfelpunkten verstehen; Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation erkennen und erklären

Material: MB: a) 5 Würfel pro Schüler, b, d) ggf. 10 Würfel pro Gruppe

Umsetzung: a) Spiel (GA), dann UG; b) EA; c) UG; d) EA

Impuls: Begriffe *Multiplikation* und *Mal-Aufgabe* als Synonyme thematisieren.

Hintergrund: Spiel mündlich erklären. Jeder Spieler würfelt dreimal hintereinander. Nach dem 1. Wurf entscheidet er sich für eine Augenzahl, die er sammelt (i.d.R. eine Zahl, die im 1. Wurf oft vorkommt) und legt Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Beim 2. und beim 3. Wurf mit den restlichen Würfeln legt er jeweils weitere Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Am Ende zählen nur die Augen der Würfel mit gleicher Augenzahl. (Vereinfachte Form des Spiels *Kniffel*)

Hilfestellung: Begriffe der ersten zwei Spalten (Anzahl, Augenzahl) klären.

Reflexion: Rechnungen (Addition, Multiplikation) vergleichen lassen. Erklärungen einfordern: Wieso kannst du hier $3 \cdot 5$ rechnen?

Methode: Aufgabe c) muss abgedeckt oder Aufgabe b) mündlich gestellt werden (z.B. mit 10 Würfeln auf dem Tisch).

Impuls: Welcher Rechenweg ist eurem am ähnlichsten? Wie findest du Jonas Rechenweg? Wieso kann Jonas so rechnen?

Reflexion: Rechenwege vergleichen. Rechne so wie Jonas.

1.1 Ein Würfelspiel

a) Protokolliert euer Spiel in der Tabelle, jeder seine Würfel auf seinem Blatt.

z. B.	Anzahl der Würfel	Gesammelte Augenzahl	Rechnung	Punkte	Gewinner
1.	4	3	$4 \cdot 3 = 12$	12	Emily
2.					
3.					
4.					
5.					

b) Jonas holt sich 10 Würfel aus der Würfelkiste. Damit legt er lauter Dreien. Wie viele Punkte sind das?

30

c) Emily, Jonas und Kenan haben die Punkte so bestimmt:

Emily: $15 + 15 = 30$	Kenan: 10 Dreien: $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ $+ 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ $= 30$
	Jonas: $10 \cdot 3 = 30$

Beschreibe, wie die Kinder rechnen.
Welche Unterschiede gibt es zwischen den Rechenwegen?

d) Jonas überlegt:

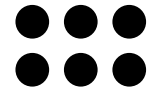


Jonas

Wenn ich mit zehn Würfeln Fünfen lege, wie viele Punkte wären das dann insgesamt?

50

Wie rechnest du diese Aufgabe? Schreibe deinen Rechenweg auf.



1.2 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Beziehungen zwischen Addition und Multiplikation verstehen; Zwischen gruppierten Darstellungen und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG; c) EA, dann UG

Impuls: Wenn Beispiele genutzt werden: Warum klappt das *immer*?

Hintergrund: Rolle des Multiplikators und Multiplizierten klären. Woher weiß ich, wie viele Summanden die Plus-Aufgabe hat?

Impuls: Wie findest du die passende Mal-Aufgabe?
Typische Schwierigkeit: bei (1) $6 \cdot 6 \cdot 6$ (sichtbare Einzelelemente verwendet). Besprochener Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation hilft bei der Klärung, dass $6 \cdot 6 \cdot 6$ nicht passt.

1.2 Mal-Aufgaben und Plus-Aufgaben

Mal-Aufgabe: $5 \cdot 3 = 15$
Plus-Aufgabe: $3+3+3+3+3 = 15$

Ich kann zu jeder Mal-Aufgabe eine passende Plus-Aufgabe finden.

a) Stimmt Kenans Behauptung? Begründe, warum die Behauptung stimmt oder nicht stimmt.

b) Wie findet man die passende Plus-Aufgabe zur Mal-Aufgabe?

c) Berechne die Anzahl der Punkte mit einer Mal-Aufgabe und einer Plus-Aufgabe.

(1) Mal-Aufgabe: $3 \cdot 6 = 18$ Plus-Aufgabe: $6+6+6 = 18$

(2) Mal-Aufgabe: $4 \cdot 3 = 12$ Plus-Aufgabe: $3+3+3+3 = 12$

(3) Mal-Aufgabe: $3 \cdot 4 = 12$ Plus-Aufgabe: $4+4+4 = 12$

Begründe, warum diese Aufgaben zu den Bildern passen.

1.3 Üben (5 - 10 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)

Ziel: Erarbeitete Darstellungswechsel zwischen Bildern und Termen automatisieren

Material: MB: 5 Würfel (ggf. auch 10 Würfel)

Umsetzung: a), b) Aufgabengenerator (PA); c) EA, PA, dann UG

Hintergrund: Ist der Multiplikand größer als 6, lässt sich die Aufgabe mit Würfeln nicht darstellen. Dies wird von den Lernenden erkannt und kann thematisiert werden. Gleiches gilt für den Multiplikator je nach verwendeter Würfelanzahl.

Typische Schwierigkeit: Die einzelnen Faktoren werden dargestellt. Zum Term $4 \cdot 5$ legen die Lernenden eine vier, eine fünf und teilweise sogar eine eins als Mal-Zeichen. Verweis auf Aufgabe 1.2 oder 1.3a) kann bei der Klärung helfen.



Weitere Aufgabe: Bei beiden Teilaufgaben auf zehn Würfel erweitern.

1.3 Multiplikations-Aufgaben zu Würfelbildern finden und umgekehrt

a) Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben.
Die eine legt mehrere Würfel mit der gleichen Augenzahl. Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

Emily: 2 mal 4 gleich 8. Kenan

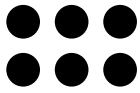
Wechselt euch ab.

b) Die eine nennt eine Mal-Aufgabe. Der andere legt das passende Würfelbild und nennt das Ergebnis.

Emily: 4 mal 5 Kenan: 4 mal 5 gleich 20.

Wechselt euch ab.

c) Wie viele verschiedene Mal-Aufgaben kannst du mit maximal fünf Würfeln legen?
 $5 \cdot 6 = 30$



2 Multiplikation in der Umwelt

2.1 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Zwischen Multiplikation in lebensweltlichen Bildern und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: a) UG; b) EA, dann UG; c) EA; d) EA, dann UG

Impuls: Wie wärest du vorgegangen?
Wie hättest du noch rechnen können?

Weitere Aufgabe: Schaut euch im Klassenraum (in der Schule o.Ä.) um. Findet ihr Gegenstände, zu denen ihr auch eine passende Mal-Aufgabe finden könnt?

Impuls: Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen Aufgabe (2) und (3) klären, die trotz Termgleichheit bestehen.

Impuls: Räumliche Vorstellung einer Multiplikation im Rechteckfeld thematisieren, wenn Lernende diese bei der Erklärung nutzen („Ich habe geguckt, wie viele nach unten und wie viele nach rechts gehen.“).

Impuls: Unterschied zwischen Rechteck und Winkel klären. Wie kann ich herausfinden, wie viele Puzzleteile *jetzt* schon liegen? Wieso rechne ich *jetzt* Plus und für das *fertige* Puzzle mal?

Methode: Bilder auf Blätter zeichnen lassen. Diese an der Tafel / in der Tischmitte sortieren und den Termen aus (1), (2), (3) zuordnen lassen. Welche Bilder passen zur Aufgaben 3 · 8?

2.1 Anzahlen mit Multiplikation bestimmen

a) Wie viele Eier sind im Karton?



Ich sehe 2 mal 5 Eier im Karton.



Tara

Erkläre, was Tara meint.

b) Finde passende Mal-Aufgaben zu den Bildern. Rechne sie aus.

(1) Wie viele Stücke hat die Schokolade?



Mal-Aufgabe:
 $5 \cdot 5 = 25$

(2) Wie viele Gummibärchen?



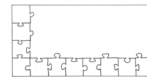
Mal-Aufgabe:
 $3 \cdot 4 = 12$

(3) Wie viele Törtchen?



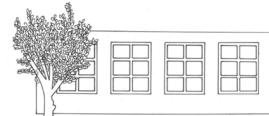
Mal-Aufgabe:
 $4 \cdot 3 = 12$

(4) Wie viele Teile hat das fertige Puzzle?



Mal-Aufgabe:
 $4 \cdot 8 = 32$

(5) Wie viele Fensterscheiben?



Mal-Aufgabe:
 $4 \cdot 6 = 24$

Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

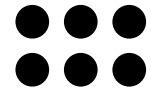
c) Zeichne passende Bilder zu den Aufgaben in dein Heft.

(1) $3 \cdot 8$

(2) $6 \cdot 2$

(3) $3 \cdot 5$

d) Denke dir eine Mal-Aufgabe aus. Zeichne dazu ein passendes Bild in dein Heft. Begründe, warum dein Bild zu deiner Aufgabe passt.



3 Multiplikation und Punktebilder

3.1 Erarbeiten und Üben (20 - 30 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Flächige Vorstellung der Multiplikation entwickeln; Punktefelder flexibel deuten

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel

Umsetzung: a), b) PA oder GA, dann UG; c) Aufgabengenerator (PA); d), e) PA oder EA, dann UG

Impuls: Rechteckskonventionen besprechen.
Wieso passt zu Kenans Bild die Aufgabe 2 mal 5?

Impuls: Kommutativität thematisieren. $2 \cdot 5$ und $5 \cdot 2$ sind Tauschaufgaben. Kannst du zu jedem Punktebild zwei Tauschaufgaben finden?

Weitere Aufgabe: Findest du alle Mal-Aufgaben zu dem Bild? Wieso sind das alle?

Weitere Aufgabe: Wie viele Mal-Aufgaben gibt es? Wieso sind das alle? Wie viele Plus-Aufgaben gibt es?

Hintergrund: Einführung des Hunderterpunktefeldes: Klären, dass Punktefeld Fünfer-Struktur besitzt, damit die Punkte nicht abgezählt werden müssen.

Reflexion: Die notierten Aufgaben können sortiert werden. Welche Mal-Aufgaben und Plus-Aufgaben gehören zusammen? Zu welchen Plus-Aufgaben gibt es keine Mal-Aufgaben?

Weitere Aufgabe: Finde verschiedene Aufgaben bzw. finde alle Aufgaben. Begründe, warum das alle sind.

Weitere Aufgabe: Aufgabe mit Punkteanzahl 23 stellen. Wieso findest du keine Aufgaben (außer $1 \cdot 23$ im $23 \cdot 1$)?

3.1 Multiplikations-Aufgaben zu Punktebildern finden

Das ist ein Punktebild. Hier kannst du mehrere Mal-Aufgaben finden. Das kommt ganz darauf an, wie du die Punkte einkreist.

Tara: Ich sehe 2 mal 5
Kenan: Ich sehe 5 mal 2

a) Finde zu dem Punktebild verschiedene Mal-Aufgaben. Kreise so ein, dass man deine Aufgabe gut sehen kann.

z. B. Mal-Aufgabe: $3 \cdot 6 = 18$ Mal-Aufgabe $6 \cdot 3 = 18$ Mal-Aufgabe $2 \cdot 9 = 18$

Findest du noch mehr Mal-Aufgaben zu dem Punktebild?

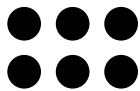
b) Schreibe verschiedene Plus- und Mal-Aufgaben in dein Heft, die zu dem Bild passen.

c) Legt zuerst ein Punktebild mit dem Malwinkel und dem Hunderterpunktefeld. Sucht dann gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben.

Emily: Ich sehe die Aufgabe 3 mal 5.
Jonas: Ich sehe 5 plus 5 plus 5.

d) Wie viele verschiedene Mal-Aufgaben kannst du mit dem Malwinkel auf dem Hunderterpunktefeld legen? $10 \cdot 10 = 100$

e) Ein Punktebild hat 20 Punkte. Schreibe passende Mal-Aufgaben dazu auf und lege sie mit dem Malwinkel. Wie viele Aufgaben findest du?
 $2 \cdot 10, 10 \cdot 2, 4 \cdot 5, 5 \cdot 4$ Ohne Material auch: $1 \cdot 20, 20 \cdot 1$



Handreichungen – Baustein N4 A

Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt

3.2 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Zwischen Multiplikation in Punktfeld und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: Jeweils EA oder PA, dann UG

Impuls: Feld mit Hunderter-Punktfeld und Malwinkel nachlegen. Kreise so ein, dass man die Aufgabe in dem Punktfeld gut sehen kann.

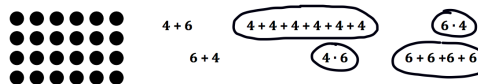
Zu beachten: Die Lernenden sollten nicht nur über das Ergebnis argumentieren („Die Aufgabe passt, weil das Ergebnis 24 ist.“), sondern es sollte auch die Struktur der Terme thematisiert werden, wie im Bild $4 \cdot 6$ gesehen werden kann.

Typische Schwierigkeit: Lernende akzeptieren auch das 1. oder 3. Bild und begründen ihren Standpunkt mit dem Vorkommen der 3 und der 5 in Bild und Term. In diesem Fall kann der Verweis auf die Aufgabenstellung helfen „... um herauszufinden, wie viele Punkte das Bild hat.“

Weitere Aufgabe: Zeichne auch ein Bild, das nicht zu der Aufgabe $2 \cdot 6$ passt, aber in dem die Zahlen 2 und 6 vorkommen. Tauscht eure Bilder aus und findet heraus, welche Bilder zu $2 \cdot 6$ passen und welche nicht.

3.2 Was passt zusammen?

a) Welche Aufgaben passen zu dem Punktfeld? Kreise die passenden Aufgaben ein.



Begründe, warum die Aufgaben passen, die du eingekreist hast. Warum passen die anderen nicht?

b) Bei welchen Bildern kannst du $3 \cdot 5 = 15$ rechnen, um herauszufinden, wie viele Punkte das Bild hat? Kreise ein.



Begründe, warum die Bilder passen, die du eingekreist hast. Warum passen die anderen nicht?

c) Zeichne verschiedene Bilder, die zu der Aufgabe $2 \cdot 6$ passen.

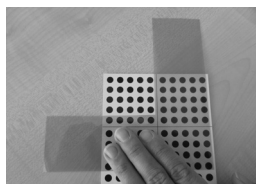
3.3 Üben (Aufgabengenerator)

Ziel: Erarbeitete Übersetzungsprozesse automatisieren; Punktfelder operativ verändern – Beziehungen zwischen Mal-Aufgaben erkennen

Material: MB: Hunderter-Punktfeld, kleiner Malwinkel

Umsetzung: Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Diese Aufgabe kann bei der halbschriftlichen Multiplikation wieder aufgegriffen werden (Baustein N6 B). Sie bereitet die Verwendung von Hilfsaufgaben vor.



Weitere Aufgabe: Festen Startpunkt vorgeben (z.B. $5 \cdot 5$, $10 \cdot 10$). Welche Aufgaben kannst du mit einmaligem Verschieben erreichen?

3.3 Punktebilder verändern



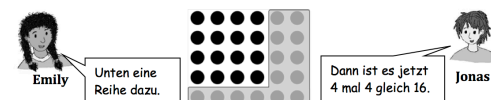
Stellt euch gegenseitig Aufgaben.

Eine Person legt ein Punktebild mit dem Malwinkel und dem Hunderterpunktfeld.

Die andere nennt die Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

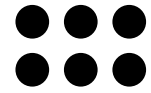


Verschiebt den Malwinkel unten oder an der Seite um **eine Reihe**.



Überlegt gemeinsam: Wie viele Punkte sind es durch das Verschieben mehr oder weniger geworden? Erklärt das mit dem Punktebild.

Nun darf die andere Person das Punktebild um eine Reihe verändern. Wechselt euch ab.



4 Multiplikation und Rechengeschichten

4.1 - 4.3 Erarbeiten (30 - 45 Minuten)

Ziel: Zwischen Rechengeschichten, lebenswirklichen Bildern und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: 4.1, 4.2 EA oder PA, dann jeweils UG; 4.3 a) EA; b) PA oder GA, dann UG

Reflexion: Bei der Reflexion der Rechengeschichten kann eine von der Lehrkraft erstellte, nicht passende Geschichte unter die anderen gemischt werden. Die muss von den Lernenden gefunden werden, sodass die Aufmerksamkeit beim Überprüfen der Geschichten erhalten bleibt.



4.1 Multiplikations-Aufgaben und Bilder zu Rechengeschichten finden

Zeichne zu jeder Rechengeschichte ein passendes Bild ins Heft. Schreibe dann die passende Mal-Aufgabe dazu.

- a) Eine Schokoladentafel hat 6 Riegel. In jedem Riegel sind 4 Stücke. $6 \cdot 4 = 24$
 Wie viele Stücke sind es insgesamt?
- b) Maurice packt 4 Bonbontüten. In jede Tüte packt er 10 Bonbons. $4 \cdot 10 = 40$
 Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt?

4.2 Rechengeschichten und Multiplikations-Aufgaben zu Bildern finden

Schreibe zu jedem Bild eine passende Rechengeschichte in dein Heft. Schreibe auch eine Frage und eine passende Mal-Aufgabe auf.

- (1)  $3 \cdot 6 = 18$
- (2)  $3 \cdot 5 = 15$

Hilfestellung: Der Kontext *Geld* hilft den Lernenden aufgrund seiner Nähe zum Alltag der Lernenden, wenn sie keine Ideen zur Anfertigung einer eigenen Geschichte haben.

4.3 Rechengeschichten und Bilder zu Multiplikations-Aufgaben finden

- a) Schreibe zu der Aufgabe $3 \cdot 7$ eine passende Rechengeschichte in dein Heft. Schreibe auch eine Frage auf und zeichne ein passendes Bild.

Weitere Aufgabe: Zeichne auch ein Bild oder erfinde eine Geschichte, das bzw. die nicht zur Aufgabe $3 \cdot 7$ passt, in dem/r aber die Zahlen 3 und 7 vorkommen. Dann in b) nach passenden und nicht passenden Geschichten sortieren lassen.

- b) Tauscht eure Rechengeschichten gegenseitig aus. Welche Rechengeschichten passen gut zu der Aufgabe?

4.4 Erarbeiten (20 - 25 Minuten)

Ziel: Rechengeschichten überprüfen und einschätzen

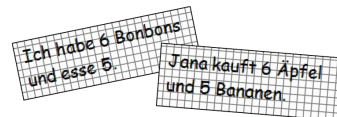
Material: -

Umsetzung: a) EA oder PA; b), c) EA; d) GA, dann UG




Impuls: Wie heißen die passenden Aufgaben zu Pauls Geschichten?

4.4 Passt die Rechengeschichte?


Zu der Aufgabe $6 \cdot 5$ hat Rico Rechengeschichten erfunden.

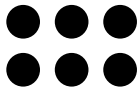


Zu beachten: Aufgabe b) nicht direkt gemeinsam reflektieren, da unbekannte Rechengeschichten noch in Aufgabe d) benötigt werden.

- a)  Passen Ricos Rechengeschichten zu der Aufgabe $6 \cdot 5$? Begründe deine Entscheidung.
- b)  Erfinde eine eigene Rechengeschichte, die zu der Mal-Aufgabe passt.
- c)  Erfinde eine eigene Rechengeschichte mit den Zahlen 6 und 5, die **nicht** zu der Aufgabe $6 \cdot 5$ passt.

Reflexion: Erfundene Rechengeschichten der Lernenden in Beziehung zueinander setzen: Was ist bei den Geschichten gleich und was ist verschieden?

- d)  Tauscht eure Geschichten aus b) und c) miteinander. Erkennt dein Partner, welche deiner Geschichten passt und welche nicht?



5 Multiplikation am Zahlenstrahl

5.1 Erarbeiten (5 - 10 Minuten)

Ziel: Multiplikation in linearen und gruppierten Darstellungen erkennen und aufeinander beziehen

Material: -

Umsetzung: UG

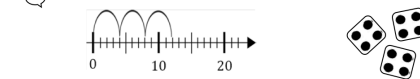
Voraussetzung: Verständnis des Zahlenstrahls (ggf. mit Baustein N2 erarbeiten).

Zu beachten: Lernende sollten nicht nur das Gesamtergebnis 12 oder die Einzelelemente 4, sondern ebenfalls die Relationen in den Bildern in den Blick nehmen: Beide Bilder zeigen drei Vierer.

Impuls: Unterschiedliche Rollen der 3 als Multiplikator und der 4 als Multiplikand thematisieren.

5.1 Bilder vergleichen

Erkläre, warum beide Bilder die Aufgabe $3 \cdot 4$ zeigen.



5.2 - 5.3 Üben (10 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Zwischen linearen Darstellungen und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

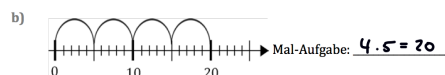
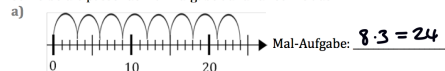
Material: MB: Zahlenstrahlkarten, Folienstifte

Umsetzung: 5.2 EA, dann UG; 5.3 a), b) EA; c) Aufgabengenerator (PA)

Impuls: Rolle von Multiplikand und Multiplikator klären, ggf. Verweis auf Aufgabe 5.1. Kontrastierend kann die Tauschaufgabe mit einer anderen Farbe eingezeichnet und verglichen werden. Nur das Ergebnis bleibt gleich, die Rollen von Multiplikand und Multiplikator tauschen.

5.2 Multiplikations-Aufgaben am Zahlenstrahl finden

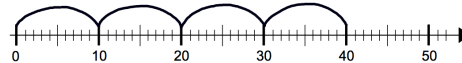
Schreibe die passende Mal-Aufgabe auf und rechne aus.



d) Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

5.3 Multiplikations-Aufgaben am Zahlenstrahl darstellen

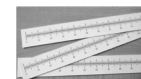
a) Zeichne in diesen Zahlenstrahl passende Bögen zur Aufgabe $4 \cdot 10$.



b) Zeichne in diesen Zahlenstrahl passende Bögen zur Aufgabe $5 \cdot 8$.



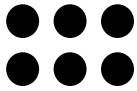
c) Nehmt euch die Zahlenstrahl-Karten. Die eine nennt eine Mal-Aufgabe. Der andere zeichnet passende Bögen in den Zahlenstrahl. Wechselt euch ab.



Reflexion: Bilder der Lernenden anschließend vergleichen. Auch hier ggf. die Rollen der Faktoren bei Tauschaufgaben klären.

Weitere Aufgabe: Diese Aufgabe kann auch umgedreht werden (ähnlich Aufgabe 5.2). Der eine zeichnet ein Bild. Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe.

Weitere Aufgabe: Zeichnet ein Bild in den Zahlenstrahl, das zu einer Mal-Aufgabe mit dem Ergebnis 20 passt. Wie viele verschiedene Bilder findet ihr?



Kann ich Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

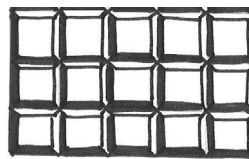
1 Multiplikation und Würfelbilder

a) Schreibe zu dem Würfelbild eine passende Mal-Aufgabe auf.
 Würfelbilder: Mal-Aufgabe: _____

b) Zeichne ein Würfelbild, das zur Aufgabe $2 \cdot 6 = 12$ passt.

2 Multiplikation in der Umwelt

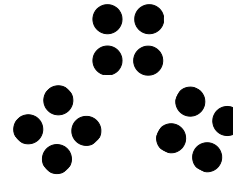
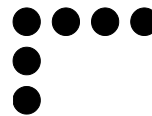
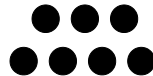
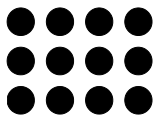
Schreibe zu dem Schokoladen-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.



Mal-Aufgabe: _____

3 Multiplikation und Punktbilder

Welche Bilder passen zu der Aufgabe $3 \cdot 4 = 12$? Kreise ein.



4 Multiplikation und Rechengeschichten

Rechts siehst du eine Rechengeschichte.

Erfinde eine eigene Rechengeschichte zur Aufgabe $6 \cdot 5$.

Rechengeschichte: *Tim packt 9 Bonbontüten. In jede Tüte packt er 10 Bonbons. Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt?*
 Frage: $9 \cdot 10 = 90$
 Antwort: *Tim verpackt insgesamt 90 Bonbons.*

Meine Rechengeschichte: _____

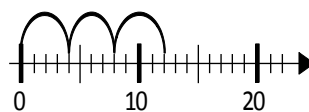
Frage: _____

Mal-Aufgabe: _____

Antwort: _____

5 Multiplikation am Zahlenstrahl

a) Schreibe zu dem Zahlenstrahl-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.

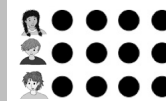


Mal-Aufgabe: _____

b) Zeichne zu der Mal-Aufgabe ein passendes Bild in den Zahlenstrahl:



_____ $3 \cdot 5$



N4 B Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Division beinhaltet zwei Grundvorstellungen: das Verstehen der Division als *Aufteilen* und als *Verteilen* (vgl. KIRA o.J.; Padberg / Benz 2011, S. 152 - 156; Hefendehl-Hebeker 1982). Beide Vorstellungen in verschiedenen Kontexten, wie beispielsweise bildlichen Darstellungen oder Sachsituationen flexibel heranziehen und mit Divisions-Aufgaben verbinden zu können, ist bedeutsam für das weitere Lernen in der Sekundarstufe.

Verteilen

Beispielaufgabe: 32 Karten werden an 4 Spieler verteilt. Wie viele Karten bekommt jeder Spieler?

Bekannt ist bei Verteil-Situationen die zu verteilende Gesamtmenge (hier Kartenanzahl) sowie die Anzahl der Gruppen, welchen die einzelnen Objekte zugeordnet werden (hier Anzahl der Spieler). Unbekannt ist hingegen, wie viele Objekte sich in einer Gruppe befinden. Wie bei dem Prozess des Karten-Verteilens kann eine Verteil-Situation gelöst werden, indem sukzessive die Objekte den Gruppen zugeordnet werden. Verteil-Prozesse lassen sich besonders gut mit Plättchen nachstellen und einüben (Fördereinheit 1 und 2).

Aufteilen

Beispielaufgabe: 32 Personen fahren mit Autos zu einem Ausflugsziel. Je 4 Personen passen in ein Auto. Wie viele Autos werden benötigt?

Bei Aufteil-Situationen ist neben der Gesamtmenge (Personenanzahl) die Anzahl der Objekte pro Gruppe (hier Personen pro Auto) bekannt, während nach der Anzahl der Gruppen gefragt ist.

Aufteil-Situationen entsprechen dem Messen (wie oft passt ... in ...) und können somit insbesondere durch wiederholte Subtraktion oder Addition gelöst werden, bei statischen Bildern auch durch sukzessives Einkreisen der gegebenen Objekt-Anzahl oder linear am Zahlenstrahl durch Zeichnen von Bögen mit gegebener Länge des Divisors (Fördereinheit 3 und 5).

Verteil- und Aufteil-Situationen sind in verschiedenen Kontexten bedeutsam. Für eine inhaltliche Interpretation der Aufgabe $4 : \frac{1}{2} = 8$ ist beispielsweise eine Aufteil-Vorstellung notwendig (Wie oft passt ein halber Meter in 4 Meter?), da verteilende Vorstellungen hier nicht mehr tragfähig sind. Auch die Interpretation eines Restes oder einer Dezimalzahl tragen in verschiedenen Situationen ganz unterschiedliche Bedeutungen (Was würde ein Rest von einer Karte bzw. Person bei den obigen Aufgaben bedeuten?). Deshalb ist es wichtig, dass Lernenden beide Vorstellungen zur Verfügung stehen, ohne in der Lage

sein zu müssen, beiden Vortellungen Aufgaben bzw. Situationen zuordnen zu können.

Veranschaulichung und Material

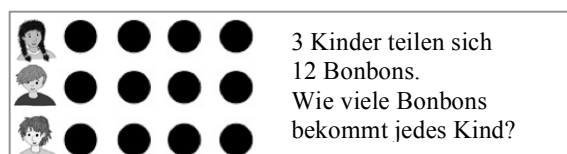
Plättchen und Spielfiguren für verteilende Lösungsprozesse

Mit Plättchen lassen sich verteilende Lösungsprozesse für einen ersten Zugang zum Divisions-Verständnis entwickeln. In Kontext-Aufgaben stellen die Lernenden die Verteil-Situation nach und verteilen die Plättchen Schritt für Schritt. Als Strukturierungshilfe können Spielfiguren genutzt werden, welche die in den Kontexten genutzten Personen repräsentieren (vgl. Abbildung).

Als Rest erfahren die Lernenden hier Plättchen, die bei einer gerechten Verteilung übrig bleiben. An diesen Plättchen können mögliche Interpretationen des Restes im jeweiligen Kontext vorgenommen werden.

Von Verteilprozessen zu Punktebildern

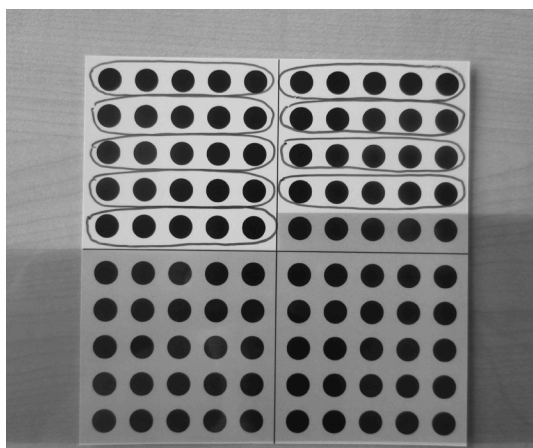
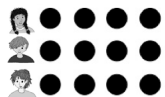
Um von sukzessiven Verteil-Prozessen abzulösen, wird in Fördereinheit 2 von Plättchen zu Punktefeldern hingeführt. Dies macht das Verständnis der Division als Umkehrung der Multiplikation möglich und erlaubt das Lösen von einfachen Geteilt-Aufgaben durch das Finden von passenden Multiplikationsaufgaben, z.B. mithilfe des Hunderterpunktfeldes und eines Malwinkels. Voraussetzung hierfür ist ein sicherer Umgang mit flächigen Darstellungen zur Multiplikation (Baustein N4 A).



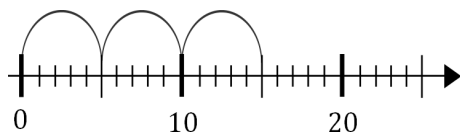
Punktebilder zur Deutung von Multiplikation und Division

Punktefelder für aufteilende Lösungsprozesse

Aufteilende Strategien zur Lösung von Divisions-Aufgaben werden zunächst an lebensweltlichen Bildern und anschließend am Hunderterpunktfeld mit Abdeckstreifen erarbeitet. Die Lernenden bilden durch Einkreisen Gruppen von gegebener Größe. Dieses Vorgehen bereitet das halbschriftliche Dividieren in Baustein N6 C vor, da sich beispielsweise ein schrittweises Zerlegen des Dividenden auf diese Weise begründen lässt. In Baustein N6 C wird der Umgang mit dem Hunderterpunktfeld und dem Abdeckstreifen bei der Division beschrieben.

Darstellung der Aufgabe $45 : 5$ am Hunderter-Punktefeld*Lineare Darstellung für aufteilende Lösungsprozesse*

Weiterhin wird für die Erarbeitung linearer Vorstellungen zur Division in diesem Baustein der Zahlenstrahl genutzt. An diesem lassen sich aufteilende Strategien durch das Einzeichnen von Bögen mit Länge des Divisors entwickeln. Für die Erarbeitung ist ein grundlegendes Verständnis des Zahlenstrahls Voraussetzung (Baustein N2).

Darstellung der Aufgabe $15 : 5$ am Zahlenstrahl**Aufbau der Förderung**

Die Förderung besteht aus fünf Fördereinheiten:

- 1 Mit Division gerecht verteilen
- 2 Multiplikations- und Divisions-Aufgaben zu Punktebildern
- 3 Mit Division gleichmäßig aufteilen
- 4 Division und Rechengeschichten
- 5 Division am Zahlenstrahl

In **Fördereinheit 1** wird anhand einfacher Kontexte zunächst der Zusammenhang zwischen Division und

Verteil-Situationen erarbeitet. Die Lernenden finden passende Geteilt-Aufgaben zu den durchgeführten Verteil-Prozessen und erfinden passende Rechengeschichten zu Divisions-Aufgaben ohne und mit Rest.

Die sukzessive Handlung des Verteilens von Plättchen wird in **Fördereinheit 2** zu einer Nutzung von Punktefeldern und dem Malwinkel hingeführt. Die Lernenden können durch die Verwendung des Hunderterpunktesfeldes auf das bereits erarbeitete Verständnis der Multiplikation (Baustein N4 A) in flächigen Darstellungen zurückgreifen und den Zusammenhang von Multiplikation und Division zur Lösung von einfachen Divisions-Aufgaben nutzen.

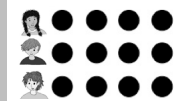
In **Fördereinheit 3** wird die Aufteil-Vorstellung der Division (und die Bedeutung des Rests) zunächst an statischen lebenswirklichen Darstellungen und anschließend am Hunderterpunktesfeld erarbeitet. Letzteres bereitet die halbschriftlichen Strategien zur Lösung von komplexeren Divisions-Aufgaben vor.

Fördereinheit 4 greift beide Vorstellungen der Division auf. Die Lernenden erstellen eigene Rechengeschichten zu vorgegebenen Bildern oder Termen und bewerten, ob gegebene Rechengeschichten zu einer Divisions-Aufgabe passen.

In **Fördereinheit 5** beziehen die Lernenden die in Fördereinheit 3 erarbeitete Aufteil-Vorstellung auf die lineare Darstellung der Division am Zahlenstrahl und vertiefen diese durch Übungsformate.

Weiterführende Literatur

- Hefendehl-Hebeker, L. (1982): Zur Einteilung des Teilens in Aufteilen und Verteilen. *Mathematische Unterrichtspraxis* 3, 37 - 39.
- KIRA (o.J.): Aufteilen und Verteilen. <http://www.kira.tu-dortmund.de/148>
- Padberg, F. / Benz, C. (2011): *Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung*. Heidelberg: Spektrum.



N4 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 20 - 30 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

1): Bei der Durchführung sollte darauf geachtet werden, dass die Lernenden nicht nur das Ergebnis 4 notieren. Ggf. zur Notation der passenden Geteilt-Aufgabe auffordern.

Sollten während der Durchführung bei Aufgabe 1 oder 3 ungewöhnliche bzw. nicht verständliche Lösungen auftreten, werden die Lernenden gebeten, auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt Begründungen ihrer Terme zu formulieren beziehungsweise ihre Strukturierungen in das Bild zu zeichnen.

2): Aufgabenverständnis sichern: Es können auch mehrere Aufgaben passen und eingekreist werden.

Bei Schwierigkeiten zum Begriff *Rechengeschichte* kann ein Verweis auf das Beispiel helfen: „Hier oben im Beispiel ist eine Rechengeschichte. Jetzt sollst du zu der Aufgabe 48:6 eine eigene Rechengeschichte erfinden.“

Bei Abgabe des Blattes sollte die Lehrkraft kontrollieren, ob Aufgabe 4 verstanden wurde. Ggf. werden die Lernenden um eine weitere Bearbeitung auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt gebeten.

Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Mit Division gerecht verteilen
Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons. Jedes Kind bekommt gleich viele. Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind? Schreibe eine passende Geteilt-Aufgabe auf: $12 : 3 = 4$

Zeichne ein Bild:

2 Multiplikations- und Divisions-Aufgaben zu Punktebildern
Welche Aufgaben passen zu dem Bild? Kreise ein.
 $6 : 3 = 2$ $18 : 3 = 6$ $3 \cdot 6 = 18$ $6 \cdot 3 = 18$ $18 : 6 = 3$

3 Mit Division gleichmäßig aufteilen
Immer 5 Gummibärchen in eine Tüte. Wie viele Tüten braucht man? Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf: $15 : 5 = 3$

4 Division und Rechengeschichten
Rechts siehst du eine Rechengeschichte. Frage: *Wie viele Blumen sind in jeder Vase?* Erfinde eine eigene Rechengeschichte zu der Aufgabe 48 : 6.
Rechengeschichte: *24 Blumen werden in 3 Vasen gestellt.* Frage: *Wie viele Blumen sind in jeder Vase?* Geteilt-Aufgabe: $24 : 3 = 8$ Antwort: *8 Blumen sind in jeder Vase.*
Meine Rechengeschichte: *48 Kinder sollen 6 Mannschaften bilden.* Frage: *Wie viele Kinder sind in einer Mannschaft?* Geteilt-Aufgabe: $48 : 6 = 8$ Antwort: *Es sind 8 Kinder in einer Mannschaft.*

5 Division am Zahlenstrahl
a) Schreibe zu dem Zahlenstrahl-Bild eine passende Geteilt-Aufgabe auf. Geteilt-Aufgabe: $18 : 6 = 3$
b) Zeichne in den Zahlenstrahl ein passendes Bild zur Geteilt-Aufgabe. Geteilt-Aufgabe: $20 : 5$

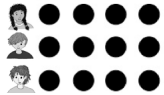
Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Mit Division gerecht verteilen

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$8 : 4 = 12$, $12 : 8 = 4$	Addition oder Subtraktion mit Verwendung eines Geteilt-Zeichens.	Divisions-Vorstellung zu Verteil-Situation erarbeiten (1.1 - 1.2).
$3 : 12 = 4$	Dividend und Divisor werden vertauscht.	Bedeutung von Dividend und Divisor bei Verteil-Situationen erarbeiten (1.1 - 1.2).
4	Trotz eines richtigen Ergebnisses wird keine Aufgabe notiert.	Aufgabenverständnis überprüfen. Zusammenhang der Verteil-Situation und Division erarbeiten (1.1 - 1.2).

Diagnoseaufgabe 2: Multiplikations- und Divisions-Aufgaben zu Punktebildern finden

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
$6 : 3 = 2$	Die Lernenden fokussieren auf die vorhandenen Zahlen, ohne die Operation zu beachten.	Divisions-Verständnis bei Verteil-Situationen mündlich überprüfen. Ggf. Darstellungswechsel thematisieren (2.1 - 2.5).
$6 : 6 = 1$		
$18 : 3 = 6$	Verteil-Situation wird nicht erkannt.	Zusammenhang zwischen Division und Verteil-Situationen erarbeiten (1.1 - 1.2). Ggf. an Förder-einheit 1 anknüpfen.
$3 \cdot 6 = 18$	Multiplikation wird nicht erkannt. Achtung: Welches Verständnis der Multiplikation liegt vor? Vielleicht wird das Bild auch als $6 \cdot 3$ erkannt.	Multiplikationsverständnis überprüfen und ggf. erarbeiten (Baustein N4 A). Zusammenhang Multiplikation und Division erarbeiten (2.1 - 2.5).
$18 : 6 = 3$	Aufteil-Situation wird nicht erkannt.	Zusammenhang zwischen Division und Aufteil-Situationen erarbeiten (3.1 - 3.5).



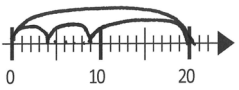

Diagnoseaufgabe 3: Mit Division gleichmäßig aufteilen

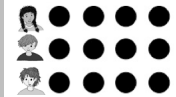
Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
3 : 5 = 15, 15 : 10 = 5	Multiplikation, Addition oder Subtraktion Verwendung eines Geteilt-Zeichens.	Divisions-Vorstellung zu Verteil-Situation erarbeiten (3.1 - 3.5).
5 : 15 = 3	Dividend und Divisor werden vertauscht.	Bedeutung von Dividend und Divisor bei Aufteil-Situationen erarbeiten (3.1 - 3.5).
3	Trotz eines richtigen Ergebnisses wird keine Aufgabe notiert.	Aufgabenverständnis überprüfen. Zusammenhang zwischen Aufteil-Situation und Division erarbeiten (3.1 - 3.5).

Diagnoseaufgabe 4: Division und Rechengeschichten

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
Meine Rechengeschichte: <u>48 Autos werden verkauft und 6 sind übrig geblieben.</u> Frage: <u>Wie viele Autos muss ich verkaufen?</u> Geteilt-Aufgabe: <u>48 : 6 = 8</u> Antwort: <u>8 muss ich verkaufen.</u>	Geschichte passt zu einer anderen Operation (vorwiegend Subtraktion).	Wechselseitige Übersetzungen von multiplikativen Handlungen und Termen erarbeiten (4.1 - 4.4).
Meine Rechengeschichte: <u>48 Autos fahren in 6 Autobahne</u> Frage: <u>Wv schaffen sie</u> Geteilt-Aufgabe: <u>48 : 6 = 8</u> Antwort: <u>sie fahren durch 8 Autobahne</u>	Geschichte lässt keine mathematische Operation zu.	
Meine Rechengeschichte: <u>50 Hunde werden in 2 große Käfige gesteckt?</u> Frage: <u>Wie viele Hunde gehen in einen Käfig?</u> Geteilt-Aufgabe: <u>50 : 2 = 25</u> Antwort: <u>25 Hunde gehen in einen Käfig rein.</u>	Die Operation ist richtig, jedoch werden Zahlen verändert.	Verständnis überprüfen. Meist kein Förderbedarf vorhanden, da Flüchtigkeitsfehler.
Meine Rechengeschichte: <u>Mesut soll rausfinden wieviel 48 : 6 ist.</u> Frage: <u>Mesut muss 48 : 6 rechnen.</u> Geteilt-Aufgabe: <u>48 : 6 = 8</u> Antwort: <u>Mesut hat rausgefunden, dass 48 : 6 = 8.</u>	Begriff der ‚Rechengeschichte‘ wird als eine Erzählung der Aufgabenbearbeitung interpretiert.	Aufgabenverständnis mdl. überprüfen und Aufgabe erneut lösen lassen. Meist kein Förderbedarf vorhanden.

Diagnoseaufgabe 5: Division am Zahlenstrahl

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a)		
6 : 18 = 3	Dividend und Divisor werden vertauscht.	Bedeutung von Dividend und Divisor erarbeiten (5.1 - 5.3).
3 · 6 = 18	Die Lernenden deuten das Bild als Multiplikation.	Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division erarbeiten (5.1 - 5.3); Verbindung zu N4 A (5.1 - 5.3) herstellen.
10 : 20, 20 : 10	Es werden Aufgaben zu den sichtbaren Zahlen 10 oder 20 konstruiert.	
b)		
	Die vorkommenden Zahlen werden einzeln berücksichtigt.	Oftmals kein Verständnis des Zahlenstrahls vorhanden (Voraussetzungen erarbeiten mit Baustein N2). Lineare Darstellungen der Division am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 - 5.3).
	Bögen werden bis 20 ergänzt, besitzen aber ungleiche Längen, bzw. berücksichtigen nur einen Aspekt der Bögenlänge oder -anzahl.	



1 Mit Division gerecht verteilen

1.1 - 1.2 Erarbeiten (35 - 45 Minuten)

Ziel: Zusammenhang zwischen Divisions-Aufgaben und Verteilsituationen verstehen

Material: MB: Plättchen, Spielfiguren

Umsetzung: 1.1 EA, dann UG; 1.2 jeweils EA, dann UG

Impuls: Begriffe *Division* und *Geteilt-Aufgabe* als Synonyme thematisieren.

Hilfestellung: Zur Unterstützung des Verteilprozesses können Spielfiguren als Repräsentanten für die drei Kinder genutzt werden.

Impuls: Warum passt die Geteilt-Aufgabe? Aufpassen, dass die Lernenden nicht nur über die Zahlen argumentieren („Weil 24 und 3 vorkommen“).
Ggf.: Warum passt die Aufgabe $24 + 3$ oder $24 - 3$ nicht?

Typische Schwierigkeit: Einige Kinder finden ggf. die Aufgabe $30 : 6$ oder $60 : 12$, verwenden also das Ergebnis als Divisor. Hier kann mit den Lernenden vereinbart werden, dass das Ergebnis die gesuchte Zahl ist.

Impuls: Rest thematisieren. Was passiert mit dem einen Plättchen (Bonbon), das übrig bleibt? Z.B. wird ein Bonbon aufgehoben und beim nächsten Mal verteilt.

Impuls: Restschreibweise thematisieren: $25 : 3 = 8 R1$. Diese sollte den Kindern erlaubt werden, auch wenn bereits mit Dezimalzahlen gearbeitet wird.

Weitere Aufgabe: Finde mehrere Aufgaben. Wie kannst du sie finden?

1.1 Bonbons gerecht verteilen

- a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons. Jedes Kind bekommt gleich viele. Verteile die Bonbons gerecht. Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?
Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.



- b) Vergleiche eure Lösungen zur Aufgabe a). Schreibt eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

- c) Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf und rechne sie aus.

(1) 25 Bonbons für 5 Kinder. Geteilt-Aufgabe: $25 : 5 = 25$
 (2) 30 Bonbons für 5 Kinder. Geteilt-Aufgabe: $30 : 5 = 6$
 (3) 60 Bonbons für 5 Kinder. Geteilt-Aufgabe: $60 : 5 = 12$ Erkläre dein Vorgehen bei den Aufgaben.

1.2 Bonbons verteilen mit Rest

- a) Können sich drei Freunde 25 Bonbons gerecht teilen? Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind? **8 1 Bonbon bleibt übrig.**
Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.

- b) Zu der Aufgabe a) passt die Geteilt-Aufgabe $25 : 3$. Warum passt diese Aufgabe? Wie kann man das Ergebnis aufschreiben? **$25 : 3 = 8 R1$**

- c) Erfinde selbst eine Geschichte, in der Bonbons verteilt werden. Finde dann eine passende Geteilt-Aufgabe und rechne sie anschließend aus.

- d) Finde Geteilt-Aufgaben, bei denen genau ein Bonbon übrig bleibt.

- d) Finde Geteilt-Aufgaben, bei denen genau ein Bonbon übrig bleibt.

2 Multiplikation in der Umwelt

2.1 Erarbeiten (5 - 10 Minuten)

Ziel: Eigenen Rechenweg zur Divisionsaufgabe finden und mit anderen vergleichen

Material: MB: Plättchen, Spielfiguren

Umsetzung: EA, dann UG

Hintergrund: Diese Aufgabe dient als Vorbereitung für die in Einführung der Punktefelder in Aufgabe 2.2. Die Lernenden entwickeln hier zunächst ihren eigenen Rechenweg. Deshalb darf Aufgabe 2.2 noch nicht sichtbar sein.

2.1 Divisions-Aufgaben mit Punktebildern lösen

Emily, Maurice und Jonas teilen sich 12 Bonbons. Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind? **4**

Beschreibe deinen Rechenweg. **$12 : 3 = 4$**



2.2 - 2.3 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Beziehungen zwischen Punktbildern und Division herstellen

Material: MB: Plättchen, Spielfiguren

Umsetzung: 2.2 UG; 2.3 a), b) EA; c) EA, dann UG

Impuls: Das Punktefeld von Emily in Beziehung zu den eigenen Lösungen von Aufgabe a) setzen. Elemente wie Plättchen und Spielfiguren aufeinander beziehen.

Impuls: Wie siehst du in dem Bild das Ergebnis der Aufgabe? Erkläre.

Hilfestellung: Alternativ Spielfiguren auf ein Blatt stellen, Punkte daneben zeichnen.

Reflexion: Wieso kann sowohl eine Multiplikation, als auch eine Division zu dem Bild gefunden werden? (vgl. Baustein N4 A für die Erarbeitung der Multiplikation).

2.2 Divisions-Aufgaben mit Punktbildern lösen

a) Emily löst die Aufgabe 2.1) mit einem Punktebild. Erkläre Emilys Lösung.

$12 : 3 = 4$

b) Welche Geteilt-Aufgabe passt zu Emilys Punktebild? $12 : 3 = 4$

c) Wie sieht das Punktebild aus, wenn sich drei Freunde 18 Bonbons teilen? Zeichne oder lege mit Plättchen.

Geteilt-Aufgabe: $18 : 3 = 6$

Finde auch eine passende Mal-Aufgabe: $3 \cdot 6 = 18$

2.3 Divisions-Aufgaben und Punktbilder

a) Wie sieht das passende Punktebild zu der Aufgabe $20 : 4 = 5$ aus? Zeichne oder lege mit Plättchen.

b) Denke dir eine Geteilt-Aufgabe aus und schreibe sie ins Heft. Zeichne ein passendes Punktebild dazu. Schreibe eine passende Geschichte ins Heft, in der Emily Bonbons verteilt.

c) Finde zu jedem Punktebild eine Geteilt- und eine Mal-Aufgabe.

(1) Geteilt-Aufgabe: $8 : 2 = 4$
Mal-Aufgabe: $2 \cdot 4 = 8$

(2) Geteilt-Aufgabe: $16 : 2 = 8$
Mal-Aufgabe: $2 \cdot 8 = 16$

(3) Geteilt-Aufgabe: $24 : 3 = 8$
Mal-Aufgabe: $3 \cdot 8 = 24$

Begründe, warum deine Aufgaben passen. Vergleiche die Bilder und Aufgaben. Was bleibt gleich? Was verändert sich?

2.4 Üben (Aufgabengenerator)

Ziel: Beziehung zwischen Punktbildern und Divisions- und Multiplikationsaufgaben automatisieren

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel

Umsetzung: Aufgabengenerator (PA)

Ggf. Einführung des Hunderter-Punktefelds und des Malwinkels, wenn noch nicht aus Baustein N4 A bekannt. Fünferstruktur des Punktefelds thematisieren, um zählendes Rechnen zu vermeiden. Weitere Aufgabe: Aufgabengenerator kann auch umgedreht werden. Die eine nennt eine Mal-Aufgabe. Der andere legt das passende Punktebild mit dem Hunderter-Punktefeld und dem Malwinkel und nennt eine passende Geteilt-Aufgabe.

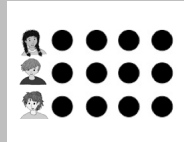
2.4 Multiplikation und Division

Die eine legt mit dem Hunderter-Punktefeld und dem Malwinkel ein Punktebild.

Der andere nennt eine passende Mal-Aufgabe und eine passende Geteilt-Aufgabe.

Emily: Wechselt euch ab.

Jonas: $3 \text{ mal } 5 \text{ gleich } 15$
 $15 \text{ geteilt durch } 3 \text{ gleich } 5$



2.5 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)

Ziel: Beziehung zwischen Multiplikation und Division zum Berechnen von Divisionsaufgaben nutzen

Material: MB: Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel

Umsetzung: EA oder PA

Zu beachten: Das passende Punktebild kann nur mit dem Vorwissen zur Multiplikation gefunden werden. Vorgehen z.B. bei $1 \cdot 7$ starten und Winkel so lange nach rechts schieben, bis man bei 70 ankommt. Dann überprüfen, wie viele Spalten vorhanden sind. Oder direkt Multiplikation der 7er-Reihe mit Ergebnis 70 suchen.

2.5 Divisions-Aufgaben mit Multiplikation lösen

a) Löse die Aufgaben zuerst im Kopf, indem du eine passende Mal-Aufgabe suchst. Kontrolliere dann mit dem Hunderter-Punktefeld und dem Malwinkel.

(1) $70 : 7 = 10$ (2) $35 : 7 = 5$ (3) $28 : 7 = 4$
 (4) $24 : 2 = 12$ (5) $18 : 9 = 2$
 $24 : 4 = 6$ $45 : 9 = 5$
 $24 : 8 = 3$ $54 : 9 = 6$

Weitere Aufgabe: Wie viele findest du?

b) Schreibe Multiplikations- und Divisions-Aufgaben mit der Zahl 24 in dein Heft.

3 Mit Division gleichmäßig aufteilen

3.1 - 3.2 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Zusammenhang zwischen Divisions-Aufgaben und Aufteil-Situationen verstehen

Material: -

Umsetzung: jeweils EA, dann UG

Hintergrund: In dieser Fördereinheit sollten keine Plättchen verwendet werden, weil diese zu verteilenden Strategien führen, während in dieser Einheit das Aufteilen erarbeitet werden soll.

Hilfestellung: Durch Einkreisen kann der Weg veranschaulicht werden.

Impuls: Was bedeuten die Zahlen 20 und 2 in der Aufgabe? Wie siehst du das Ergebnis in dem Bild (mit den eingezeichneten Kreisen)?

Impuls: Rest thematisieren. Wie kann der Rest in der Situation inhaltlich gedeutet werden? (Es wäre ggf. eine Tüte mehr.)

Impuls: Schreibweise für Rest besprechen: $16 : 5 = 3 R1$ Diese Schreibweise sollte den Lernenden erlaubt werden, auch wenn im Unterricht schon mit Dezimalzahlen gearbeitet wird.

Hilfestellung: Wie in 3.1) einkreisen lassen, um Division zu veranschaulichen und die Rollen von Dividend, Divisor und Ergebnis zu klären.

3.1 Gleichmäßig aufteilen

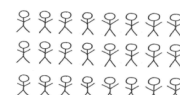
a) Finde eine passende Geteilt-Aufgabe.

(1) In jeder Gruppe sollen 2 Kinder sein. Wie viele Gruppen kann man bilden?



Geteilt-Aufgabe: $20 : 2 = 10$

(2) In jeder Gruppe sollen 4 Kinder sein. Wie viele Gruppen kann man bilden?



Geteilt-Aufgabe: $24 : 4 = 6$

b) Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

3.2 Aufteilen mit Rest

a) Finde eine passende Geteilt-Aufgabe.

(1) Immer 5 in eine Tüte. Wie viele Tüten?



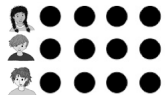
Geteilt-Aufgabe: $16 : 5 = 3 R1$

(2) Immer 3 in eine Tüte. Wie viele Tüten?



Geteilt-Aufgabe: $20 : 3 = 6 R2$

b) Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.



3.3 - 3.5 Erarbeiten und Üben (30 - 45 Minuten)

Ziel: Aufteil-Strategien zur Lösung von Divisionsaufgaben erarbeiten

Material: MB: Hunderter-Punktfeld, großer Abdeckstreifen, Folienstifte

Umsetzung: 3.3 UG; 3.4 a) EA; b) EA oder PA, dann UG; c) UG; 3.5 EA oder PA

Hintergrund: Ggf. kurze Einführung des Hunderter-Punktfelds. Aufgabe entweder direkt auf dem Blatt oder mit nachgelegtem Hunderterpunktfeld lösen lassen.

Zu beachten: $45 : 5$ und Aufteil-Vorstellung ansprechen. Falls die Lernenden $45 : 9$ als Aufgabe aufstellen, Rolle von Divisor (als gegebener Zahl) und Quotient (als Ergebnis) klären, bzw. Aufgaben im Folgenden vor dem Lösen formulieren lassen.

Impuls: Rolle von Dividend, Divisor und Quotient klären. Wie kannst du sie in dem Bild (mit den Einkreisungen) erkennen?

Impuls: Zusammenhänge zwischen den Aufgaben besprechen. Von (1) zu (2): Es sind doppelt so viele Punkte in einem Kreis, dafür halb so viele Kreise. Je mehr Punkte in einem Kreis, desto weniger Kreise.

Weitere Aufgabe: Finde alle Möglichkeiten für Einkreisungen.

Methode: Entweder auf dem Blatt oder auf dem mit Material nachgelegten Hunderterpunktfeld lösen lassen.

Reflexion: Zusammenhänge zwischen den Aufgaben besprechen. Dass Aufgabe (1) und (2) additiv zu Aufgabe (3) führen, bereitet das halbschriftliche Dividieren vor.

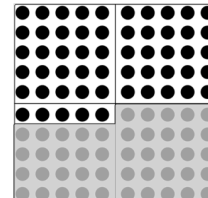
3.3 Punkte aufteilen

Auf dem Hunderterpunktfeld sind 55 Punkte sichtbar.

a) Kreise immer 5 Punkte ein. Wie viele Fünfergruppen kannst du zeichnen?

b) Finde eine passende Geteilt-Aufgabe zu dem Bild.

Geteilt-Aufgabe: $55 : 5 = 11$



c)

Begründe, warum die Aufgabe passt.

3.4 Divisions-Aufgaben zur 24 finden

a) Stelle mit dem Hunderterpunktfeld die Zahl 24 dar. Kreise ein und finde eine passende Geteilt-Aufgabe.

Immer 4 Punkte in einen Kreis.

Immer 8 Punkte in einen Kreis.

Immer 12 Punkte in einen Kreis.

Geteilt-Aufgabe: $24 : 4 = 6$

Geteilt-Aufgabe: $24 : 8 = 3$

Geteilt-Aufgabe: $24 : 12 = 2$

b) Wie kannst du bei der Zahl 24 noch einkreisen?

Schreibe die passenden Geteilt-Aufgaben in dein Heft.

c) Erkläre dein Vorgehen bei den Aufgaben a) und b).

3.5 Divisions-Aufgaben auf dem Hunderterpunktfeld

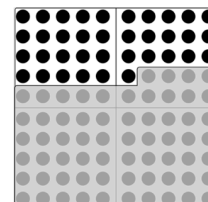
a) Emily will die Aufgabe $36 : 6$ ausrechnen. Sie hat die Zahl 36 schon mit dem Hunderterpunktfeld dargestellt. Wie muss sie nun weiter vorgehen?

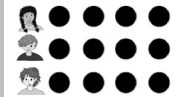
Erkläre und zeichne ein.

b) Löse die Geteilt-Aufgaben mit Hilfe des Hunderterpunktfelds.

(1) $60 : 6 = 10$ (2) $24 : 6 = 4$

(3) $84 : 6 = 14$ (4) $86 : 6 = 14 R 2$





4 Division und Rechengeschichten

4.1 - 4.3 Erarbeiten (30 - 45 Minuten)

Ziel: Zwischen Rechengeschichten, lebenswirklichen Bildern und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: 4.1, 4.2 jeweils EA oder PA, dann UG; 4.3 a) EA; b) UG

Reflexion: Bei der Reflexion der Rechengeschichten kann eine nicht passende Geschichte der Lehrkraft untergemischt werden, die gefunden werden muss, um die Aufmerksamkeit beim Überprüfen der Geschichten zu halten.

Weitere Aufgabe: Zeichne auch ein Bild oder erfinde eine Geschichte, das bzw. die nicht zur Aufgabe $15 : 3$ passt, in dem/r aber die Zahlen 15 und 3 vorkommen. Dann in b) nach passenden und nicht passenden Geschichten sortieren lassen.

Hilfestellung: Der Kontext *Geld* hilft den Lernenden aufgrund seiner Nähe zum Alltag der Kinder, wenn sie keine Ideen zur Anfertigung einer eigenen Geschichte haben.

Impuls: Rolle des Rests im jeweiligen Kontext thematisieren.

4.1 Divisions-Aufgaben und Bilder zu Rechengeschichten finden

Zeichne zu jeder Rechengeschichte ein passendes Bild. Schreibe dann die passende Geteilt-Aufgabe auf.

a) 20 Bonbons sollen verpackt werden. Es passen immer 4 in eine Tüte. Wie viele Tüten braucht man? $20 : 4 = 5$

b) 18 Plätzchen sollen gleichmäßig auf 3 Teller verteilt werden. Wie viele Plätzchen kommen auf jeden Teller? $18 : 3 = 6$

4.2 Rechengeschichten und Divisions-Aufgaben zu Bildern finden

Schreibe zu jedem Bild eine passende Rechengeschichte in dein Heft. Schreibe auch eine Frage und eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

(1) $12 : 2 = 6$ oder $12 : 6 = 2$

(2) $9 : 3 = 3$

4.3 Rechengeschichten und Bilder zu Divisions-Aufgaben finden

a) Schreibe zu jeder Aufgabe jeweils eine passende Rechengeschichte in dein Heft. Schreibe auch eine Frage auf und zeichne ein passendes Bild.

(1) $15 : 3 = 5$ (2) $27 : 5 = 5 R 2$

b) Tauscht eure Rechengeschichten gegenseitig aus. Welche Rechengeschichten passen gut zu den Aufgaben?

Methode: Aufgabe b) nicht direkt gemeinsam reflektieren, da unbekannte Rechengeschichten noch in Aufgabe d) benötigt werden.

Reflexion: Erfundene Rechengeschichten der Lernenden in Beziehung zueinander setzen: Was ist bei den Geschichten gleich und was ist verschieden?

4.4 Passt die Rechengeschichte?

Zu der Aufgabe **48 : 6** hat Rico eine Rechengeschichte erfunden.

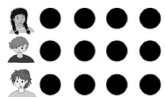
Es sind 48 Menschen im Zug. 6 davon sind Kinder.

a) Passt Ricos Rechengeschichte zu der Aufgabe **48 : 6**? Begründe deine Entscheidung.

b) Erfinde eine eigene Rechengeschichte, die zu der Aufgabe **48 : 6** passt.

c) Erfinde eine eigene Rechengeschichte mit den Zahlen 48 und 6, die **nicht** zu der Aufgabe **48 : 6** passt.

d) Tauscht eure Geschichten aus b) und c) miteinander. Erkennt dein Partner, welche deiner Geschichten passt und welche nicht?



5 Division am Zahlenstrahl

5.1 Erarbeiten (5 - 10 Minuten)

Ziel: Division auf Darstellung am Zahlenstrahl beziehen und Darstellungswechsel erklären

Material: -

Umsetzung: a) EA; b) UG

Hilfestellung: Begriff *Fünferbogen* klären: Alle Bögen müssen gleich groß sein und sollen die Länge fünf haben.

Impuls: Rolle von Dividend und Divisor klären. Wo siehst du das Ergebnis?

Impuls: Wieso passen sowohl Divisions- als auch Multiplikationsaufgabe zu dem Bild. (Zur Multiplikation siehe Baustein N4 A.)

5.1 Bögen auf dem Zahlenstrahl

- a) Zeichne Fünferbögen in den Zahlenstrahl bis du bei 20 ankommst. Wie viele Bögen brauchst du? **4**



- b) Zu dem Bild passen die Aufgaben $20 : 5$ und $4 \cdot 5$. Warum passen die Aufgaben?

5.2 - 5.3 Üben (10 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

Ziel: Zwischen linearen Darstellungen und Termen wechseln; Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division üben

Material: MB: Zahlenstrahlkarten, Folienstifte

Umsetzung: 5.2 EA, dann UG; 5.3 a), b), c) EA; d) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Für das Rechnen am Zahlenstrahl wird die Aufteil-Vorstellung benötigt, d.h. bei Aufgabe a) Wie viele Dreierbögen passen in die 18?
 $18 : 3 = 6$.

Eventuell schreiben die Lernenden die Aufgabe $18 : 6 = 3$ auf. Dann thematisieren: Wie würde dann die Frage heißen? Was ist unbekannt? (Wie lang ist jeder Bogen, wenn du 6 Bögen bis zur 18 hast?)

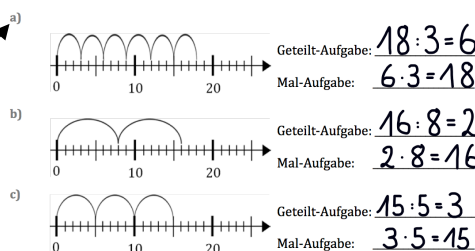
Hintergrund: Zum Lösen von Geteilt-Aufgaben zeichnen die Lernenden Dreierbögen bis zur 18, um das Ergebnis zu bestimmen. D.h. hier hilft nur die Aufteil-Strategie.

Reflexion: Bilder der Lernenden anschließend vergleichen lassen.

Weitere Aufgabe: Diese Aufgabe kann auch umgedreht werden (ähnlich Aufgabe 5.2). Der eine zeichnet ein Bild. Der andere nennt die passende Geteilt-Aufgabe.

5.2 Aufgaben zu Zahlenstrahl-Bildern finden

Schreibe eine passende Geteilt- und eine Mal-Aufgabe auf.



5.3 Division am Zahlenstrahl darstellen

- a) Zeichne in diesen Zahlenstrahl passende Bögen zur Aufgabe $50 : 10$.

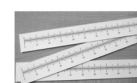


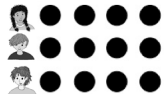
- b) Zeichne in diesen Zahlenstrahl passende Bögen zur Aufgabe $35 : 7$.



- c) Finde auch jeweils eine passende Mal-Aufgabe zu deinen Zahlenstrahl-Bildern.

- d) Nehmt euch die Zahlenstrahl-Karten. Die eine nennt eine Geteilt-Aufgabe. Der andere zeichnet passende Bögen in den Zahlenstrahl. Wechselt euch ab.





Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Mit Division gerecht verteilen

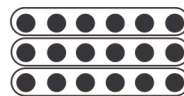
Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?
Schreibe eine passende
Geteilt-Aufgabe auf: _____

Zeichne ein Bild:



2 Multiplikations- und Divisions-Aufgaben zu Punktebildern

Welche Aufgaben passen zu dem Bild?
Kreise ein.



$6 : 3 = 2$

$18 : 3 = 6$

$3 \cdot 6 = 18$

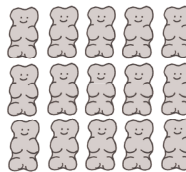
$6 \cdot 3 = 18$

$18 : 6 = 3$



3 Mit Division gleichmäßig aufteilen

Immer 5 Gummibärchen in eine Tüte.
Wie viele Tüten braucht man?



Schreibe die passende
Geteilt-Aufgabe auf:



4 Division und Rechengeschichten

Rechts siehst du eine
Rechengeschichte.

Erfinde eine eigene
Rechengeschichte zu
der Aufgabe $48 : 6$.

Rechengeschichte: *24 Blumen werden in 3 Vasen gestellt.*
Frage: *Wie viele Blumen sind in jeder Vase?*
Geteilt-Aufgabe: $24 : 3 = 8$
Antwort: *8 Blumen sind in jeder Vase.*

Meine Rechengeschichte: _____

Frage: _____

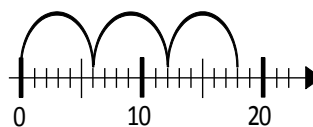
Geteilt-Aufgabe: _____

Antwort: _____



5 Division am Zahlenstrahl

a) Schreibe zu dem Zahlenstrahl-Bild
eine passende Geteilt-Aufgabe auf.



Geteilt-Aufgabe:

b) Zeichne in den Zahlenstrahl ein
passendes Bild zur Geteilt-Aufgabe.



Geteilt-Aufgabe:
20:5

