PIKAS
Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik

Freistaat Thüringen
Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Laura Korten & Daniel Walter (Hrsg.)

Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule

(UHeMaG)

Dokumentation von Unterrichtskonzepten eines ‚guten Mathematikunterrichts' an Thüringer Grundschulen

IEEM
Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts

SINUS - THÜRINGEN
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Impressum

Herausgeber:
Laura Korten und Daniel Walter

Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik / IEEM
Raum M 417
Vogelpothsweg 87
44221 Dortmund

lkorten@math.tu-dortmund.de
dwalter@math.tu-dortmund.de

Projektleitung PIKAS
Christoph Selter und Martin Bonsen

Projektleitung UHeMaG
Jörg Triebel

Fotos
Michael Ebner (5 li.), Roland Baege (5 re.)
Alle anderen abgedruckten Schülerdokumente und Fotos wurden von den entsprechenden Projektschulen erstellt.

Gestaltung
Karoline Mosen

Stand
November 2016

Inhaltsverzeichnis

Schriftliches Grußwort
der Thüringer Ministerin für Bildung, Jugend und Sport
Dr. Birgit Klaubert

Abschlussdokumentation des Kooperationsprojektes
„Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschulen“
(UHeMaG)

Mit Unterzeichnung der UN-Konvention über die Rechte von Menschen mit Behinderung ist Inklusion auch ein Thema für den schulischen Mathematikunterricht. Wie Fachlehrerinnen und -lehrer mit dieser Herausforderung umgehen können, ist Gegenstand des Kooperationsprojekts „Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschulen“. In Zusammenarbeit mit dem Deutschen Zentrum für Lehrerbildung Mathematik und dem nordrhein-westfälischen Landesprojekt PIKAS haben sich insgesamt 20 Thüringer Grundschulen der Landesinitiative SINUS-Thüringen intensiv mit der Thematik beschäftigt und eigene Unterrichtskonzepte entwickelt.

Die vorliegende Dokumentation entstand im Rahmen der wissenschaftlichen Begleitung des Projekts und präsentiert eine Auswahl der Arbeitsergebnisse. Die Erfahrungsberichte und Materialien sind dazu gedacht, die neuen Ansätze einem größeren Interessentenkreis zugänglich zu machen und andere Schulen von den Erfahrungen profitieren zu lassen.

Das Kooperationsprojekt ist eine wertvolle Ergänzung der gezielten MINT-Förderung in Thüringen. Vom Kindergarten bis zu den weiterführenden Schulen liegt ein besonderer Bildungsschwerpunkt auf naturwissenschaftlich-technischen Zusammenhängen. Zahlreiche Angebote – vom „Haus der kleinen Forscher“ über Schülerwettbewerbe bis hin zu den Thüringer Schülerforschungszentren – wecken bei Kindern und Jugendlichen die Begeisterung für MINT-Inhalte, damit der Fachkräftenachwuchs gesichert ist.

Ich danke den Projektpartnern für die gelungene Umsetzung des ambitionierten Vorhabens. Mein besonderer Dank gilt den Lehrerinnen und Lehrern der teilnehmenden Schulen für ihr beispielhaftes Engagement. Die Ergebnisse werden viele Kolleginnen und Kollegen unterstützen und anregen.

Birgit Klaubert

Dr. Birgit Klaubert
Thüringer Ministerin für Bildung,
Jugend und Sport

Geleitwort
des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik

Mit der Einführung der Schuleingangsphase und unter Berücksichtigung von Inklusion, Gemeinsamem Unterricht und Heterogenität in den Thüringer Grundschulen ist auch eine Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts notwendig. Genau hier ergab sich eine enge Passung des Sinus-Netzwerks in Thüringen mit dem Deutschen Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) und dessen Projekt PIKAS (Prozessbezogene und Inhaltsbezogene Kompetenzen verbinden mit Anregung von fachbezogener Schulentwicklung).

Ziel der Kooperation war und ist, die Lehrerinnen und Lehrer dabei zu unterstützen, einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht zu etablieren und die im Lehrplan bzw. in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzerwartungen gezielt zu berücksichtigen. Hierzu griffen die schon in SINUS entstandenen Kooperationsstrukturen von Lehrerinnen und Lehrern das Thema „Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule" wieder auf, entwickelten es weiter und arbeiteten hierzu in Teams zusammen.

Seit dem Schuljahr 2014/15 arbeiten die Lehrerinnen und Lehrer von zwanzig Projektschulen mit den PIKAS-Materialien und adaptieren bzw. entwickeln entsprechende Unterrichtskonzepte. Unterstützt wurden und werden die Schulen durch zentrale Fortbildungsveranstaltungen des Thüringer Instituts für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien (beispielsweise Tage des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts) und durch zentrale Landestagungen. Regionale Angebote und die Kooperation zwischen den Grundschulen unterstützen ebenfalls die Arbeit der so genannten Professionellen Lerngemeinschaften. Die Dokumentation dieser Unterrichtskonzepte ermöglicht die schulinterne Weiterarbeit mit diesen. Nun sollen die entwickelten Konzepte und Materialien an weitere Grundschulen weitergegeben werden, um auch dort die Unterrichtsentwicklung im Fach Mathematik voranzutreiben.

Der vorliegende Band zeugt vom Erfolg des Kooperationsprojekts. Wir danken allen Beteiligten in den Schulen für die erfolgreiche Zusammenarbeit, den Referentinnen und Referenten, Moderatorinnen und Moderatoren ebenso wie dem Thüringer Ministerium für Bildung, Jugend und Sport.

Prof. Dr. Jürg Kramer
Direktor des DZLM

Prof. Dr. Christoph Selter
Projektleiter PIKAS

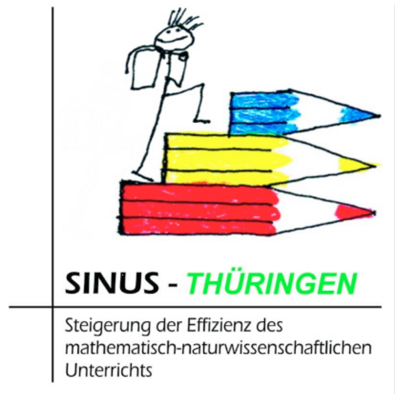
Das Projekt UHeMaG

Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule

1. AUSGANGSLAGE UND ZIELE VON UHEMAG

Das *UHeMaG-Projekt* (Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule) ist ein Kooperationsprojekt des Freistaats Thüringen mit dem *Deutschen Zentrum für Lehrerbildung Mathematik* (DZLM) und dessen *PIKAS-Projekt* (Prozessbezogene und Inhaltsbezogene Kompetenzen verbinden mit Anregung von fachbezogener Schulentwicklung) zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts an Thüringer Grundschulen.

Die Bildung des Nachwuchses in Mathematik ist für die Zukunft des Wirtschaftsstandortes Thüringen wichtig und ermöglicht für den einzelnen jungen Menschen gesellschaftliche Teilhabe und persönliche berufliche Perspektiven. Die erfolgreiche Teilnahme Thüringens am Programm *SINUS-Transfer Grundschule* seit dem Jahr 2004 und bis 2013 am Folgeprojekt *SINUS an Grundschulen*, legte den Grundstein für die Entwicklung eines Innovationsnetzwerkes. Seit August 2013 arbeiten die Grundschulen in der Landesinitiative *SINUS-Thüringen* an der Umsetzung der SINUS-Ideen weiter.



Mit der Einführung der Schuleingangsphase und unter Berücksichtigung von Inklusion, Gemeinsamem Unterricht und Heterogenität in den Thüringer Grundschulen, ist auch eine Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts notwendig. Genau hier ergab sich eine enge Passung mit dem DZLM und dessen Projekt PIKAS. Die Ausweitung von PIKAS wird ausgehend vom SINUS-Netzwerk durch regionale Fortbildungen angestrebt.

Ziel der Kooperation ist die Unterstützung der Lehrerinnen und Lehrer, einen kompetenzorientierten Mathematikunterricht zu etablieren und die im Lehrplan bzw. in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzerwartungen gezielt zu berücksichtigen. Die schon in SINUS entstandenen Kooperationsstrukturen von Lehrerinnen und Lehrern sollen das Thema „Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule“ gezielt aufgreifen, Unterrichtskonzepte (weiter)entwickeln und hierbei in Teams zusammenarbeiten.

2. INHALTE VON UHEMAG

Im Schuljahr 2014/15 haben zehn Thüringer Grundschulen mit der Bildung von Professionellen Lerngemeinschaften (PLG) nach dem Vorbild des Projektes PIKAS begonnen und werden hierbei vor Ort von Beratern für Schulentwicklung (SINUS-Setkoordinatoren) und Fachberatern Mathematik unterstützt. Eine Fachtagung zum Thema „Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule“ wurde von der Projektgruppe PIKAS als Inputveranstaltung durchgeführt. Hier erfolgte eine Einführung in die vorhandenen Materialien und eine inhaltliche Vorstellung der Arbeitsweise von PIKAS. Die Lehrerinnen und Lehrer erhalten durch regelmäßige Veranstaltungen Input zu PIKAS, arbeiten mit den PIKAS-Materialien und entwickeln dabei entsprechende Unterrichtskonzepte. Die Dokumentation dieser Unterrichtskonzepte ermöglicht die schulinterne Weiterarbeit hiermit.

Im Laufe des Schuljahres 2015/16 wurde das Projekt auf 20 teilnehmende Grundschulen ausgeweitet. Unterstützt werden die Schulen durch zentrale Fortbildungsveranstaltungen des Thüringer Instituts für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien (z.B. Tage des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts) und zentrale Landestagungen SINUS an Grundschulen in Thüringen in Kooperation mit dem DZLM. Regionale Angebote und die Kooperation zwischen den Grundschulen unterstützen ebenfalls die Arbeit der Professionellen Lerngemeinschaften.

3. MASSNAHMEN ZUR WISSENSCHAFTLICHEN BEGLEITUNG VON UHEMAG

Nach fast zwei Jahren Projektlaufzeit wird nun eine Zwischenbilanz gezogen, die in Form der vorliegenden Projektdokumentation seit Beginn des Jahres 2017 im Internet als PDF nicht nur den teilnehmenden Projektschulen, sondern allen Grundschulen bundesweit für die eigene Arbeit am Thema ‚Umgang mit Heterogenität’ zur Verfügung steht. Die freie Verfügbarkeit der Dokumentation soll nicht

nur zur Steigerung der Unterrichtsqualität im Mathematikunterricht der teilnehmenden Projektschulen dienen. Vielmehr ist es Anliegen von UHeMaG, dass auch andere Schulen aus Thüringen sowie des gesamten Bundesgebiets von den Fortbildungsmaßnahmen und den Unterrichtsideen profitieren.
Die Grundlage der Unterrichtsdokumentation stellen Erfahrungsberichte und Materialdokumentationen aus den Projektschulen über ihre Arbeit im Unterricht und in den PLGs dar. So sind im Folgenden einerseits

- 17 Materialdokumentationen aus der Arbeit im Mathematikunterricht und andererseits
- zwei Erfahrungsberichte aus der Arbeit der Professionellen Lerngemeinschaften (PLGen)

enthalten.
Auf diese Weise wird ein anschaulicher Einblick davon gegeben, wie, mit welchen Maßnahmen und mit welchen unterrichtlichen Umsetzungen die teilnehmenden Schulen der zunehmenden Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule begegnet sind. Die beschriebenen Beispiele sollen Wege aufzeigen, wie dieser zentralen Aufgabe zeitgemäßen Mathematikunterrichts Rechnung getragen werden kann.

Inhaltlich orientieren sich die Dokumentationen an den bisherigen Arbeitsschwerpunkten des Projekts. Dazu zählen vor allem die folgenden drei Themenschwerpunkte:

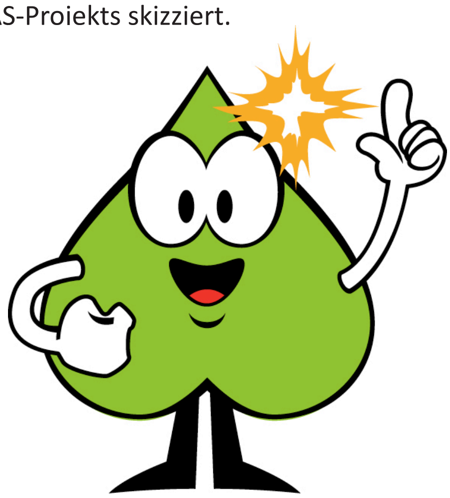
- Gute Aufgaben - guter Unterricht im heterogenen Mathematikunterricht
- Fachbezogene Unterrichtsentwicklung in Professionellen Lerngemeinschaften
- Produktiver Umgang mit Rechenschwierigkeiten

Jede Projektschule beschreibt anhand eines konkreten Beispiels, wie Unterricht gestaltet werden kann, in dem Schülerinnen und Schüler mit stark differierenden Lern- und Leistungsvoraussetzungen am selben mathematischen Gegenstand arbeiten können. Die Berichte der einzelnen Schulen haben jeweils einen Umfang von vier Seiten und sind entlang der folgenden Inhalte gestaltet:

1. Informationen zur Schule
2. Ausgangslage und Themenfindung
3. Erfahrungsberichte der PLG oder Materialdokumentation aus der Arbeit im Unterricht
4. Reflexion und Ausblick

Nachdem zunächst allgemeine Informationen zur Schule in aller Kürze beschrieben werden, erfolgt die Offenlegung der Ausgangslage sowie der Themenfindung an der jeweiligen Schule. Der Schwerpunkt der einzelnen Schuldokumentationen liegt jeweils im dritten Abschnitt, in dem beispielhaft Einblicke in Unterrichtsideen oder Arbeitsformen innerhalb einer PLG angeboten werden. Abschließend werden die im Rahmen des UHeMaG-Projekts entwickelten Konzepte sowie deren Umsetzung im Unterricht jeweils kritisch reflektiert und ein Ausblick für die weitere Arbeit am Thema ‚Umgang mit Heterogenität' formuliert.

Aufgrund der engen Verzahnung von UHeMaG und PIKAS werden im Folgenden grundlegende Aspekte des PIKAS-Projekts skizziert.



Kooperation mit PIKAS

Prozessbezogene und Inhaltsbezogene Kompetenzen verbinden mit Anregung von fachbezogener Schulentwicklung

1. DAS PROJEKT PIKAS IM ÜBERBLICK

Die KMK-Bildungsstandards von 2005 verändern die Schullandschaft, auch den Mathematikunterricht der Grundschule. Deshalb gibt es seit dem Jahre 2008 für die Grundschulen in NRW (und ebenso für andere Bundeländer) einen Lehrplan, der inhalts- und prozessbezogene Kompetenzerwartungen gleichermaßen stellt. Die stärkere Betonung prozessbezogener mathematischer Kompetenzen hat zur Folge, dass das bloße Ausrechnen von Aufgaben und Reproduzieren von Rechenregeln nicht ausreichen kann, um die Grundschulmathematik hinreichend zu verstehen. Vielmehr stehen das selbstständige Denken sowie aktive mathematische Tätigkeiten, wie das Problemlösen, Modellieren, Argumentieren, Kommunizieren und Darstellen mathematischer Inhalte im Mittelpunkt des Unterrichtsgeschehens.

Innovationen der Bildungspolitik, wie die Entwicklung eines neuen Lehrplans, wirken jedoch nicht immer problemlos im Unterrichtsalltag. Dieser Prozess erfordert – auch für das Fach Mathematik – Unterstützungsmaßnahmen, die sich nicht nur auf das Bereitstellen von Aufgabenbeispielen beschränken, sondern fachbezogene Schulentwicklung zielgerichtet anregen. Aus diesem Grund wurde das Kooperationsprojekt PIKAS (Prozessbezogene und Inhaltsbezogene Kompetenzen durch die Anregung fachbezogener Schulentwicklung) ins Leben gerufen, an dem die Universitäten Dortmund und Münster, das Ministerium für Schule und Weiterbildung in NRW sowie die Deutsche Telekom Stiftung unter dem Dachschirm des DZLM (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik) beteiligt sind.

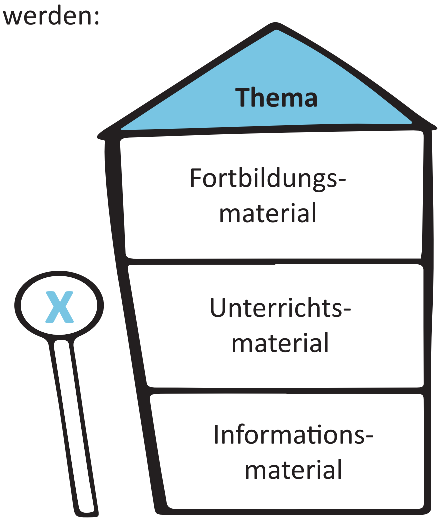
Die zehn Themen sind jeweils in Doppelhäusern organisiert, um auch Querverbindungen zwischen den Inhalten zu verdeutlichen. In jedem Haus sind jeweils aufeinander abgestimmte Fortbildungs-, Unterrichts- und Informationsmaterialien enthalten. Diese Komponente wird durch das **Teilprojekt AS** ergänzt. Es richtet sich primär an Schulleiterinnen und Schulleiter, die mit der kollegialen Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts befasst sind. Auch hierzu bietet die Projekt-Website ein Haus an, in dem Kooperationsmöglichkeiten des Kollegiums sowie die damit zusammenhängende Leitungs- und Führungsrolle der Schulleitung vorgestellt werden.

Das **Teilprojekt PIK** entwickelt themenbezogen Unterstützungsmaterialien, mit deren Hilfe verschiedenste Akteure (Lehrerteams, Fachleitungen, Fachberater, usw.) den Mathematikunterricht kompetenzorientiert weiterentwickeln können, indem sie sich selbst oder andere fortbilden. Hierzu werden auf der Projekt-Website zehn Themen in Form von Häusern im ‚PIK-Dorf' dargeboten.

Im Folgenden werden beide Teilprojekte genauer vorgestellt und die Schwerpunkte der Arbeit genauer erklärt. Dafür wird besonders auf die Struktur der erwähnten Häuser und deren Inhalte eingegangen. Weitere Informationen mit aktuellen Hinweisen zu geplanten Großveranstaltungen finden Sie auch unter: *www.pikas.dzlm.de*

2. DAS TEILPROJEKT PIK

Damit eine gleichwertige Förderung von inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen gelingen kann, sollte der Mathematikunterricht auf eine Reihe von fachdidaktischen Prinzipien aufbauen. Dazu gehören neben dem eingangs erwähnten aktiv-entdeckenden Lernen insbesondere auch das Spiralprinzip, das produktive Üben, eine diagnosegeleitete Förderkultur, die Orientierung an herausfordernden Lernangeboten sowie eine Leistungskultur, die sich der individuellen Förderung anstatt der Selektion von Kindern verschreibt. Hinzu kommt die Einsicht, dass die Mathematik nicht einfach nur aus einer Ansammlung von Regeln und Gesetzen besteht. Vielmehr beruhen sie immer auf Muster und Strukturen, die von den Kindern entdeckt, beschrieben und begründet werden können. Die Mathematik ist demnach die Wissenschaft von den Mustern. Diese und weitere Prinzipien finden ihren Ausdruck in den zehn Häusern des Teilprojekts PIK. Darüber hinaus findet in jedem Haus eine Verknüpfung von Lehrerfortbildung, Unterrichtsentwicklung und fachdidaktischer Forschung statt, weil die Module des Fortbildungsmaterials stets mit passenden Unterrichts- und Informationsmaterialien angereichert werden. Die Struktur und Themen der zehn Häuser sollen hier kurz skizziert werden:



- **Fortbildungsmaterial:**
Das Material soll Multiplikatoren darin unterstützen, andere Lehrpersonen themenspezifisch aus- und fortzubilden.
- **Unterrichtsmaterial:**
Das Material bietet den Lehrpersonen passende Anregungen zur Umsetzung der Fortbildungsinhalte im eigenen Unterricht.
- **Informationsmaterial:**
Die Lehrpersonen erhalten durch Texte, Videos und Links vertiefte Einblicke in die Fortbildungsinhalte. Zudem gibt es Elterninfos.

Mathematische Bildung

H 1: ENTDECKEN, BESCHREIBEN, BEGRÜNDEN
Ein Mathematikunterricht, der auf das Entdecken, Beschreiben und Begründen von Mustern und Strukturen setzt, fördert sowohl inhalts- als auch prozessbezogene Kompetenzen.

H 2: KONTINUITÄT VON KLASSE 1 BIS 6
Der Mathematikunterricht hat einen langfristigen Kompetenzaufbau von der Vorschule bis in die Sekundarstufe im Blick, indem er Kontinuität in den Inhalten, Materialien und Aufgabenformaten herstellt.

Ausgleichende Förderung

H 3: UMGANG MIT RECHENSCHWIERIGKEITEN
Durch die Auseinandersetzung mit Ursachen und Merkmalen von Rechenschwierigkeiten kann in diesem Kontext eine unterrichtsintegrierte Diagnose, Förderung und Prävention gelingen.

H 4: SPRACHFÖRDERUNG IM MATHEMATIKUNTERRICHT
Die Sprachfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler entscheiden in hohem Maße über erfolgreiches Lernen. Sprachförderung muss daher auch im Mathematikunterricht stattfinden.

Themenbezogene Individualisierung

H 5: INDIVIDUELLES UND GEMEINSAMES LERNEN
Die Kinder als Individuen bringen unterschiedliche Lernvoraussetzungen und Lernmöglichkeiten mit, wodurch der Mathematikunterricht eine Balance zwischen eigenen und fremden Denkwegen erzielen sollte.

H 6: HETEROGENE LERNGRUPPEN
Ein Mathematikunterricht, der Heterogenität als Chance begreift, kann die Vielfalt der Lernstände der Kinder durch entsprechende Konzepte (z.B. natürliche Differenzierung) produktiv nutzen.

Herausfordernde Lernangebote

H 7: GUTE AUFGABEN
Die Aufgaben des Mathematikunterrichts sollen Kinder herausfordern und keine bloße Beschäftigungstherapie sein. Somit beinhalten gute Aufgaben differenzierte Fragstellungen und ermöglichen verschiedene Lösungswege.

H 8: GUTER UNTERRICHT
Ebenso wichtig, wie die inhaltliche Substanz, ist die methodische Rahmung des Mathematikunterrichts. So sollen die Kinder den Unterricht und ihren Lernprozess aktiv und selbstverantwortlich mitgestalten können.

Ergiebige Leistungsfeststellung

HAUS 9: LERNSTÄNDE WAHRNEHMEN

Der Mathematikunterricht sieht eine kontinuierliche und immer auch stärkenorientierte Feststellung der Lernstände als unverzichtbare Grundlage individueller Förderung an.

HAUS 10: BEURTEILEN UND RÜCKMELDEN

Eine prozessorientierte Leistungsbeurteilung sowie dialogische Leistungsrückmeldung berücksichtigt nicht nur Lehrplananforderungen, sondern insbesondere individuelle Lernmöglichkeiten und Lernentwicklungen.

Die Fortbildungen im Rahmen dieser zehn Häuser werden vor allem durch sogenannte Multiplikatoren realisiert. Dabei handelt es sich um Expertinnen und Experten, die in der Lage sind, Lehrpersonen themenbezogen auszubilden, fortzubilden und zu beraten. Zudem erreichen die Multiplikatoren langfristig gesehen eine große Anzahl an Lehrpersonen und wirken an der Gründung sowie Aufrechterhaltung von Netzwerken mit, die sich aus unterschiedlichen Akteuren (Schulen, Schulämter, usw.) zusammensetzen. Dadurch tragen sie dazu bei, dass sich die Fortbildungsinhalte des Projekts verbreiten und verstetigen. Allerdings sollten Fortbildungen auch über innerschulische Strukturen und kooperative Arbeitsweisen umgesetzt werden. Konkrete Umsetzungsmöglichkeiten befinden sich im „Haus des Lernens“ aus dem Teilprojekt AS. Dort wird nämlich der Sinn und Zweck einer langfristigen Einbindung von Lehrpersonen in professionellen Lerngemeinschaften geschildert. Eine solche professionelle Lerngemeinschaft ist ein Team aus Lehrerinnen und Lehrer, die innerhalb ihrer Einzelschule kooperativ an der Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts arbeiten sowie entsprechende Unterstützung durch die Schulleitung erfahren. Das „Haus des Lernens“ bietet also Materialien an, mit deren Hilfe die Arbeit einer professionellen Lerngemeinschaft organisiert werden kann.

Das Projekt PIKAS ist in Nordrhein-Westfalen über die Entwicklungs- und Verbreitungsphase hinaus. Nun geht es darum, die bereits bestehenden Kooperationen auszudehnen oder zu verstetigen und neue Partnerschaften in anderen Bundesländern einzugehen. Die regelmäßig stattfindenden Treffen der nordrheinwestfälischen Arbeitskreise und großangelegte Bundestagungen außerhalb von NRW leisten dazu ihren Beitrag.

Die hier kurz skizzierten Materialien sowie weitere Informationen mit aktuellen Hinweisen zu geplanten Großveranstaltungen finden Sie unter:

http://pikas.dzlm.de/pik

3. DAS TEILPROJEKT AS

Das Teilprojekt AS ergänzt das Teilprojekt PIK und richtet sich primär an Schulleiterinnen und Schulleiter, die mit der kollegialen Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts befasst sind. Auch hierzu bietet die Projekt-Website ein Haus an, das „Haus des Lernens“.

In diesem „Haus des Lernens“ finden Sie Material zur Unterstützung fachbezogener Schulentwicklung. Das Material ist in die drei Bereiche „Leitung und Führung“, „Kooperation“ und „Hospitation und Feedback“ unterteilt. Das Projekt ist im Jahre 2009 gestartet. Materialien werden kontinuierlich produziert und eingestellt.

Die Struktur der Stockwerke und die inhaltlichen Themen des „Haus des Lernens“ sollen hier kurz skizziert werden:

LEITUNG UND FÜHRUNG

Die Aufgabe der Schulleitung ist heute nicht mehr darauf begrenzt, das Personal lediglich zu verwalten, sondern kontinuierlich und gezielt Schul- und Unterrichtsentwicklung zu gestalten. Insbesondere bei der Initiierung und Implementierung von Innovationen, wie z.B. des neuen Mathematiklehrplans, gilt die Schulleitung als entscheidender Faktor.

Veränderungen an und in der Schule können jedoch nicht allein durch die Schulleitung erreicht werden, sondern nur zusammen mit dem Kollegium. Lehrkräfte müssen motiviert werden, Veränderungen zu verwirklichen. Im Zuge dessen nimmt die Schulleitung eine zentrale Schlüsselrolle ein: Sie muss gezielt leiten und führen. Doch was genau bedeutet Unterrichtsentwicklung und wie kann Unterrichtsentwicklung gestaltet werden? Dieses sind zentrale Fragen im Stockwerk „Leitung und Führung“. Hierfür werden zu folgenden Themen Informationen bereitgestellt, die Sie als Schulleiterin oder Schulleiter sowie als Lehrkraft motivieren und dabei unterstützen können, Unterrichtsentwicklung an Ihrer Schule zu gestalten.

- Unterrichtsentwicklung
- Exemplarische Unterrichtsentwicklungsprozesse

KOOPERATION

Um die Umsetzung des neuen Mathematiklehrplans voranzubringen, bietet sich die Einrichtung „Professioneller Lerngemeinschaften“ (PLG) an. Erfahrungen und Ergebnisse zeigen, dass Professionelle Lerngemeinschaften besonders effektiv für die Entwicklung des Kollegiums und das Lernen der Schülerinnen und Schüler zugleich sind. Allerdings fehlt es bislang noch an konkreten Beschreibungen dazu, was genau eine Professionelle Lerngemeinschaft ist und wie sie funktioniert.

Um Ihnen einen Eindruck davon zu vermitteln, wie eine Professionelle Lerngemeinschaft bei der Arbeit aussehen kann, finden Sie auf unserer Homepage zunächst ein Praxisbeispiel, bevor wir Ihnen konkrete Hinweise geben, wie eine Lerngemeinschaft an der eigenen Schule etabliert werden kann, was zu beachten ist und welche Rolle die Schulleitung bei der Initiierung und Begleitung einer Professionellen Lerngemeinschaft spielt.

Folgende Informationen und Materialien zum Konzept der Professionellen Lerngemeinschaft stehen Ihnen auf in dem Stockwerk „Kooperation“ zur Verfügung:

- Praxisbeispiel: Eine Professionelle Lerngemeinschaft bei der Arbeit
- Die PLG
- Informationsmaterial zur Vermittlung der zentralen Ideen der PLG-Arbeit
- Material für die Arbeit in der Professionellen Lerngemeinschaft
- Beispiele, wie man die Arbeitshilfen nutzen kann

HOSPITATION

Der neu eingeführte Mathematiklehrplan für die Grundschule fordert Lehrerinnen und Lehrer heraus, den eigenen Unterricht weiter zu entwickeln. Es ist bekannt, dass die gemeinsame Arbeit von Lehrerinnen und Lehrern den Austausch über das Lernen der Kinder und das Handeln der Lehrkräfte fördert. Als eine naheliegende und sehr wirksame Form der unterrichtsbezogenen Qualitätsentwicklung wird die kollegiale Unterrichtshospitation mit anschließendem Feedback gesehen. Dabei geht es nicht nur darum, den Unterricht gemeinsam zu reflektieren, sondern auch darum, voneinander zu lernen.

Es gibt verschiedene Formen und Anlässe von gegenseitigen Unterrichtsbesuchen. Kollegiale Hospitationen können der Reflexion des eigenen Lehrerhandelns dienen sowie in Form von kollegialen Unterrichtsreflexionen stattfinden, d.h. der Unterricht steht im Vordergrund und wird reflektiert.

Auf diesem Stockwerk steht die gemeinsame Unterrichtsreflexion im Vordergrund, d.h. es wird Ihnen in erster Linie die Form der Kollegialen Hospitation nahegebracht, die den Unterricht erforscht und reflektiert und nicht vordergründig die Beobachtung und Beurteilung einer Lehrkraft. Aber: Der Unterricht ist nicht von der Lehrperson zu trennen. Eine Unterrichtsreflexion wird immer auch ein Feedback über das Handeln der Lehrkraft im Unterricht beinhalten. Aus diesem Grund finden Sie abschließend zahlreiche Informationen zum Feedbackgeben und -nehmen.

Unterrichtsbesuche bei einem Kollegen oder einer Kollegin passieren im Schulalltag jedoch selten und werden oft abgelehnt. Dies gibt Anlass dafür, die Organisation der kollegialen Hospitation genauer zu beleuchten. Dafür werden im Stockwerk „Hospitation“ einige Texte und Vorlagen bereitgestellt, die Sie als Schulleiterin oder Schulleiter sowie als Lehrkraft motivieren und dabei unterstützen können, kollegiale Unterrichtshospitation mit anschließendem Feedback an Ihrer Schule aufzubauen. Im weiteren Verlauf wird erläutert, welche Aufgabe die Schulleitung bei der Organisation dieser Verfahren übernimmt. Zentrale Themen sind:

- Kollegiale Hospitation
- Feedback
- Kollegiale Hospitation organisieren

Die hier kurz skizzierten Materialien sowie weitere Informationen mit aktuellen Hinweisen finden Sie unter: *http://pikas.dzlm.de/as*

Übersicht über die beteiligten Schulen

Additive Zahlenmauern

Projektwoche Mathematik

SGS „Friedrich Fröbel“

Bad Blankenburg

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Unsere Grundschule trägt den Namen „Friedrich Fröbel“ und befindet sich in Bad Blankenburg. Wir sind eine zweizügige Grundschule mit jahrgangsgebundenem Unterricht. Da sich sowohl unsere Schülerinnen und Schüler als auch die Lernbedingungen ständig verändern, befassen wir uns seit einiger Zeit mit der Weiterentwicklung differenzierter Lernangebote zur individuellen Förderung der heterogenen Kinder im Unterricht. Unser Ziel ist es, die Schule als Lern-, Lebens- und Erfahrungsraum für die Schüler zu gestalten. Dabei bemühen wir uns darum, die Pädagogik von Friedrich Fröbel im Unterricht und am Nachmittag mit zu verankern.

Seit 2009 beteiligen wir uns am Projekt „SINUS an Grundschulen“ zur Steigerung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler. So bieten wir unseren Kindern der Klassenstufen 2 bis 4 wöchentliche „Experimentierstunden“ an, in welchen sie durch die Vorbereitung, Durchführung und Auswertung von Versuchen in die Lage versetzt werden, über naturwissenschaftliche Themen nachzudenken, Vermutungen aufzustellen, Erkenntnisse zu gewinnen und diese in andere Bereiche zu übertragen. Im mathematischen Bereich wurde in diesem Rahmen verstärkt das Gebiet „Geometrie“ mit den Themen Flächen und Körper behandelt.

Seit zwei Jahren nehmen wir am Projekt UHeMaG teil und befassen uns vertieft mit dem Mathematikunterricht in heterogenen Lerngruppen. Ein so entstandenes Projekt zum Thema „Zahlenmauern“ möchten wir an dieser Stelle gerne vorstellen.

2. AUSGANGSLAGE

Im Rahmen einer Projektwoche Mathematik befassten wir uns bereits im letzten Schuljahr in allen Klassenstufen ausführlich mit dem Thema „Zahlenmauern I“. Die Lernbereiche Zahlenvorstellungen, Operationsvorstellungen und Zahlenrechnen wurden hierbei genau so gefördert wie prozessbezogene Kompetenzen (u.a. Kommunizieren, Problemlösen, Argumentieren).

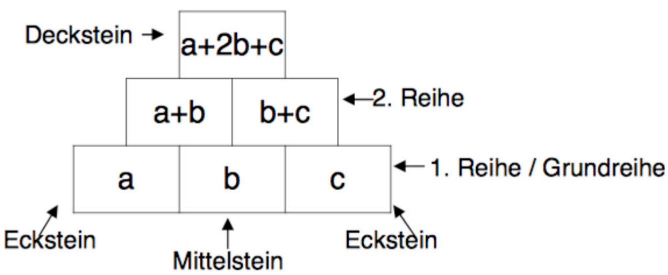
Nach einer gemeinsamen Einführung und der Klärung von Begrifflichkeiten ermöglichte dieser Lerngegenstand gleichermaßen individuelles und kooperativ-kommunikatives Lernen. Im Sinne der natürlichen Differenzierung legte sich jedes Kind ein eigenes, individuelles Zahlenmauernheft an. Zunehmend entschieden die Schülerinnen und Schüler eigenständig, welchen Schwierigkeitsgrad sie bearbeiten können und erfanden eigene Zahlenmauern, welche sie mit Partnern verglichen. Dabei wurde die Verwendung der entsprechenden zunehmend fachsprachlichen Termini angebahnt und geübt.

In diesem Schuljahr wollten wir an die Vorkenntnisse anknüpfen und die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler in diesem Bereich erweitern. Die an der zweiten Projektwoche „Zahlenmauern II“ beteiligten Lehrerinnen und Lehrer bereiteten die Projekteinheiten gemeinsam vor, erprobten diese und reflektierten sie anschließend gemeinsam.

3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „PROJEKTWOCHE: ZAHLENMAUERN II“

Während der Projektwoche arbeiteten alle Klassenstufen zum Thema „Zahlenmauern“ und jedes Kind führte ein individuelles Zahlenmauernheft, worin heterogene Herangehensweisen und Entdeckungen festgehalten wurden. An dieser Stelle werden die einzelnen Projekteinheiten, die in Klasse 3 und 4 stattgefunden haben, genauer beschrieben. Wichtig ist anzumerken, dass die Projekteinheiten keine einzelnen Stunden oder Tage, sondern einzelne inhaltliche Themenschwerpunkte darstellen sollen.

Dem Format Zahlenmauern liegt folgende einfache Regel zugrunde:



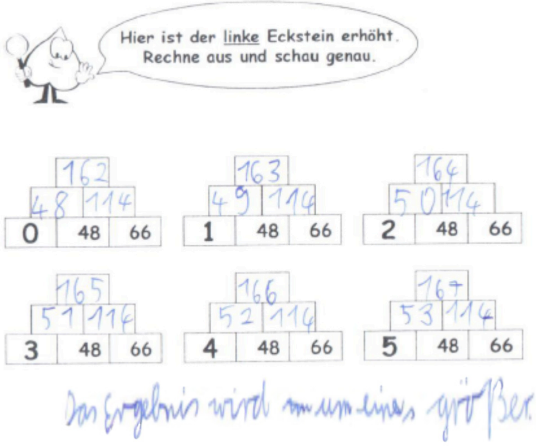
Aufbau der Projektwoche für die Klassen 3 und 4

1. Einheit: Wiederholung, Entwicklung eines Wortspeichers, unsere ersten Entdeckungen
2. Einheit: Geschicktes Rechnen - eine genaue Zahl treffen (Strategien)
3. Einheit: Problemlösen - Alle Zahlenmauern zu einer Zielzahl finden
4. Einheit: Forschen - Was passiert wenn wir Grund--steine verändern?
5. Einheit: Abschließende Reflexion der Projektwoche „Zahlenmauern II“

Reden über Mathematik mit Hilfe des Wortspeichers zum Thema „Zahlenmauern“

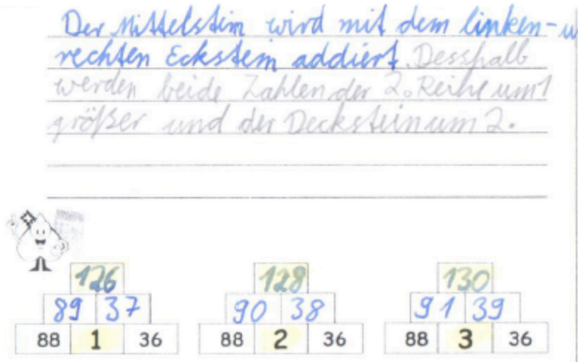
Während der gesamten Projektwoche waren die substantiellen Aufgaben zu den Zahlenmauern, der Wortspeicher und die individuell geführten Zahlenmauernhefte wichtige Elemente der natürlichen Differenzierung. So konnte jedes Kind individuelle Zugänge wählen und auf dem individuellen Niveau arbeiten und sich weiterentwickeln. Folgend werden verschiedene Zugangsweisen von Schülerinnen und Schülern aus der 4. Einheit „Forschen - Was passiert wenn wir Grundsteine verändern?“ anhand von Dokumenten aus den Zahlenmauernheften erörtert.

Wissen anwenden und Entdeckungen beschreiben:



Einige Kinder wandten vorhandenes Wissen an und lösten Zahlenmauern. Alle machten dabei Entdeckungen, indem sie Zusammenhänge herstellten. Diese Entdeckungen hielten sie, je nach Vermögen, mündlich oder schriftlich fest.

Entdeckungen begründen und verallgemeinern:



Über das reine Beschreiben von Entdeckungen hinaus, begründeten und verallgemeinerten andere Kinder die entdeckten Muster und Strukturen.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Zusammenfassend war die gemeinsame Arbeit an einem Thema in Form eines mathematischen Projektes in verschiedenen Klassenstufen allgemein effizient und gewinnbringend. Differenzierung konnte und musste somit gezielt verfolgt und angewendet werden. Die Beispiele von der PIKAS Homepage wurden erfolgreich adaptiert und für die eigene Arbeit weiterentwickelt. Die zunehmende Nutzung der einheitlichen Fachtermini konnte in den verschiedenen Klassenstufen beobachtet werden. Eine weitere mathematische Projektwoche dieser Art ist vorgesehen und wird von den Kolleginnen und Kollegen zur Zeit geplant.

Aus dem Jahrgangsteam Klasse 1 wurden besondere Erfahrungen berichtet: Das Prinzip der Zahlenmauern haben nicht alle Schülerinnen und Schüler auf Anhieb verstanden. So mussten die verschiedenen Aufgabenformate vor der individuellen Arbeit im Zahlenmauernheft im Plenum besprochen und durch Probehandeln gezeigt werden. Auch erfuhren die beteiligten Lehrerinnen und Lehrer die besondere Bedeutung der Nutzung von haptischen Materialien und Darstellungsmitteln. Das Nachbauen mit beschrifteten Legosteinen und das legen der Aufgaben mit Plättchen erwies sich als besonders wichtig und hilfreich. Zudem fiel es den meisten Kindern schwer, aufzuschreiben, was sie gerechnet haben. So war es wichtig, Raum für mündliche Beschreibungen zu geben und die Kinder für Forschermittel, wie die Nutzung von Farben oder das Einkreisen zu sensibilisieren. Der allgemeine Austausch mit anderen Kindern über die Zahlenmauern fiel den meisten Schülerinnen und Schülern noch schwer, so dass eine strukturierte und routinierte Organisation der Kommunikation (Partnerarbeit mit festen Partnern oder Gespräche im Plenum) sich als hilfreich erwiesen. Dennoch war genau diese Kommunikation über mathematische Strukturen für die Lernprozesse der Kinder besonders wichtig und durfte auf keinen Fall fehlen. In genau diesen Phasen entwickelten sie ihre inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen weiter, während sich die Arbeit auf den Arbeitsblättern im Zahlenmauernheft mehr als Vor- oder Nachbereitung der Kommunikation als wichtig erwies.

LITERATUR

- PIKAS-Team (o.J.), Zahlenmauern-Übungsheft. Online verfügbar unter: *www.pikas.dzlm.de/195* (Abruf am 04.08.2016).

Würfelnetze

Umgang mit Heterogenität im Bereich ‚Raum und Form'

SGS „Karl-Friedrich-Wilhelm-Wander" Dörnfeld

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die im Ilm-Kreis gelegene Staatliche Grundschule „Karl-Friedrich-Wilhelm Wander" Dörnfeld ist eine überwiegend zweizügig geführte Grundschule mit einem ländlich geprägten Einzugsgebiet. Circa 110 Schülerinnen und Schüler besuchen diese Schule. Während die Klassen 3 und 4 in jeweils einem Zweig organisiert sind, erfolgt der Unterricht der Klassenstufen 1 und 2 in einer Schuleingangsphase.

Insbesondere durch unsere Teilnahme am SINUS-Projekt wurde unser Interesse an einem vertieften Arbeiten im Umgang mit Heterogenität in den MINT-Fächern geweckt. Unser Schwerpunkt liegt dabei vor allem auf dem Mathematikunterricht, in dem wir bspw. durch den Einsatz verschiedener Unterrichtsmethoden, wie Tagesplan-, Wochenplan- oder Werkstattarbeit versuchen, mit der zunehmenden Heterogenität passend umgehen zu können. Darüber hinaus stellt und stellte auch die Auswahl und Erarbeitung guter Aufgaben für den Mathematikunterricht einen Kernaspekt unseres Engagements als Projektschule dar.

Durch unser Engagement im UHeMaG-Projekt hat sich dieses Interesse noch weiter ausgebaut, indem wir nun gezielt versuchen, mithilfe der in SINUS gesammelten Erfahrungen zur Auswahl und Gestaltung guter und substantieller Aufgaben, den Umgang mit Heterogenität zu meistern.

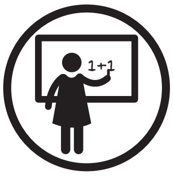
2. AUSGANGSLAGE

Wenn über einen passenden Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht und gute Aufgaben für diese unterrichtliche Herausforderung diskutiert wird, so werden häufig zunächst Aufgabenformate aus der Arithmetik genannt, anhand derer es den Kindern mit stark unterschiedlicher Leistungsfähigkeit möglich ist, Entdeckungen zu machen und diese auch (zumindest im Ansatz) zu begründen.

Unserer Ansicht nach wird dabei nur zu selten der Bereich der Geometrie genannt, in dem dieser Aspekt ebenso wichtig, wie auch notwendig ist. Auch hier geht es darum, mathematische Zusammenhänge zu erkennen, forschend tätig zu sein, Vermutungen aufzustellen und diese auch fundiert begründen zu können. Aufgrund dieser Situation haben wir uns exemplarisch für die Auswahl eines Themenschwerpunktes aus gerade diesem Bereich entschieden, den wir als Grundlage unserer, in Abschnitt 3, beschriebenen Unterrichtsversuche für diese Dokumentation heranziehen.

Als Kernthema haben wir uns dabei auf das im Lehrplan und den KMK Bildungsstandards vermerkte Aufgabenformat Würfelnetze fokussiert. Das Kernziel unserer Bemühungen bestand einerseits darin, Unterricht gemeinsam zu planen, durchzuführen und zu reflektieren, so dass auch im Kollegium ein kooperativer Arbeitsprozess weiter angestoßen wird. Auf Schülerebene haben wir hingegen die Förderung der Raumorientierung, Raumwahrnehmung, des Umgangs mit geometrischen Körpern und langfristig der visuellen Wahrnehmungsfähigkeit festgesetzt.

Die im Folgenden dargelegten Unterrichtsdokumentationen stammen aus der Arbeit mit einer dritten Klasse, die von derzeit 27 Schülerinnen und Schülern besucht wird. Anregungen für die konkrete Gestaltung der Unterrichtsversuche erhielten wir neben den UHeMaG-Begleitfortbildungen auch aus Impulsbeispielen des Thüringer Lehrplans Mathematik Grundschule sowie der PIKAS Unterrichtsreihe zu diesem Thema (*pikas.dzlm.de/119*).



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS – „WÜRFELNETZE"

Die Grundidee des Aufgabenformates Würfelnetze besteht darin, aus einem zweidimensionalen Gebilde, dem sog. Würfelnetz, entweder konkret handelnd oder auf mentalem Wege einen Würfelkörper herzustellen. Dies bedeutet konkret, dass Würfelnetze aus sechs zusammenhängenden und gleich großen Quadratflächen bestehen, die sich zu einem Würfel zusammenfalten lassen.

Grundvoraussetzungen schaffen

Damit alle Kinder verständnisbasiert in die Arbeit mit Würfelnetzen einsteigen konnten, mussten einige grundlegende Voraussetzungen geschaffen werden. Diese lagen zum einen in der Klärung wichtiger Begriffe, wie bspw. Quadrat, Würfelnetz und Würfel. Darüber hinaus waren jedoch auch unterrichtsorganisatorische Fragen zu klären, um die kommenden Unterrichtsstunden erfolgreich angehen zu können. So mussten wir auch eine geeignete Umgebung im Klassenraum für die angedachte Arbeit in Gruppen schaffen, indem wir Gruppen à vier bis fünf Kinder unterschiedlichen Leistungsvermögens im Vorfeld einteilten. Darüber hinaus war es notwendig, die in den Unterrichtsversuchen einzusetzenden Materialien zu beschaffen. Dazu zählen unter anderem verschiedenfarbige Plakate, Bierdeckel, Tesafilm und Klebstoff. Die Materialien wurden gebraucht, um einerseits Würfelnetze zu erstellen und um die Ergebnisse dokumentieren zu können.

Ferner war es ebenso wichtig, die Rolle der Lehrkraft für das Unterrichtsvorhaben zu verdeutlichen. Aufgrund der Tatsache, dass wir keinen fragend-entwickelnden, sondern aktiv-entdeckenden Unterricht gestalten woll(t)en, wurden im Lehrerkollegium nochmals die Vorzüge eines Unterrichts verdeutlicht, in dem Lehrerinnen und Lehrer als Moderatoren und nicht als Vermittler von Wissen fungieren.

Würfelnetze entdecken

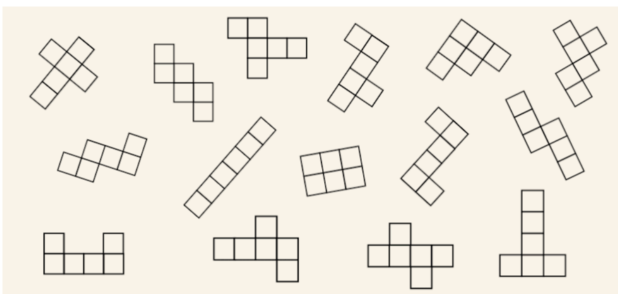
Nachdem begriffliche und unterrichtsorganisatorische Voraussetzungen gegeben waren, erfolgte der inhaltliche Einstieg in das Arbeiten mit Würfelnetzen. Hierbei war es uns wichtig, den Kindern noch nicht direkt zu Beginn des Unterrichtsversuchs die Herausforderung zu stellen, alle möglichen Würfelnetze finden zu müssen und Begründungen zur Vollständigkeit einzufordern. Vielmehr sollten erste Handlungserfahrungen ermöglicht werden, anhand derer die Kinder aus den zusammenhängenden Quadraten einen Würfel erzeugen konnten.

Würfel aus Untersetzern falten

Als konkreten Handlungsanlass haben die Kinder hierfür Bierdeckel mit Tesafilm aneinander befestigt und durch zusammenfalten einen Würfel gebildet. Auf diese Weise wurde ein erster Zugang zum Thema hergestellt. Der Leistungsheterogenität konnte dahingehend entsprochen werden, dass der erste intuitive Zugang sowohl spontanes als auch strukturiert-strategisches Vorgehen erlaubte. Schnell stellten die Kinder während der ersten Bearbeitungen fest, dass nicht alle Varianten, sechs Bierdeckel aneinanderzukleben, geeignet sind, um ein Würfelnetz zu bilden. Diese Erkenntnis führte uns zu unserem zweiten Bearbeitungsschwerpunkt: Dem erkennen ‚falscher' Würfelnetze.

Falsche Würfelnetze erkennen

Das Erkennen falscher Würfelnetze in Abgrenzung zu korrekten Würfelnetzen stellte den zweiten Schwerpunkt in unserem Unterrichtsversuch dar. Beispielhaft möchten wir dabei einen Arbeitsauftrag erläutern, den wir den Kindern im Unterricht angeboten haben.



falsche und korrekte Würfelnetze

Das PIKAS-Arbeitsblatt zeigt eine Sammlung von insgesamt 15 Netzformen, die von einer fiktiven Schülerin namens Anna erstellt wurden. Die Aufgabe der Kinder war es, jeweils zu entscheiden, ob man aus den gegebenen Netzformen Würfel falten kann, oder nicht.
Um den Kindern auch an dieser Stelle die Möglichkeit zu geben, entsprechend ihres individuellen Leistungsvermögens vorgehen zu können, war es ihnen freigestellt die Untersetzer als Material für die Überprüfung heranzuziehen. Die Unterrichtsversuche haben gezeigt, dass die etwas stärkeren Kinder diese Aufgabe teilweise relativ sicher auch ohne konkrete Materialhandlungen bewältigen können, indem sie das Zusammensetzen des Würfelnetzes ‚in ihrem Kopf' vornehmen.

Alle Würfelnetze finden

Als dritten Beabreitungsschwerpunkt haben wir das Finden möglichst aller korrekten Würfelnetze gesetzt. Mit diesem Auftrag sind vielfältige Möglichkeiten hinsichtlich des Entdeckens, Beschreibens und Erforschens geometrischer Zusammenhänge verbunden. Dies ist darin begründet, dass es eine Vielzahl prinzipiell möglicher Würfelnetze gibt, die nicht durch eine Drehung oder Spiegelung eine der anderen dargestellten Möglichkeiten ergibt und jeweils unterschiedliche Eigenschaften aufweisen.
Die Kinder erhielten in ihren, zu Beginn der Unterrichtsreihe festgelegten Gruppen die Aufgabe, nun so viele Würfelnetze zu finden, wie möglich und dabei möglichst geschickt vorzugehen sowie die gefundenen Lösungswege strukturiert darzustellen. Dabei war es uns Lehrkräften wichtig, dass die Kinder Möglichkeiten zunächst am Material handelnd überprüfen, mit Kästchenpapier ausschneiden und sie möglichst systematisch auf einem Plakat aufzukleben. Dieses Vorgehen war vor allem deswegen wichtig, um den jeweils anderen Gruppen den Lösungsweg transparent und nachvollziehbar nahebringen zu können.

Dokumentation des Arbeitsprozesses einer Gruppe

Das Foto zeigt einen solchen arbeitsteilig vollzogenen Prozess. Während zwei Kinder gemeinsam mit den Bierdeckeln nach neuen Möglichkeiten suchen, widmeten sich andere Kinder der Übertragung der Möglichkeit auf Kästchenpapier sowie der Darstellung der Möglichkeiten unter der Herleitung einer gemeinsam festgelegten Strukturierung.
Natürlich gelang es nicht allen Gruppen wirklich alle Möglichkeiten zu finden. Jedoch war nicht unbedingt das Endprodukt, alle Möglichkeiten hergeleitet zu haben, die zentrale Zielsetzung für diesen Auftrag. Vielmehr sollten die Kinder versuchen, in ihren Gruppen Strategien zur Lösungsfindung zu entwickeln und einen gemeinsamen Arbeitsplan für das Vorgehen zu erstellen. So hat bspw. eine Gruppe durch systematisches Verschieben eines Bierdeckels versucht, ausgehend von einem korrekten Würfelnetz weitere Möglichkeiten herzuleiten und nicht wahllos neue Kombinationen auszuprobieren. Die Bearbeitungsprozesse sollten im Wesentlichen von strategischen Handlungsentscheidungen geprägt sein, was wir bei nahezu allen Gruppen auch beobachten konnten. Darüber hinaus bot die Aufgabe jeder Gruppe die Möglichkeit, entsprechend ihres individuellen Leistungsvermögens vorzugehen, eigene Wege zu begehen und eigenständig aktiv zu werden. Letzterer Aspekt wurde vor allem im Zuge der Präsentation der Arbeitsergebnisse deutlich, bei der sich die Kinder arbeitsteilig verständigt haben, den Mitschülerinnen und Mitschülern die Korrektheit der verschiedenen Würfelnetze zu belegen.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

In der Rückschau auf die Unterrichtsversuche zum Thema Würfelnetze halten wir zusammenfassend fest, dass wir verschiedene Anforderungsbereiche in den drei dargestellten Arbeitsphasen haben ansprechen können. Dadurch konnten wir mit der großen Leistungsspanne in der Klasse gewinnbringend umgehen. Jedes Kind konnte in seiner Gruppe seine eigenen Ideen einbringen, was in die Umsetzung verschiedener Strategien und Herangehensweisen bei den ersten Entdeckungen von Würfelnetzen, dem Erkennen falscher Würfelnetze sowie insbesondere im Zuge der Erarbeitung möglichst vieler oder gar aller Würfelnetze mündete.
Jedoch hielten wir die Unterrichtsversuche nicht nur auf Schülerinnen- und Schülerebene für ein gelungenes Projekt. Auch konnten wir als Kollegium im ge-

genseitigen Austausch dazu beitragen, über unseren eigenen und den Unterricht anderer Lehrkräfte zu reflektieren und positive sowie negative Planungsentscheidungen herauszuarbeiten. Dieses ermöglichte uns in einem nächsten Schritt die Chance zur Weiterentwicklung und Verbesserung unseres eigenen Unterrichtes.

LITERATUR

- Franke, M. (2007). Didaktik der Geometrie (2. Auflage). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- PIKAS-Team (o.J.), Würfelnetze. Online verfügbar unter: *www.pikas.dzlm.de/119* (Abruf am 09.07.2016).
- Thüringer Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur (2010): Lehrplan für die Grundschule und für die Förderschule mit dem Bildungsgang Grundschule Mathematik. Online verfügbar unter: *https://www.schulportal-thueringen.de* (Abruf am 11.07.2016).

Mathe-BOXEN

Ein breites Repertoire aufbereiteter, substantieller Unterrichtseinheiten für das ganze Kollegium

SGS „Grundschule am Steigerwald“
Erfurt

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die Grundschule am Steigerwald liegt im Süden der Landeshauptstadt Erfurt, in der Löbervorstadt. An unserer MINT- und SINUS-Schule lernen 350 Kinder, die von unseren ca. 45 Lehrerinnen und Lehrern sowie Erzieherinnen und Erziehern begleitet werden. Das Lernen organisieren wir in der Balance zwischen Freiraum und Führung, Übung und Systematik. Dabei verknüpfen wir reformpädagogische Traditionen, wie die Jenaplan- und Montessoripädagogik, mit den Ergebnissen moderner Lernforschung. Ausgehend von den Bedürfnissen der Kinder organisieren wir das Arbeiten in den 16 jahrgangsgemischten Stammgruppen (1/2 und 3/4) bevorzugt in offenen, kooperativen und kommunikativen Lernformen. Als Ganztagsschule bieten wir unseren Schülerinnen und Schülern vielfältige Möglichkeiten zur Entfaltung ihres persönlichen Potentials und haben den Anspruch auf die Bedürfnisse der immer heterogener werdenden Schülerschaft mit differenzierenden Unterrichtsmaterialien einzugehen; so auch im Mathematikunterricht. Hieraus entstand die Idee, in Form von Mathe-BOXEN, gemeinsam im Kollegium, ein breites Repertoire differenzierender Unterrichtseinheiten für eine heterogene Schülerschaft zu entwickeln, diese zu erproben und zu reflektieren. In diesem Beitrag möchten wir unsere Arbeit zu zwei dieser Mathe-BOXEN vorstellen.

2. ARBEIT DER PLG AN DER GRUNDSCHULE AM STEIGERWALD

Ausgangslage und Ziele

Die kollegiale Zusammenarbeit an unserer Schule erfolgt in zwei Jahrgangsteams (1/2 und 3/4). Aus jedem Jahrgangsteam haben sich je zwei Kolleginnen gefunden, die eine Professionelle Lerngemeinschaft (PLG) bilden. Sie treffen sich regelmäßig, um an der Entstehung der Mathe-BOXEN zu arbeiten. Dabei werden die Grobziele und Ideen im 4er Team (PLG) besprochen. Die zwei Lehrer der gleichen Jahrgangsstufe bilden wiederum ein Tandem-Team, um mathematisch herausfordernde Aufgaben zu erproben, zu reflektieren und zu optimieren. Im Anschluss werden in der PLG die Erfahrungen des Tandem-Teams besprochen und reflektiert sowie zu neuen Unterrichtseinheiten Ideen gesammelt.
Die Kernziele der Arbeit in der PLG waren dabei, ein breites Repertoire substantieller, aufbereiteter Unterrichtseinheiten zu entwickeln und diese den Kollegen zur differenzierten Förderung mathematischer Kompetenzen zur Verfügung zu stellen. Des Weiteren war es das Ziel, den Bedürfnissen einer immer heterogener werdenden Schülerschaft durch das gemeinsame Planen, Durchführen und Reflektieren des Mathematikunterrichtes entgegenkommen zu können sowie kollegialen Austausch anzuregen. Die einzelnen Unterrichtseinheiten sollen kontinuierlich herausfordernde, mathematische Situationen schaffen, die u.a. insbesondere zur Förderung prozessbezogener Kompetenzen beitragen.

Organisation der Arbeit in der PLG

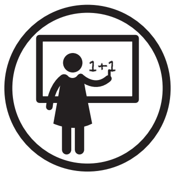
Für die Entwicklung einer Mathe – BOX wurden folgende Arbeitsschritte festgelegt und verfolgt:

1. Gemeinsame Planung der Unterrichtseinheit im Tandem-Team
2. Erste Durchführung der Unterrichtseinheit in einer Stammgruppe (Jahrgang 1/2 bzw. 3/4) mit Hospitation durch den Tandem-Partner
3. Gemeinsame Reflexion und Überarbeitung der Unterrichtseinheit
4. Zweite Durchführung der Unterrichtseinheit in der Vergleichsstammgruppe mit Hospitation durch den Tandem-Partner
5. Gemeinsame Reflexion und finale Überarbeitung
6. Die Arbeitsmaterialien, Arbeitsblätter und eine beispielhafte Anleitung werden in einer Mathe-BOX zusammengestellt
7. Erprobung der Materialien durch zwei weitere Lehrkräfte mit anschließendem Feedback

Für den letzten Schritt formulierten wir Reflexionsfragen zur Erprobung der Mathe-BOX, um zielgerichtete Rückmeldung von den Kolleginnen und Kollegen zu bekommen, die an der Entwicklung nicht beteiligt waren. Wenn notwendig, wurden die Mathe-BOXEN im Anschluss noch einmal überarbeitet. Es standen folgende Reflexionsfragen im Zentrum der letzten Feedbackrunde:

- Ist der formulierte Ablauf nachvollziehbar, so dass die Umsetzung im Mathematikunterricht unmittelbar erfolgen kann?
- Sind beiliegende Materialien ausreichend?
- Wie gut sind die Aufgaben geeignet, um eine heterogene Lerngruppe anzusprechen?
- Wie gut sind die Aufgaben geeignet, um auch prozessbezogene Kompetenzen fördern zu können?
- Weitere Tipps und Hinweise?

Zudem wurden die Kollegen und Kolleginnen gefragt, ob sie sich weitere Mathe-BOXEN wünschen und wenn ja, zu welchen Themenbereichen. Die neu entwickelten Mathe-BOXEN werden dem Kollegium in regelmäßigen Abständen durch die PLG vorgestellt. Die fertiggestellten Boxen werden im Anschluss dem gesamten Kollegium zugänglich gemacht und damit als vorbereitete und erfolgreich erprobte Unterrichtssequenz angeboten.
Jede Mathe-BOX enthält eine detaillierte Beschreibung des Unterrichtsverlaufes, eine Sachanalyse des mathematischen Inhaltes, Skizzen von Tafelbildern mit zugehörigen Applikationen, Karten für den Wortspeicher, Kopiervorlagen von Arbeitsblättern, Veranschaulichungsmittel bzw. eine Liste der benötigten Veranschaulichungsmittel.



3. BESCHREIBUNG ERSTER KONKRETER UNTERRICHTSBEISPIELE

Mathe-BOX „Addition von Reihenfolgezahlen“ (Jahrgang 3/4)

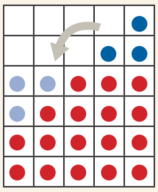
Die Auseinandersetzung mit Aufgabenstellungen zu Summen von aufeinander folgenden Zahlen, ermöglicht Schülerinnen und Schülern, Muster und Strukturen auf unterschiedlichen Niveaus zu entdecken, zu benutzen, zu beschreiben und zu begründen. Die Kinder erfassen durch die Bearbeitung ausgewählter Problemstellungen konstruktive und strukturelle Zusammenhänge des Aufgabenformats „Reihenfolgezahlen“, indem sie beim Summieren arithmetischer Reihen geeignete Rechenstrategien entwickeln und nutzen sowie Beziehungen zwischen Summanden und Summen arithmetischer Reihen untersuchen, beschreiben und dokumentieren. Außerdem fertigen sie geordnete und sachgerechte Darstellungen zu ihren Entdeckungen und Ergebnissen an sowie verbalisieren ihre Entdeckungen und begründen ihre Vorgehensweisen.
Bei der Addition von Reihenfolgezahlen werden die Kinder durch differenzierte Materialien der Mathe-BOX angeregt, eine Vielzahl von arithmetischen Mustern und Strukturen zu entdecken und diese als Strategie zur Summation zu nutzen. Somit werden individuelle Zugänge für eine heterogene Schülerschaft ermöglicht, die durch das Angebot von verschiedenen Darstellungsmitteln zusätzlich unterstütz werden. Hier ein paar Beispiele:

1. Bei der *Addition zweier aufeinander folgender Zahlen* werden immer eine gerade und einen ungerade Zahl addiert. Diese Addition liefert als Summe stets eine ungerade Zahl, da $n + (n+1) = 2n + 1$. Beispiel: $2 + 3 = 5$
2. *Additionen mit einer ungeraden Anzahl an Summanden:*
   - Dreiersummen sind immer durch 3 teilbar, da $(n-1) + n + (n+1) = 3n$. Beispiel: $n = 8 \rightarrow$ $7 + 8 + 9 = 3 \cdot 8 = 24$
     Umgekehrt gilt: Jede durch 3 teilbare Zahl größer gleich 6 ist als Dreiersumme mit n als Mittelzahl darstellbar. Beispiel: $45 : 3 = 15 \rightarrow 14 + 15 + 16 = 45$
   - Analog lassen sich für Zahlen, die durch 5, 7, 9, 11... teilbar sind, als Fünfersummen, Siebenersummen, Neunersummen, Elfersummen, usw. darstellen.

Eine Strategie zur Summation arithmetischer Reihen besteht im Fall einer *ungeraden Anzahl von Summanden* darin, die *Zahl im mittleren Feld mit der Anzahl der Felder zu multiplizieren*, wie es dem Ausgleich um die Mittelzahl entspricht.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 4 \cdot 10 + 5 = 5 \cdot 9 = 45$

Bei Punktbildern mit *ungerader Anzahl* an Reihenfolgezahlen kann die Summe immer über den Ausgleich symmetrisch um die mittlere Zahl errechnet werden.



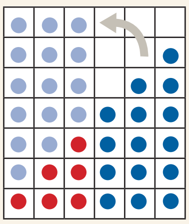
$2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 5 \cdot 4 = 20$

3. *Addition mit einer geraden Anzahl an Summanden:* Zahlen lassen sich als Summe mit einer geraden Anzahl von Summanden (g) wie folgt darstellen: Die Division der Summe durch die gerade Zahl g lässt als Rest die Hälfte von g, also g/2. Die Division durch 2 (4,6,...) lässt also den Rest 1 (2,3,...).
   Beispiele:
   Summe 14: Division durch 4 lässt den Rest 2
   → 2 + 3 + 4 + 5
   Summe 36: Division durch 8 lässt den Rest 4
   → 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8
   Die Summe aus dem ersten und letzten, dem zweiten und vorletzten (...) Summanden ist gleich groß und ungerade.

Bei einer arithmetischen Reihe mit *gerader Anzahl* von Summanden wird die *Pärchenstrategie* angewandt: Man bildet die Summe der beiden mittleren Zahlen und multipliziert sie mit der halben Anzahl der Summanden.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 5 \cdot 11 = 55$

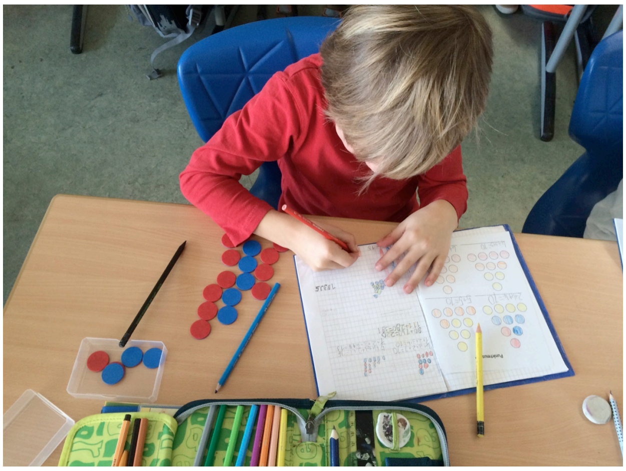
Pärchenbildung bei gerader Anzahl von Summanden:

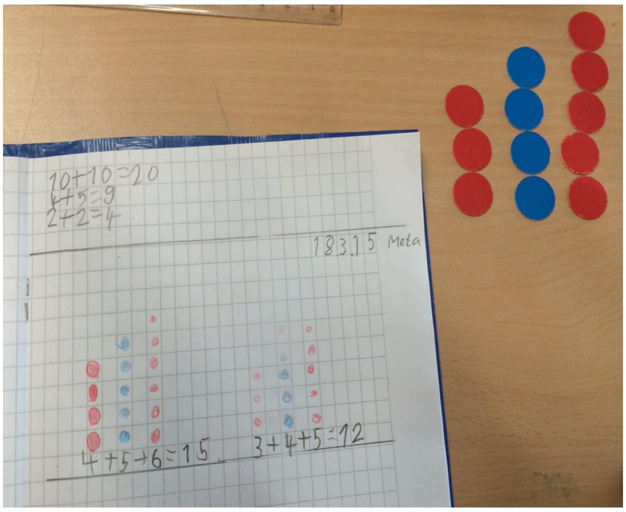


$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 3 \cdot (3 + 4) = 21$

Mathe-BOX „Punktemuster und Nachbarzahlen“ (Jahrgang 1/2)

Eine ähnliche substantielle Auseinandersetzung mit arithmetischen Mustern und Strukturen wird durch die Mathe-BOX „Punktemuster und Nachbarzahlen“ angeregt. Auf unterschiedlichen Niveaus erforschen Kinder Punktemuster, stellen diese gemäß ihres kognitiven Vermögens dar, beschreiben und begründen sie. Offene Aufgabenstellungen und die Nutzung von unterschiedlichen Veranschaulichungsmaterialien tragen zur natürlichen Differenzierung bei.





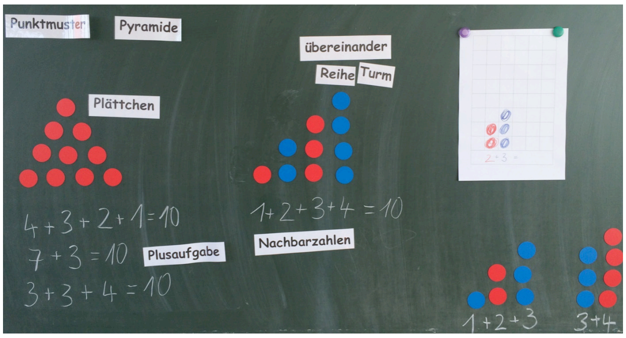
Differenziertes Arbeiten

Der Unterricht verläuft in jeder Einheit der Mathe-BOX gleich, um den Kindern durch Rituale ein sicheres Umfeld für die Auseinandersetzung mit mathematischen Problemstellungen zu bieten:

1. Problementfaltung sowie Klärung wesentlicher Begriffe
2. Großzügiger Zeitrahmen für den individuellen Problemlöseprozess
3. Präsentation der Ergebnisse: Gespräch über Lösungswege und Entdeckungen

Anhand eines Wortspeichers werden die wesentliche Begriffe im Verlauf der Unterrichtseinheiten gesammelt und visualisiert.

Individuelle Lösungen



Wortspeicher

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Die Arbeit innerhalb der PLG zur gemeinsamen Entwicklung, Durchführung, Reflexion und Überarbeitung der Mathe-BOXEN hat sich insgesamt nicht nur auf die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler als äußerst befruchtend herausgestellt, sondern auch für die Arbeit innerhalb des Kollegiums. Von der Schulleitung wurden viele Hospitationen ermöglicht, so dass ein reger Austausch in den Tandems, innerhalb der PLG und auch im gesamten Kollegium statt fand. Die gemeinsame Planung, Ideenfindung und gegenseitige Beratung wurden als sehr bereichernd wahrgenommen. Zudem wurden heterogene Schülerleistungen durch mindestens vier Augen gesichtet und im Hinblick auf eine individuelle Förderung, kompetenzorientiert diskutiert. Erfolgreich wurde beobachtet, dass die Mathe-BOXEN mit den Unterrichtsplanungen und -materialen von den Kolleginnen und Kollegen gut angenommen und genutzt wurden. Diese Verbreitung ermöglichte erneut Diskussionen und Verbesserungen der Materialien und Unterrichtssequenzen für den Schulalltag. Zukünftig wollen wir durch die Entwicklung weiterer Mathe-BOXEN eine kontinuierliche Steigerung des Aufgabenspektrums sowie eine kontinuierliche Steigerung der Unterrichtsqualität an unserer Schule erreichen.

LITERATUR

- Schwätzer, U., & Selter, C. (2000). Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen - eine Unterrichtsreihe für das 4. bis 6. Schuljahr. In: Mathematische Unterrichtspraxis, Heft 2, 28-37.

Die Schnecke Sabina

Eine herausfordernde Lernaufgabe mit Sachkontext zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht

Europa-Schule Erfurt, Jacob-und-Wilhelm-Grimm-Schule

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

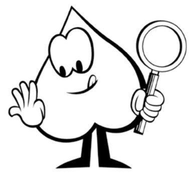
Die Europa-Schule Erfurt ist eine fünfzügige Grundschule mit jahrgangsgebundenem Unterricht. Ergänzend zum Mathematikunterricht lernen unsere Schülerinnen und Schüler in lebensnahen Projekten, in denen mitunter auch herausfordernde Aufgaben einfließen, die das strategische und zielgerichtete Bearbeiten herausfordernder Lernaufgaben in Sachkontexten ansprechen. Die Schülerinnen und Schüler dürfen fachliches Lernen und Leben nicht isoliert voneinander betrachten. Unser Ansinnen ist es, beides zu verbinden.

Seit vielen Jahren nimmt unsere Schule am SINUS-Projekt teil und lässt die Anregungen in den Schulunterricht einfließen. Im Zuge der Arbeit in SINUS wurde das Projekt UHeMaG an uns herangetragen, an dem wir mit viel Engagement teilnehmen. Schließlich ist das Thema Heterogenität an einer Schule mit 20 Klassen und fast 500 Schülerinnen und Schülern mit individuellen Lernvoraussetzungen allgegenwärtig. Die Arbeit mit UHeMaG führt unsere bisherige Arbeit fort, die Unterschiedlichkeit der Schüler und ihre Herangehensweisen an Aufgaben als Chance

zum Lernen wahrzunehmen. Gleichzeitig sehen wir es als Möglichkeit, die sozialen Kompetenzen unser Kinder zu fördern und zu verbessern.
In diesem Beitrag möchten wir Einblicke in den Einsatz einer herausfordernden Lernaufgabe mit Sachkontextbezug geben und unsere Vorgehensweise unter besonderer Berücksichtigung der vorliegenden heterogenen Schülerschaft exemplarisch darstellen.

DIE SCHNECKE SABINA

An einem Morgen, an dem es die Schnecke Sabina eilig hatte und als sie nicht aufpasste, purzelte sie in einen Brunnen.
Schnell zog sie sich in ihr sicheres Schneckenhaus zurück und landete ohne Verletzungen auf dem weichen Boden des 9 Meter tiefen Brunnens. Sabina wollte natürlich schnell wieder heraus. So begann sie sofort die Brunnenwand hinauf zu kriechen. Am ersten Tag schaffte sie 3 Meter, rutschte aber in der Nacht wieder 2 Meter hinunter. So erging es ihr auch an den nächsten Tagen. Tagsüber kroch Sabina 3 Meter die Brunnenwand hinauf, in jeder Nacht rutschte sie wieder 2 Meter hinab.



Kannst du heraus bekommen wie lange es dauerte bis Sabina wieder oben am Brunnenrand ankam?

Die Aufgabe „Schnecke Sabina“

2. AUSGANGSLAGE

Sachaufgaben stellen häufig ein ‚Stiefkind' der Mathematik dar und werden oft als ergänzende Aufgabenangebote für starke Rechnerinnen und Rechner, nicht aber als wesentlicher Bestandteil des Unterrichts, betrachtet. Erfahrungsgemäß fallen Sachaufgaben vielen Kindern sehr schwer, da oft Verständnisprobleme beim Erfassen eines Aufgabentextes sowie dessen adäquater Übersetzung in die ‚Welt der Mathematik' auftreten. Dieser Prozess wird in der Mathematikdidaktik auch als ‚Modellieren' bezeichnet.
Ausgehend von dieser Situation haben sich die Kolleginnen und Kollegen von drei dritten Klassen das Ziel gesetzt, Wege zu finden, um diese Gegebenheit zu verändern und Sachaufgaben nicht nur als Hürde, sondern auch als Chance für alle Kinder anzusehen, individuelle Lernwege zu begehen. Je nach Leistungsvoraussetzung sehen wir das Potential für Kinder, eigene Zugänge zu finden. Nicht nur für die Lehrkraft, sondern auch für die Kinder kann es spannend sein, zu sehen, welche unterschiedlichen Lösungsvarianten für die Lösung eines Problems möglich sind. Ein wesentlicher Bestandteil der Überlegungen war in diesem Zusammenhang auch, dass Sachaufgaben eine Abwechslung zum „eigentlichen" Rechnen sein können und durch die Lebensnähe auch einen nicht zu unterschätzenden motivationalen Aspekt für die Kinder aufweist. Die Kinder können dadurch erfahren, wozu sie mathematische Kenntnisse in realen Kontexten benötigen.

3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „DIE SCHNECKE SABINA"

Die Aufgabe

Die in diesem Bericht beispielhaft ausgewählte Aufgabe ‚Die Schnecke Sabina' entstammt – wie auch viele weitere, in unseren Unterrichtsversuchen herangezogenen Problemstellungen – dem Fortbildungsmaterial des PIKAS-Projekts. Die Kernidee der Aufgabe besteht darin, dass die Schnecke Sabina ausgehend vom Boden eines Brunnens zum Brunnenrand klettern möchte. Ein zentrales Gestaltungsmerkmal der Aufgabe besteht weiterhin in den zurückgelegten Strecken der Schnecke am Tag und in der Nacht. Während Sabina tagsüber drei Meter hinaufklettert, rutscht sie in der Nacht zwei Meter in Richtung Boden.
Die Anforderungen der Aufgabe bestehen darin, die gegebenen Informationen zu erfassen, die Sachsituation in eine mathematische Darstellung zu übertragen, ein Ergebnis zu finden und zu überprüfen sowie den Arbeitsprozess den Mitschülerinnen und Mitschülern im Nachgang geeignet vorzustellen. Hierbei interessierten uns besonders die individuellen Herangehensweisen der Kinder und das Nutzen von bereitgestellten Hilfen zur Strukturierung des Arbeitsprozesses. Gleichzeitig interessierte uns aber auch das Arbeiten in Partner- und Kleingruppen und welche Folgerungen sich daraus für unsere weitere Gestaltung der Unterrichtsarbeit ergeben.

Differenzierungsangebot

Die Aufgabe bietet Potential für natürliche Differenzierung, da Zugänge auf unterschiedlichen Wegen, z.B. über das Erstellen bildlicher Veranschaulichungen oder das Arbeiten auf rein symbolischer Ebene, möglich sind. Dies zeigen auch die Schülerdokumente auf den folgenden Seiten. Das Nutzen der Lösungshilfen stellt eine weitere Differenzierungsmöglichkeit dar. Die folgende Abbildung zeigt in diesem Zusammenhang, eine solche Variante, die wir in den Unterrichtsversuchen eingesetzt haben. Das Dokument gibt einige Fragen vor, die für den weiteren Problemlöseprozess zentral sind. Den Kindern wird auf diese Weise ein Rahmen gegeben, sich auf wesentliche Informationen des Aufgabentextes zu fokussieren, was die Basis für weiteres Arbeiten darstellt. Dabei sei darauf hingewiesen, dass die Kinder Pikos Hilfe keinesfalls verbindlich wahrnehmen mussten. Vielmehr wurde es den Kindern freigestellt, diese Unterstützungsangebote anzunehmen und in den eigenen Arbeitsprozess einfließen zu lassen.

PIKOS HILFE

Fragen:	Diese Antwort habe ich gefunden:
Wie tief ist der Brunnen?	9 Meter
Wie viele Meter kriecht Sabina am ersten Tag hinauf?	3 Meter
Wie viele Meter rutscht sie in der Nacht wieder hinunter?	2 Meter
Was passiert in den nächsten Tagen und Nächten?	3 Meter und 2 Meter

Markiere die Antworten im Text!

PIKOs Hilfe

Vorbereitung/ Grundlagen schaffen

Mittlerweile sind die Kinder an unserer Schule bei der Arbeit mit Sachaufgaben relativ routiniert. Hierbei hat insbesondere das gemeinsame Festlegen einer, für alle Kinder verbindlichen, Herangehensweise sehr geholfen:

- Sie lesen sich den Text vollständig durch und erfassen den Inhalt und das Problem / die Frage im Überblick.
- Sie markieren sich lösungsrelevante Daten und Wörter (mehr, weniger …).
- Sie geben den relevanten Inhalt mit eigenen Worten wieder.
- Sie versuchen die passende Aufgabe zu finden und auszurechnen, um die Antwort auf die Frage zu erhalten.
- Sie dokumentieren in geeigneter Weise ihren Lösungsweg, um ihn nachvollziehbar zu machen. Dazu besprachen wir verschiedene Möglichkeiten von Skizzen.

Tabelle zum Unterrichtsverlauf

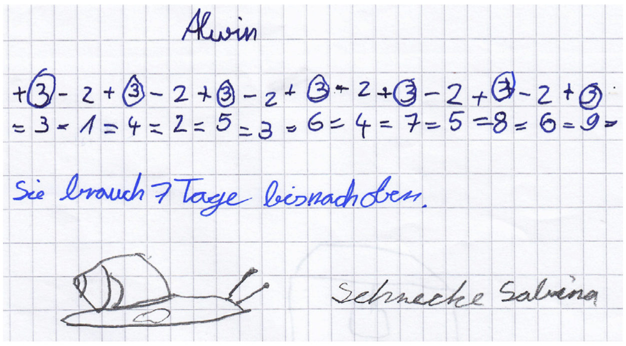
EINSTIEG	**Anknüpfen an das Vorwissen:** Wir besprechen das bisherige Vorgehen beim Bearbeiten von Sachaufgaben und geben den zeitlichen Plan mit Einzel-, Partner- bzw. Kleingruppenlernen und Präsentation vor. **Erteilung des Arbeitsauftrages:** Findet eine Lösung für das Sachrechenproblem. Nutzt alle besprochenen Lösungshilfen. Stellt eure Gedanken und den Weg zu eurer Lösung möglichst anschaulich dar.
ERARBEITUNG	**Erarbeitung I (ICH):** Die Kinder denken über die Aufgabe nach und entwickeln erste Lösungsideen. **Erarbeitung II (DU):** Die Kinder bekommen Zeit, um, wenn sie möchten, mit ihrem Lernpartner bzw. in ihrer Lerngruppe zu kommunizieren und ihren Lösungsansatz bzw. ihre Lösung zu besprechen. Sie stellten ihren Lösungsweg möglichst anschaulich dar.
REFLEXION	**Präsentations-/ Reflexionsphase (WIR):** Einige Schüler stellen ihren Lösungsweg und ihre Lösung anschaulich an der Tafel, unterstützt durch eine Zeichnung, vor und erläutern den Zuhörern ihre Gedanken. Die Zuhörer vergleichen den vorgestellten Weg mit ihrem eigenen Vorgehen und geben Hinweise auf mögliche falsche Gedanken und Ansätze.

Verlauf der Arbeitsphasen

In der Arbeitsphase gingen die Kinder motiviert an die Lösung der gestellten Aufgabe. Die Herangehensweisen unterschieden sich bei den Lernenden der drei Klassen teilweise sehr stark. In einer Klasse strichen viele Kinder, trotz des Hinweises zum Markieren der wichtigen Angaben, diese nicht an. In den anderen beiden Klassen markierten fast alle Kinder relevante Daten, ohne einen Hinweis erhalten zu haben. Hinsichtlich des ersten Zugangs zur Problemstellung fiel es einigen Kindern zunächst schwer, nach einem Lösungsansatz zu suchen und diesen zu verfolgen. Die bereitgestellten Hilfen unterstützten die Kinder jedoch dabei, so dass alle Kinder auf ihrem individuellen Leistungsstand Wege zur Bearbeitung der Aufgabe fanden.

Dokumentation der Lösung

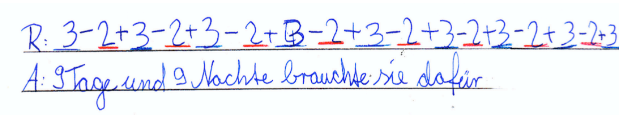
Aus der Gesamtvielfalt aller Lösungswege ließen sich zwei Varianten der Dokumentation der Schülerinnen- und Schülerlösungen beobachten: Die Kinder haben ihr Vorgehen entweder symbolisch oder bildlich dargestellt.



Alwins Lösung

Ein Beispiel für eine symbolische Darstellung ist bei Alwins Vorgehen erkennbar. In der oberen Zeile notiert er jeweils abwechselnd die Veränderungen am Tag und in der Nacht (+3 -2, ...), während er in der unteren Zeile die Ergebnisse für jeden Zwischenschritt notiert. Außerdem kreist er alle Dreien ein, was ihm offenbar hilft, die Anzahl der Tage zu bestimmen. Schließlich benennt er das korrekte Ergebnis.

Ein häufig auftretender Fehler bestand darin, dass einige Kinder die zurückgelegte Strecke nur für einen Tag im Gesamten (3m -2m = 1m) berechneten und nicht die Veränderungen in der Nacht bzw. am Tag differenziert betrachteten.



Sammys Lösung

Sammy ging auf diese Weise vor und kommt zum Entschluss, dass die Schnecke insgesamt 9 Tage benötigt. Dieser Zugang ist dabei keineswegs negativ einzuschätzen, sondern bietet vielmehr Anlässe, um über unterschiedliche Lösungswege gemeinsam zu diskutieren.

Sandwich belegen

Ein Problem aus der Kombinatorik zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht

Evangelische Grundschule Erfurt

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die Evangelische Grundschule in Erfurt ist eine dreizügige Schule mit derzeit 280 Schülerinnen und Schülern. Unser Lernen orientiert sich an dem reformpädagogischen Konzept des Jena-Planes. Fächer wie Projektunterricht, Technik, Musik, Sport, Englisch, Religion und Kunst finden in altersgemischten Gruppen statt. Deutsch und Mathematik werden hingegen in Kursen unterrichtet, die dem Lernniveau der Kinder entsprechen. An unserer Schule lernen Schülerinnen und Schüler mit und ohne sonderpädagogischen Förderbedarf gemeinsam und werden auf unterschiedlichen Wegen individuell gefördert. Unsere Lernräume zeichnen sich durch ein großes Angebot an Materialien aus. Das „Begreifen“ der Mathematik durch das Durchführen von Handlungen nimmt vor allem während der ersten Schuljahre eine zentrale Rolle ein.

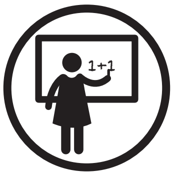
Insbesondere die Arbeit in Klassen, in denen Schülerinnen und Schüler mit und ohne sonderpädagogischen Förderbedarf gemeinsam lernen, stellt uns als Lehrerinnen und Lehrer täglich vor neue Herausforderungen. Die zunehmende Heterogenität hat uns dazu bewogen, uns tiefgehender mit Fragen der Heterogenität – speziell im Mathematikunterricht – zu befassen.

2. AUSGANGSLAGE

An der Evangelischen Grundschule Erfurt werden Themen der Fächer Deutsch und Mathematik in einem Wochenplan erarbeitet. Damit ist das Ziel verbunden, jedem Lernenden individuelles Vorgehen zu ermöglichen. Die Kinder können Arbeitsaufträge der vorgegebenen Aufgaben eigenständig auswählen und diese entsprechend ihres individuellen Tempos bearbeiten.

Zugleich ist es uns jedoch wichtig, im Unterricht im-

mer wieder Aufgaben einzusetzen, die auch Gegenstand eines gemeinsamen Unterrichtsgespräches sein können, um Kommunikation über Mathematik herauszufordern. Die Formulierung eigener Lösungswege und Strategien und das Lernen an einem gemeinsamen Thema stehen dabei im Vordergrund. Daraufhin sollen die Kinder ihre eigenen Lösungsansätze mit denen der anderer Kinder gemäß der ICH-DU-WIR Methode (s. PIKAS, Haus 5) vergleichen. Im Gespräch eröffnet sich so die Möglichkeit, eigene Lösungswege zu reflektieren, weiterzuentwickeln und von anderen Ideen zu profitieren.
Die zentrale Herausforderung für uns als Lehrerinnen und Lehrer besteht darin, Aufgaben auszuwählen und einzusetzen, die es allen Kindern einer heterogenen Klassengemeinschaft gleichermaßen ermöglicht, Bearbeitungszugänge auf verschiedenen Leistungsniveaus zu finden. Wir möchten jedem Kind die Möglichkeit geben, die Arbeitsaufträge auf der Grundlage seiner individuellen Lernvoraussetzungen bearbeiten zu können. Um dieser unterrichtlichen Anforderung nachkommen zu können, eignen sich Aufgaben mit Differenzierungspotential, die in unserem Unterricht ein wichtiges Instrument darstellen, um auf die heterogenen mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler aufbauen zu können.
Im Folgenden wird ein Unterrichtsbeispiel dargestellt, das Chancen zum Umgang mit der zunehmenden Heterogenität im Mathematikunterricht bietet. Inhaltlich werden dabei Aufgaben aus dem Bereich Kombinatorik gestellt. Unsere bisherigen Unterrichtserfahrungen haben gezeigt, dass es sich hierbei um ein relativ abstraktes Themenfeld handelt, weswegen wir versuchen, die lebensweltlichen Bezüge explizit herzustellen.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS – „SANDWICH BELEGEN“

Die Kernidee

Im Mittelpunkt der hier beschriebenen Unterrichtseinheit zur Kombinatorik stehen ein zu belegendes Sandwich und die zu verwendenden Zutaten. Je nach Anzahl der Zutaten sollen die Schülerinnen und Schüler möglichst viele - wenn nicht gar alle - Kombinationsmöglichkeiten zum Belegen des Sandwiches finden und dokumentieren. Das angestrebte Ziel der Unterrichtseinheit ist es, dass Kinder unterschiedlicher Leistungsniveaus dabei Wege eines zunehmend strukturierten Vorgehens entwickeln.

Einstieg

Um die Kinder an das Thema heranzuführen, bietet es sich an, ein echtes Sandwich zu belegen. Hierzu haben wir zunächst die drei Zutaten (Tomate, Salat, Fleisch) zur Verfügung gestellt. Anschließend haben wir eine weitere Möglichkeit handelnd erarbeitet, indem ein neues Sandwich mit einer anderen Zusammenstellung der Zutaten neu hergeleitet wurde. Alternativ wäre auch denkbar gewesen die Zutaten des bereits belegten Sandwiches zu verändern. Nachdem zumindest zwei verschiedene Varianten gemeinsam erarbeitet wurden, haben wir die Schülerinnen und Schüler gebeten, über die Anzahl der Möglichkeiten nachzudenken, das Sandwich mit den drei vorhandenen Zutaten zu belegen. Die Antworten der Kinder mussten hierbei nicht unbedingt korrekt sein, da sie anfangs auf Schätzungen basierten. Vielmehr ging es uns darum, die individuellen Vorstellungen der Kinder in den weiteren Arbeitsprozess einfließen zu lassen, indem sie ihre Ideen auf Plausibilität prüften und die Vermutungen in der Reflexionsphase wieder aufgriffen. Die Antworten fungierten als Motivation und Problementfaltung für den folgenden eigenständigen Umgang mit dem kombinatorischen Problem.

Mathematischer Hintergrund

Eine für den mathematischen Hintergrund der Aufgabenstellung wesentliche Vorgabe, wie sie im nachfolgenden Unterrichtsbeispiel gesetzt wurde, kann darin bestehen, jede der drei Zutaten einmal heranziehen zu müssen. Gleichwohl wäre auch denkbar, diese Vorgabe aufzuheben und das Sandwich beliebig zu belegen, so dass die einzelnen Zutaten auch mehrmals gewählt werden dürfen, während andere mitunter gar nicht berücksichtigt werden. In diesem Zusammenhang ist es wichtig darauf hinzuweisen, dass ...

- ... es sich bei ersterer Variante fachmathematisch gesehen um eine sog. *Permutation* ($P_n=n!$) handelt. Jede der drei Zutaten n muss genutzt werden. Darüber hinaus ist das Sandwich mit drei Zutaten zu belegen. Hieraus ergeben sich die folgenden sechs möglichen Kombinationen: TSF; TFS; STF; SFT; FTS; FST, bzw. ($P_3=3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$)
- ... es sich bei zweiter Variante fachmathematisch gesehen um eine sog. *Variation mit Wiederholung* ($V_n^k = n^k$) handelt. Jede der drei Zutaten kann mehrmals oder auch gar nicht genutzt werden. Dementsprechend ergeben sich im Vergleich weitaus mehr – nämlich 27 ($V_3^3 = 3^3 = 27$) – verschiedene Kombinationsmöglichkeiten zur Belegung des Sandwichs.

Bereits an dieser Stelle wird das der Problemstellung innewohnende Differenzierungspotential deutlich.

Eine marginale Veränderung der Vorgabe erwirkt, dass sich die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten entscheidend verändert.

Erster Arbeitsauftrag

Der Arbeitsauftrag

Nachdem die Einstiegsphase gemeinsam im Plenum stattgefunden hat, machten sich die Kinder in Einzelarbeit auf die Suche nach weiteren Möglichkeiten zur Belegung des Sandwiches mit drei verschiedenen Zutaten. Hervorzuheben ist hierbei, dass den Kindern keine Vorgaben dahingehend gemacht wurden, auf welche Weise sie ihre Ergebnisse dokumentieren sollten. Dieses Vorgehen war mit dem Ziel verbunden, eine Fülle an Varianten individueller Dokumentationen zu erhalten.

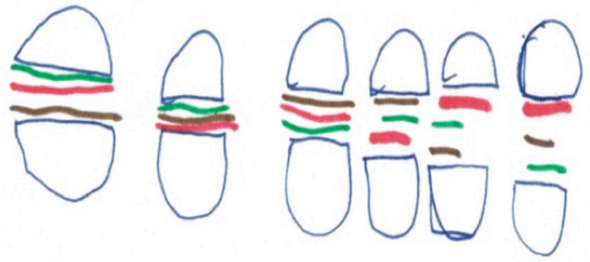
Präsentation der Vorgehensweise und die Kommunikation darüber

Nachdem die Kinder in Einzelarbeit nach Kombinationsmöglichkeiten suchten (ICH-Phase), schloss sich im Nachgang ein Austausch über die verschiedenen Lösungen mit einem Partner an (DU-Phase). Daraufhin wurden ausgewählte Ergebnisse innerhalb der Klassengemeinschaft präsentiert und über das jeweilige Vorgehen gemeinsam kommuniziert sowie reflektiert. Die jeweiligen Schülerinnen und Schüler stellten ihre Ergebnisse vor und erklärten ihre Vorgehensweise. Einige Kinder präsentierten zudem ihren Weg durch Zeichnungen an der Tafel.

Im gemeinsamen Gespräch wurden die (strukturierten) Darstellungen besprochen und mögliche Probleme reflektiert. Hierzu gehörten z.B.

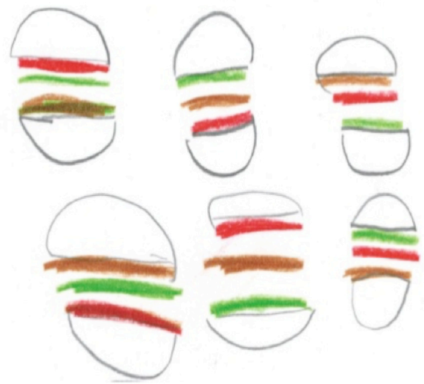
- das Auslassen von Möglichkeiten oder
- die doppelte Darstellung von Möglichkeiten.

Nachfolgend werden zwei exemplarisch ausgewählte Dokumentationen der Schüler Leon und Martin analysiert.



Leons Sandwiches

Leon hat alle sechs Möglichkeiten zur Belegung des Sandwiches finden können. Dabei wählt er eine lineare Darstellung der Zeichnungen. Betrachtet man die Anordnung der verschiedenen Sandwiches, so wird deutlich, dass sein Vorgehen offenbar strategisch geprägt ist. Zunächst positioniert er bei den ersten beiden Sandwiches den Salat an oberster Position während die beiden anderen Zutaten im ersten und zweiten Sandwich vertauscht sind. Dieses Vorgehen wählt Leon offenbar auch bei den Sandwiches drei und vier sowie den letzten beiden. Er wählt eine Zutat, die er zuvor noch nicht an die oberste Stelle gesetzt hat, positioniert die übrigen Zutaten und vertauscht diese beim folgenden Sandwich.



Martins Sandwiches

Martin wählt eine etwas andere Strategie. Er beginnt mit der Darstellung eines beliebigen Sandwiches (Tomate, Salat, Fleisch), das er oben links verbildlicht. Daraufhin vertauscht er die erste und die letzte Zutat und zeichnet die neue Kombination direkt unter das Vorherige. Auf diese Weise geht er auch bei den übrigen Sandwiches vor. Auch Martin gelingt es, alle sechs Kombinationen herauszufinden.

Obwohl sich die dargestellten Strategien grundlegend voneinander unterscheiden, so haben sie eines gemeinsam: Sie zeugen von einem strukturierten und zugleich zielführenden Vorgehen. Die Verschiedenheit der Strategien diente dabei in den Unterrichtsgesprächen als Anlass, sich auszutauschen und darüber nachzudenken, warum unterschiedliche Strategien sinnvoll sein können und warum es nicht nur ‚den einen' richtigen Weg gibt.

Differenzierungsangebot

Da bei dieser Aufgabe weniger die richtige und vollständige Lösung, sondern eher der Weg, die Strategien, zum Ziel im Mittelpunkt der Unterrichtseinheit steht, konnte jedes Kind zunächst eigene Methoden finden, diesen Weg zu beschreiten. Eine natürliche Differenzierung fand durch die unterschiedlichen Herangehensweisen und Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler statt. Während sich einige Kinder dem Ziel eher durch unstrukturiertes Probieren näherten, konnte bei anderen Kindern systematischere Vorgehensweise beobachtet werden. Dennoch fanden alle Kinder auf ihrem individuellen Leistungsstand Zugang zur Problemstellung. Dies lag mitunter auch daran, dass es den Kindern erlaubt war, ihre Dokumentation der Vorgehensweise auf unterschiedlichen Darstellungsebenen darstellen zu dürfen. So wurde bspw. ein zu abstraktes Vorgehen, das sich auf rein symbolischer Ebene abspielte, vermieden, indem die Kinder vor allem viele unterschiedliche bildliche Darstellungen erstellten oder die Kombinationen teilweise auch handelnd mit greifbaren Materialien (z.B. Farbstäbe als Symbol der Zutaten) vollzogen.

Eine weitere Möglichkeit der qualitativen Differenzierung besteht – wie bereits im fachmathematischen Hintergrund verdeutlicht – darin, die Vorgabe, alle Zutaten genau einmal nutzen zu müssen, aufzuheben. Hierdurch erhöht sich die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten entscheidend. Die Kinder müssen fortan die Schwierigkeit meistern, die neu hinzukommenden Möglichkeiten zu strukturieren.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Während der gesamten Arbeitsphase konnten wir motivierte und selbsttätige Kinder beim Erforschen kombinatorischer Probleme beobachten. Eine bis dahin unvorhergesehene Herausforderung stellte die Grundidee dieser Stunden auf eine besondere Probe. Eine Vorschulgruppe besuchte an diesem Tag unsere Kursstunden und nahm somit ebenfalls am Unterrichtsgeschehen teil. Umso mehr erfreuten wir uns daran, dass jedes Kind dieser heterogenen Gruppe einen Zugang zum Problem finden konnte. Auch unsere Vorschulkinder verstanden schnell das Prinzip und erarbeiteten mit unterschiedlichen Farben auf bildlicher Ebene eigene Lösungsstrategien.

Belege dein Sandwich! Verwende dabei immer alle **vier** Zutaten. Wie viele Möglichkeiten findest du?

Tomate Salat Fleisch Käse

Qualitative Differenzierung: Vier Zutaten

Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, das vorliegende Problem auf verschiedene Weisen anspruchsvoller zu gestalten und eine qualitative Differenzierung herzustellen. So ist es bspw. denkbar, die Anzahl der Zutaten zu erhöhen, wodurch auch die Anzahl möglicher Kombinationen steigt. Jedoch konnte in unseren Unterrichtsversuchen auch hierbei beobachtet werden, dass die Kinder ebenfalls diese komplexere Problemstellung erfolgreich bearbeiten können, wie Kais Dokumentation zeigt.

Kais Sandwiches mit vier Zutaten

Innerhalb der Unterrichtseinheit veränderte sich unser Anspruch an die Kinder. Schülerinnen und Schüler, die während einer ersten Phase eher durch unsystematisches Probieren an die Lösung gelangten, sollten in einer zweiten Phase ihre Ergebnisse durch eine bewusste Anordnung strukturieren. Diese Vielfalt an Lösungsstrategien bereicherte das Unterrichtsgespräch zwischen diesen zwei Phasen. Die Kinder ‚brannten' darauf, sich gegenseitig ihre Vorgehensweisen und Lösungen zu präsentieren. Durch Erklärungen am eigenen Blatt, an Zeichnungen an der Tafel und durch Legen von Farbstäben tauschten sie untereinander Lösungswege aus. Auch die Frage seitens der Lehrkräfte: „Wie kann ich vorgehen, wenn ich sicherstellen will, keine Möglichkeit zu vergessen?" regte zusätzlich dazu an, in diese Richtung zu denken. Ebenfalls veränderte sich das Schätzen aller Möglichkeiten über die Unterrichtszeit hinweg.

Während die Schätzungen in der ersten Phase zum Teil sehr weit auseinander gingen und auch sehr unreale Vorstellungen (z.B. 1000) hervorbrachten, wurden die Annahmen zunehmend präziser.
Wir erlebten das gemeinsame Entdecken von Strategien immer wieder als eine Bereicherung für den Mathematikunterricht. Es lohnt sich, immer wieder nach Anlässen und Inhalten zu suchen, die dafür im besonderen Maße geeignet sind. Der Wechsel zwischen individueller Wochenplanarbeit und dem gemeinsamen Kommunizieren und Diskutieren über mathematische Sachverhalte ist für uns ein gelungener Weg, der Heterogenität zu begegnen.

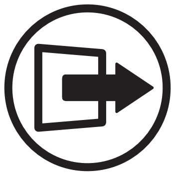
Umkehrzahlen

Ein Aufgabenformat zum Forschen mit Zahlen und Operationen für Kinder mit heterogenen Lernvoraussetzungen

Staatliche Grundschule Gefell

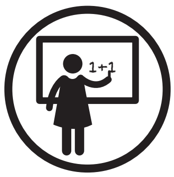
1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die Staatliche Grundschule Gefell ist eine zweizügige Schule, die sich in verschiedenen Projekten, wie bspw. dem MAMUTH-Projekt (MAtheMatikUnterricht in Thüringen), an der Weiterentwicklung der mathematischen und naturwissenschaftlichen Bildung beteiligt. Dieses Engagement wurde dahingehend gewürdigt, dass wir als eine von drei Thüringer Grundschulen als „MINT-freundliche Schule“ ausgezeichnet wurden.
Speziell mit Blick auf den Mathematikunterricht engagieren wir uns im Projekt SINUS-Transfer Grundschule, an dem wir uns seit dem Jahre 2009 unter anderem durch die regelmäßige Teilnahme an Fortbildungen und die Umsetzung neuer Erkenntnisse im täglichen Unterricht beteiligen. Die gesammelten Erfahrungen sowie der Austausch über aktuelle Entwicklungen, Probleme und Fragen der Mathematikdidaktik helfen uns dabei, uns den Herausforderungen eines zeitgemäßen Mathematikunterrichts in heterogenen Lerngruppen zu stellen.



2. AUSGANGSLAGE

An unserer Schule werden einmal pro Woche zwei Unterrichtsstunden in jahrgangsgemischten Gruppen abgehalten. Dadurch erhalten die Schülerinnen und Schüler der Grundschule Gefell die Möglichkeit, sich nicht nur außerhalb der Unterrichtszeit, sondern auch im Unterricht selbst mit Kindern anderer Jahrgänge auszutauschen.
Neben sozialen Aspekten des Miteinanders sind für den jeweiligen Fachunterricht jedoch auch Fragen des gemeinsamen Lernens mit Lernpartnern unterschiedlichen Alters, unterschiedlicher schulischer und außerschulischer Vorerfahrungen sowie unterschiedlicher Fähigkeiten und Fertigkeiten wichtig. Darüber hinaus konnten wir feststellen, dass sich die Leistungsspannen einer Lerngemeinschaft nicht nur in jahrgangsgemischten, sondern auch im Regelunterricht sehr stark unterscheiden.
Diese Beobachtung gilt insbesondere für den Mathematikunterricht, in dem wir zunehmend vor die immer größer werdenden Herausforderung gestellt sind, einen Unterricht zu gestalten, der den Bedürfnissen von Kindern mit stark differierenden Leistungsständen gerecht wird. Daher sind wir stets auf der Suche nach Aufgabenformaten, die sich für den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht eignen, so dass alle Kinder an einem Gegenstand arbeiten und gleichzeitig mit- und voneinander lernen können.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „UMKEHRZAHLEN“

Basierend auf der beschriebenen Ausgangslage möchten wir im Folgenden von unseren Unterrichtserfahrungen zum Einsatz des Aufgabenformates *Umkehrzahlen* berichten, das wir sowohl in einer zweiten als auch in einer dritten Klasse eingesetzt haben. In den folgenden Ausführungen werden wir uns vornehmlich auf die Erfahrungen im zweiten Schuljahr stützen. Die Auswahl dieses Themas erfolgte, weil sich die anstehenden Unterrichtsinhalte im Mathematikunterricht mit der Arbeit mit Umkehrzahlen gut kombinieren lassen. Zu den anstehenden Inhalten zählen vor allem die Einführung bzw. Nutzung der schriftlichen Rechenverfahren der Addition und Subtraktion sowie das Anbieten von vielfältigen produktiven Übungsmöglichkeiten beim operieren mit zwei- bzw. dreistelligen Zahlen.

Die Kernidee und der mathematische Hintergrund

Die Kernidee des Aufgabenformats *Umkehrzahlen* besteht darin, zu zweistelligen Zahlen mit unterschiedlichen Ziffern die sog. Umkehrzahl zu bilden (z.B. 42 → 24). Fortan wird die kleinere von der größeren Zahl subtrahiert. Insgesamt lassen sich auf diese Weise 45 Subtraktionsaufgaben mit neun unterschiedlichen Ergebnissen herleiten, die jeweils ein Vielfaches von 9 sind *(pikas.dzlm.de/115).* Um welches Vielfaches es sich dabei genau handelt, ist von der Differenz der Stellenwerte abhängig.

9	18	27	36	45	54	63	72	81
98-89	97-79	96-69	95-59	94-49	93-39	92-29	91-19	90-09
87-78	86-68	85-58	84-48	83-38	82-28	81-18	80-08	
76-67	75-57	74-47	73-37	72-27	71-17	70-07		
65-56	64-46	63-36	62-26	61-16	60-06			
54-45	53-35	52-25	51-15	50-05				
43-34	42-24	41-14	40-04					
32-23	31-13	30-03						
21-12	20-02							
10-01								

Sachinformation „Umkehrzahlen“
Ergebnisse
Aufgaben

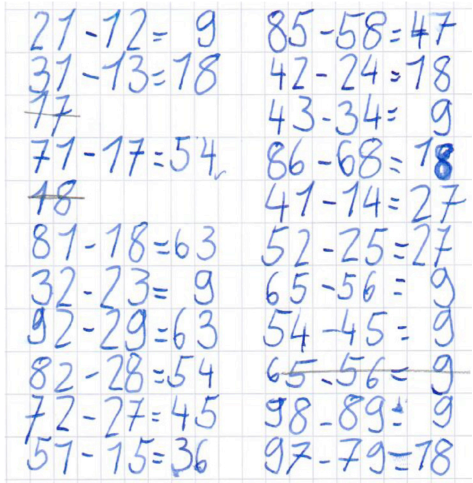
Einstieg

Bei der ersten Thematisierung des Aufgabenformates bietet es sich an, den Begriff *Umkehrzahl* an der Tafel zu notieren und die Kinder darüber nachdenken zu lassen, was eine Umkehrzahl ist bzw. sein kann. In unseren Unterrichtsbeispielen hat ein Kind hierauf spontan folgendes festgestellt:

„Ach, ich weiß schon, solche Zahlendreher, wie sie mir in der 2. Klasse passierten!“

Anschließend erhielten die Kinder den Auftrag, selbst zweistellige Zahlen zu wählen und deren jeweilige Umkehrzahl dazu zu notieren. Sie bezeichneten dieses auch als „Verwandlungsspiel“.

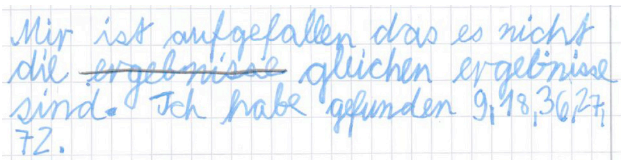
Zahlreiche Schülerinnen und Schüler schrieben zuerst die kleinere Zahl auf und bemerkten, dass die zweite Zahl – die Umkehrzahl der ersten Zahl – größer ist, als die erste. Ihr Wissen über die Subtraktion veranlasste die Kinder dazu, die Reihenfolge der Zahlen zu verändern. Die Kinder wählten unterschiedliche Möglichkeiten, ihre Rechenwege zu dokumentieren. Dabei gingen einige Kinder strukturiert vor und sortierten die Aufgaben. Andere Rechenwege waren in den Heften nicht immer sauber dokumentiert, jedoch lassen sich auch in den teilweise unstrukturiert wirkenden Verschriftlichungen wichtige Kenntnisse über die individuellen Vorstellungen der Kinder zur Subtraktion finden. Darüber hinaus suchten wir auch stets das Gespräch mit den Kindern, um weitere Informationen über ihre Denkwege zu bekommen. Bezogen auf die vorliegende Aufgabe argumentierten viele Kinder dabei, wie es Samias folgende Äußerung ausdrückt: „Ach, ich muss ja erst die andere Zahl hinschreiben. Die ist ja größer!“



Samia subtrahiert Zahlen von den Umkehrzaheln

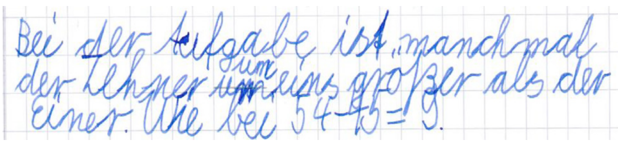
Forschen mit Umkehrzahlen

Nachdem die Kinder selbst gewählte zweistellige Zahlen sowie deren Umkehrzahlen bestimmten und die jeweiligen Differenzen berechneten, wurden Sie gebeten, Entdeckungen zu beschreiben. Dabei konnten wir beobachten, dass zahlreiche verschiedene Auffälligkeiten beschrieben wurden, die allesamt logisch und richtig sind, jedoch von unterschiedlichen Fokussierungen bei der Aufgabenbearbeitung zeugen. So hat bspw. **Ronja** festgestellt, dass sich die Ergebnisse der Subtraktionen unterscheiden können und benennt die von ihr gefundenen Resultate.



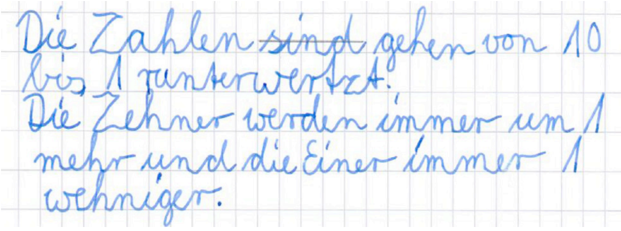
Ronjas Entdeckung

Nils stellt fest, dass sich die Ziffern – zumindest bei manchen Aufgaben – nur „um eins“ unterscheiden und stellt somit Beziehungen zwischen den einzelnen Aufgaben her.



Nils Entdeckung

Helena hat hingegen eine wiederum andere Entdeckung machen können, indem sie die von ihr errechneten Aufgaben geordnet und dabei festgestellt hat, dass sich Muster bei den Zehner- und Einerstellen der Ergebnisse ausfindig machen lassen.



Helenas Entdeckung

Insgesamt gelang es vielen Kindern weit mehr als zehn Subtraktionsaufgaben mit Umkehrzahlen zu finden und diese korrekt zu lösen. Schnell erkannten die Kinder, dass manche Ergebnisse mehrfach vorkommen, was sie verblüffte und zugleich motivierte, nach weiteren Aufgaben zu suchen. Es dauerte nicht lange, bis einige Kinder folgende Entdeckung machten: „Da haben ja viele Aufgaben die Differenz 9, 18 und 27…!“

Anschließend baten wir die Kinder, jede Aufgabe mit zugehörigem Ergebnis sowie alle aufgetretenen Differenzen mit einem Rotstift auf eine Karteikarte zu schreiben, um die Aufgaben folglich entsprechend zu ordnen.

Strukturierung der Eigenproduktionen

Anknüpfend an die Fülle der von den Kindern entdeckten Aufgaben hat es sich angeboten, die Eigenproduktionen gemeinsam an der Tafel zu strukturieren, um den entdeckten arithmetischen Mustern und Strukturen weiter auf den Grund gehen zu können. Schließlich ist es auch ein Ziel der Unterrichtsreihe gewesen, die Kinder nicht nur zum Beschreiben von Auffälligkeiten anzuregen, sondern auch die Entdeckungen begründen zu können. Die Kinder entschieden sich dazu, zunächst die Differenzen der Größe nach an die Tafel zu heften und ordneten diesen anschließend die jeweiligen Aufgaben unter.

Als alle Aufgaben gefunden und den Ergebnissen zugeordnet wurden sowie die doppelt oder mehrfach gefundenen Aufgaben auf einem extra Tisch sortiert waren, fassten verschiedene Kinder die bisher gewonnenen Erkenntnisse zusammen:

- Die Ergebnisse gehören zur Malfolge der 9.
- Zu einem Ergebnis gibt es mehrere Aufgaben.
- Zum kleinsten Ergebnis (9) gibt es die meisten Aufgaben.

Interessant war auch die Reaktion von Ronja. Sie stand einige Zeit vor dem Tafelbild und betrachtete die sortierten Aufgaben. Nach kurzer Überlegung merkte sie an: „Ich habe gerade entdeckt, dass die Einerstellen der Ergebniszahlen mit der Anzahl der Aufgaben überein stimmt: Zum Ergebnis 9 gibt es 9 Aufgaben, zum Ergebnis 18 - da ist der Einer ja 8- gibt es 8 Aufgaben, zur 27 -da ist der Einer ja 7- gibt es 7 Aufgaben und so weiter!“ Tatsächlich, das ist so (siehe „Sachinformation Umkehrzahlen“)! Ronja hat eine Facette des mathematischen Hintergrunds der Umkehrzahlen mithilfe des strukturierten Tafelbildes entdecken können.

Ordnen der Aufgaben an der Tafel

Nachdem die Aufgaben strukturiert an der Tafel positioniert waren, konnten die Kinder viele weitere Zusammenhänge erkennen. So reagierte ein Kind folgendermaßen auf das Tafelbild: „Die meisten Aufgaben haben wir zum Ergebnis 9 gefunden. Das ist ja lustig! Das Ergebnis 9, wir haben genau 9 Aufgaben. Die Ergebnisse der Minusaufgaben gehören alle zur Neunerreihe.“

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Die Unterrichtsstunden zur Arbeit mit *Umkehrzahlen* haben uns einen Weg aufgezeigt, um mit der zunehmenden Heterogenität im Mathematikunterricht gewinnbringend umgehen zu können. Jedem Kind war es möglich, auf seinem individuellen Leistungsstand Subtraktionen von zweistelligen Zahlen sowie deren Umkehrzahlen vorzunehmen und Entdeckungen zumindest zu beschreiben. Leistungsstärkere Kinder konnten ihre Entdeckungen fernerhin gar mathematisch begründen.

Diese positiven Erfahrungen konnten jedoch nicht nur wir als Lehrerinnen und Lehrer machen. Auch die Kinder selbst hatten offenkundig viel Freude daran, mathematisch zu forschen, Entdeckungen zu beschreiben, Vermutungen aufzustellen und diese zu begründen. Bemerkenswert war dabei, dass sich auch Kinder, die im bisherigen Mathematikunterricht eher weniger engagiert aufgetreten sind, bei

diesem Thema rege beteiligten.
Hinsichtlich unserer gesteckten Zeitplanung war festzuhalten, dass wir aufgrund des umfangreichen Unterrichtsstoffs leider nicht mehr zur Klärung des Zusammenhanges zwischen der Ergebniszahl und der Differenz der Stellenwerte kamen. Da die Kinder während der Arbeit mit Umkehrzahlen viele Grundlagen im Beschreiben von Rechenwegen, Vergleichen von Aufgaben und Ergebnissen sowie beim Herausfinden von Zusammenhängen entwickelt haben, führen wir in der dritten Klasse diese Arbeit mit dreistelligen Zahlen weiter.
Mit den in dieser Dokumentation nicht im Detail beschriebenen Unterrichtsversuchen in der dritten Jahrgangsstufe haben wir ähnlich positive Erfahrungen machen können. Hierbei weiteten wir das Thema auf dreistellige Zahlen und ihre Umkehrzahlen aus, wodurch die Kinder wiederum weitere spannende Entdeckungen machen konnten. So stellten die Kinder bspw. fest, dass die Differenzieren – im Gegensatz zu den zweistelligen Zahlen und Umkehrzahlen - nicht ein Vielfaches von 9, sondern von 99 sind. Auch konnte festgestellt werden, dass die Quersummen der Differenzen immer 18 sind.
Diese exemplarisch dargelegten Entdeckungen verdeutlichen, welch großes Differenzierungspotential in diesem Aufgabenformat innewohnt, von dem Schülerinnen und Schüler verschiedener Jahrgangsstufen, unabhängig von ihren individuellen Vorerfahrungen, profitieren können.

LITERATUR

- PIKAS-Team. (2012). Mathe ist Trumpf - Materialien zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht aus dem Projekt PIK AS. Berlin: Cornelsen.
- PIKAS-Team (o.J.), Umkehrzahlen. Online verfügbar unter: *www.pikas.dzlm.de/115* (Abruf am 05.07.2016)

Daten erheben und erfassen

Eine differenzierende Lernumgebung
Evangelische Grundschule Gotha

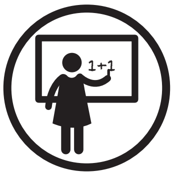
1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die Evangelische Grundschule Gotha ist eine christliche, integrative Ganztagsgrundschule mit zwölf Stammgruppen. Unsere reformpädagogische Prägung – besonders durch den Jena-Plan von Peter Petersen – ermöglicht es uns, jedes Kind, in seiner Ganzheit und Einmaligkeit anzunehmen. Wir verstehen unsere Schule als Erfahrungsraum, in dem man in altersgemischten Stammgruppen gemeinsam leben und lernen kann. So werden Gleichheit und Verschiedenheit erlebt und als wertvoll erfahren. In einer Stammgruppe lernen und leben jeweils ca. 23 Kinder, wobei mindestens drei Kinder einen sonderpädagogischen Förderbedarf haben.
Neben dem Stammgruppenunterricht erfolgt der Unterricht in den Fächern Mathematik und Deutsch in Jahrgangskursen. Ab dem 3. bzw. 4. Schulbesuchsjahr können Schülerinnen und Schüler in diesen beiden Fächern eine kleine Lerngruppe mit individuellen Zielen bei handlungsorientiertem Lernen besuchen, die sich nach den Lehrplänen für den Bildungsgang zur Lernförderung bzw. Lehrpläne für Förderschulen für Geistig Behinderte orientieren.
Ziel war es, den Jahrgangskursunterricht und die kleine Lerngruppe (auch genannt „Kleiner Kurs“; Im kleinen Kurs lernen momentan elf Kinder mit dem Förderbedarf Lernen und Geistige Entwicklung; drei Kinder haben Lernbegleiter) durch fachlich unabhängige Themen miteinander zu verknüpfen und gemeinsam von- und miteinander zu lernen.

2. AUSGANGSLAGE

Während die Schülerinnen und Schüler des kleinen Kurses individuell den Zahlenraum zwischen 20 und 1000 bearbeitet, rechnet die Kursgruppe des dritten Schulbesuchsjahres zu diesem Zeitpunkt im Zahlenraum bis 1000. Es wurde ein gemeinsamer Lerngegenstand gesucht, der die Lernprozesse aller Kinder, beider Kurse, anspricht. Aus diesem Grund sowie aufgrund der anstehenden Kompetenztests in Thüringen für alle 3. Jahrgänge, wurde der Lerngegenstand „Datenerhebung und Datenerfassung“ gewählt.

Das Lesen und Erstellen sowie das Ergänzen und Auswerten von Tabellen war der gesamten Lerngruppe bereits bekannt. Eine Umfrage, um Daten zu erheben und im Anschluss daraus eigenständig Tabellen und Diagramme zu erstellen, wurde noch nicht selbstständig geplant und durchgeführt. Dennoch haben alle Schülerinnen und Schüler schon an Umfragen in verschiedenen Bereichen teilgenommen.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „WIR ERHEBEN UND ERFASSEN DATEN“

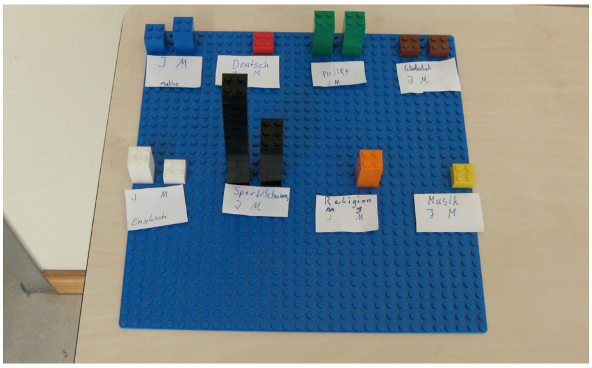
Die Erhebung und Erfassung von Daten ist im Thüringer Lehrplan der Grundschule im Themenbereich „In Kontexten rechnen“ verankert. Weiterhin wird auf Seite 5 auf die Entwicklung von Methodenkompetenzen hingewiesen. So entwickelt der Schüler/die Schülerin Methodenkompetenz, indem er/sie Informationen aus Bildern, Darstellungen und Texten von Print- und elektronischen Medien zielgerichtet beschafft, entnimmt und nutzt sowie Informationen und Daten selbst erhebt und aufbereitet (vgl. Thüringer Ministerium für Bildung, Wissen und Kultur, 2010).

Im Lehrplan für den Bildungsgang zur Lernförderung geht es im Bereich Sachrechnen um das Veranschaulichen, Erfassen, Erkennen, und Lösen von Aufgaben zu verschiedenen Sachsituationen. Ein hoher Wert soll auch auf das Vermitteln von Selbst- und Sozialkompetenzen gelegt werden.

Kernanliegen

Unsere Lernumgebung zum gemeinsamen Lehrgegenstand „Datenerhebung und Datenerfassung“ soll daher konkret dazu anregen

- an das Arbeiten mit Diagrammen herangeführt zu werden,
- verschiedene Diagrammarten kennen zu lernen,
- Informationen aus graphischen Übersichten und Diagrammen zu entnehmen,
- Fehler in Diagrammen zu erkennen,
- eine Umfrage zu planen, an dieser mitzuwirken und erhobene Ergebnisse zu dokumentieren,
- verschiedene Methoden zur Datensammlung kennen zu lernen und anzuwenden,
- Übersichten und Diagramme selbstständig anzufertigen,
- eine geeignete Auswahl an Darstellungsformen zu treffen und
- bei der Veranschaulichung gesammelter Daten Hilfsmittel wie den Computer oder LEGO zu nutzen.



Die Kinder sollen außerdem Selbst- und Sozialkompetenzen entwickeln, indem sie

- Fragen angemessen formulieren,
- mathematische Aufgaben in kooperativen Arbeitsformen lösen und Verantwortung für den gemeinsamen Arbeitsprozess übernehmen,
- Regeln und Vereinbarungen für kooperatives Arbeiten einhalten (u.a. zuhören, aussprechen lassen, eigene Meinung äußern),
- Lösungsimpulse geben und annehmen,
- die erreichten Ergebnisse und Wege gemeinsamer Arbeitsprozesse sowie die eigene Leistung bzw. die Leistung des Einzelnen in der Gruppe ein- und wertschätzen und
- in der Situation angemessen mathematisch kommunizieren (Zwischen- sowie Endergebnisse vorstellen) sowie argumentieren.

Standortbestimmung
Mit Hilfe einer Standortbestimmung wurden zunächst Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler bzgl. der oben genannten Kompetenzbereiche erhoben. Dies bildete die Grundlage der anschließenden Planung der Lernumgebung. Die Standortbestimmung ergab, dass es für die Kinder keine nennenswerten Schwierigkeiten darstellte, Daten zu erfassen. Hingegen waren fachliche Begriffe wie die der Diagrammarten und Termini, wie Mittelwert, noch nicht bekannt.
Ausgehend von diesen Vorerfahrungen konnte nun die weitere Planung erfolgen. Ziel der Lernumgebung war es, fachliche sowie soziale Kompetenzen zu erweitern, indem in Kleingruppen eine Umfrage geplant, durchgeführt und dann in verschiedenen Darstellungsformen dargestellt wurde. Eine abschließende Standortbestimmung dokumentierte den Lernzuwachs der Schülerinnen und Schüler.

Die Lernumgebung
Der Unterricht an unserer Schule findet zumeist als Blockunterricht mit 90-minütigen Einheiten und situativ durchführbaren kurzen Pausen statt. Die Unterrichtseinheiten, die nicht immer genau 90 Minuten betrugen und je nach Lerngruppe angepasst werden können, wurden folgendermaßen geplant und durchgeführt:

1. Einheit	- Einführung in die Lernumgebung - Standortbestimmung
2. Einheit	Planung einer Umfrage in Kleingruppen - Themenauswahl - Vorbereitung der Umfrage - Kurze Vorstellung der Gruppen und Gruppenthemen
3. Einheit	Durchführung der Umfrage - Datensammlung in den Parallelkursklassen - Datenzusammenstellung/-dokumentation
4. und 5. Einheit	Graphische Darstellung der Daten mittels zweier unterschiedlicher Darstellungsformen sowie Entnahme von Informationen aus den Daten, drei Darstellungsformen wurden angeboten: 1. Darstellung durch Excel 2. Darstellung durch LEGO 3. Darstellung durch eigens erstellte Diagramme
6. Einheit	- Vorstellung und Reflexion der Ergebnisse aus den Gruppen - Abschließende Standortbestimmung

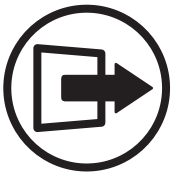
Zerlegung der Zahlen bis 10

Heterogene Lerngruppen auf dem Weg zum verständnisbasierten Abrufen von Zahlzerlegungen

Schmücke-Grundschule, SGS Heldrungen

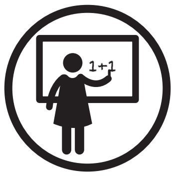
1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE
Die Schmücke-Grundschule ist eine zweizügige Grundschule mit jahrgangsübergreifendem Unterricht in der Schuleingangsphase und in einem Zweig der Klassenstufen 3 und 4. Zurzeit lernen 140 Schülerinnen und Schüler mit und ohne sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf in offenen Unterrichtsformen miteinander. Jede Stammgruppe oder Klasse festigt und erarbeitet ihr Wissen in fünf Wochenplanstunden in der Woche (davon zwei Stunden im Fach Deutsch, zwei in Mathematik sowie eine in Heimat- und Sachunterricht). In diesen werden verschiedene Arbeitsmethoden in Partner-, Gruppen- oder Einzelarbeit angewendet, um die Kinder auch auf die, in den weiterführenden Schulformen präsenten Arbeitsweisen, vorzubereiten.
Darüber hinaus versuchen wir unseren Schülerinnen und Schülern durch den vielfachen Einsatz offener Aufgabenstellungen differenzierte Lernangebote zu unterbreiten. Zu genau diesem Thema befinden wir uns auch in einem regen und kontinuierlichen

Austausch mit Beteiligten des Netzwerks Schuleingangsphase und der Projektschulen der TMBJS Initiative Entwicklung innovativer Lernumgebungen und bekommen hierdurch ein Feedback unserer Arbeit. Im kommenden Schuljahr wird die Schmücke-Grundschule aufgelöst und in die Thüringer Gemeinschaftsschule Oldisleben eingegliedert.



2. AUSGANGSLAGE

Mit Beginn des Projektes der veränderten Schuleingangsphase in Thüringen wurden die Lehrerinnen und Lehrer der Schmücke-Grundschule Heldrungen vor die Aufgabe gestellt, mit der erhöhten Heterogenität in jeglichem Fachunterricht gewinnbringend umzugehen.
In den vergangenen Jahren arbeiteten wir kontinuierlich an diesem Aufgabenbereich. Dieser beinhaltet unter anderem unseren Bearbeitungsschwerpunkt aus der Zeit der Begleitung durch die Universität Bremen, welcher sich mit der Didaktik und Methodik von offenem Unterricht sowie der Aufgabenqualität beschäftigte. Es nahmen mehrere Kolleginnen und Kollegen für Mathematik sowie Deutsch an Fortbildungen des ThILLM teil. Des Weiteren absolvierten einige Lehrerinnen und Lehrer an unserer Schule einen Montessori-Lehrgang, um die Aufgabenqualität in der Schuleingangsphase weiterzuentwickeln. Wiederum andere geben die gewonnenen Erkenntnisse, die wir mitunter durch Anregungen und Weiterbildungsmaßnahmen des Netzwerks Schuleingangsphase im Schulamtsbereich Artern (jetzt Nordthüringen) bekommen, in Veranstaltungen wie Lernen durch Besuchen und Entwicklungsinitiative individuelles Lehren und Lernen sowie im Startprojekt Innovative Lernumgebungen an interessierte Kolleginnen und Kollegen weiter.
Die genannten Aktivitäten verdeutlichen, dass wir einen umfangreichen Fundus von offenen und guten Aufgaben für unsere integrative Stammgruppenarbeit erarbeitet haben, die Chancen für die Arbeit mit heterogenen Lernendengruppen bieten. Grundsätzlich fassten und fassen wir die zunehmende Heterogenität dabei als Chance und nicht per se als zusätzliche Hürde für das Lernen aller Schülerinnen und Schüler auf – auch im Mathematikunterricht! Jedoch stellten wir dabei fest, dass dieser Aspekt gerade im Mathematikunterricht nicht immer einfach ist. Für einen passenden Umgang mit Heterogenität müssen gewisse Bedingungen in der Unterrichtsplanung vorliegen. Zentral ist dabei die Auswahl geeigneter Aufgaben bzw. Problemstellungen. Ein von uns vielfach eingesetztes Aufgabenformat möchten wir im weiteren Verlauf dieser Dokumentation präsentieren.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „ZAHLENFREUNDE“

Trotz langer Erfahrungen der integrativen/inklusiven Arbeit fällt es unseren Kindern mit und teilweise auch ohne Förderbedarf in der Schuleingangsphase häufig schwer, die Zerlegungen der Zahlen bis 10 verständnisbasiert abrufen zu können. Deshalb haben wir uns entschieden, diesen Bereich genauer zu betrachten, ihn zu festigen und verstehensorientiert zu trainieren. Dafür streben wir an, die Kinder zu befähigen, Zusammenhänge des eigenen Handelns und der Abstraktion von Zahlzerlegungen nachvollziehen zu können.
Aktueller Fachliteratur ist zu entnehmen, dass das verständnisbasierte Abrufen der Zerlegungen aller Zahlen bis 10 ein wesentliches zu erwerbendes mathematisches Konzept der Schülerinnen und Schüler in der Schuleingangsphase ist. Sofern Lernende dieses im Unterricht nicht erwerben, können sich gravierende und lang andauernde Rechenschwierigkeiten entwickeln, die den Erwerb darauf aufbauender Konzepte erschweren oder gar verhindern können (vgl. z.B. Wartha & Schulz 2013). Um diesem Problem vorzubeugen, haben wir uns entschlossen, uns diesem wichtigen Thema zu widmen.
Dabei erschien es uns wichtig, nicht nur die Zerlegungen der Zahl 10, sondern auch diejenigen der anderen einstelligen Zahlen in gleichem Maße zu thematisieren. Schließlich ist es für das spätere Rechnen auch wichtig, jede Zahl in verschiedene Teile zerlegen zu können. So erfordert bspw. die Berechnung der Aufgabe 7+8 mit der Strategie „Schrittweise“, dass die 8 so zerlegt wird, dass der erste Teil (3) in der Addition mit 7 die Zahl 10 ergibt. Der zweite Teil der Zerlegung (5) wird anschließend wiederum aufaddiert.

Vorbereitung: Didaktische Materialien auswählen

Damit Lernende Zugang zum verständnisbasierten Konzept der Zerlegung von Zahlen bekommen können, ist die Auswahl geeigneter Materialien die erste wesentliche Planungsentscheidung. In unseren Unterrichtsversuchen haben wir die folgenden Materialien zusammengestellt:

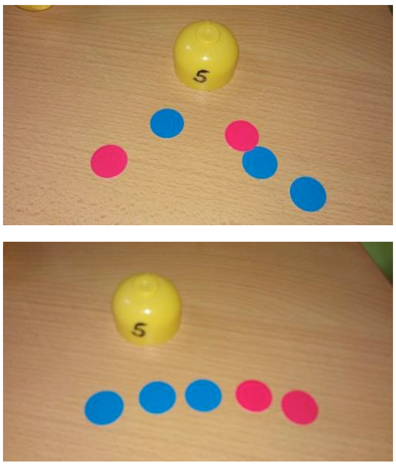
• Wendeplättchen
• Legosteine
• Steckwürfel

Für einen ersten Zugang zum Konzept der Zahlzerlegung haben wir uns für die Auswahl unstrukturierter Materialien entschieden. Zudem war es uns wichtig, Material auszuwählen, das prinzipiell in verschiedenen Farben darstellbar ist, um auch die beiden Teile einer Zahlzerlegung visualisieren zu können. So ist dies bei der Nutzung von Wendeplättchen denkbar, indem ein Teil mit roten und der andere Teil mit blauen Plättchen dargestellt wird.

Einstieg

Für den ersten Zugang zu Zahlzerlegungen bietet es sich an, ein oben beschriebenes didaktisches Material zu wählen und Zerlegungen von Zahlen zu erzeugen. Bei der Arbeit mit Wendeplättchen erfolgte der Einstieg folgendermaßen:

• Die Kinder wählen ein Überraschungsei, das mit einer der Zahlen von 1 bis 10 beschriftet ist. Das Überraschungsei ist mit genauso vielen Wendeplättchen gefüllt, wie angegeben. In der Abbildung hat das Kind das ‚Fünferei' gewählt.
• Das Ei wird geschüttelt und geöffnet. Die Plättchen werden zunächst unstrukturiert auf dem Tisch ‚ausgekippt'. Anschließend werden die Plättchen nach Farben sortiert nebeneinander strukturiert.

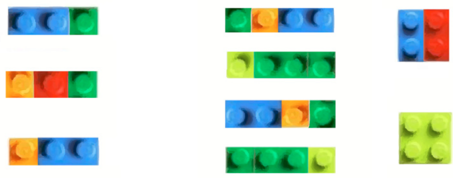


Zerlegung der 5 mit Wendeplättchen und Ü-Ei

• Das Kind nennt die Zerlegung, indem es die Anzahl blauer und roter Plättchen nennt (Es sind drei blaue und zwei rote Plättchen. Die Aufgabe lautet 3+2.)

Die Nutzung von Überraschungseiern ist dabei natürlich aber nicht zwingend notwendig. Alternativ können, wie in verschiedenen Schulbüchern angeboten, auch Würfelbecher genutzt werden.

Je nach Belieben konnten die Kinder diese Einstiegsaktivität aber auch mittels Nutzung verschiedenfarbiger Legosteine durchführen. Die nebenstehende Abbildung zeigt, wie ein Kind die verschiedenen Zerlegungen der Zahlen 3 und 4 mit Legosteinen dargestellt hat. Die Legosteine haben in diesem Zusammenhang den Vorteil, dass Zerlegungen auch mit mehr als nur zwei Farben dargestellt werden können. Schließlich ist es auch möglich, eine Zahl nicht nur in zwei, sondern auch in drei oder gar mehr Teile zu zerlegen. Diese Variante haben wir vor allem bei der Verwendung von Legosteinen ebenfalls gemeinsam mit den Kindern thematisiert



Zerlegung der 3 und 4 mit Legosteinen

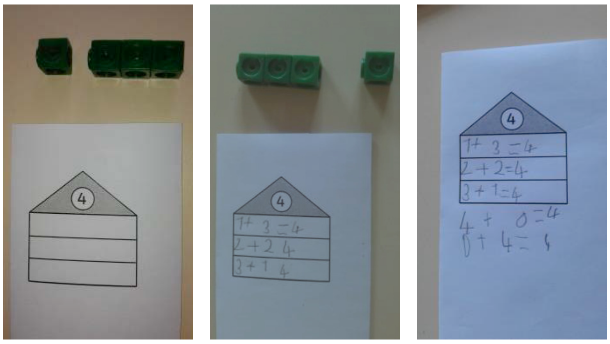
Entdeckung weiterer Zahlzerlegungen

Bei der Arbeit mit Wendeplättchen trat naturgemäß auch häufig der Fall ein, dass eher unwahrscheinlich zu ‚erschüttelnde' Zerlegungen, wie 0+5, 5+0, 1+4 und 4+1, selten oder gar nicht auftraten. Dies stellte jedoch keinen negativen Aspekt im Arbeitsprozess dar. Vielmehr hat sich gerade dieser mathematische Hintergrund als Lernchance zur Herleitung aller möglichen Zerlegungen einer Zahl herausgestellt. So konnten wir die Kinder bspw. durch Fragen, wie: „Welche weiteren Zerlegungen kann es noch geben, die du jetzt noch nicht entdeckt hast?" gezielt dazu anregen, über weitere, als die bereits gefundenen Zerlegungen forschend nachzudenken. Hat ein Kind weitere Möglichkeiten nennen können, so haben viele Kinder durch erneutes Schütteln der Überraschungseier versucht, gerade diese Zerlegung zu ‚erschütteln'. Nachdem dies nach einigen Versuchen erfolglos blieb, haben wir versucht, die Kinder anzuregen, eine sich auf dem Tisch befindliche Zerlegung systematisch umzulegen, um neue Zerlegungen herzuleiten. Auf diese Weise gelang es vielen Kindern, alle möglichen Zerlegungen zu entdecken.

Strukturierung der Zerlegungen im Zahlenhaus

Vor allem bei den beschriebenen Unterrichtsszena-

rien zur Erarbeitung von Zahlzerlegungen mit Wendeplättchen hat es sich teilweise als negativ herausgestellt, dass die Kinder durch das Material keine Möglichkeit haben, ihre Zerlegungen zu dokumentieren. Bei den Legosteinen war dies etwas anders, da sie sichtbar bleiben.
Daher haben wir uns dazu entschieden, die hergeleiteten Zerlegungen von den Kindern nach dem schütteln der Überraschungseier in ein Zahlenhaus schreiben zu lassen. In das Dach des Zahlenhauses wurde dabei zuvor diejenige Zahl eingetragen, die auch auf dem Ei selbst notiert war. Während des Eintragens der Zerlegungen haben wir die Kinder angeregt, die Zerlegungen möglichst strukturiert (und nicht wahllos) einzutragen. Damit war das Ziel verbunden, den Blick der Kinder für operative Veränderungen zwischen den Zerlegungen zu schärfen und darüber gezielt zu kommunizieren.



Zerlegung der 4 mit Steckwürfeln und Zahlenhäusern

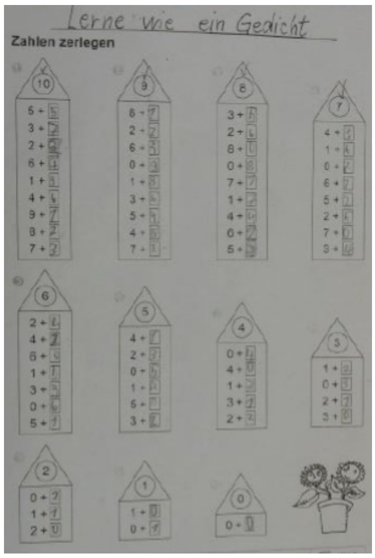
In ähnlicher Weise gingen wir auch bei der Arbeit mit Steckwürfeln vor. Die Kinder zerlegten die Steckwürfel systematisch und trugen jede Zerlegung nacheinander in das Zahlenhaus ab. Häufig trat dabei auch schon der Fall ein, dass einige Kinder weitere Zerlegungen auf rein symbolischer Ebene eintrugen, ohne die Steckwürfel überhaupt noch zerteilen zu müssen. Die Materialhandlungen (Zerteilen der Steckwürfel und Anzahlbestimmung der Teile) wurde zunehmend durch mentale Operationen abgelöst. Diese Beobachtung hat uns dazu bewogen, diesen Kindern kombinierte symbolische Darstellungen verschiedener Zahlenhäuser auf einem Arbeitsblatt anzubieten, wie der nachfolgende Abschnitt illustriert.

Übungsphase: Arbeiten auf symbolischer Ebene

Nachdem ein Verständnis zur Zerlegung von Zahlen weitgehend gesichert erschien, haben wir die entsprechenden Kinder auf rein symbolischer Ebene operieren lassen, wobei auch Rückbezüge zu Handlungen bzw. zu Materialdarstellungen erlaubt bzw. erwünscht waren, wenn einzelne Zahlen noch nicht sicher zerlegt werden konnten. Wichtig war uns nur, dass die Kinder die Materialhandlung mental vollziehen. Auf diesem Wege gelang es dem überwiegenden Anteil der Kinder die Zahlenhäuser zu vervollständigen. Dadurch wurde ein Beitrag dahingehend geleistet, dass sich die Kinder die Zerlegungen aller Zahlen bis 10 verständnisbasiert einprägen.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Die Zerlegung der Zahlen bis 10 stellt einen wichtigen Ausschnitt des Mathematikcurriculums der Grundschule dar. Traditionell handelt es sich dabei um einen schwierigen Themenbereich. In den Arbeitsphasen der Kinder waren - wie nicht anders zu erwarten - die unterschiedlichen Niveaustufen ihrer Entwicklung zu erkennen. Gleichwohl hatten wir den Eindruck, mit unseren Unterrichtsversuchen Kinder mit und ohne Rechenschwierigkeiten anzuregen, sich verständnisbasiert, auf ihrem jeweiligen individuellem Niveau, mit diesem Thema zu befassen. Dabei ist es zweitrangig, dass Kinder mit Förderbedarf teilweise wesentlich länger im Bereich des Handelns arbeiteten, während andere die Zahlzerlegung zügig mental leisteten. Wichtig war, dass alle Kinder am selben Lerngegenstand arbeiten und voneinander auch profitieren konnten.



Zerlegung der Zahlen von 1 bis 10 in Zahlenhäusern

LITERATUR

- Wartha, S. & Schulz, A. (2013). Rechenproblemen vorbeugen (2. Auflage). Berlin: Cornelsen.
- Wessolowski, S. (2010) Vom Zählen zum Rechnen In: mathematik differenziert, 4-2010, S. 20 -27.

ANNA-Zahlen

Ein Aufgabenformat für alle Kinder zur Erkundung mathematischer Zusammenhänge bei der schriftlichen Subtraktion

SGS „Geschwister Scholl“ Heringen

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

An der Staatlichen Grundschule „Geschwister Scholl“ in Heringen lernen momentan mehr als 140 Schülerinnen und Schüler. Die Schuleingangsphase wird im jahrgangsübergreifendem Unterricht organisiert, während die Klassenstufen drei und vier jahrgangsgebunden strukturiert sind.

Seit dem Jahr 2007 engagieren wir uns im bundesweit angelegten SINUS-Projekt, das sich das Ziel gesetzt hat, den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht in der Grundschule weiterzuentwickeln. Seit der Einbindung unserer Schule in das SINUS-Projekt konnten wir eine stetige Kompetenzentwicklung bei Lehrerinnen und Lehrern sowie den Schülerinnen und Schülern feststellen. Es gelingt uns seither bei Lehrenden und Lernenden besser, das Interesse für Mathematik und Naturwissenschaften anzuregen und zu fördern. Die kollegiale Zusammenarbeit in der Schule und im SINUS-Set trug dazu maßgeblich bei. Grundlage für eine gewinnbringende Veränderung waren 10 Module, auf denen die mathematische Arbeit im Unterricht auch heute noch basiert. Die für uns zentralen Module sind vor allem „Gute Aufgaben“, „Entdecken, erforschen, erklären“ sowie „Schülervorstellungen aufgreifen – grundlegende Ideen entwickeln“.

Die im Rahmen dieses Projekts gesammelten Erfahrungen und entstandenen Kooperationen mit anderen Schulen haben uns dazu bewegt, uns stetig mit aktuellen Fragen des Mathematikunterrichts auseinanderzusetzen. Derzeit ist der passende Umgang mit Heterogenität ein zentrales Thema. Die Ausrichtung des UHeMaG-Projekts stimmt dabei mit den Interessen und Wünschen unserer Schule überein, wodurch eine Beteiligung auch an diesem Projekt resultierte.

2. AUSGANGSLAGE

Der Schwerpunkt der Teilnahme am Projekt UHeMaG liegt in der Weiterentwicklung und Verbesserung des Mathematikunterrichts mit besonderem Augenmerk auf einem passenden unterrichtlichen Umgang mit heterogenen Schülerinnen- und Schülergruppen. Ein zentraler Baustein des UHeMaG-Konzepts besteht darin, eine Veränderung der Aufgabenkultur sowie der Aufgabenvariationen herbeizuführen. Dabei ist eine enge Orientierung der Vorgaben des Lehrplans Mathematik Grundschule in Thüringen sowie den Bildungsstandards gegeben. Die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler findet in UHeMaG verstärkt Berücksichtigung und Beachtung, welches durch die natürliche Differenzierung und individuelle Förderung umgesetzt werden kann. Der Blickwinkel auf mathematische Themen wird durch das Projekt intensiviert und erweitert.

Da wir in dieser Herausforderung häufig noch Unterstützungsbedarf sehen, möchten wir in UHeMaG selbst wissenschaftlich begleitete Erfahrungen zum Umgang mit Heterogenität sammeln. Dabei geht es uns schwerpunktmäßig um die gezielte Erprobung von Aufgabenformaten, die sich für das gemeinsame Arbeiten aller Kinder einer Lerngruppe eignen können. Neben der tiefergehenden Auseinandersetzung mit aktuellen Fragen des Mathematikunterrichts sehen wir unsere Teilnahme an UHeMaG jedoch andererseits auch als Chance, schulintern kooperativ arbeiten zu können. Hierdurch wird die Teamentwicklung spürbar gefördert. Gemeinsame Ziele werden im Kollegium formuliert, umgesetzt und reflektiert.

3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „ANNA-ZAHLEN“

In diesem Beitrag möchten wir von unseren Unterrichtsszenarien berichten, in denen wir das Aufgabenformat ANNA-Zahlen (vgl. PIKAS-Team 2012) in einer vierten Jahrgangsstufe eingesetzt haben. Die Wahl fiel auf dieses Aufgabenformat, da es uns einerseits geeignet erscheint, die am Ende der Grundschulzeit zu erwerbenden inhaltsbezogenen Kompetenzen, wie bspw. das sichere sowie verständnisorientierte Beherrschen schriftlicher Subtraktionsaufgaben, durch produktives Üben zu unterstützen. Zugleich bietet es jedoch auch Anlässe, Zusammenhänge zwischen Zahlen und Aufgaben zu entdecken, fachbezogen zu kommunizieren und auch zu argumentieren (vgl. KMK 2005), wodurch Bezug zu den prozessbezogenen Kompetenzen hergestellt wird.

Mathematischer Hintergrund

Bei ANNA-Zahlen handelt es sich um vierstellige Zahlen mit übereinstimmenden Ziffern an der Tausender- und Einerstelle sowie übereinstimmenden Ziffern an der Hunderter- und Zehnerstelle. Es dürfen jedoch nicht viermal dieselben Ziffern vorliegen. Das äußere und innere Ziffernpaar müssen sich also unterscheiden. Beispiele für ANNA-Zahlen sind demgemäß 4224 oder auch 7337.

Einstieg – Was sind ANNA-Zahlen?

Der Einstieg in das Arbeiten mit ANNA-Zahlen erfolgte, indem wir die Kinder über den Begriff zunächst haben nachdenken lassen. Hierzu haben wir den Begriff sowie einige zwei-, drei- und viertstellige Zahlen an der Tafel notiert. Anschließend lautete der Impuls: Welche dieser Zahlen könnten ANNA-Zahlen sein? Begründe!

Auf diese Weise entwickelten sich vielfältige Sichtweisen auf ANNA-Zahlen. Auch Kinder, die sich sonst weniger häufig an Unterrichtsgesprächen beteiligten, brachten ihre individuellen Vorstellungen mit ein. Schnell erkannte der überwiegende Anteil der Kinder die Struktur von ANNA-Zahlen, wie sie im mathematischen Hintergrund beschrieben ist. Im Gespräch mit den Kindern entwickelten sich unter anderem folgende Vorstellungen auf die Frage, warum die vierstelligen Zahlen mit zwei gleichen Zahlenpaaren ANNA-Zahlen sind:

- weil man die Stellen umdrehen kann.
- weil die Zahlen wie bei den Buchstaben von ANNA sind.
- weil die Zahlen vertauscht werden.
- weil vorn und hinten die gleichen Zahlen sind und in der Mitte die sind auch gleich.
- weil man die Zahl von vorne und von hinten lesen kann.
- weil, wenn man sie umdreht ist es immer noch gleich.
- weil die Zahlen die Plätze tauschen.
- weil 2 verschiedene Ziffern drin sind.

Die obige Definition (siehe mathematischer Hintergrund) wurde gemeinsam mit den Kindern als Grundlage für das weitere Arbeiten festgelegt.

ANNA-ZAHLEN - Startaufgabe

- Das sind ganz besondere Minusaufgaben:

7227	8558	3113	2112
-2772	-5885	-1331	-1221

Kannst du erklären, warum diese Zahlen „ANNA-Zahlen“ heißen?

Startaufgabe: Subtraktionsaufgaben mit ANNA-Zahlen und deren Umkehrzahlen

Nachdem wir mit den Kindern geklärt hatten, was ANNA-Zahlen sind, haben wir ihnen die abgebildete Startaufgabe vorgelegt. In dieser sollten sie die Differenz von ANNA-Zahlen sowie deren Umkehrzahlen bestimmen. Im Anschluss wurden Sie aufgefordert, Auffälligkeiten zu beschreiben.

Johannes stellte dabei nach der Berechnung der Aufgaben 7227-2772 und 8558-5885 fest: „Das ist die selbe Aufgabe wie drüben, nur anders.“ Damit bezieht er sich offenbar auf die Struktur der Subtraktionsaufgaben. Er erkennt, dass die Differenz von ANNA-Zahlen und deren Umkehrzahlen bestimmt werden.

Gleichwohl unterstützte das Berechnen der Differenzen o.g. Aufgaben die Kinder noch nicht dabei, die Zusammenhänge zwischen den errechneten Ergebnissen zu entdecken. Das hat uns dazu bewogen, in der folgenden Unterrichtssequenz darauf zu reagieren.

Eigene Subtraktionsaufgaben entwickeln und Ergebnisse untersuchen

Um die arithmetischen Muster der Ergebnisse von Subtraktionsaufgaben der ANNA-Zahlen sowie deren Umkehrzahlen zu entdecken, haben wir uns dazu entschieden, gerade diesen Aspekt auch in den Arbeitsauftrag einfließen zu lassen. Darüber hinaus war es wichtig, einen hinreichend großen Umfang an Aufgaben und Ergebnissen zu haben, die auf mögliche Zusammenhänge hin untersucht werden können. Dementsprechend lautete der Arbeitsauftrag: Bilde selbst Subtraktionsaufgaben mit ANNA-Zahlen und rechne sie aus! Sieh dir die Ergebnisse an! Was fällt dir auf?

Naturgemäß verliefen die Arbeitsprozesse der Kinder sehr unterschiedlich. Einige sollen im Folgenden kurz skizziert werden.

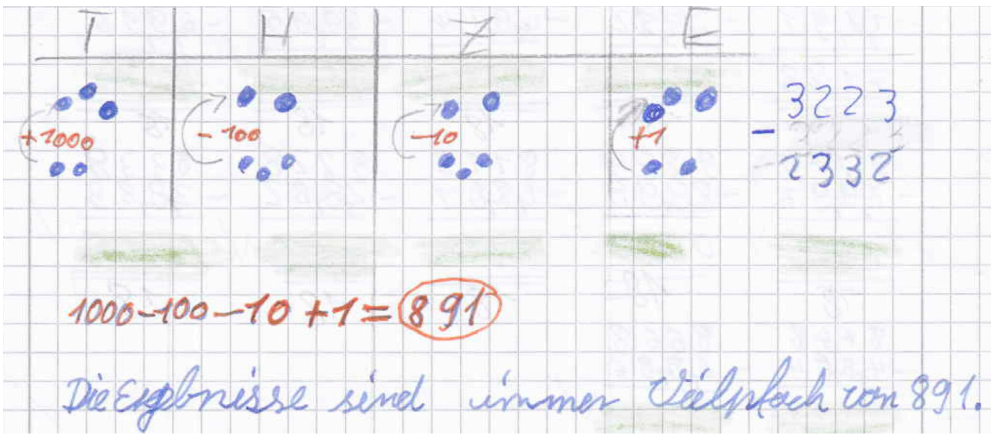
Jeremy hat neun Aufgaben gebildet und merkt erst später, dass nicht alle lösbar sind, weil er nicht immer die größere Zahl als Minuenden positioniert hat. Auf diese Weise ging auch Finn vor. Er erzeugte Aufgaben mit folgender Struktur: 1221-2112, 3443-4334, 5665-6556, ...

Lars rechnet mit ANNA-Zahlen

Lars beginnt, wie das Dokument zeigt, mit der Aufgabe 9119-1991. Anschließend erhöht er das mittlere Zahlenpaar des Minuenden mit einer Ausnahme immer um 1. Auf diese Weise erzeugt er insgesamt sieben Aufgaben, bei denen die Zahl 9 als Tausenderstelle beim Minuenden steht. Anschließend fährt er weiter fort, indem er die Zahl 8 an die Tausenderstelle setzt. Im weiteren Verlauf notiert er seine Entdeckungen. Ihm fällt unter anderem auf, dass „sehr viele Ergebnisse doppelt“ und die Quersumme der Ergebnisse „immer gleich“ sind. Lars hat auch entdeckt, dass das kleinste Ergebnis 891 ist.

Anna startet mit 4114-1441 und erhöht für die weiteren Aufgaben alle Ziffern immer um 1. So bildet sie nach kurzer Zeit sechs Aufgaben, die immer das gleiche Ergebnis haben.

Warum sind manche Ergebnisse gleich?



Philipp begründet das Ergebnis von 3223 - 2332

Die Frage nach Begründungen, warum manche Ergebnisse identisch sind, stellte den Startpunkt für die weiteren Erkundungen der Kinder dar. Einen anschaulichen Ansatz stellte der Schüler Philipp dar. Er notierte die Aufgabe 3223-2332 auf ikonischer Ebene in eine Stellenwerttafel und visualisierte den Unterschied der Zahlen mittels nonverbaler Darstellungsmittel. Dabei stellte er fest, dass 891 der Unterschied zwischen den Zahlen ist, wie auf dem Dokument schön zu erkennen ist.

Dieses Vorgehen wählte er auch bei anderen Aufgaben, bei denen der Unterschied der Ziffern beliebig variierte. Nach einigen Darstellungen stellte er fest und notierte in obiger Darstellung, dass die Ergebnisse immer ein Vielfaches von 891 sein müssen.

Natürlich konnten nicht alle Kinder adäquate Begründungen dafür liefern, warum die Ergebnisse mancher Aufgaben identisch bzw. ein Vielfaches von 891 sind. Gleichwohl konnten wiederum Kinder, denen dieser Forscherauftrag schwer viel, bei anderen, etwas zugänglicheren Aufträgen ebenso forschend aktiv sein. So forschte Leon zum Beispiel dahingehend, alle möglichen ANNA-Zahlen zu finden. Ihm gelang es nach einiger Zeit, alle 81 ANNA-Zahlen strukturiert zu notieren.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Während unserer Unterrichtsversuche haben wir spürbar gemerkt, dass die Kinder zunehmend flexibler und unbeschwerter im Umgang mit den mathematischen Aufgaben wurden. Sie nutzen ihr Vorwissen effektiver und vernetzen es auch mit den gegebenen Aufgabenstellungen. Auch zeigten sie mehr Ausdauer bei der Lösungsfindung und Problemlösung. Immer besser gelang es ihnen, etwas zu erklären, zu entdecken und zu hinterfragen. Die Dokumentation ihrer Ergebnisse und Gedankengänge wurde im Verlauf der Unterrichtsstunden zu den ANNA-Zahlen zunehmend nachvollziehbarer. Darüber hinaus wurden die gegebenen Aufgabenstellungen häufig eigenständig analysiert und durchdacht, indem eine Planung des Forschungsvorgehens erkennbar war. Mit der Zeit kamen die Kinder dabei immer mehr ins Gespräch, um sich über die Sinnhaftigkeit ihrer Lösungsansätze sowie entdeckte arithmetische Muster und Strukturen auszutauschen. Nicht nur für die Kinder stellten die Unterrichtsversuche Lerngelegenheiten dar. Auch den teilnehmenden Lehrerinnen und Lehren fiel es zunehmend leichter, geeignete substantielle Aufgaben zu erkennen und den Gegebenheiten der heterogenen Lerngruppe anzupassen. Der Prozess der Verknüpfung und Vernetzung verschiedener Wissensbereiche wurde gefördert und wird nun bewusst praktiziert. Die eingenommene Lehrerrolle, die sich durch das Akzeptieren und der Würdigung vielfältige Lösungsansätze, sowie des Aufbringens von Geduld für Fehlversuche auszeichnete, erforderte ein hohes Maß an Sensibilität. Wir haben gelernt, den Kindern mehr Zeit einzuräumen, ihnen mehr zuzutrauen, Selbsterkenntnisse zu ermöglichen und dafür Lernumgebungen offener zu gestalten.

LITERATUR

- PIKAS-Team. (2012). Mathe ist Trumpf - Materialien zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht aus dem Projekt PIK AS. Berlin: Cornelsen.
- KMK - Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland. (2005). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Beschluss vom 15.10.2004. München: Wolters Kluwer.

Zauberdreiecke

Mathematische Zusammenhänge im Zahlenraum bis 20 erkunden

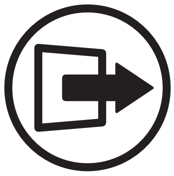
SGS „Schule am Rautal“ in Jena

1. INFORMATION ZUR SCHULE

Die Schule am Rautal in Jena ist eine dreizügige Grundschule mit jahrgangsgebundenem Unterricht. Aufgrund unseres Schulprofils und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Orientierung unserer Schule sind wir stets an einer Optimierung unseres Mathematikunterrichtes interessiert. Dabei versuchen wir der vorhandenen Heterogenität in den Klassen sowie dem Anspruch eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts gerecht zu werden. Hieraus ergaben sich, unterstützt durch die Teilnahme an der Fortbildungsreihe UHeMaG (Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule), folgende mathematikdidaktische Zielsetzung für unsere Schule:

- Kritische Reflexion bisheriger Aufgabenformate
- Regelmäßige Erprobung offener, differenzierter Aufgabenformate
- Entwicklung einer mathematischen Gesprächskultur in den Klassen

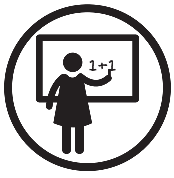
In diesem Beitrag möchten wir Aufgabenbeispiele zum Thema „Zauberdreiecke“ vorstellen, anhand derer wir die oben genannten Schwerpunkte bearbeitet haben.



2. AUSGANGSLAGE

Das Jahrgangsteam des 2. Jahrgangs befasste sich im Bereich der Arithmetik (Zahlen und Operationen) mit den Schwerpunkten Addition und Subtraktion sowie arithmetische Zahlenzusammenhänge im Zahlenraum bis 20. Im Mittelpunkt standen dabei das Entdecken, Untersuchen, Beschreiben und Begründen von Mustern und Strukturen. Substantielle Aufgabenformate, wie beispielsweise die „Zauberquadrate“, kannten die Kinder aus bisherigen Unterrichtseinheiten in den Klassen 1 und 2.

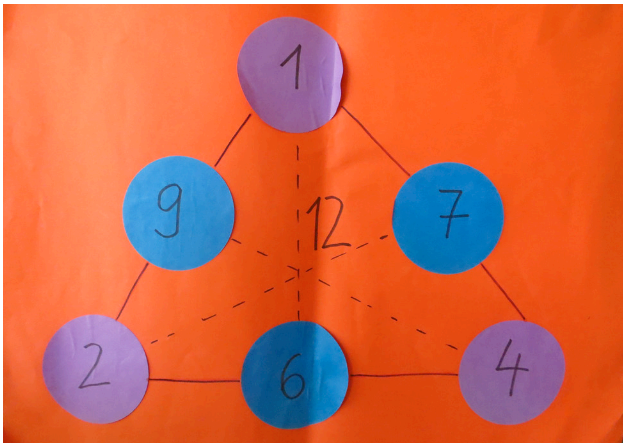
Der Austausch über mathematische Sachverhalte in Rechenkonferenzen war den Schülerinnen und Schülern ebenfalls bereits bekannt, so dass das zunehmend fachsprachliche Kommunizieren über mathematische Muster und Strukturen in der geplanten Unterrichtseinheit vertieft werden sollte. Hierfür wurde eine Unterrichtsreihe zu dem substantiellen Aufgabenformat „Zauberdreiecke“ durchgeführt, die unserer heterogenen Schülerschaft gerecht werden sollte.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS – „ZAUBERDREIECKE“

Die Kernidee

Die beispielhafte Unterrichtsreihe zum Thema „Zauberdreiecke“ bietet den Kindern zahlreiche Möglichkeiten individuelle Entdeckungen über mathematische Zusammenhänge zu machen und diese je nach individuellem Vermögen zu beschreiben, zu begründen und zu verallgemeinern. Gleichzeitig wird eine Lernumgebung geschaffen, in der flexible Rechenfertigkeiten (weiter-) entwickelt und reflektiert werden können. Während der gesamten Unterrichtreihe führten die Schülerinnen und Schüler ein Forscherheft, in welchem sie selbständig ihre Entdeckungen festhielten und Zahlbeziehungen beschrieben und ggf. begründeten. Außerdem bot die individuelle Arbeit in den Forscherheften eine Grundlage, um sich gegenseitig über Ideen und Erkenntnisse in Forscherkonferenzen auszutauschen.



Was sind Zauberdreiecke?

Zauberdreiecke...

- bestehen aus 6 Zahlen, die im Dreieck angeordnet sind,
- sie haben 3 Eckzahlen und 3 Mittelzahlen,
- die Zahl in der Mitte heißt Zauberzahl (hier:12) und
- jede Zahl darf insgesamt nur einmal vorkommen.

Welche Strukturen und Muster kann man u.a. entdecken?

- Die Summen der Seiten ergeben jeweils die Zauberzahl.
- Es gibt drei kleine Dreiecke (Ecken), die jeweils die gleiche Summe ergeben (hier: 17).
- Der Betrag der Differenz von gegenüberliegenden Zahlen auf je zwei Seiten ist immer gleich.
- Es gibt ein äußeres und inneres Dreieck.
- Das äußere Dreieck enthält kleine Zahlen, das innere große Zahlen.
- Systematisches Verändern der Eck- und Mittelzahlen führt zu einer anderen Zauberzahl und zu neuen arithmetischen Beziehungen zwischen den veränderten Zauberdreiecken.

Aufbau der Unterrichtseinheit

Die Unterrichtsreihe zu den Zauberdreiecken bestand aus drei Unterrichtseinheiten, die in der Klasse in Form einer Themenleine visualisiert wurden, um für die Schülerinnen und Schüler Reihentransparenz herzustellen.

Die angestrebte, gezielte, zunehmend mathematische Kommunikation wurde anhand von Forscherkonferenzen ermöglicht. Mithilfe des Wortspeichers wurden Fachbegriffe besprochen, visualisiert und zur natürlichen Differenzierung im Klassenraum für alle Kinder zugänglich gemacht. Außerdem sollten die eigenen, individuellen Arbeitsergebnisse und Entdeckungen in den Forscherheften schriftlich, je nach individuellem Vermögen, notiert werden.

Das Aufgabenformat der „Zauberdreiecke“ bietet eine natürliche, innere Differenzierung aufgrund des substantiellen Aufgabenformates an sich. Das bedeutet konkret, dass die Schülerinnen und Schüler geeignetes Zahlenmaterial auswählen können, mit dem sie selbst zurechtkommen und sie können individuelle Entdeckungen machen. Diese werden, je nach individuellem Vermögen, beschrieben, begründet und/oder verallgemeinert. Während der gesamten Unterrichtreihe liegen Tippkarten zu den einzelnen Forscheraufträgen im Klassenraum bereit.

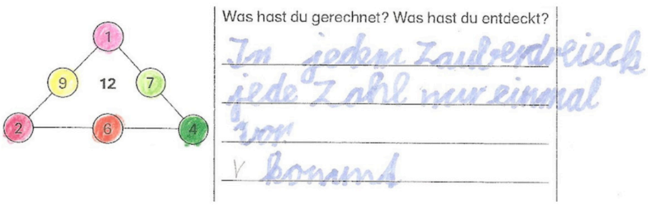
Themenleine

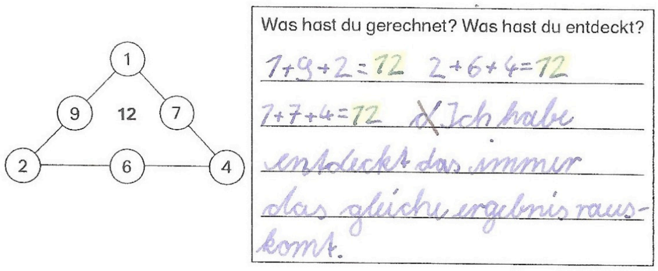
1. Wir lernen ein Zauberdreieck kennen
2. Entdeckungen am Zauberdreieck
3. Wir verändern und erfinden eigene Zauberdreiecke

Im Folgenden wird die 2. Unterrichtseinheit „Entdeckungen am Zauberdreieck“ und die ermöglichte natürliche Differenzierung detaillierter dargestellt.

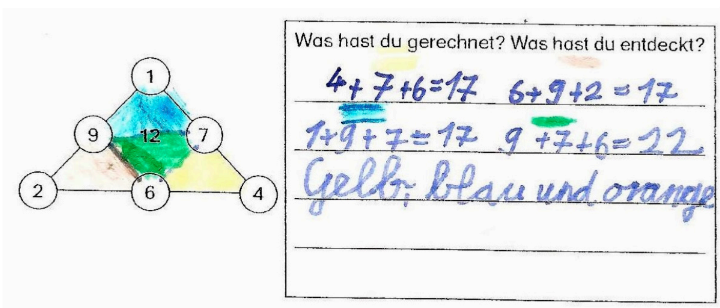
Einstieg	- Wiederholung des Geheimnisses eines Zauberdreiecks (Wortspeicher, Plakat Zauberdreieck) - Einordnung in die Unterrichtsreihe - Problementfaltung - Ziel- und Verlaufstransparenz für die Unterrichtseinheit
Arbeitsphase I Einzelarbeit	Die Kinder arbeiten zu folgenden Arbeitsaufträgen in ihrem Forscherheft: 1) Untersuche die Zauberdreiecke. Welche Zahlen ergeben welche Summe? 2) Was hast du gerechnet? Was hast du entdeckt? Schreibe auf.
Arbeitsphase II kleine Forscherkonferenz	Die Kinder tauschen sich in Kleingruppen (3-4 Kinder) über ihre Entdeckungen aus. Auftrag: Erkläre den anderen Kindern, was du bei den Zauberdreiecken entdeckt hast.
Reflexion große Forscherkonferenz	In der großen Forscherkonferenz werden die Ergebnisse im Plenum zusammengetragen und gegebenenfalls ergänzt. Weiterführende Impulse: Warum ist das so? Ist das immer so?

Die folgenden Dokumente der Schülerinnen und Schüler zeigen unterschiedliche Entdeckungen und Vorgehensweisen, die gewählt wurden. Ergänzend zu schriftlichen Äußerung nutzen die Kinder nach individuellen Vorlieben mathematische Symbole, Farben und/oder Striche (Forschermittel), um ihre Entdeckungen festzuhalten und zu beschreiben.
Die ersten beiden Dokumente zeigen Zugangsweisen von Kindern, die bekannte Regeln des Zauberdreiecks (siehe Wortspeicher) reproduzieren und am Beispiel zeigen, dass es sich um ein Zauberdreieck handelt.

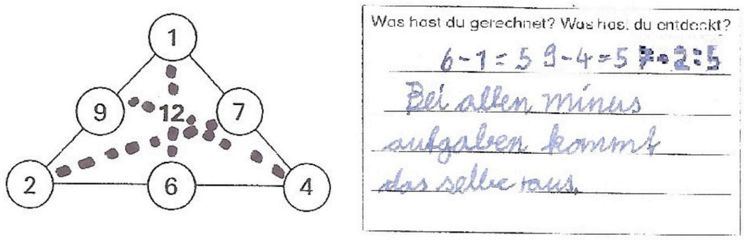




Im folgenden Schülerdokument entdeckt das Kind hingegen neue Zahlenmuster und Strukturen, die zuvor noch nicht besprochen wurden. Innerhalb des großen Dreieckes untersucht es kleinere Dreiecke, die wiederum Besonderheiten aufweisen. So ergeben die Summen der Ecken immer 17. Den Impuls, kleine Dreiecke zu untersuchen, erhielt das Kind durch eine Tippkarte, die im Klassenraum bereit lag und bei Bedarf gelesen werden durfte (natürliche Differenzierung).



Das folgende Kind nutzt nicht die Addition sondern die Subtraktion, um das Zauberdreieck genauer zu erforschen. Es entdeckt, dass die Differenzen der gegenüberliegenden Zahlen das gleiche Ergebnis haben.



Diese vier Dokumente sind nur ein kleiner Ausschnitt heterogener Zugangsweisen, die beobachtet werden konnten. Während der kleinen Forscherkonferenz blieb es bei reinen Beschreibungen der entdeckten Muster und Strukturen. Durch weiterführende Impulse wurde in der anschließenden großen Forscherkonferenz im Plenum von einigen leistungsstärkeren Kindern Begründungen und Verallgemeinerungen formuliert.
In der 3. Unterrichtseinheit „Wir verändern und erfinden neue Zauberdreiecke“ finden die Schülerinnen und Schüler durch kleine Änderungen (gleichsinniges Verändern, Addition) neue Dreiecke und protokollieren ihr Vorgehen sowie ihre Entdeckungen. Um natürliche Differenzierung zu ermöglichen wählen die Kinder die Größe der verwendeten Zahlen selbst und steuern dadurch den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Das Format der „Zauberdreiecke“ erwies sich als gewinnbringend, um unseren Zielen, der Erprobung substantieller Mathematikaufgaben und der Förderung der mathematischen Kommunikationskultur, gerecht zu werden. Alle Kinder haben sich auf unterschiedlichsten Niveaus mit dem mathematischen Phänomen der Zauberdreiecke auseinandergesetzt. Hierbei erwiesen sich die Tippkarten als wichtige Differenzierungsmethode, um Kindern mit ersten Zugangsschwierigkeiten beim selbständigen Entdecken, Hilfen an die Hand zu geben, um die Zauberdreiecke erforschen zu lernen. Nach unseren Erfahrungen ist das Aufgabenformat der „Zauberdreiecke“ sehr gut für eine offene Unterrichtssequenz im Mathematikunterricht geeignet, bei dem heterogene Lerngruppen mathematisch tätig werden und sich zunehmend fachsprachlich austauschen können. Es ergaben sich zudem Anknüpfungspunkte und Möglichkeiten für die weitere Arbeit: Zur Vertiefung der Zauberdreiecke können neue Fragen und weitere Aufgabenstellungen bearbeitet werden:

- Zauberdreiecke ergänzen, bei denen nur wenige Zahlen bekannt sind (Problemlösen)
- Zauberdreiecke finden, bei denen nur die Zauberzahl vorgegeben ist (Problemlösen)
- Kleinstmögliche und größtmögliche Zauberzahl finden (z.B. mit den Zahlen von 1-9)
- Untersuchen, ob sich Zauberdreiecke auch durch Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren der Seitenzahlen verändern lassen
- Falsche und richtige Zauberdreiecke auf Korrektheit überprüfen
- Spiegeln der Zauberdreiecke
- Andere Zauberfiguren z.B. einen Zauberstern ergänzen bzw. erfinden

In den Klassen 3 und 4 sind durch die Erweiterung des Zahlenraumes zusätzlich viele weitere Möglichkeiten gegeben.

LITERATUR

• RAAbits-Team Grundschule. (2010). Kein fauler Zauber! – In Zauberdreiecken mathematische Zusammenhänge im Zahlenraum bis 20 entdecken. Mathematik Beitrag 53. RAAbits Grundschule

Zahlenfolgen

Entdecken, Beschreiben und Begründen in altersgemischten Klassen Lobdeburgschule Jena, Staatliche Gemeinschaftsschule

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die Lobdeburgschule ist eine Thüringer Gemeinschaftsschule im Stadtgebiet Jena. Im Grundschulteil werden sieben altersgemischte Klassen der ersten drei Klassenstufen und jeweils drei Klassen der Stufen 4 bis 10, an die sich die Oberstufenklassen anschließen, unterrichtet.

Insbesondere die Arbeit in den altersgemischten Klassen erfordert eine Differenzierung in jeglichem Unterricht - auch im Fach Mathematik! Durch die, mit dem SINUS-Projekt einhergehenden, Fortbildungen haben wir Anregungen erhalten, um uns noch stärker mit dieser unterrichtlichen Anforderung zu befassen und weitere Möglichkeiten zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht zu erproben.

2. AUSGANGSLAGE

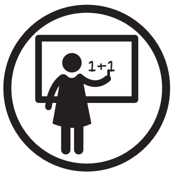
Ausgehend von den Gegebenheiten in altersgemischten Klassen, in denen die Leistungsstände insbesondere im Fach Mathematik stark differieren, sind wir tagtäglich der Herausforderung gestellt, mit der Heterogenität produktiv umzugehen. Um die Kinder nicht ausschließlich nach Plänen in ihren Arbeitsheften und Büchern arbeiten zu lassen, versuchen wir zunehmend, Themen so aufzubereiten, dass sie für jedes Kind eine Herausforderung auf seinem individuellen Leistungsstand in Mathematik darstellen und gleichzeitig darüber kommuniziert wird. Dementsprechend wählen wir vielfach Aufgabenformate, die allen Kindern Gelegenheiten bieten, forschend tätig zu sein.

Für die vorliegende Dokumentation haben wir das Thema Zahlenfolgen gewählt, da wir gerade für diesen Aspekt Anknüpfungspunkte erkennen. Es bietet die Möglichkeit sowohl rechnerische Fähigkeiten anzusprechen und weiterzuentwickeln als auch strategisches Denken zu fokussieren. Da einige Variationen im Umgang mit Zahlenfolgen keine festgeschriebenen Lösungswege vorschreiben, wird die Kreativität der Schülerinnen und Schüler auch im Hinblick auf das Problemlösen gefördert. Eigenproduktionen können dokumentiert und anderen Kindern präsentiert werden, wodurch auch fachsprachliche Kommunikation entstehen kann. Ferner ist es möglich, Zahlenfolgen nicht nur auf symbolischer Ebene, sondern auch bildlich und handelnd darzustellen.

Wie bisherige Unterrichtserfahrungen zu dem Thema gezeigt haben, eignet es sich auch besonders dazu, die Entwicklung der Fachsprache zu unterstützen. Dies liegt vor allem daran, dass für Zahlenfolgen ein – verglichen mit anderen Aufgabenformaten – kleiner Wortspeicher genügt, um arithmetische Entdeckungen fachsprachlich beschreiben und begründen zu können.

Wir möchten im Folgenden Einblicke in unsere Unterrichtserfahrungen zur Arbeit mit Zahlenketten dokumentieren und aufzeigen, wie wir das Thema für eine altersgemischte Klasse aufbereitet haben. Im Vorfeld haben wir uns dabei das Ziel gesetzt, die Kinder vor allem zur sinnvollen und fachgerechten

Verwendung mathematischer Begriffe anzuregen, indem sie ihre Entdeckungen stets verbalisieren oder notieren sollten. Diese Schwerpunktsetzung haben wir deshalb gewählt, weil dieser Bereich vielen Kindern heterogener Lerngruppen mitunter sehr schwer fällt.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „ZAHLENFOLGEN“

Mathematischer Hintergrund

Rein fachmathematisch gesehen handelt es sich bei einer Zahlenfolge um eine Folge von endlichen oder unendlichen Zahlen. Die Zahlen einer Folge werden dabei über ein bestimmtes Bildungsgesetz bestimmt. Die wohl bekannteste Folge ist die sog. Fibonacci-Folge, bei der eine Zahl durch die Addition ihrer beiden Vorgänger gebildet wird. Die ersten zehn Zahlen der Fibonacci-Folge lauten also: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... Darüber hinaus existieren natürlich noch weitere Folgen, wie bspw. die Folge der natürlichen Zahlen (1, 2, 3, 4, 5, ...) und der Quadratzahlen (1, 4 , 9, 16, 25, ...), die wiederum auf andere Weise strukturiert sind.

Einstieg

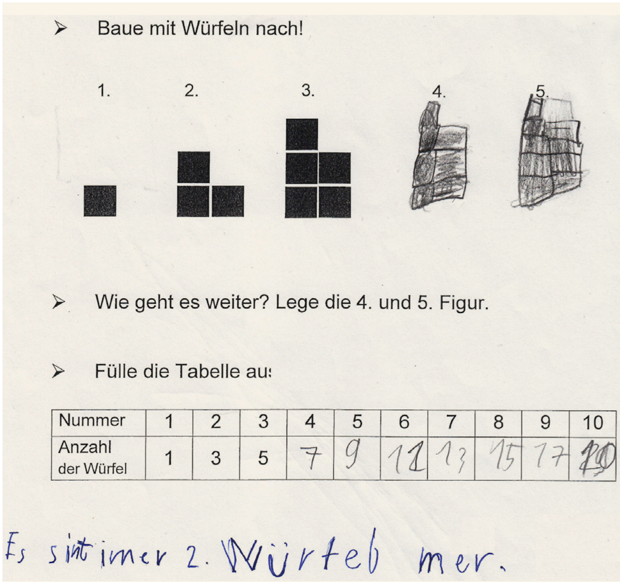
Aus dem mathematischen Hintergrund könnte der Eindruck entstehen, dass es sich bei Zahlenfolgen um ein Thema handelt, das nur auf einer abstrakten symbolischen Ebene bearbeitet werden kann. Um das Thema Zahlenfolgen für die Kinder jedoch greifbar zu machen, haben wir zunächst mit der Einführung einiger figurierter Darstellungen begonnen. Hierbei handelt es sich um bildliche Darstellungen einer Zahl. Die Kinder erhielten den Auftrag, vorgegebene Darstellungen nachzubauen, um ihnen einen enaktiven und ikonischen Zugang zu gewähren und ihr Vorstellungsvermögen zu schulen.

Arbeitsauftrag und Vorgehen

Der zentrale Arbeitsauftrag an die Kinder bestand – unabhängig von der Jahrgangsstufe – grundsätzlich darin, eine gegebene Folge von Figuren nachzulegen und um die folgenden zwei Glieder zu ergänzen, die dabei aufgefallenen Regelmäßigkeiten aufzuschreiben und evtl. noch eine x-te Folgezahl zu bestimmen und zu begründen. Bei Jahrgang 1 entfiel das Beschreiben der Regelmäßigkeiten, da wir hierin zu diesem Zeitpunkt eine noch zu große Komplexität sahen. Je nach Zahlenfolge hatten die Kinder die Aufgabe, eine Tabelle auszufüllen und die Folge bis zur 10. Figur zu vervollständigen. Prinzipiell hatten die Kinder - je nach Jahrgang - die Möglichkeit, zwischen Arbeitsblättern unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades zu wählen. Für deren Bearbeitung benötigten die Kinder entweder Würfel, Plättchen oder Würfelmaterial (Würfel, Stangen und –platten) zum Nachlegen und Fortsetzen der vorgegebenen Folgen. Diese Materialien wurden jeweils an Gruppentischen zur Verfügung gestellt. Dadurch war sowohl eine Mischung der Jahrgänge an den Arbeitsplätzen gegeben als auch die freie Wahl der Sozialform: die Schülerinnen und Schüler durften ihre Aufgabe entweder allein oder mit einem anderen Kind an ihrem Tisch bearbeiten. Somit wurde jedem Kind die Möglichkeit gegeben, eigene Ideen zu entwickeln und diese dann im Austausch mit anderen zu kommunizieren bzw. zu optimieren oder ganz und gar gemeinsam mit einem Partner eine Strategie und Ergebnisse auszuarbeiten.

Differenzierungsmaßnahmen zum Umgang mit Heterogenität

Da sich der erste Jahrgang im Zahlenraum bis 20 bewegt, haben wir den Kindern Folgen angeboten, die sich zunächst nur auf diesen Zahlenraum beschränken (siehe Pauls Dokument).



➢ Baue mit Würfeln nach!

1. 2. 3. 4. 5.

➢ Wie geht es weiter? Lege die 4. und 5. Figur.

➢ Fülle die Tabelle aus

Nummer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl der Würfel	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

Es sint imer 2. Würfel mer.

Paul setzt das Würfelmuster fort

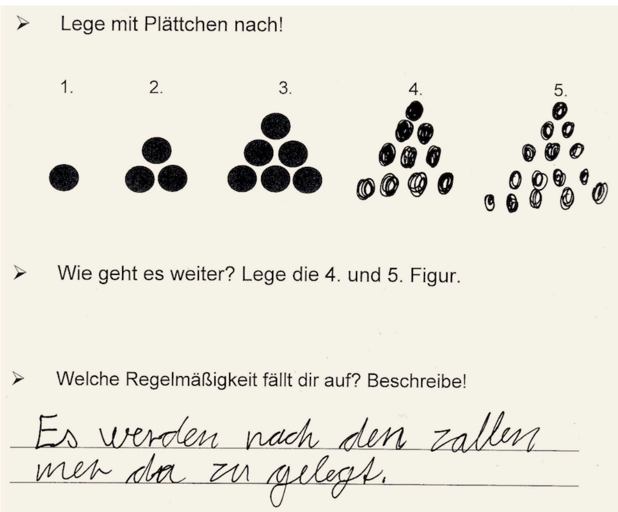
Somit konnten wir sicherstellen, dass die Zahlenfolge in dieser Hinsicht keine allzu großen Lernhürden für die Kinder darstellte. Für den zweiten und dritten Jahrgang war ein breiteres Spektrum gegeben: es gab Zahlenfolgen, die um Hunderter, Zehner und Einer ergänzt werden mussten, aber auch abstraktere Folgen wie Dreiecks- oder Quadratzahlen (siehe Dokumente von Charlotte und Mailin). Somit ergab sich ein breit differenziertes Angebot für die Schülerinnen und Schüler. Sie konnten sich mit Zahlenfol-

gen auseinandersetzen, deren Bildungsvorschriften einen konstant gleichbleibenden Faktor hatten oder sich verändernde Faktoren beinhalteten.
Jeweils im Anschluss an die Arbeitsphasen erfolgte eine gemeinsame Auswertung mit der Arbeit an den verschiedenen figurierten Zahlenfolgen im Sitzkreis. Hierbei legten einzelne Schülerinnen und Schüler noch einmal ihre jeweilige Folge mit dem Material und erklärten ihre Vorgehensweise. Dabei hatten auch die anderen Kinder die Möglichkeit, eine nicht von ihnen selbst bearbeitete Folge zu sehen und ihre Gedanken dazu zu äußern.
Im Folgenden möchten wir einige interessante Schülerdokumente beispielhaft analysieren, die in den Arbeitsphasen der Kinder entstanden sind.

Zahlenfolge: Würfelturm

Die von Paul bearbeitete Folge setzten wir im ersten Jahrgang ein. Nach der Betrachtung der ersten drei Folgenglieder erkannte Paul, dass die Anzahl der Würfel immer um zwei mehr wird. Daraufhin gelang es ihm auch, die vierte und fünfte Figur zu zeichnen und die Anzahlen der ersten zehn Figuren zu bestimmen. Bemerkenswert ist dabei, dass er nur die ersten fünf entweder selbst gezeichnet oder bildlich vorgegeben hatte. Dementsprechend hatte Paul bereits zu diesem Zeitpunkt im ersten Schuljahr offenbar die Fähigkeit entwickeln können, von der Struktur einer bildlichen Darstellung auf Veränderungen einer abstrakten Zahlenfolge zu schließen. Was ihm – wie auch vielen anderen seiner Mitschülerinnen und Mitschüler – noch nicht gelang, war die Bestimmung der Anzahl des 20. Folgengliedes.

Zahlenfolge: Dreieckszahlen

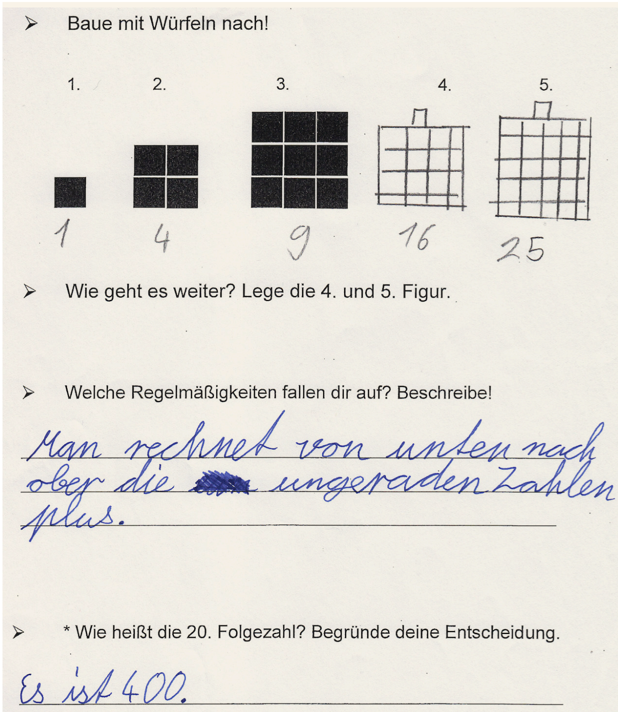


Charlotte arbeitet mit Dreieckszahlen

Die zweite der von uns eingesetzten Zahlenfolgen im ersten Schuljahr stellten die sog. Dreieckszahlen dar. Nachdem im Unterrichtsgespräch gemeinsam thematisiert wurde, warum diese Zahlenfolge als solche bezeichnet wird, sollten sie auch hier das Muster fortsetzen. Wir konnten beobachten, dass alle Kinder dies auch schafften. Allerdings traten auch Schwierigkeiten auf, die zu Grunde liegenden Regelmäßigkeiten passend zu beschreiben. So war es auch bei Charlotte. Es scheint so, als ob sie im Dokument erkennt, dass die Anzahl hinzukommender Punkte von Figur zu Figur immer um eins größer wird, jedoch konnte sie diese Entdeckung nicht mit Fachwörtern ausformulieren. Gleichwohl zeigt das Dokument, dass sie in der Lage ist, ikonische Darstellungen zu analysieren und Regelmäßigkeiten zu entdecken.

Zahlenfolge: Quadratzahlen

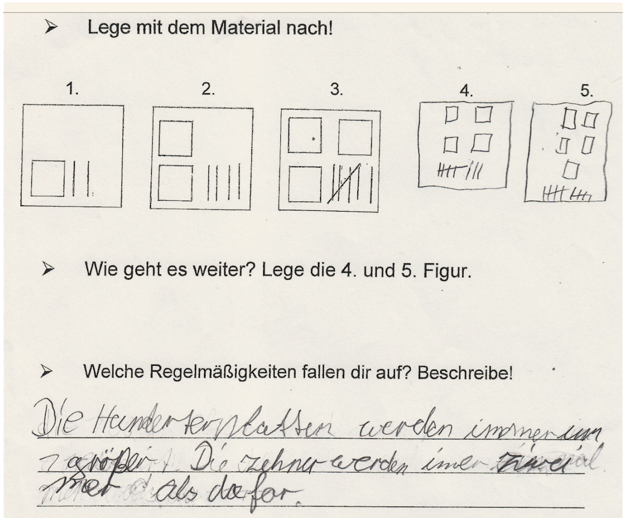
Für die Kinder des dritten Schuljahres war unter anderem die Analyse der Quadratzahlfolge angedacht.



Mailin erforscht die Quadratzahlfolge

Ein interessantes Dokument hat Mailin erstellen können. Ihr gelingt es neben der Darstellung der vierten und fünften Figur auch, die Veränderungen des Musters zu durchschauen. Sie erkannte, dass die Unterschiede in den Anzahlen aufeinanderfolgender Glieder jeweils ungerade Zahlen sind: 4-1=3; 9-4=5, 16-9=7, usw.. Diese Entdeckung konnten einige Kinder machen. Wenige nannten als Regelmäßigkeit hingegen lediglich die (gewiss korrekte und wichtige) Tatsache, dass man für die Erzeugung der nachfolgenden Figur eine vertikale und horizontale Reihe an Quadraten anlegen muss. Mailins Idee zeugt jedoch eher von einem tiefergehenden Verständnis was die Verknüpfung verschiedener Darstellungsebenen anbelangt. Darüber hinaus fällt auf, dass es ihr ohne eine zusätzliche Zeichnung gelingt, die 20. Folgezahl zu bestimmen. Möglicherweise hat sie diesen Schritt leisten können, indem sie bereits an dieser Stelle die Multiplikation korrekt nutzt. Sicher können wir dies aber nicht sagen, zumal sie nur das Ergebnis, nicht aber ihren Rechenweg sowie eine Begründung angibt.

Zahlenfolge: Materialdarstellungen
Zahlenfolgen lassen sich neben Quadraten oder Punkten auch mit weiteren Materialien erzeugen, die den Kinder bereits aus ihrem Unterricht bekannt sind.



Simon setzt Materialdarstellungen fort

So hat Simon – in Anlehnung an das Dienes-Material – eine durch Quadrate und Linien darstellte Zahlenfolge fortgesetzt. Er erkannte schnell, dass die „Hunderterplatten“ (bzw. Quadrate) immer um eins mehr werden, während es von Stufe zu Stufe immer zwei „Zehner“ (bzw. Zehnerstangen) mehr als zuvor gibt.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

In unseren Unterrichtsstunden zur Arbeit mit Zahlenfolgen konnten wir insbesondere während der Arbeitsphasen beobachten, dass ein Großteil der Schülerinnen und Schüler sehr schnell aus eigener Initiative mit Mitschülerinnen und Mitschülern ins Gespräch über die Zahlenfolgen kamen. Die Kinder bestätigten sich gegenseitig oder gaben sich Hinweise auf mögliche Fehler. Besonders bei der Bestimmung der x-ten Folgezahl überlegten sie lange und fertigten teilweise auch eigene Skizzen an, um den Lösungsprozess voranzutreiben.

Dennoch fiel es den Schülerinnen und Schülern nach wie vor sehr schwer, eine ihnen aufgefallene Regelmäßigkeit mit Fachsprache zu beschreiben sowie bei ausgewählten Mustern die x-te Folgezahl zu finden, bzw. eine Begründung zu liefern, warum es gerade die jeweilige Zahl sein muss. Sie nutzten selten die zuvor erarbeiteten Begriffe und sagten oft selbst: „Wir wissen zwar genau, was sie meinen, können es aber nicht ausdrücken“. Ein möglicher Grund dafür, dass dieses Unterrichtsziel nicht für alle Kinder umgesetzt werden konnte, könnte darin liegen, dass die Aufgabenstellung „Welche Regelmäßigkeiten fallen dir auf? Beschreibe!“ zu allgemein gehalten war, um eine fachsprachliche Beschreibung anzubahnen. Möglicherweise wäre es passender gewesen, ergänzend zu den Arbeitsaufträgen weitere Differenzierungsmaßnahmen, wie etwa dem Anbieten unterstützender Satzanfänge, anzubieten.
Obwohl eines unserer Ziele, das in der Verbesserung fachsprachlicher Beschreibungen lag, nicht immer vollkommen erreicht werden konnte, so haben alle Kinder Zugänge zur Erforschung der verschiedenen Zahlenfolgen gefunden. Hierbei war es unabhängig, in welcher der altersgemischten Klassen wir unterrichtet haben. Die Kinder konnten entsprechend ihres individuellen Lernstandes aktiv am Unterricht teilhaben und wurden nicht ausgeschlossen, weil ihnen bspw. gewisse Grundvoraussetzungen fehlten. Die Gestaltung der Arbeitsaufträge half den Kindern eigene Wege zu gehen, um individuelle Lösungen zu den Problemen zu finden.
Durch diese Beobachtung haben auch wir als Lehrerinnen und Lehrer wichtige Erkenntnisse sammeln können, um unseren zukünftigen Unterricht an die Bedürfnisse altersgemischter Lerngruppen anzupassen.

Gewinnchancen

Wir beschäftigen uns mit Glücksspielen, Zufallsexperimenten und Wahrscheinlichkeits-einschätzungen

Staatliche Grundschule Katzhütte

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Wir, die Staatliche Grundschule Katzhütte, sind eine kleine Grundschule mit jahrgangsgemischtem Unterricht. Zusammengefasst unterrichten wir die Klassen 1 und 2 sowie die Klasse 3 und 4. Durch die Jahrgansmischung und die allgemeinen großen Entwicklungsunterschiede aller Schülerinnen und Schüler an unserer Schule, entstand die Notwendigkeit, sich mit dem Thema Heterogenität im Mathematikunterricht auseinanderzusetzen. Hieraus ergab sich die Beteiligung am Projekt UHeMaG (Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule). In diesem Rahmen nahmen wir an einer Fortbildungsreihe teil und planten, erprobten und reflektierten substantielle Lernumgebungen für unsere heterogene Schülerschaft. Dabei arbeiten die Schülerinnen und Schüler in der Regel am gleichen Thema aber auf unterschiedlichem Anforderungsniveau. In diesem Erfahrungsbericht möchten wir eine dieser Lernumgebungen vorstellen.

2. AUSGANGSLAGE

Bei der gemeinsamen Planung substantieller Lernumgebungen entstand die Idee, das Themengebiet „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ besser in den Mathematikunterricht zu integrieren und dazu Unterrichtsmaterial zu entwickeln. Dieses soll unseren Schülerinnen und Schüler zu einem reflektierten Umgang mit Glücksspielen, Zufallsexperimenten und Wahrscheinlichkeitseinschätzungen anregen. So entstanden u.a. für den Unterricht in Klasse 3/4 zwei Unterrichtseinheiten zum Thema „Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln“ und „Wahrscheinlichkeiten beim Glücksrad“. Die jahrgangsgemischte Klasse 3/4 besteht aus 19 Schülerinnen und Schülern. Sechs dieser Kinder sind im dritten Besuchsschuljahr, 13 sind im vierten. Für viele war es die erste bewusste Begegnung mit Glücksspielen, Zufallsexperimenten und Wahrscheinlichkeitseinschätzungen im schulischen Kontext.

3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „WAHRSCHEINLICHKEITEN BEIM WÜRFELN UND BEIM GLÜCKSRAD“

Die Kernidee

Die beispielhafte Unterrichtsreihe zum Thema „Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln und beim Glücksrad“ bietet den Schülerinnen und Schülern zahlreiche Möglichkeiten sich individuell, auf unterschiedlichen Niveaus mit dem Thema Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten auseinanderzusetzen. Durch experimentelles Vorgehen oder inhaltliche Überlegungen sollen Wahrscheinlichkeiten

- eingeschätzt,
- verglichen und
- begründet werden.

Als Grundlage für die Planung diente das PIKAS-Material aus dem Haus 7 „Gute Aufgaben – Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“. Wir haben die dort zu findenden Materialien adaptiert und an unsere Lerngruppe angepasst.

Sachinformationen – „Wahrscheinlichkeiten beim Würfeln“ (aus PIKAS-Material, Haus 7)

Welche Ziffer tritt beim Würfeln mit einem Würfel am wahrscheinlichsten auf?

Da ein Würfel 6 Flächen hat, auf die er fallen kann, ist die Anzahl der möglichen Fälle 6. Da ein Würfel zudem symmetrisch ist und jede Zahl genau einmal, also gleich häufig, vorkommt, ist die Anzahl der günstigen Fälle immer 1. Somit kann eine „Gleichwahrscheinlichkeit für das Eintreten der sechs Augenzahlen“ (Walther u.a. 2008, S. 151), die bei jeweils 1/6 liegt, errechnet werden.

Welche Augensumme tritt beim Würfeln mit zwei Würfeln am häufigsten auf?

Hierzu muss die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten, die einzelnen Augensummen zu erzielen, herangezogen werden. Diese wurde in folgender Tabelle von einem Kind abgebildet. Der Tabelle lässt sich entnehmen, dass es 36 Felder und somit auch 36 mögliche Fälle gibt. Um die Augensummen 2 und 12 zu erreichen, gibt es jeweils nur einen günstigen Fall (1+1 bzw. 6+6). Bei den Summen 3 und 11 sind es jeweils zwei günstige Fälle (1+2 und 2+1 bzw. 5+6

+	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	2	3	4	5	6	7
⚁	3	4	5	6	7	8
⚂	4	5	6	7	8	9
⚃	5	6	7	8	9	10
⚄	6	7	8	9	10	11
⚅	7	8	9	10	11	12

und 6+5). Analog jeweils drei günstige Fälle bei 4 und 10, vier günstige Fälle bei 5 und 9, fünf günstige Fälle bei 6 und 8 sowie sechs günstige Fälle bei der Augensumme 7. So ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{36}$ (bei Augensumme 2 und 12), $\frac{2}{36}$ (bei 3 und 11), $\frac{3}{36}$ (bei 4 und 10), $\frac{4}{36}$ (bei 5 und 9), $\frac{5}{36}$ (bei 6 und 8) und $\frac{6}{36}$ (bei Augensumme 7). Es ist also klar zu erkennen, dass die Augensumme 7 am wahrscheinlichsten ist.
Da die Augensumme 1 beim Würfeln mit zwei Würfeln nicht erreicht werden kann, ist deren Wahrscheinlichkeit $\frac{0}{36}$, also unmöglich.

Sachinformationen – „Wahrscheinlichkeiten beim Glücksrad" (aus PIKAS-Material, Haus 7)

Welches Feld tritt beim Glücksraddrehen am häufigsten auf?

Auch bei einem Glücksrad hängt die Eintrittswahrscheinlichkeit nicht allein von der Anzahl der verschiedenen Zahlen bzw. Farben ab. Vielmehr ist das flächenmäßige Vorkommen auf dem Glücksrad entscheidend. Wie die gleiche Auftrittswahrscheinlichkeit beim Würfeln mit einem Würfel mit der Symmetrie desselben erklärt werden kann, so lässt sich die gleiche Wahrscheinlichkeit zweier Felder beim Glücksrad durch gleich große Flächen dieser Felder begründen. Für genauere Informationen siehe PIKAS-Material, Haus 7.

Unterrichtsverlauf

Alle Aufgaben wurden jeweils im Kreis besprochen und im Anschluss an die individuelle Arbeit gemeinsam reflektiert und ausgewertet. So konnte jedes Kind experimentieren, individuelle Auffälligkeiten entdecken und man kam anschließend ins Gespräch über Wahrscheinlichkeiten und Gewinnchancen. Die Bearbeitung der PIKAS-Arbeitsblätter erfolgte je nach Aufgabe in Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit. Im weiteren Verlauf dieses Erfahrungsberichtes werden einige ausgewählte Schülerinnen- und Schülerdokumente, die in den beschriebenen Unterrichtseinheiten entstandenen sind, dargestellt und analysiert. Die Gewinnchancen zu dem Würfelspiel mit der Spielregel „Würfel mit zwei Würfeln und addiere die Augenzahl" wurden auf unterschiedlichen Niveaus beschrieben und erklärt. Die Gewinnregel war dabei von besonderer Bedeutung: „Der Spieler gewinnt, wenn die Summen 1,2,3,4,10,11 oder 12 gewürfelt werden. Die Bank gewinnt, wenn die Summen 5,6,7,8 oder 9 gewürfelt werden." Bevor das Zufallsexperiment zu dem Spiel durchgeführt wurde, schätzten die meisten Kinder das Spiel als „unfair" für die Bank ein, weil die Bank zwei Gewinnsummen weniger hatte. Durch das Experimentieren wurden alle Schülerinnen und Schüler eines Besseren belehrt und stellten fest, das die Bank viel häufiger gewann.
In Rahmen dieses Spiels wurden Daten auf unterschiedlichen Niveaus erhoben, festgehalten, gedeutet und begründet:

Summe der Augen	Strichliste
1	
2	|
3	|
4	卌
10	||
11	
12	|

Hier gewinnt die Bank:

Summe der Augen	Strichliste
5	卌 |
6	卌
7	||||
8	||
9	|||

Tipps zum Weiterdenken:

- Welche Augensummen wurden häufig gewürfelt? 5, 4
- Welche Augensummen wurden selten gewürfelt? 8, 1, 11

Datenerhebung durch Strichliste

-Kannst du das erklären?

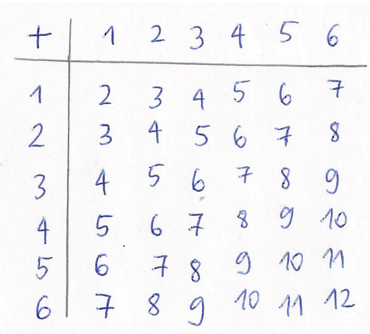
Bei der Bank sind größere und auch mehr ungerade Zahlen dabei und die Bank hat die 7 denn die 7 ~~wo~~ kann am meisten gewürfelt werden.

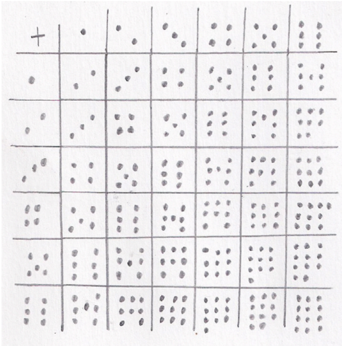
Mit 2 würfeln wird die 7 am meisten gewürfelt. weil die 7 die meisten Möglichkeiten hat nämlich von der 1 und 6 gewürfelt werden der 2 und der 5 der 3 und der 4 der 4 und der 3 der 5 und der 2 und der 6 und der 1.

Individuelle Entdeckungen bei der gleichen Aufgabe

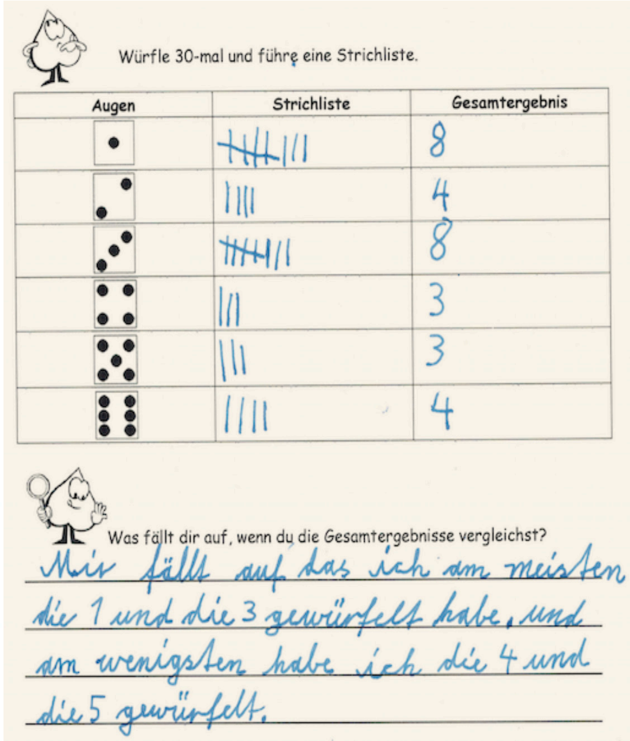
Nicht alle, aber einige Kinder machten Entdeckungen

und konnten die entdeckten Phänomene beschreiben und manchmal erklären. Auch die Erklärungen gestalteten sich sehr heterogen.
Schülerinnen und Schüler zogen zur systematischen Begründung auch die tabellarische Auflistung der möglichen Augensummen und/oder deren Vorkommen heran:





Tabellarische Auflistung aller möglichen Augensummen



Aufgabenblatt 1

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Im Rahmen der Lernumgebung haben sich alle Kinder auf unterschiedlichsten Niveaus mit dem mathematischen Phänomen des Wahrscheinlichkeitsbegriffes auseinandergesetzt, indem sie Gewinnchancen bei Würfel- und Glücksradexperimenten unter der Lupe erkundeten. Einige Kinder blieben bei der reinen Beschreibung von Auffälligkeiten und Wahrscheinlichkeiten, andere konnten ihre Einschätzungen begründen und verallgemeinern. Hierbei erwiesen sich die substantiellen und offen Aufgaben, die unterschiedliche Zugänge erlaubten, als wichtigste Differenzierungsmethode. Um Kindern mit ersten Zugangsschwierigkeiten beim selbständigen Arbeiten, Hilfen an die Hand zu geben, erwiesen sich zudem die Tippkarten zu den einzelnen Aufgaben (siehe PIKAS-Material, Haus 7), als sehr hilfreich.
Bei dem *Aufgabenblatt 1* mit der Aufgabe „Würfle 30-mal und führe eine Strichliste", ergab sich leider keine gleichmäßige Verteilung der gewürfelten Augenzahlen, auch nicht, als wir alle Ergebnisse der Klasse zusammengetragen hatten. Eine Schülerin erklärte allerdings vorab, dass aufgrund dessen, dass der Würfel sechs Seiten hat und jede Zahl genau einmal vorkommt, sich eine gleichmäßige Verteilung der gewürfelten Augenzahlen ergeben müsste. An dieser Stelle war es wichtig das Problem der Generalisierung und der sicheren Aussagen zu thematisieren. Hier kann die Gegenüberstellung eines komplett rot gefärbten Glücksrades mit einem ohne rotes Feld sehr hilfreich sein. So sind im Vergleich zu dem behandelten Würfelexperiment, sichere Aussagen möglich.
Auf Seiten der Schülerinnen und Schüler bestand während der gesamten Einheit eine hohe Motivation am Thema „Wahrscheinlichkeit" zu arbeiten. Sie führten alle Zufallsexperimente mit Begeisterung durch, stellten Vermutungen an und überprüften diese. Alle entwickelten ihre Kompetenzen auf ihrem individuellen Entwicklungsniveau weiter.

LITERATUR

- PIKAS-Team (o.J.), Unterrichtsmaterial: PIKAS Haus 7: Gute Aufgaben – „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten". Online verfügbar unter: *www.pikas.dzlm.de/185* (Abruf am 09.08.2016).
- Neubert, B. (2009): Zufall und Wahrscheinlichkeit in der Grundschule. Verfügbar unter: *https://www.schulportal-thueringen.de/c/document_library/get_file?folderId=573998&name=DLFE-83219.pdf* (Abruf am 09.08.2016).
- Walther, G. & van den Heuvel-Panhuizen, M. & Granzer, D. & Köller, O. (2008). Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik Konkret. Berlin. Cornelsen Verlag.

Entdeckerpäckchen

Entdecken, Beschreiben und Begründen in heterogenen Lerngruppen
Staatliche Grundschule Kirchheim

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die jahrgangsgebunden unterrichtende Grundschule Kirschheim wird von 107 Schülerinnen und Schülern in fünf Klassen besucht. Sie ist durch ein ländliches Einzugsgebiet geprägt. Zum Einzugsgebiet gehören insgesamt sechs Orte und damit verbunden mehrere Kindertagesstätten mit unterschiedlicher Trägerschaft. Dies hat naturgemäß zur Folge, dass die Kinder mit unterschiedlichen Voraussetzungen – sowohl in sozialer als auch in fachlicher Hinsicht – eingeschult werden.

Um einen Unterricht gestalten zu können, welcher trotz der großen Hetetrogenitä der Schülerschaft die Individualität der Kinder berücksichtigen kann, arbeiten die Lehrerinnen und Lehrer der Grundschule Kirchheim nach einem Wochenplan, der auf jedes Kind individuell zugeschnitten ist. Dabei sind jedoch auch immer wieder Phasen des gemeinsamen Lernens in Partner- oder Gruppenarbeit angedacht. Das von allen Lehrkräften bereits genutzte SINUS-Programm hat uns in der Vergangenheit dabei unterstützt, gerade für dieses zentrale unterrichtliche Thema, Anregungen zu erhalten. Hierbei möchten wir insbesondere das Modul G2: „Erforschen, Entdecken, Erklären“ hervorheben, das uns auch für die Umsetzung dieser Dokumentation sowie unserer bisherigen Arbeit in den MINT-Fächern inspiriert hat. Unser besonderes Engagement in diesen Bereichen wird auch dadurch sichtbar, dass wir verschiedene Projekte, wie den „Tag der Mathematik“, jährlich an unserer Schule durchführen.

2. AUSGANGSLAGE

In gemeinsamen Zusammenkünften haben wir im Kollegium festgestellt, dass es sogar guten Rechnerinnen und Rechnern häufig schwerfällt, bestimmte Regelmäßigkeiten im Arithmetikunterricht zu erkennen, verbal zu beschreiben oder gar schriftlich zu fixieren. Diese Beobachtung hat uns in unserer Professionellen Lerngemeinschaft Mathematik dazu bewogen, in diesem Bereich verstärkte Fördermaßnahmen für alle Lernenden anzubieten. Als Themenschwerpunkt haben wir Entdeckerpäckchen gewählt. Zentrale Gründe für die Auswahl gerade dieses Themas bestanden darin, dass ...

- der Einsatz in allen Klassenstufen möglich ist.
- das Erkennen von Gesetzmäßigkeiten auch die Möglichkeit bietet, über Mathematik zu kommunizieren.
- der Zahlenraum frei wählbar ist, wodurch vielfältige Möglichkeiten zur Differenzierung gegeben sind.
- Rechenoperationen variiert werden können.
- individuelles und kooperatives Lernen ermöglicht wird.
- sich ein prägnanter Wortspeicher erstellen lässt.

Angesichts der beschriebenen Ausgangslage und der Themenfindung ist es unser Ziel, dass die Schülerinnen und Schüler Aufgabenstellungen bewusster betrachten und durchdenken, Regelmäßigkeiten im Sinne von arithmetischen Mustern und Strukturen erkennen und sie in mathematischer Form notieren. Besonderes Augenmerk soll ferner darauf gelegt werden, dass allen Kindern diese Tätigkeiten am selben Lerngegenstand ermöglicht werden soll.

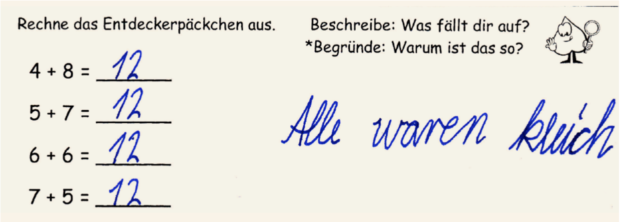
3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „ENTDECKERPÄCKCHEN“

Wortspeicher anlegen

Damit die Kinder ihrer Entdeckungen bei der Arbeit mit Entdeckerpäckchen unter Verwendung von Fachsprache notierten können, hielten wir das Anlegen eines Wortspeichers für eine der zentralen Grundvoraussetzungen. Gemeinsam mit den Kindern haben wir Begriffe, wie 1. Zahl, 2. Zahl und Ergebnis zur Beschreibung der Päckchen anhand von Beispielen thematisiert. Darüber hinaus wurden zur passenden Beschreibung der Strukturen eines Musters auch sprachliche Unterstützungshilfen, wie „bleibt gleich“, „wird um ... größer“ und „wird um ... kleiner“ aufgegriffen. Die Erarbeitung des Wortspeichers wurde anhand eines Plakates festgehalten, das wir in den Klassenräumen aufgehängt haben.

Zusammenhänge Entdecken und Beschreiben

Die von uns gewählten Forscheraufträge zum Entdecken, Beschreiben und Begründen von Entdeckerpäckchen stammen aus Haus 1 der PIKAS Webseite (*pikas.dzlm.de/edp*). Wir möchten im Folgenden interessante Entdeckungen der Kinder während der Bearbeitung eines Päckchens betrachten, in dem eine gegensinnige Veränderung zweier Summanden vorlag. Das entdeckte Muster im Päckchen begann mit der Aufgabe 4+8. Die weiteren Aufgaben lauteten 5+7, 6+6 sowie 7+5.


Rechne das Entdeckerpäckchen aus.

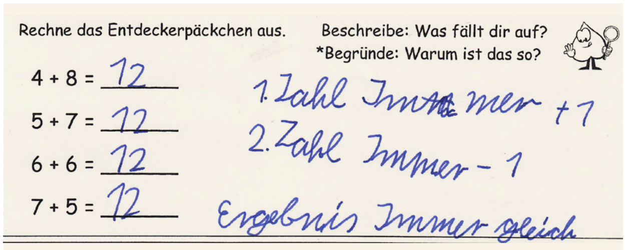
4 + 8 = 12
5 + 7 = 12
6 + 6 = 12
7 + 5 = 12

Beschreibe: Was fällt dir auf?
*Begründe: Warum ist das so?

Alle waren gleich

Rosalies Entdeckung

Rosalie, eine Schülerin, die zum Teil Schwierigkeiten beim Mathematiklernen hat, berechnet alle Aufgaben korrekt. Darüber hinaus stellt sie in ihrer Beschreibung fest, dass alle Ergebnisse gleich sind. Aus ihrem Dokument geht jedoch nicht hervor, ob sie ihre Entdeckung auch begründen kann. Offenbar hat sie die Summanden nicht in den Blick genommen und konnte deshalb auch keine Zusammenhänge der Veränderungen und deren Auswirkungen auf das Ergebnis feststellen.


Rechne das Entdeckerpäckchen aus.

4 + 8 = 12
5 + 7 = 12
6 + 6 = 12
7 + 5 = 12

Beschreibe: Was fällt dir auf?
*Begründe: Warum ist das so?

1. Zahl Immer +1
2. Zahl Immer − 1
Ergebnis Immer gleich

Jakobs Entdeckungen

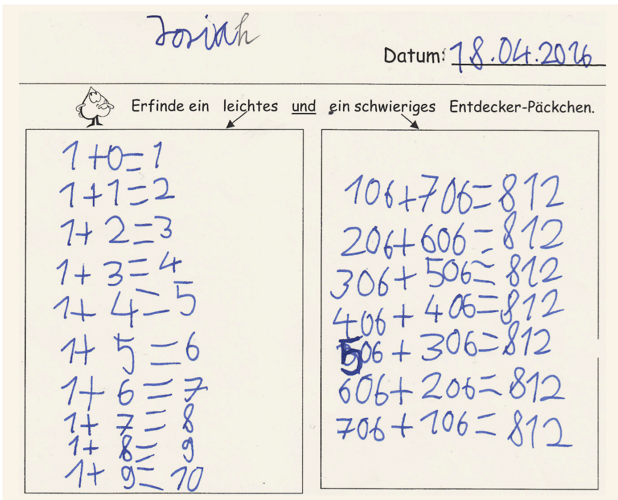
Andere Kinder, wie bspw. **Jakob**, haben darüber hinaus auch Veränderungen der Summanden beschrieben. Jakob stellt fest, dass die erste Zahl immer um +1 erhöht wird, die zweite Zahl hingegen um -1 verkleinert. Auch Jakob stellt fest, dass das Ergebnis identisch bleibt. Was aus dem Dokument jedoch nicht hervorgeht ist, ob Jakob Bezüge zwischen den beschriebenen Entdeckungen herstellen kann.

Dass dieser sehr schwierige Schritt von der Entdeckung zur passenden mathematischen Begründung gelingen kann, zeigt die Abbildung unten auf dieser Seite. **Nils** lässt erkennen, dass er Querverbindungen zwischen den Veränderungen der Summanden sowie deren Auswirkungen auf das Ergebnis beschreiben und begründen kann.

Die drei Schülerdokumente zeigen, dass die Kinder auf ihrem jeweiligen Leistungsniveau Entdeckungen beschreiben konnten. Somit konnte der Heterogenität der Schülergruppe durch die Auswahl von Entdeckerpäckchen als Aufgabenformat entsprochen werden. Darüber hinaus schafften es einige Kinder sogar, diese Entdeckungen auch passend zu begründen.

Eigenproduktionen:
Schwere und leichte Päckchen entwickeln

Nachdem die Kinder vorgegebene Päckchen ausrechneten und forschend dabei aktiv waren, wurden sie im Nachgang gebeten, eigene Entdeckerpäckchen selbst zu erfinden. Als Rahmenvorgabe sollten sie in dem entsprechenden Arbeitsauftrag sowohl aus ihrer Sicht - ‚leichtes Päckchen' sowie ein ‚schweres Päckchen' erfinden. Die im Folgenden dargestellten Schülerinnen- und Schülerdokumente zeigen dabei, dass das subjektive Empfinden der Kinder darüber, wie ein schweres oder leichtes Päckchen gestaltet ist, oft stark voneinander abweicht.


Josiah

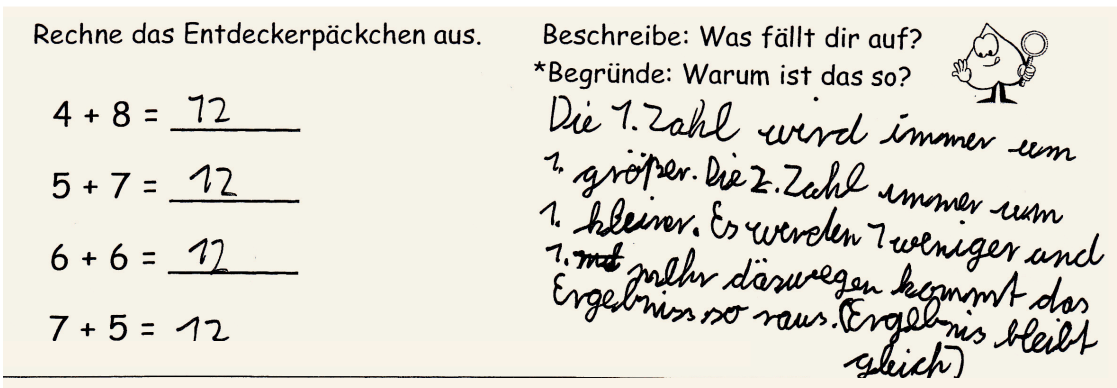
Datum: 18.04.2016

Erfinde ein leichtes und ein schwieriges Entdecker-Päckchen.

1+0=1	106+706=812
1+1=2	206+606=812
1+2=3	306+506=812
1+3=4	406+406=812
1+4=5	506+306=812
1+5=6	606+206=812
1+6=7	706+106=812
1+7=8	
1+8=9	
1+9=10	

leichtes und schweres Päckchen von Josiah

Nils entdeckt, beschreibt, begründet

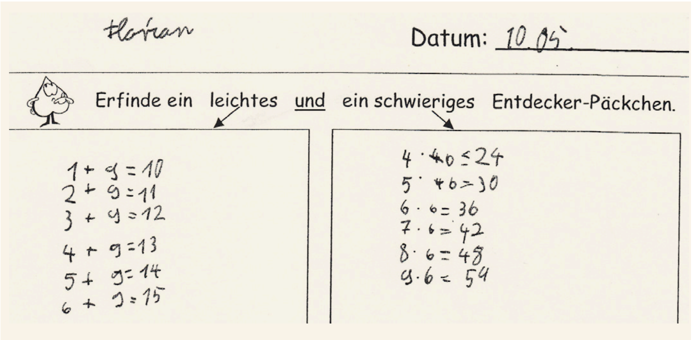

Rechne das Entdeckerpäckchen aus.

4 + 8 = 12
5 + 7 = 12
6 + 6 = 12
7 + 5 = 12

Beschreibe: Was fällt dir auf?
*Begründe: Warum ist das so?

Die 1. Zahl wird immer um 1. größer. Die 2. Zahl immer um 1. kleiner. Es werden 1 weniger und 1. ~~mit~~ mehr däswegen kommt das Ergebniss so raus. (Ergebnis bleibt gleich)

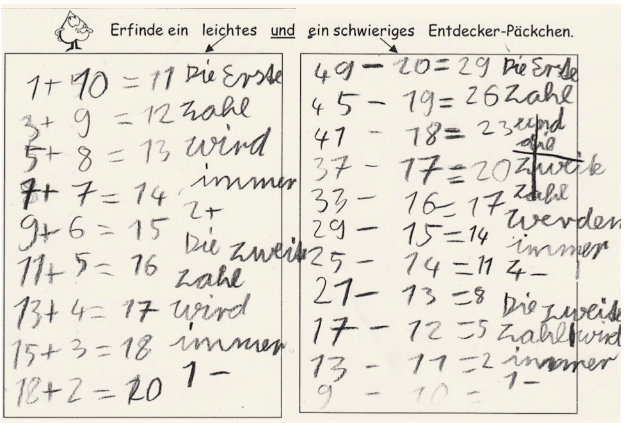
Für **Josiah** hängt der Schwierigkeitsgrad offenbar davon ab, in welchem Zahlenraum die Päckchen verortet werden. Während das leichte Päckchen lediglich Zahlen von 1 bis 10 enthält, werden im schweren Päckchen ausschließlich dreistellige Zahlen miteinander addiert. Darüber hinaus liegt im leichten Päckchen lediglich eine Veränderung eines Summanden vor, während das schwere Päckchen durch eine gegensinnige Veränderung der Summanden geprägt ist.



leichtes und schweres Päckchen von Florian

Für **Florian** ist es für schwere Päckchen offenbar relativ zweitrangig, in welchem Zahlenraum gerechnet wird. Vielmehr scheint es so, als ob für ihn die jeweilige Operation entscheidend ist. Schließlich erfindet er ein schweres Päckchen, in dem nicht addiert oder subtrahiert, sondern multipliziert wird.

Eine weitere Variante der Sichtweisen auf schwere und leichte Päckchen lässt sich im Dokument von Lucas erkennen. Als leichtes Päckchen entwickelt er eines mit einer gegensinnigen Veränderung der Summanden. Dabei wird der erste Summand immer um zwei erhöht, während der zweite hingegen jeweils um eins verkleinert wird. Damit wird deutlich, dass dieses Muster, das andere Kinder gar als schwer einstufen würden, für ihn keine große Herausforderung darstellt.



leichtes und schweres Päckchen von Lucas

Als schwer stuft **Lucas** hingegen ein Päckchen ein, in dem der erste Summand jeweils um vier verkleinert wird, während der zweite Summand um eins verkleinert wird. Damit liegen bei beiden Summanden subtraktive Veränderungen vor, die sich in besonderer Weise auf das Ergebnis auswirken. Dieses wird nur um drei kleiner.

In Abgrenzung zu vielen anderen Kindern beschreibt Lucas seine Muster neben den Berechnungen jeweils. Auch dieser Aspekt zeugt von Lucas tiefgehenden Verständnisses der Erkundung mathematischer Zusammenhänge.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

In unseren Unterrichtsstunden zum Einsatz von Entdeckerpäckchen hat sich gezeigt, dass alle Kinder auf ihrem individuellen Leistungsstand in der Lage waren, Entdeckungen zu beschreiben, nachdem sie die Aufgaben – mit nur wenigen Ausnahmen – auch korrekt lösen konnten. Manche Kinder beschrieben anschließend nur die Veränderungen der Summanden, andere hingegen fokussierten sich mehr auf die Ergebnisse. Darüber hinaus konnten einige, vor allem leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler ihre Entdeckungen auch passend begründen und sogar verallgemeinern.

Uns als Lehrkräften eröffneten sich durch den Einsatz dieses Aufgabenformats vielfältige Sichtweisen vor allem hinsichtlich der Diagnose vorhandener prozessbezogener Kompetenzen. Die forschenden Aktivitäten der Kinder trugen dazu bei, dass wir tiefgehender über die individuellen Denk- und Lösungswege reflektierten. Der jedoch zentrale Aspekt für uns als Lehrkräfte bestand darin, dass wir mithilfe des Einsatzes von Entdeckerpäckchen einen weiteren Weg gefunden haben, mit der zunehmenden Heterogenität im Mathematikunterricht produktiv umgehen zu können und jedes Kind am gleichen Lerngegenstand arbeiten zu lassen.

LITEARTUR

- PIKAS- Team (o.J.), Entdeckerpäckchen. Online verfügbar unter: *www.pikas.dzlm.de/edp* (Abruf am 10.07.2016).

Symmetrie

Mit Hilfe von LEGO-Material einen Zugang zur Symmetrie ermöglichen

Staatliche Grundschule Neuhaus

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die staatliche Grundschule Neuhaus ist eine Schule, an der vorwiegend jahrgangsgemischt unterrichtet wird. So gibt es vier Klassen der Schuleingangsphase und zwei jahrgangsgemischte Klassen 3/4 sowie eine homogene Klasse 3 und eine homogene Klasse 4. Unsere Schule hat durch das SINUS-Projekt wertvolle Anregungen erhalten, einen heterogenen Mathematikunterricht mit substantiellen Aufgaben zu gestalten. Die hohe Heterogenität unserer Schülerinnen und Schüler macht auch in den homogenen Klassen eine starke Differenzierung und die Zusammenarbeit mit den Sonderpädagogen erforderlich.
Im Rahmen der intensiven Arbeit in diesem Bereich entstand der Wunsch nach einer umfangreichen substantiellen Lernumgebung mit zugehörigem Lernmaterial, welches zu Kleingruppen- und Partnerarbeit anregt und gleichzeitig differenziert jedes Kind auf dem individuellem Niveau fördert. Hierfür entwickelten wir eine Lernumgebung zum Thema „Symmetrie“, die im Folgenden am Beispiel der jahrgangsgemischte Klasse 3/4 beschrieben wird.

2. AUSGANGSLAGE

Die jahrgangsgemischte Klasse 3/4 ist eine sehr heterogene Lerngruppe, in welcher neben Kindern mit Deutsch als Zweitsprache auch ein Kind mit einer Lernbehinderung lernt. Das Thema „Symmetrie“ wurde gewählt, da es als gemeinsamer Lerngegenstand auf verschiedenen Niveaus geeignet ist. Zudem steht unserer Schule LEGO-Material zur Verfügung, welches einen motivierenden Anlass bietet, sich mit dem Thema Symmetrie zu beschäftigen. Alle Kolleginnen und Kollegen nahmen an einer Fortbildung zum LEGO-Material teil, so dass sich alle gut vorbereitet fühlten und die Wahl auf das Thema Symmetrie – dargestellt mit LEGO-Material – fiel.
Während der Durchführung der schuleigenen Matheolympiade konnte bei der Mehrheit der Drittklässlerinnen und Drittklässler Schwierigkeiten beim Festlegen einer Symmetrieachse beobachtet werden. Mit Symmetrien sind die Kinder im Alltag sehr häufig konfrontiert. Um jedoch eine bewusste Wahrnehmung dieser anzubahnen, ist das Vergleichen von symmetrischen mit asymmetrischen Formen sowie das Gespräch über diese Eigenschaften, besonders wichtig. Auch zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens ist das Erkennen symmetrischer Eigenschaften von Vorteil. Da die Arbeit mit LEGO-Material eine hohe Motivation liefert und es allen Kindern vertraut ist, entschlossen wir uns im Rahmen des Projekts, erste symmetrische Legestrategien mit LEGO für die Kinder reizvoll zu gestalten.

3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „WIR ERKUNDEN SYMMETRIEN MIT HILFE VON LEGO-MATERIAL“

Kernanliegen

Das Kernanliegen der entwickelten Lernumgebung war es, dass die Schülerinnen und Schüler

- ebene Figuren auf Achsensymmetrie überprüfen und dabei die Symmetrieeigenschaften, wie Längentreue und Abstandstreue zur Begründung heranziehen,
- mit Hilfe des LEGO-Materials komplexere symmetrische Figuren erzeugen und dabei die Eigenschaften der Achsensymmetrie nutzen,
- dabei Strategien entwickeln und probieren,
- zunehmend Fachbegriffe verwenden sowie
- in Kleingruppen bzw. mit einem Partner kommunizieren und kooperieren.

An dieser Stelle wird auf eine Unterrichteinheit mit dem Thema *Bau eines Schmetterlings als Zugang zur Symmetrie unter Verwendung von LEGO-education ©* genauer eingegangen. Hierbei sollen Gesetzmäßigkeiten der Symmetrie wiederholt, erkannt, angewandt und beschrieben werden.

Vorbereitung und Grundlagen schaffen

Zunächst erhielten die Schülerinnen und Schüler die Gelegenheit, sich mit dem LEGO-education© Material vertraut zu machen. Sie fanden einen handelnden Zugang zu den besonderen Eigenschaften des Materials und kommunizierten darüber. Hierzu wurden wichtige Begriffe festgehalten. Anschließend

wurde das Material im Rahmen der Unterrichtsarbeit an substantiellen Aufgaben genutzt. Hierfür adaptierten wir das Material und die Arbeitsblätter aus der LEGO-education© Reihe und passten es an den Mathematikunterricht in unserer heterogenen Lerngruppe an.
Außerdem wurden Strukturen für eine erfolgreiche und zunehmend fachsprachliche Kommunikation geschaffen. Hierfür erstellten wir gemeinsam einen Katalog für die Bezeichnung der LEGO-Steine, für Fachbegriffe aus dem Bereich Symmetrie und fächerübergreifende Begriffe:

- LEGO-Begriffe: u.a. 4er hoch, 4er tief, Kegel, usw.
- mathematische Begriffe: Symmetrieachse, Reihe, Mitte, halbieren, Weitester, usw.
- fachübergreifende Begriffe zum Thema: u.a. Savanne, Noppen, Kokon, usw.

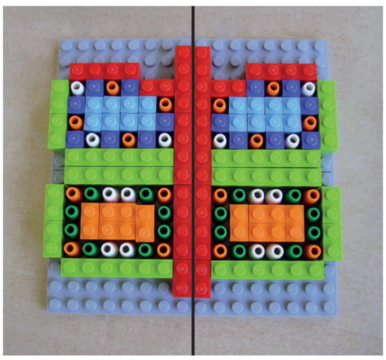
Durchführung der Unterrichtsreihe

In den ersten beiden Arbeitsphasen arbeiteten die Kinder auf ihren individuellen Niveaus mittels ihrer individuellen Denk- und Handlungskompetenz. Ihre Ergebnisse stellten sie bei der abschließenden Präsentation in der Gruppe vor. Die dritte Arbeitsphase, das Diktat, stellte die höchste Anforderungsstufe dar. Aufgrund der verwendeten Fachbegriffe waren eine hohe Konzentration sowie eine rege Kommunikation zwischen den Teampartnern notwendig. Im Folgenden werden die drei Arbeitsphasen jeweils kurz skizziert:

• ERSTE PHASE: Erstellen eines Memory zur Festigung der LEGO-Bezeichnung

ARBEITSAUFTRAG 1:

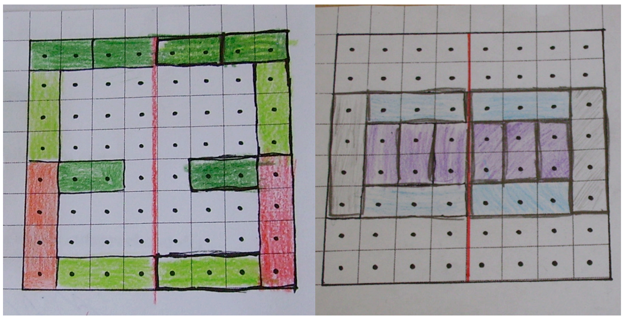
1. Kennzeichnet die Mitte der Platte senkrecht mit Hilfe eines Gummis (Spiegelachse).



achsensymmetrische Schmetterlinge aus Lego

2. Stellt euch einen Schmetterling vor und baut aus den genannten Teilen den ersten Schmetterlingsflügel.
3. Zeichnet das Muster eures Flügels entsprechend der verwendeten Farben auf das Punktefeld.
4. Baut nun den zweiten Schmetterlingsflügel.
5. Tauscht eure Zeichnung auf dem Arbeitsblatt mit einer Mitschülergruppe und vervollständigt das erhaltene Muster eines anderen Schmetterlings.

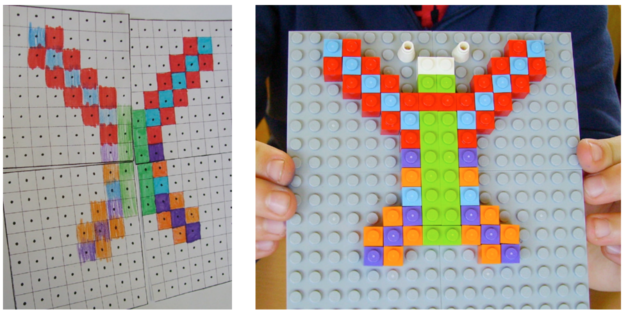
BENÖTIGTE TEILE: 3er
2er hoch
4er
1 Grundplatte
1 Gummi



Zeichnungen: individuelle Schüler- und Schülerinnenlösungen aus der ersten Phase

• ZWEITE PHASE:

ARBEITSAUFTRAG 2: Baut einen Schmetterlingsflügel. Verwendet dafür 4 Grundplatten. Notiert mit der exakten Bezeichnung die verwendeten Teile. Übertragt euren Flügel auf das Arbeitsblatt mit den Punktefeldern. Gebt eure Zeichnung einem anderen Team zur Vervollständigung des Schmetterlings.



Gruppenergebnis aus der zweiten Phase

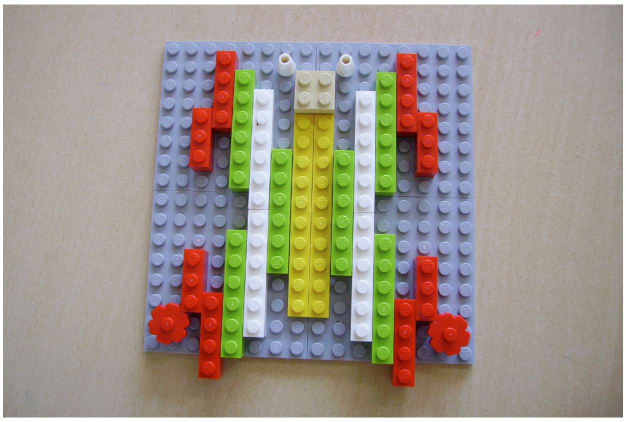
• DRITTE PHASE:

ARBEITSAUFTRAG 3: Baut einen Schmetterling nach Diktat.

1. Beginnt mit 4 Grundplatten, legt sie zu einem Quadrat zusammen.
2. Nehmt 2 flache, gelbe 10er und legt sie rechts und links senkrecht der Mitte, lasst 4 Noppen von oben frei.
3. Nehmt 2 beigefarbene 4er und legt sie oben an die gelben 10er. Das ist der Kopf.
4. Nehmt 2 grüne 6er und legt sie senkrecht auf. Einmal rechts und einmal links vom Körper. Oben und unten bleiben vom gelben 10er aus gesehen 2 Noppen frei.
5. Nun braucht ihr 4 6er in weiß. Zwei davon legt

ihr wieder senkrecht neben den rechten grünen 6er Stein, so dass der 6er Stein die Mitte teilt. Auf der linken Seite wird das Ganze wiederholt.

6. Nehmt wieder 4 grüne 6er. Davon ordnet ihr 2 grüne senkrecht rechts an, in dem ihr sie nach oben und unten verschiebt, so dass in der Mitte 2 Noppen frei bleiben. Wiederholt das Ganze auf der linken Seite.
7. Sucht 4 rote 4er. Beginnt wieder rechts. Setzt zwei Steine senkrecht auf und verschiebt jeweils wieder um eine Noppe nach oben und nach unten, so dass in der Mitte 8 Noppen frei bleiben. Wiederholt das Ganze links.
8. Nehmt 4 rote 3er. Beginnt rechts und setzt die 3er so auf, dass sie sich mit den vorherigen in einer Noppe überschneiden. Es bleiben dazwischen 4 Noppen frei.
9. Nehmt 2 weiße Kegel und setzt sie am Kopf des Schmetterlings jeweils auf die Ecke.
10. Nehmt 2 rote Blüten und ordnet sie an der rechten und an der linken unteren Ecke an.

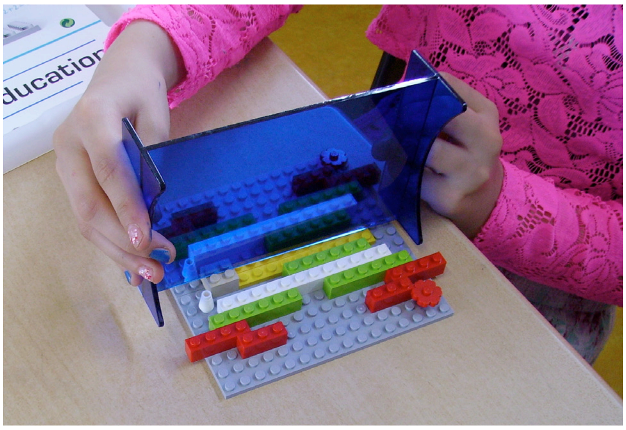


Schmetterling nach Diktat

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Während der gesamten Unterrichtsreihe wurde beobachtet, dass alle Schülerinnen und Schüler ihr Arbeitsergebnisse erfolgreich kommunizierten, reflektierten und modifizierten. Alle haben sich mit dem Thema Symmetrie auseinandergesetzt und sich dabei gegenseitig unterstützt.

Zur ersten Phase: Hier wurden die Strukturen der Symmetrie genutzt und erkannt. Aufgrund der offenen Aufgabe waren die entstandenen Objekte sehr heterogen und teilweise phantasievoll. So wiesen die Ergebnisse ein sehr differenziertes Bild auf. Bei der Vervollständigung der zweiten Seite der Schmetterlingszeichnung wurde einigen Kindern zur zusätzlichen Unterstützung der entsprechende fertig-gebaute Schmetterling (konkretes LEGO-Material) zur Verfügung gestellt.



Symmetrien überprüfen

Zur zweiten Phase: Hier ließ sich eine größere Sicherheit im Bereich Symmetrie erkennen. Die Kinder wendeten im Team die Gesetzmäßigkeiten der Symmetrie an. Ihr Vorstellungsvermögen wurde sensibilisiert. Die folgende dritte Phase erwies sich als sprachlich sehr anspruchsvoll.

MATERIAL

- LEGO education Team. (o.J.). MoreToMath Basis-Set. Grasbrunn: LEGO GmbH / LEGO Education.
- LEGO education Team. (o.J.). MoreToMath Unterrichtsmaterialien. Grasbrunn: LEGO GmbH / LEGO Education.

Gerade und ungerade Zahlen

Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen mit Montessori-Material erkunden

SGS Saalfeld „Marco Polo“

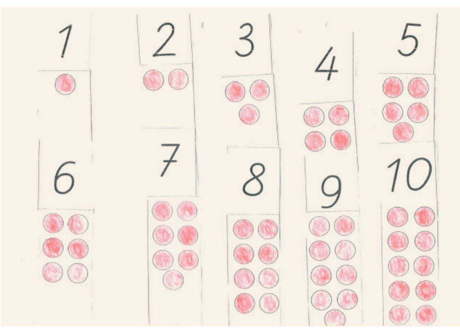
1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die staatliche Grundschule Saalfeld „Marco Polo“ ist eine dreizügige Grundschule mit insgesamt 13 Klassen. Davon sind fünf Klassen Montessori-Klassen, die jahrgangsgemischt (Klasse 1 bis 4) mit reformpädagogischer Orientierung unterrichtet werden. Des Weiteren gibt es an unserer Schule vier jahrgangsgemischte Klassen 1-2 und jeweils zwei jahrgangsge-

bundene Klassen 3 und 4. Aufgrund der Jahrgangsmischung und der allgemein hohen Heterogenität in unseren Klassen, sind wir stets an einer Optimierung unseres Unterrichtes interessiert, der gleichzeitig gemeinsames und individuelles Lernen ermöglichen soll. Das gilt im Besonderen auch für den Mathematikunterricht. Dabei versuchen wir dem Anspruch eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts sowie der vorhandenen heterogenen Schülerschaft gerecht zu werden.
In diesem Beitrag möchten wir Aufgabenbeispiele zum Thema gerade und ungerade Zahlen vorstellen, die für unsere Montessori-Klassen entwickelt und anschließend erprobt und deren Einsatz reflektiert wurden.

2. AUSGANGSLAGE

Die Arbeit nach Maria Montessori eignet sich aufgrund des vielfältigen Materials, u.a. für die strukturierte Auseinandersetzung mit verschiedenen arithmetischen Themen und zur Einsicht in strukturelle Zusammenhänge. Die Schülerinnen und Schüler der Montessori-Klassen sind es gewohnt selbständig mit diesen Materialien zu arbeiten und die angebotenen Möglichkeiten der Selbstkontrolle, die sich aus dem Material ergeben, zu nutzen. Das Arbeiten mit offenen Aufgaben, die nach operativ zusammenhängenden Kriterien ausgewählt werden, ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, mathematische Muster und Strukturen zu erkunden. In diesem Bericht soll es im Besonderen um die Erkundung von Merkmalen und Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen gehen.
Orientiert am gemeinsamen Thema „Eigenschaften und Merkmale gerader und ungerader Zahlen“ wird mit den Schülerinnen und Schülern aus dem ersten und zweiten Besuchsschuljahr zu unterschiedlichen Aufgaben gearbeitet. Diese bilden die Grundlage, für die im nächsten Abschnitt detaillierter dargestellte Aufgabenserie für Kinder aus dem dritten und vierten Besuchsschuljahr.

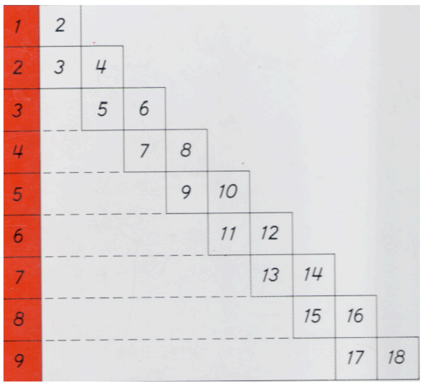


Montessori-Material „Ziffern und Chips“

Anfang Klasse 1: Einführung und erste Erkundung von Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen mit Hilfe des Montessori-Materials „Ziffern und Chips“ sowie anderer Materialien.

„Ziffern und Chips“ Anleitung nach Montessori:
Mit den Ziffern und Chips wird das Zuordnen von Zahlen und Mengen geübt. Sie helfen, sich die Zahlenwortreihe von 1 bis 10 mit entsprechender Mengenvorstellung einzuprägen und verdeutlichen die gerade oder ungerade Teilbarkeit der Zahlen.
Anwendung: Die Ziffern werden gemischt ausgelegt. Die Lehrperson legt die Zahlenreihe von 1 bis 10 und benennt jede Zahl. Nun wird die richtige Menge Chips unter jede Zahl gelegt und dabei gemeinsam gezählt, z.B. bei der Zahl Vier: „eins, zwei, drei, vier“. Die Chips werden bei jeder Zahl in zwei parallele Reihen untereinander gelegt. Bei ungeraden Zahlen wird der letzte Chip in die Mitte gelegt.
Erfolgskontrolle ist hier, dass am Ende kein Chip mehr übrig bleibt. Nun werden die Ziffern erneut gemischt und an die Kinder übergeben. Sobald die Kinder Sicherheit im eigenständigen Umgang mit diesem Material zeigen, können die Begriffe „gerade“ und „ungerade“ eingeführt werden, indem man einen Stift bei jeder Zahl mittig in die Chips-Reihen legt. Nun liegen auf jeder Seite des Stiftes gleich viele Chips. Bei ungeraden Zahlen wird verdeutlicht, dass ein Chip keinen „Partner Chip“ hat, die Anzahl also nicht ohne Rest durch zwei geteilt werden könnte. Als Übung fahren die Kinder mit dem Stift durch die Chips Reihen und nennen zu jeder Zahl den richtigen Begriff „gerade“ oder eben „ungerade“.
(vgl.: *http://www.montessori-shop.de*)

Mitte Klasse 1: Verwendung der Additionstabellen nach Montessori bei der Einführung der Addition mit Zehnerüberschreitung im ZR bis 20.



Additionstabellen nach Montessori

Anfang Klasse 2: Entdeckungen an der Hundertertafel sowie Erkundung des dekadischen Zahlenaufbaus.

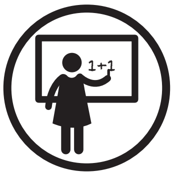

Male alle geraden Zahlen auf der Hundertertafel an.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Das fällt mir auf: Die geraden Zahlen stehen senkrecht untereinander.

Beispielaufgabe: Gerade und ungerade Zahlen an der Hundertertafel

Der Austausch über mathematische Sachverhalte mit einem Partner oder in Kleingruppen ist den Schülerinnen und Schülern ebenfalls bereits bekannt, sodass zunehmend fachsprachliche Kommunikation über mathematische Muster und Strukturen, im Kontext gerader und ungerader Zahlen, vertieft werden soll. Hierfür wurde für die Schülerinnen und Schüler aus dem dritten und vierten Besuchsschuljahr eine Aufgabenserie mit substantiellen Aufgaben entwickelt, die im Folgenden genauer dargestellt wird.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „EIGENSCHAFTEN UND MERKMALE GERADER UND UNGERADER ZAHLEN“

Die Kernidee

Die beispielhafte Aufgabenserie zum Thema „Eigenschaften und Merkmale gerader und ungerader Zahlen“ bietet den Kindern zahlreiche Möglichkeiten individuelle Entdeckungen über mathematische Muster und Strukturen in Bezug auf das Thema zu machen und diese je nach individuellem Vermögen und im Sinne der Natürlichen Differenzierung zu beschreiben, zu begründen und zu verallgemeinern. Es wird eine Lernumgebung geschaffen, in der Anhand verschiedener offener Aufgaben, Merkmale gerader und ungerader Zahlen sowohl als Zahl und Term als auch als Gleichung zu erkunden sind. Außerdem bietet die individuelle Arbeit an offenen Aufgaben eine Grundlage, um sich über arithmetische Muster und Strukturen auszutauschen.

Grundlagen schaffen und Differenzieren

Die Schülerinnen und Schüler aus dem dritten und vierten Besuchsschuljahr haben bereits den Zahlenraum bis 1000 erschlossen und ein Stellenwertverständnis entwickelt. Zudem sind sie sicher im Umgang mit den Fachbegriffen Einer, Zehner, Hunderter und Tausender. Die Arbeit in kooperativen Lernformen ist Bestandteil des täglichen Unterrichtes. Die Aufgabenserie zum Thema „Eigenschaften und Merkmale gerader und ungerader Zahlen“ ermöglicht eine Natürliche Differenzierung aufgrund der offenen Aufgabenformate. Das bedeutet konkret, dass die Schülerinnen und Schüler geeignetes Zahlenmaterial sowie Rechenoperationen eigenständig und nach individuellem Leistungsvermögen auswählen können. Zusätzlich können eigene Entdeckungen gemacht werden, die, je nach individuellem Vermögen, beschrieben, begründet und/oder verallgemeinert werden.

Mathematisches Problem der Woche

Alle Schülerinnen und Schüler der Montessori-Klassen bekommen als tägliche Übung differenzierte mathematische Angebote. Einmal wöchentlich handelt es sich um offene Aufgaben, die besonders zum Forschen und Entdecken einladen. Über zwei Monate hinweg erhielten die Kinder eine wöchentliche Aufgabe zum Thema gerade und ungerade Zahlen, um sich vertiefend mit diesem Thema auseinanderzusetzen.
Der ritualisierte Unterrichtsverlauf dieser wöchentlichen Aufgaben verlief wie folgt:

Einstieg	- Wiederholung - Problementfaltung - Ziel- und Verlaufstransparenz für die Unterrichtseinheit
Arbeitsphase I Einzelarbeit	Alle Kinder erhalten jeweils die Möglichkeit, über ihre Aufgabe nachzudenken und eigene Lösungsstrategien zu entwickeln.

Arbeits-phase II Kleingruppen/Partner	Die Kinder tauschen sich mit einem Partner oder in Kleingruppen über ihre individuellen Lösungen aus und halten ihre Entdeckungen gemeinsam fest.

Reflexions-phase Plenum	Im Plenum erklärten die Kinder ihre Vorgehensweisen und Erkenntnisse Weiterführende Impulse: *Warum ist das so? Ist das immer so?*

Aufgabe: Wähle zwei gerade Zahlen aus und bilde Additionsaufgaben. Ist die Summe gerade oder ungerade? Warum?

56+18=74 —— 88+88=176 ——
32+34=66 —— 112+112=224 ——
6+82=88 —— 56+64=120 ——

Es ist immer gerade, weil gerade + gerade = gerade ist.

Aufgabe: Wähle fünf aufeinanderfolgende Zahlen und bilde damit Additionsaufgaben, deren Summe eine gerade Zahl ist. Was fällt euch auf?

56789 12345
5+7=12 1+3=4
6+8=14 3+5=8
7+9=16 2+4=6
Wir haben herausgefunden das ungerade + ungerade gerade ist, und das gerade + gerade gerade ist.

Aufgabe: Bilde mit nur ungeraden Zahlen Multiplikationsaufgaben! Schaue dir die Produkte an. Was stellst du fest? Mache das gleiche mit nur graden Zahlen.

9·9=81 7·7=49 11·5=55
5·5=25 7·9=63 9·3=27
5·3=15 11·1=11 11·7=77

Alle Produkte sind ungerade.

Die Dokumente zeigen unterschiedliche Aufgaben, die angeboten wurden. An den Kinderlösungen wird deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler, im Sinne der Natürlichen Differenzierung, differenziertes Zahlenmaterial zur Lösung gewählt haben. Außerdem sind verschiedene Entdeckungen und Vorgehensweisen zu erkennen. So wir beispielsweise im ersten Dokument eine allgemeine mathematische Regel (gerade + gerade = gerade) angeführt, um die gemachte Entdeckung zu begründen. Unklar bleibt dennoch, warum diese Regel gilt. Auch das zweite Kind bezieht sich auf allgemeine Regeln der Mathematik, arbeitet aber, mit anderen Zahlengrößen. Im letzten Dokument hingegen bleibt das Kind auf der Ebenen der reinen Beschreibung der Ergebnisse.

Weiter Aufgaben der Aufgabenserie zu „Eigenschaften und Merkmale gerader und ungerader Zahlen“ waren die folgenden:

- Bilde mit großen Zahlen Additionsaufgaben, deren Summe gerade ist.
- Bilde Divisionsaufgaben, deren Divisor und Dividend ungerade sind. Was stellst du fest? Hast du dafür eine Erklärung?

- Finde sechs Subtraktionsaufgaben, deren Ergebnis gerade/ungerade ist.
- Löse sechs Multiplikationsaufgaben, deren Prdukt zwischen 50 und 100 ist. Welche Produkte sind grade, welche ungerade? Warum?
- Schreibe die Aufgaben der 8er und 9er Reihe auf. Schaue dir die Aufgaben genau an. Was stellst du fest? Warum?

4. REFLEXION UND AUSBLICK

Die wöchentlichen Aufgaben zu Eigenschaften und Merkmalen gerader und ungerader Zahlen erwiesen sich als gewinnbringend für alle Schülerinnen und Schüler, um den mathematisch inhaltlichen Zielen und der Förderung der mathematischen Kommunikationskultur, gerecht zu werden. Ebenso erfolgreich war die Erprobung der operativ zusammenhängenden, substantiellen Mathematikaufgaben. Alle Kinder wählten unterschiedliche Aufgaben sowie Herangehensweisen und haben sich so auf unterschiedlichsten Niveaus mit dem gemeinsamen mathematischen Phänomen auseinandergesetzt. Der anschließende Austausch mit anderen Kindern über individuelle Lösungen und Entdeckungen erwies sich als sehr motivierend. Des Weiteren zeigten sich die gemeinsamen Reflexionsphasen im Plenum als ein sehr wichtiges Element, um die Kinder anzuregen, ihre Entdeckungen auch zu begründen und zu verallgemeinern. Dieses gelang in den Arbeitsphasen meist nicht, wie die angeführten Kinderdokumente zeigen. Zudem können sich in einer gemeinsamen Plenumsphase Möglichkeiten ergeben, beispielhaft anzuregen, neben mathematischen Symbolen und schriftlichen Äußerungen auch Farben und/oder Pfeile (Forschermittel) zu verwenden, um Entdeckungen festzuhalten und zu beschreiben.
Als Fazit halten wir fest, dass wir in dieser ritualisierten Form offene Aufgaben weiterhin anbieten werden, auch zu anderen mathematischen Themen.

LITERATUR

- Montessori-Team (o.J.): Ziffern und Chips Anleitung. Online verfügbar unter: *http://www.montessori-shop.de* (Abruf am 11.10.2016).

Rechengeschichten

Individuelle Zugänge zur Mathematik auf jedem Leistungsstand

SGS „Albert Kuntz“ Salza

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

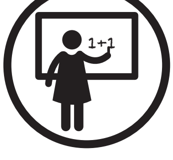
Die Grundschule „Albert Kuntz“ Salza ist eine dreizügige Grundschule am Stadtrand von Nordhausen, an der derzeit circa 270 Schülerinnen und Schüler lernen.
In verschiedenen Projekten versuchen wir an unserer Schule einen Beitrag zur Schulentwicklung zu leisten. Mit Blick auf eine angesteuerte Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts, beteiligen wir uns seit 2009 am SINUS-Projekt und seit 2014 am UHeMaG-Projekt. Unsere Erfahrungen als Projektschule haben uns hierbei auf der einen Seite vielfältige Einblicke in Möglichkeiten zur Steigerung der Effizienz naturwissenschaftlichen Unterrichts gegeben. Auf der anderen Seite konnten wir vor allem im UHeMaG-Projekt Wege finden, um mit der zunehmenden Heterogenität der Lernvoraussetzungen einer Schülerschaft umzugehen.
Insbesondere letzteres Thema hat unser Interesse für einen verstärkten Umgang geweckt. In unserer Schule lernen Schülerinnen und Schüler mit stark differierenden Lernvoraussetzungen, auch im Fach Mathematik. Aus diesem Grund war es für uns unumgänglich, uns mit dem Thema Heterogenität detaillierter auseinanderzusetzen.

2. AUSGANGSLAGE

Um mit der Ausgangslage – der umfassenden Leistungsheterogenität in Mathematik – produktiv umgehen zu können, haben wir im Kollegium beschlossen, im Rahmen einer professionellen Lerngemeinschaft (PLG) exemplarisch ein Thema auszuwählen, das für den Umgang mit Heterogenität besonders geeignet erschien. Alle Lehrerinnen und Lehrer unserer Schule bekundeten Interesse, in PLG’s zu arbeiten. In Gesprächen fand das Thema „Rechengeschichten schreiben“ große Beachtung, vor allem deswegen, weil es in allen Klassenstufen problemlos einsetzund durchführbar ist und sich die Leistungsstände in Mathematik gut aufgreifen lassen. In den PLG's wurden schließlich Kriterien zum Verfassen von Rechengeschichten in den Klassenstufen 1 bis 4 festgelegt, die einen Orientierungsrahmen für die Lehrerinnen und Lehrer darstellten.

- Ideen zu unterschiedlichen Themen sammeln und eigene Idee entwickeln
- Eine oder mehrere Rechenoperationen sollten möglich sein
- Sichtbarmachung der Rechnung (ikonisch oder symbolisch)
- Antwortsatz verfassen
- Präsentation
- Reflexionsphase

Die Vorerfahrungen und Voraussetzungen zu Rechengeschichten waren in den Lerngruppen sehr unterschiedlich. So waren die Kinder aus den 3. und 4. Klassen natürlich bereits in der Lage, mit allen vier Rechenoperationen zu rechnen und die Operationen auch auf verschiedene Weise als Text zu deuten. Außerdem verfügten sie über größere Vorerfahrungen im Schreiben von Geschichten und besaßen einen vielfältigeren Wortschatz als Schülerinnen und Schüler der Klassen 1 und 2. In Besprechungen zwischen den Kolleginnen und Kollegen wurde außerdem deutlich, dass noch nicht in allen Klassen Erfahrungen mit dem Schreiben von Rechengeschichten bestanden, wohingegen in anderen Klassen Rechengeschichten regelmäßig in den Unterricht eingebunden wurden.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS - „RECHENGESCHICHTEN“

Einstieg

Gemeinsam mit den Kindern haben wir verschiedene Themen zum Schreiben von Rechengeschichten festgelegt bzw. angeboten. So wurden in Klassenstufe 1 folgende Rahmenthemen vorgegeben:

- Auf dem Bauernhof leben viele Tiere. Welche Tiere leben dort? Wie viele könnten es sein?
- Ich lese gern. Mama sagt, ich bin eine Leseratte.
- Mein Buch hat viele Seiten. Wie viele?
- Im Wunderwald. Fee, Samu und Fine finden einen Sack voller Taler. Wie viele könnten drin sein? Wie könnten sie teilen?

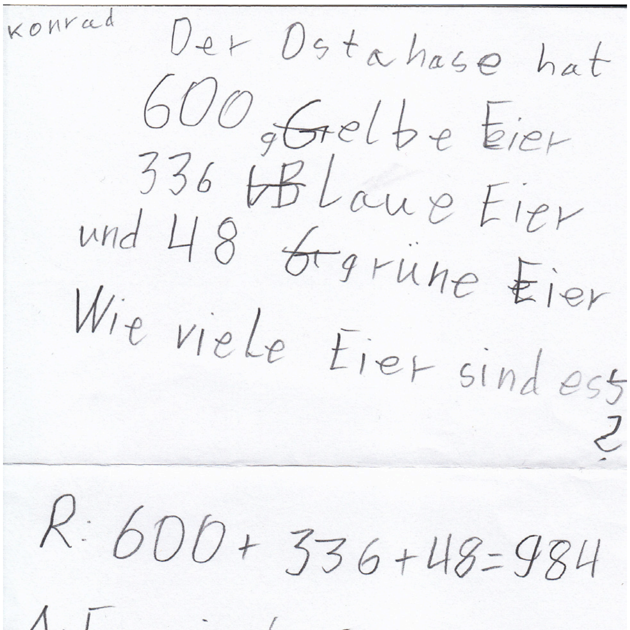
Die Kinder der 2. Klassen bekamen den Auftrag eine Rechengeschichte zum Thema „Frühling“ zu schreiben. In der 3. und 4. Klasse wurden hingegen vorab verschiedene Ideen der Schüler gesammelt. Hierzu zählten vor allem die Themen *Bibliothek, Straßenverkehr, Zauberwald, Sternenhimmel, Stadt, Fußball, Messe, Deutschland, Schulen und Einkauf.*

Den Schülerinnen und Schülern wurde jedoch freigestellt, auch andere, eigene Themen zu bearbeiten, die sie im weiteren Verlauf des Arbeitsprozesses interessierten. Durch die Ideensammlung wurde jedoch sichergestellt, dass jedes Kind unabhängig von seinem Leistungsstand in Mathematik oder seiner Kreativität einen Ausgangspunkt für das Verfassen einer Rechengeschichte hatte, auch wenn es selbst keine eigene Schreibidee entwickeln konnte.

Bevor die Kinder mit der Anfertigung der Rechengeschichten starteten, besprachen wir mit ihnen die o.g. Kriterien zum Schreiben einer ‚guten' Rechengeschichte auf kindlichem Niveau und visualisierten an der Tafel.

Im Folgenden möchten wir exemplarisch einige interessante Rechengeschichten der Kinder aus den zweiten und dritten Klassenstufen darstellen und dadurch die Vielfalt an Ideen der Kinder unterstreichen.

Rechengeschichten aus den zweiten Klassen

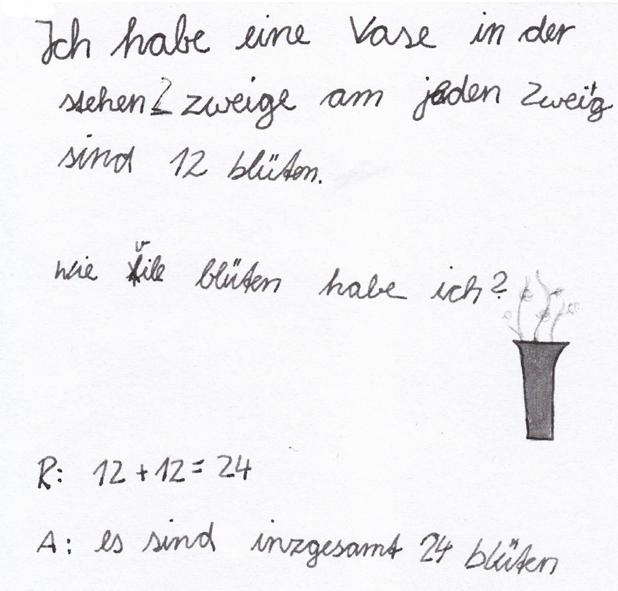

Konrad
Der Ostahase hat
600 gGelbe Eier
336 ~~b~~Blaue Eier
und 48 ~~6~~grüne Eier
Wie viele Eier sind ess
?
R: 600+336+48=984
A: Es sind 984 Eier.

Konrads Rechengeschichte

Konrad entwickelte eine Rechengeschichte zum Thema Frühling. Er beginnt mit folgendem Text: Der Osterhase hat 600 gelbe Eier, 336 blaue Eier und 48 grüne Eier. Anschließend stellt er auch die Frage zu der Geschichte, löst sie korrekt mithilfe der Addition und verfasst einen kurzen Antwortsatz.

In Konrads Dokument wird sichtbar, dass er, entgegen der in seinem Schuljahr gesetzten Vorgaben (Rechnen im Zahlenraum bis 100), bereits in der

Lage ist, sogar im Zahlenraum bis 1000 sicher zu rechnen. Dies ist ein Beleg dafür, dass Konrad zumindest in diesem Bereich anspruchsvollere Aufgaben lösen kann als es in der zweiten Klasse angedacht ist. Für uns als Lehrerinnen und Lehrer war dies eine wichtige Erkenntnis, die durch diese offen gestellte Aufgabe ermöglicht wurde. Schließlich hätten wir Konrad ansonsten weiterhin Aufgaben gegeben, die den für seine Klasse vorgeschriebenen Zahlenraum möglichst nicht überschreitet.


Ich habe eine Vase in der
stehen 2 zweige am jeden Zweig
sind 12 blüten.
wie file blüten habe ich?
R: 12 + 12 = 24
A: es sind inzgesamt 24 blüten

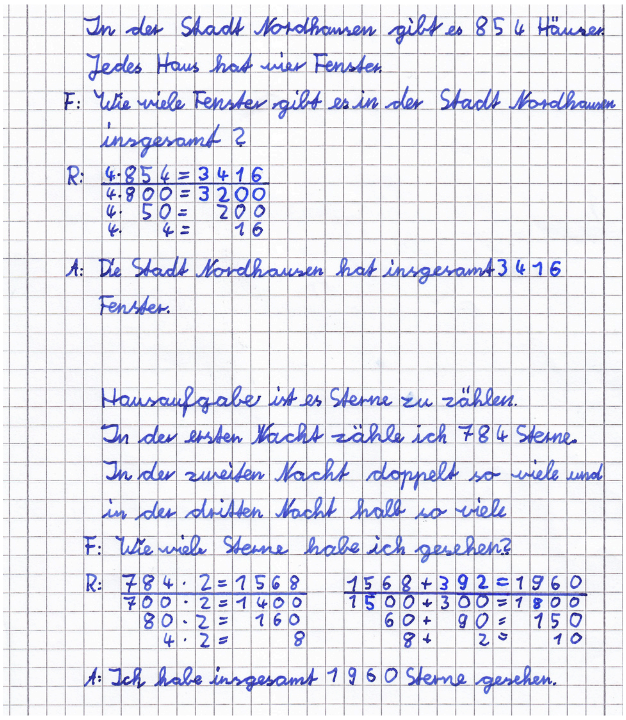
Lenas Rechengeschichte

Auch **Lena** hat eine Rechengeschichte zum Thema Frühling verfasst. Strukturell hält auch sie sich an die vereinbarten Kriterien zur Anfertigung einer Rechengeschichte. Anders als Konrad wählt Lena hingegen einen anderen Kontext und rechnet in einem anderen Zahlenraum. Ihr Text lautete wie folgt: Ich habe eine Vase in der stehen 2 Zweige. An jedem Zweig sind 12 Blüten. Daraufhin folgt die Formulierung der Frage: „Wie viele Blüten habe ich?“, die sie mit der Rechnung 12+12=24 löst und schriftlich beantwortet. Lenas Dokument zeigt, dass sie in der Lage ist, eine Rechengeschichte, die aus der Sicht geübter Rechner die Anwendung der Multiplikation (2 · 12) nahelegt, mithilfe der Addition zu lösen. Im anschließenden Unterrichtsgespräch mit den Kindern hat Lena gerade auf diesen Punkt und auf den Bezug zu den aufgestellten Kriterien ‚guter' Rechengeschichten hingewiesen .

Damit berücksichtigt sie diesen Aspekt eher als es bspw. bei Konrads Dokument der Fall ist, dessen Geschichte schwerpunktmäßig mithilfe der Addition, nicht aber mit einer der anderen Grundrechenarten lösbar erscheint.

Rechengeschichten aus den dritten Klassen

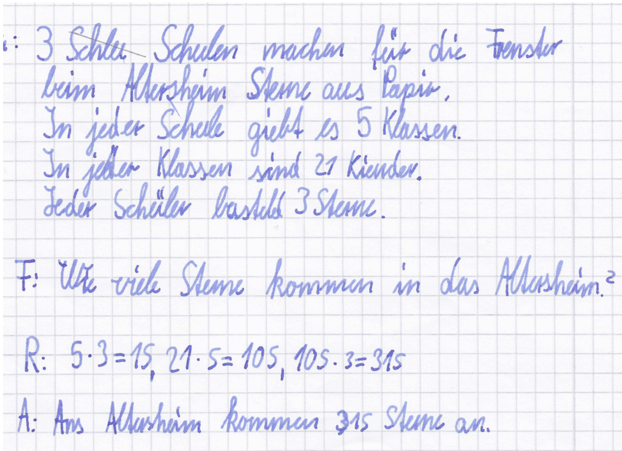
Auch in den dritten Klassen entwickelten die Kinder vielfältige Rechengeschichten zu unterschiedlichen Themen.


In der Stadt Nordhausen gibt es 854 Häuser
Jedes Haus hat vier Fenster.
F: Wie viele Fenster gibt es in der Stadt Nordhausen insgesamt?
R: 4·854 = 3416
4·800 = 3200
4·50 = 200
4·4 = 16
A: Die Stadt Nordhausen hat insgesamt 3416 Fenster.
Hausaufgabe ist es Sterne zu zählen.
In der ersten Nacht zähle ich 784 Sterne.
In der zweiten Nacht doppelt so viele und
in der dritten Nacht halb so viele
F: Wie viele Sterne habe ich gesehen?
R: 784 · 2 = 1568   1568 + 392 = 1960
700 · 2 = 1400   1500 + 300 = 1800
80 · 2 = 160   60 + 90 = 150
4 · 2 = 8   8 + 2 = 10
A: Ich habe insgesamt 1960 Sterne gesehen.

Oskars Rechengeschichte

Oskar bspw. schrieb eine solche zum Thema Sternenhimmel an. Er notiert: Hausaufgabe ist es, Sterne zu zählen. In der ersten Nacht zähle ich 784 Sterne. In der zweiten Nacht doppelt so viele und in der dritten Nacht halb so viele. Die zu der Geschichte formulierte Frage zielt auf die Anzahl gesichteter Sterne ab. An Oskars Geschichte ist zunächst interessant, dass er wichtige Fachbegriffe des Lehrplanes wie „das Doppelte“ oder „die Hälfte“ einfließen lässt. Auch sein Rechenweg zeugt von einem tiefgehenden Verständnis und Geschick. Zunächst berechnet er mithilfe der Multiplikation die Anzahl der Sterne aus der zweiten Nacht, indem er 784 · 2 schriftlich berechnet. Die Anzahl der Sterne der dritten Nacht kann er offenbar im Kopf berechnen, zumal keine entsprechenden Nebenrechnungen im Dokument sichtbar sind. Die Sterne der zweiten und dritten Nacht addiert er im rechten Teil der Rechnung stellenweise. Obwohl es Oskar offenbar versäumt hat, die Anzahl der Sterne aus Nacht 1 dazu zu addieren, liefert ein kompetenzorientierter Blick auf seine Rechengeschichte und die Berechnung, Aufschlüsse auf seinen individuellen Zugang zum Thema und seine erworbenen Kompetenzen.

Ebenso wie Oskar, erfand auch **Jenny** eine Rechengeschichte zum Rahmenthema Sternenhimmel. Jedoch zeugt ihre Rechengeschichte von einem anderen mathematischen Kontext. Sie wählte eine Struktur, in der sie drei aufeinander aufbauende Multiplikationsaufgaben aufstellt. Die jeweiligen Ergebnisse berechnet sie offenbar im Kopf, da keine Nebenrechnungen im Dokument vorzufinden sind.



3 ~~Schüler~~ Schulen machen für die Fenster beim Altersheim Sterne aus Papier.
In jeder Schule gibt es 5 Klassen.
In jeder Klassen sind 21 Kinder.
Jeder Schüler bastelt 3 Sterne.

F: Wie viele Sterne kommen in das Altersheim?

R: $5 \cdot 3 = 15$, $21 \cdot 5 = 105$, $105 \cdot 3 = 315$

A: Ans Altersheim kommen 315 Sterne an.

Jennys Rechengeschichte

4. REFLEXION

Bei der Durchsicht der Schülerinnen- und Schülerergebnisse fiel uns deutlich erkennbar auf, dass der erarbeitete Zahlenraum eines entsprechenden Schuljahres von den Kindern auch gern überschritten wird. Daraus eruieren wir, dass es vielen Schülerinnen und Schülern relativ leicht fällt, die Merkmale eines Zahlraums auf den nächst größeren zu transferieren. Die von uns gewählte offene Aufgabenstellung ermöglichte dies und bot die Gelegenheit, individuelle Potentiale zu entfalten, anstatt Kinder zu bremsen. Einige Kinder sahen Rechengeschichten als Herausforderung und arbeiten auf einem hohen Leistungsniveau, das curricular teilweise nicht vorgeschrieben ist. Andere hingegen suchen sich Aufgaben aus, bei denen sie sicher sein konnten, eine Lösung zu finden. An dieser Stelle haben wir als Lehrerinnen und Lehrer auch oft eine beratende Funktion eingenommen und diese Kinder in ihrem Selbstbewusstsein unterstützt und darin bestärkt, auch anspruchsvollere Aufgaben zu finden. Einige Kinder versuchten dies und konnten auch schwierigere Geschichten entwickeln, die sie sich selbst zuvor nicht immer zugetraut haben.

Während des Anfertigens der Rechengeschichten konnten wir auch beobachten, dass Kinder kooperativ mit ihren Mitschülerinnen und Mitschülern agierten. Sie tauschten sich vielfach in Partner- oder Gruppensituationen fachbezogen aus und ließen die Ideen der anderen Kinder auch in ihre eigenen Geschichten einfließen.

Schwierigkeiten, die beim Verfassen der Rechengeschichten auftraten, zeigten sich darin, dass einige Kinder ihre Geschichte nur sehr kurz und mit wenig bis kaum Text notierten. Einige Kinder verstanden Mathematik anfangs nur als Rechnen mit Symbolen und sahen zunächst wenig Bezug zu textlich verfassten Geschichten. Im Verlauf der Unterrichtsversuche konnten wir hingegen beobachten, dass sich diese Sichtweise bei einigen Kindern – unabhängig vom Leistungsstand in Mathematik – zunehmend veränderte.

Hinsichtlich eines produktiven Umgangs mit Heterogenität im Mathematikunterricht halten wir fest, dass unser Unterrichtsansatz und das eigenständige Verfassen von Rechengeschichten (als eine Variante offener Aufgaben) die Individualität der Kinder berücksichtigte und natürliche Differenzierung an vielen Stellen gut gelang. Jedes Kind erhielt die Möglichkeit Rechengeschichten entsprechend seines individuellen Leistungsvermögens zu entwickeln, kreativ zu sein und eigene Wege zu gehen.

Unsere Schule in Zahlen

Ein Projekt zum Thema Daten und Häufigkeiten

Staatliche Grundschule Schönbrunn

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Wir sind die Staatliche Grundschule Schönbrunn und befinden uns im Süden Thüringens. Mit derzeitig 156 Schülerinnen und Schülern, die auf acht Klassen im jahrgangsgebundenen Unterricht aufgeteilt sind, können wir uns als kleine Dorfschule bezeichnen. Nichtsdestotrotz umfasst das Einzugsgebiet 15 Ortschaften.

Wir versuchen auf die Bedürfnisse unserer heterogene Schülerschaft mit differenzierenden Unterrichtsmaterialien einzugehen. So sind uns im Mathematikunterricht individuelles, aktiv-entdeckendes Lernen und gleichzeitig der Einsatz von kooperativen Lernformen sehr wichtig. Im letzten Schuljahr haben wir uns vorgenommen, dieses gezielt für den mathematischen Inhalt Daten und Häufigkeiten umzusetzen. So entstand eine Unterrichtsreihe zum Thema „Unsere Schule in Zahlen“, die wir planten, durchführten und reflektierten. In diesem Beitrag möchten wir dieses Projekt vorstellen.

2. AUSGANGSLAGE

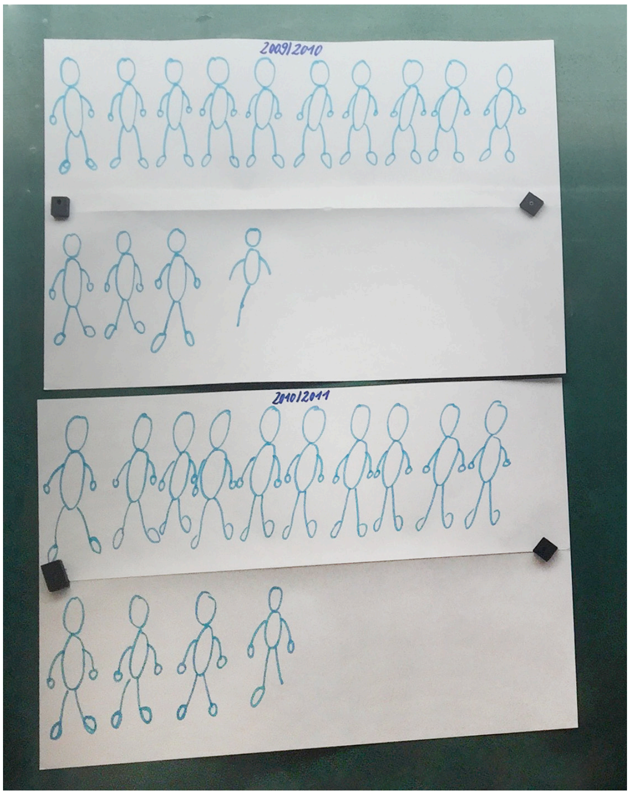
Bisher hatten die Kinder der dritten Klassen nur wenig Gelegenheit, sich im Rahmen der Schule mit dem Thema Daten und Häufigkeiten auseinanderzusetzen. Die mitgebrachten Vorerfahrungen aus dem Alltag waren sehr heterogen, was uns zu der Entscheidung bewegte, natürliche Differenzierung durch möglichst offene Aufgabenstellungen mit vielen eigenen Wahlmöglichkeiten zu ermöglichen. Für die meisten Kinder war unser Projekt die erste Gelegenheit, Daten aus der Lebenswirklichkeit zu sammeln und diese in Tabellen und Diagrammen darzustellen. Daher gab es während des Projektes immer wieder kurze Demonstrationsphasen, zum Beispiel zum Erstellen eines Diagrammes, da die Schülerinnen und Schüler bislang noch keine Visualisierung dieser Art durchgeführt haben. Die Entnahme von Daten aus Tabellen und Diagrammen zur Beantwortung mathematischer Fragen war hingegen schon einmal Thema des Mathematikunterrichtes.

3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS – „UNSERE SCHULE IN ZAHLEN“

Im Mathematikunterricht haben unsere beiden dritten Klassen im Zeitraum vom 3. bis 30. Mai 2016 am Projekt „Unsere Schule in Zahlen“ gearbeitet. Kernziel des Projektes bestand darin, die Schülerinnen und Schüler für das Aufstellen von Statistiken in Form von Tabellen und Diagrammen zu sensibilisieren und Daten unserer Schule zu sammeln und unter die Lupe zu nehmen.

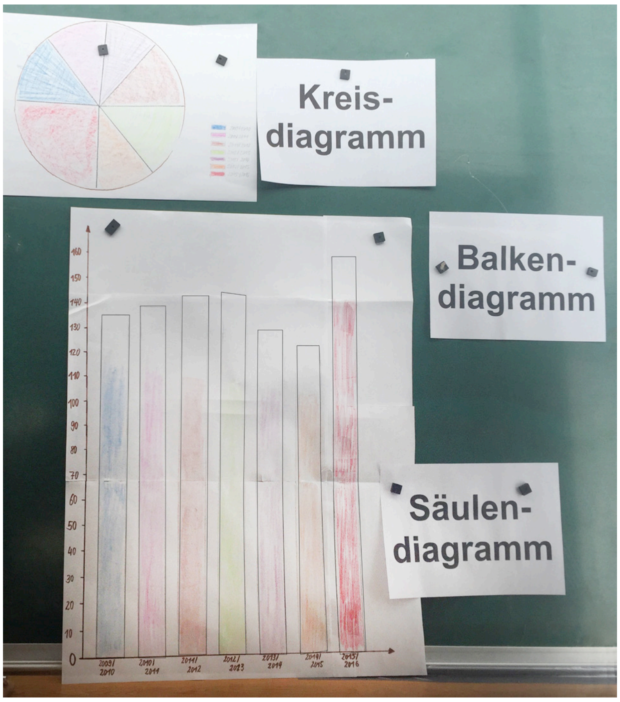
Grundlagen schaffen

Als Einstieg in das Projekt wurden die Schülerzahlen seit Eröffnung der Grundschule im Jahr 2009 genutzt. Die Aufgabe bestand zunächst darin, die Schaubilder genau zu betrachten und zu mutmaßen, welche Bedeutung die Strichmännchen in Bezug auf die Gesamtschüleranzahl der einzelnen Schuljahre hatten. Schnell ergab sich die Frage, warum einigen Strichmännchen Beine o.Ä. fehlten. Im Gespräch mit den Banknachbarn entstand die Idee, dass jeweils ein Strichmännchen für 10 Schüler stehen müsse (jedes Körperteil symbolisierte einen Schüler).



Ausschnitt des Schaubildes zur Schülerzahl

Schnell war den Kindern klar, dass jedes Schaubild eine vereinfachte, visualisierte Darstellungsform einer Zahl war.



Ausschnitt des Wortspeichers zu Diagrammen

Daraufhin wurden den Schülerinnen und Schülern weitere Darstellungsvarianten gezeigt, wie das Säulendiagramm, das Balkendiagramm, das Kreisdiagramm und das Punkte- bzw. Liniendiagramm. Diese Präsentation ermöglichte es die Schülerinnen und Schüler dafür zu sensibilisieren, dass ausgewählte

Anzahlen auf verschiedenen Wegen visuell dargestellt werden können. Außerdem wurden Vorteile und Nachteile der Funktionalität sowie der Genauigkeit der Datendarstellung in den Blick genommen.

Planungphase in Gruppen
Anschließend wurde den Schülerinnen und Schülern der Inhalt des Projektes „Unsere Schule in Zahlen" präsentiert und die Frage gestellt, mittels welcher Themen wir unsere Schule darstellen könnten. Hierzu fanden sich die Kinder der Klassen 3a und 3b in 5er-Gruppen zusammen und berieten sich über mögliche schulbezogene und für sie interessante Themen. Nach der anschließenden Besprechung der Ideen im Plenum wählten die Schülerinnen und Schüler acht passende Themen aus, die wie folgt lauteten: *Wohnort, Klassenstärke, Hortbesuch, Interessengemeinschaft, Lieblingsfach, Geburtsmonate, Verteilung von Mädchen und Jungen, Verteilung der Fächer Ethik und Evangelische Religion.*
Daraufhin erstellten die Kinder innerhalb ihrer Gruppen die Tabellen, die sie für die danach stattfindende Umfrage benötigten. Dazu mussten sie zunächst klären, welche themenrelevanten Angaben erfragt werden mussten.


Kinder befragen sich gegenseitig

Daten erheben
Bevor die einzelnen Gruppen als Reporter innerhalb der Grundschule Informationen für ihr Thema sammeln konnten, haben wir den Ablauf einer Umfrage besprochen. Wichtig war zunächst, dass die Aufgabenverteilung in der Gruppe klar war. Die Schülerinnen und Schüler hatten sichtlich Spaß beim Sammeln von Daten und beim Kooperieren.

Daten als Diagramm darstellen
Nachdem die Umfragen beendet waren, thematisierten wir die Dokumentation der Daten. Hierzu gab es zunächst eine kurze Phase des Probehandelns zum Erstellen eines Diagrammes, da die Schülerinnen und Schüler bislang noch keine Visualisierung dieser Art erstellt hatten. Gruppenintern entschieden die Kinder, welche Darstellungsformen sie verwendeten. Die meisten Gruppen wählten das Säulendiagramm. Nur zwei Gruppen nutzten das Liniendiagramm zur Darstellung ihrer Daten.
Die letzte Phase des Projekts umfasste die Erstellung eines Plakates. Dazu sollten die Gruppenmitglieder zunächst eine Entscheidung treffen, welche zwei Diagramme den Kriterien der Richtigkeit, der Funktionalität, der Genauigkeit der Datendarstellung und der Sauberkeit am ehesten entsprachen und diese in ihr Plakat integrieren.

Informationen entnehmen
Des Weiteren sollten die Teammitglieder die erstellten Diagramme auswerten, um Auffälligkeiten (Klasse mit den meisten Schülern, meist besuchte Interessengemeinschaft, Lieblingsfach usw.) herauszufinden. Diese Besonderheiten und weitere Aussagen zur Auswertung sollten ebenfalls in das Plakat integriert werden.

Präsentation der Gruppenergebnisse
Bevor die Plakate für alle Schülerinnen und Schüler sowie Besucher im Schulhaus ausgehängt wurden, präsentierten die Gruppen ihren Arbeitsprozess ebenso wie ihre Ergebnisse auf dem Plakat vor allen Mitschülern der dritten Klassen.

Differenzierungsangebot
Während des Projektes war natürliche Differenzierung aus der Sache heraus durch die offene Aufgabenstellungen und die Wahlmöglichkeiten gegeben. Die Kinder durften in ihren Gruppen selbst entscheiden, wie komplex ihr Thema ist, wozu sie Daten erheben möchten. So unterschieden einige Gruppen zum Beispiel nur zwischen den zwei Geschlechtern und andere Gruppen ermöglichten bei ihrer Umfrage bis zu 20 Antwortmöglichkeiten. Ebenso durften sie die Darstellungsform der Daten selbst auswählen und es war dabei möglich, auf den Wortspeicher zu den Diagrammen zurückzugreifen. Zudem konnten sie sich durch die kooperative Arbeitsform innerhalb der Gruppe gegenseitig unterstützen und ergänzen. Bei der Auswertung der Daten und Informationsentnahme gingen die Gruppen unterschiedlich detailliert vor. Es gab Gruppen, die viele Informationen entnahmen und andere, die ausschließlich besondere Auffälligkeiten herausstellten. Auf diese Weise konnten sich die Kinder innerhalb dieses Projektes in unterschiedlicher Tiefe mit dem gleichen Thema auseinandersetzen und darüber kommunizieren.

4. REFLEXION UND AUSBLICK

In der Rückschau halten wir zusammenfassend fest, dass wir heterogene Voraussetzungen und verschiedene Anforderungsbereiche in dem Projekt haben ansprechen können. Wir konnten mit der Leistungsspanne in der Klasse gewinnbringend umgehen. Jedes Kind zeigte Motivation und Freude, konnte in der Gruppe eigenen Ideen einbringen und es wurde mit und voneinander gelernt. Auch auf der mathematisch inhaltlichen Ebene haben wir unsere Ziele erreicht. Auf unterschiedlichen Niveaus wurden Daten erhoben und dargestellt, vielfältige Informationen entnommen sowie zunehmend mathematisch kommuniziert.

Aufgrund der beobachteten individuellen Arbeitsprozesse innerhalb der Gruppen und der erbrachten Ergebnisse sind wir davon überzeugt, dass wir Projekte in ähnlicher Form erneut durchführen werden.

LITERATUR

- Behring, K. (2015). Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeit – Kompetenzorientierte Aufgaben und Tests zur Stochastik. Hamburg: Persen Verlag GmbH.
- Grundschul Magazin -Team (2009). Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten. Grundschul Magazin 2/2009. Deisenhofen: Oldenburg Schulbuchverlage GmbH.

Aktivitäten an der Stellenwerttafel

Umgang mit Heterogenität – auch im Arithmetikunterricht!

Lindenschule Sömmerda, Staatliche Grundschule

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

An der Lindenschule Sömmerda werden gegenwärtig mehr als 270 Schülerinnen und Schüler in insgesamt 12 Klassen unterrichtet. Während die Klassenstufen 3 und 4 jahrgangsgebunden organisiert sind, werden die Klassen 1 und 2 jahrgangsgemischt unterrichtet.

Die Kolleginnen und Kollegen der Lindenschule engagieren sich in vielfältigen Projekten, welche sich das Ziel gesetzt haben, die Qualität des Unterrichts zu steigern. Zu den Schwerpunkten unserer Schulentwicklungsbemühungen stehen unter anderem das Projekt Kooperation und Kommunikation, in dem wir insbesondere Gelingensbedingungen des Übergangs von der Kita in die Grundschule forcieren, um eine optimale Gestaltung der Schuleingangsphase zu gewähren. Darüber hinaus engagieren wir uns in vielfältigen Projekten mit dem Schwerpunkt der MINT-Bildung. Beispielhaft möchten wir an dieser Stelle die Projekte *Haus der kleinen Forscher*, das sich dem Forschen und Experimentieren in der frühen Bildung widmet, sowie *SINUS-Transfer Grundschule* nennen. Letzteres Projekt zielt auf die Implementation mathematischer und naturwissenschaftliche Bildung gemäß der KMK Bildungsstandards ab. In diesem Projekt konnten wir Fortbildungen besuchen, die uns Anregungen zur Umsetzung neuer Richtlinien gegeben haben.

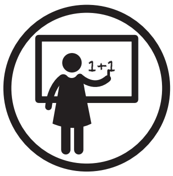
Resultierend aus unserem Engagement in SINUS, entwickelte sich unsere Beteiligung im UHeMaG-Projekt. Im Rahmen der damit verbundenen Fortbildungen haben wir vielfältige Anregungen zum Umgang mit Heterogenität für unseren Mathematikunterricht gewinnen können, die wir in der Praxis umsetzten. An dieser Stelle möchten wir Einblicke in diese Arbeiten geben.

2. AUSGANGSLAGE

Nicht nur in der Schuleingangsphase, sondern auch in den Klassenstufen 3 und 4 ist die zunehmende Leistungsheterogenität insbesondere im Grundschulunterricht merklich spürbar. Diese Ausgangslage führt dazu, dass wir als Lehrerinnen und Lehrer vor die Herausforderung gestellt werden, es jedem Kind zu ermöglichen, Aufgaben auf dem jeweiligen individuellen Kompetenzniveau bearbeiten zu können. Aus diesem Grund erarbeiten und erproben wir fortlaufend Unterrichtskonzepte für alle Klassenstufen und Unterrichtsfächer, die hierfür geeignet erscheinen.

Insbesondere im Fach Mathematik – und vor allem im Arithmetikunterricht – ist es eine besondere Herausforderung, dem Anspruch individueller schulischer Förderung fachdidaktisch adäquat nachkommen zu können und gleichzeitig mit und voneinander

Lernen, ohne Vereinzelung, zu ermöglichen. In der folgenden Dokumentation berichten wir exemplarisch von unseren Erfahrungen aus einer Unterrichtsstunde, in der Kinder einer dritten Klasse auf ihrem individuellen Leistungsstand bei der Arbeit an der Stellenwerttafel forschend aktiv waren.



3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS – „STELLENWERTTAFEL“

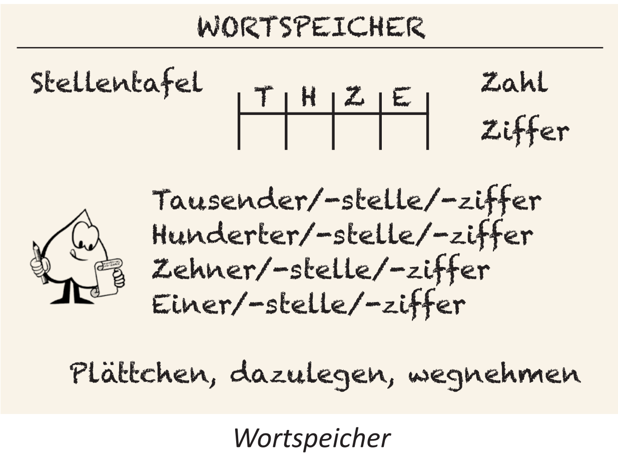
Die Kernidee

Für unseren Unterrichtsversuch haben wir uns exemplarisch Aktivitäten an der Stellenwerttafel gewidmet, da sich dieser Themenbereich aus unserer Sicht besonders eignet, um der Heterogenität der Kinder gerecht werden zu können. Die Kernidee bestand darin, dass Kinder mit einer bestimmten Anzahl an Plättchen versuchen, möglichst viele verschiedene Zahlen an der Stellenwerttafel darzustellen. Dabei wurden sie angeregt, eine eigene Strategie zu entwickeln, diese anschließend schriftlich zu dokumentieren und anderen Kindern vorzustellen.

Vorbereitungen

Für die Arbeitsphase war es notwendig, bestimmte Vorbereitungen zu treffen. Zunächst war die Bereitstellung von Materialien erforderlich. Für unseren Unterrichtsversuch benötigten wir:

- eine Stellenwerttafel (THZE) für jedes Kind,
- einige Plättchen
- sowie Material zur Dokumentation der dargestellten Zahlen.



Wortspeicher

Da es darüber hinaus auch unser Anliegen war, dass die Kinder ihre Strategien und gegebenenfalls auch Entdeckungen niederschreiben und versprachlichen, haben wir zunächst mit den Kindern gemeinsam einen Wortspeicher angelegt, in dem wichtige Begriffe für die Arbeit an der Stellenwerttafel vermerkt waren. Der Wortspeicher wurde jedem Kind zur Verfügung gestellt.

Arbeitsauftrag und Vorgehen

Im Anschluss an die Vorbereitungen, präsentierten wir den Kindern den Arbeitsauftrag. Dieser wurde zunächst in Einzelarbeit bearbeitet: „Nimm dir einige Plättchen aus der Plättchenbox. Lege sie alle in die Stellenwerttafel. Welche Zahl hast du gelegt? Lege weitere Zahlen, indem du Plättchen verschiebst Versuche, so viele Zahlen, wie möglich zu finden. Nutze nur die Plättchen, die du bereits genommen hast.“

Begleitend zu diesem Arbeitsauftrag, der an der Tafel präsentiert wurde, regten wir die Kinder explizit an, ihre Strategie auch jeweils zu beschreiben.

Differenzierungspotential

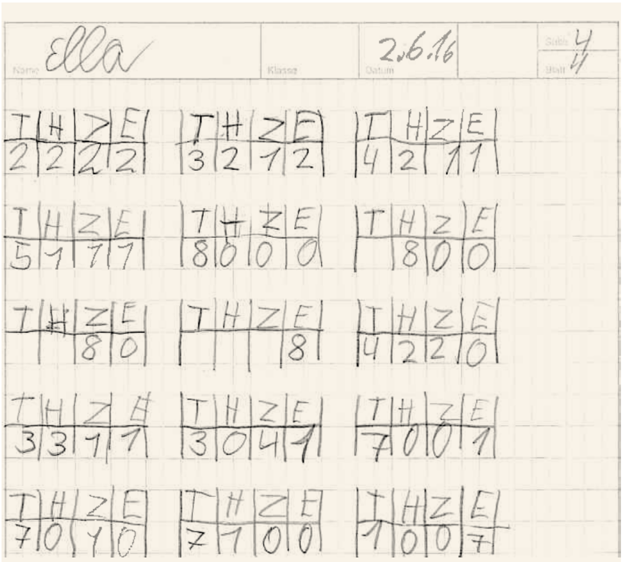
Der offene Arbeitsauftrag bietet vielfältiges Differenzierungspotential, sodass Kinder entsprechend ihrer individuellen Leistungsstände vorgehen konnten. So wurde bspw. nicht die Anzahl zu nehmender Plättchen vorgegeben. Jedes Kind konnte so viele Plättchen entnehmen, wie es wollte. In der Arbeitsphase konnten wir beobachten, dass einige, von uns als etwas leistungsschwächer eingeschätzte Kinder, eher weniger Plättchen nutzten. Dadurch reduzierte sich auch die Anzahl möglicher Zahlen, die gelegt werden konnten, was gerade diesen Kindern sehr entgegenkam. Darüber hinaus konnten die Kinder auch im Zuge der Darstellung weiterer Zahlen unterschiedliche Strategien, wie das systematische oder explorative Verändern der Darstellungen, verfolgen. Es war nicht vorgegeben, nur einen einzigen Weg zu wählen, so dass es auch kein ‚falsches' Vorgehen gab. Jedes Kind konnte so arbeiten, wie es seine individuellen Fähigkeiten erlaubten.

Kinderdokumente und Strategien

Aus der Arbeitsphase resultierten vielfältige Ergebnisse, die im Folgenden exemplarisch illustriert werden.

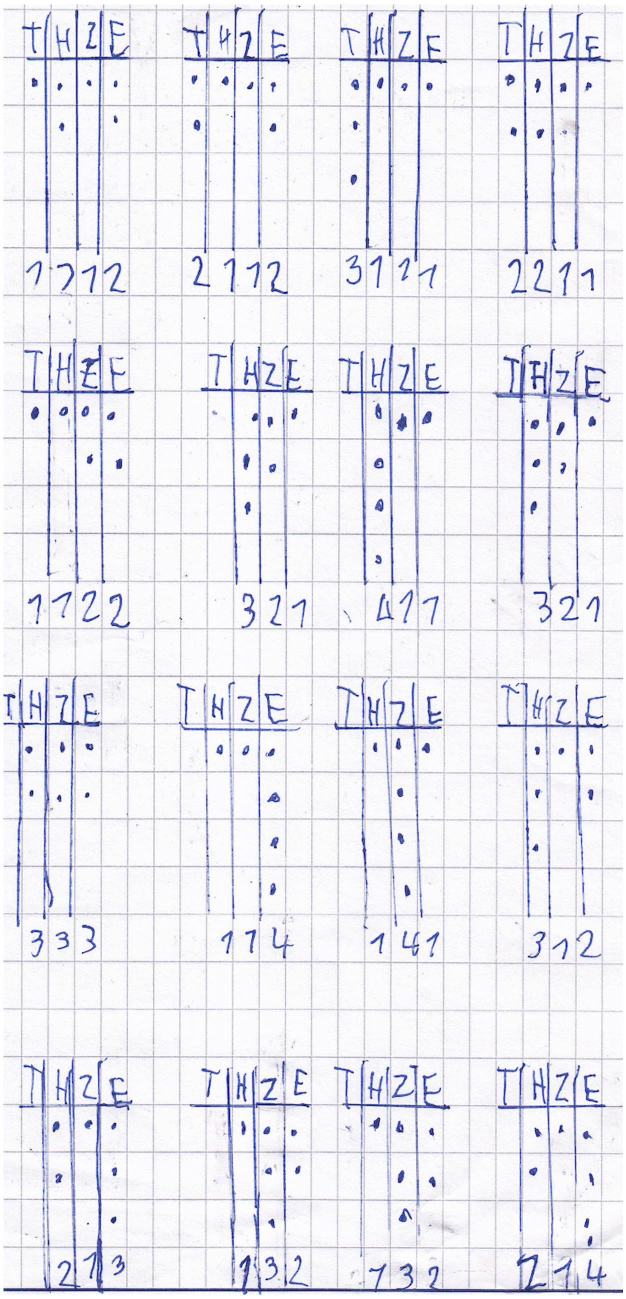
Das folgende Dokument zeigt die von der Schülerin **Ella** entdeckten Zahlen. Es wird deutlich, dass Ella acht Plättchen gewählt hat und diese zunächst gleichmäßig in die vier Spalten der Stellenwerttafel verteilte. So stellte sie die Zahl 2222 dar. Ausgehend von dieser Zahl hat sie in der Arbeitsphase ein Plättchen aus der Zehnerspalte in die Tausenderspalte verschoben und so eine weitere Zahl (3212) erzeugen können. Anschließend verschob sie ein

Plättchen aus der Einerspalte in die Tausenderspalte (4211) und schließlich ein Plättchen aus der Hunderterspalte in die Tausenderspalte (5111). Somit zeigt sich, dass Ella systematisch Plättchen in die Tausenderspalte verschiebt. Das stark strategisch geprägte Vorgehen von Ella setzt sich auch im weiteren Verlauf des Dokuments fort. Ausgehend von der Zahl 8000 stellt sie mit acht Plättchen auch die Zahlen 800, 80 und 8 dar. Vergleichbares ist auch im unteren Teil des Dokuments erkennbar, in dem Ella sieben und ein Plättchen systematisch auf die Spalten verteilt. Insgesamt gelingt es Ella zwar nicht, alle denkbaren Möglichkeiten zu finden, was bei einer so großen Vielfalt an Möglichkeiten mit acht Plättchen auch kaum in einer Unterrichtsstunde möglich ist, jedoch konnte Ella strategisch in der gesamten Arbeitsphase immer weitere Zahlen finden. Probleme hatte sie jedoch noch dabei, ihre Entdeckungen zu versprachlichen und niederzuschreiben.



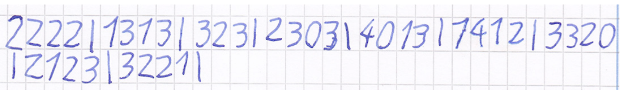
Ellas Zahldarstellung mit 8 Plättchen

Auch **Marcus** hat es geschafft, viele verschiedene Zahlen darzustellen. Jedoch wählte er nicht acht, sondern sechs Plättchen. Darüber hinaus wird in seinem Dokument deutlich, dass er zusätzlich zur symbolischen Darstellung mit Zahlen ebenso seine Plättchendarstellung notierte. Auf diese Weise gelang es Marcus, passende Zahldarstellung zu erzeugen. Ferner fällt auf, dass Marcus eine andere Strategie als Ella gewählt hat. Er fand durch das relativ unsystematische Verschieben von einzelnen oder mehreren Plättchen immer neue Zahlen. Auch konnte beobachtet werden, dass Marcus häufig alle Plättchen von der Stellenwerttafel weggeschoben hat und dann eine neue Zahl darstellte. Ella hingegen hat stets versucht, ausgehend von einer dargestellten Zahl, neue Zahlen zu finden. Gleichwohl soll Marcus Strategie nicht als negativ eingeschätzt werden. Er ist so vorgegangen, wie es aus seiner Sicht subjektiv angemessen erschien und konnte eine Vielzahl an Möglichkeiten finden.



Marcus Zahldarstellung mit 6 Plättchen

Ein drittes Schülerdokument hat **Davin** erstellt. Im Gegensatz zu Ella und Marcus dokumentiert er sein Vorgehen nicht, indem er die Zahlen in eine Stellenwerttafel einträgt und zusätzlich noch eine ikonische Darstellung anbietet. Offenbar wählt er lediglich die symbolische Zahldarstellung ohne Stellenwerttafel. Auch Davin nutzt acht Plättchen und notierte zunächst die Zahl 2222, bevor er acht weitere Zahlen niederschrieb. In der Arbeitsphase wurde dabei deutlich, dass Davin viele Zahlen aufschrieb, ohne sie vorher an der Stellenwerttafel mit Plättchen zu repräsentieren. Ihm gelang es, nur anhand der gegebenen symbolischen Zahlen, weitere Möglichkeiten zu finden. Eine konsequente, von ihm verfolgte Strategie, geht aus dem Dokument jedoch nicht eindeutig hervor.



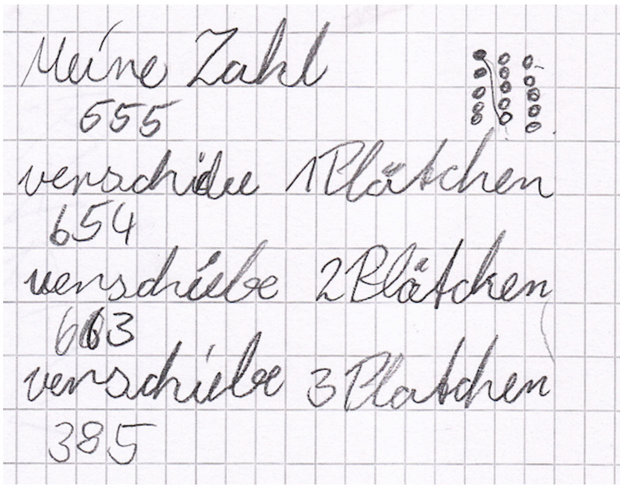
Marcus Darstellung der entdeckten Zahlen

4. REFLEXION UND AUSBLICK

In unseren Unterrichtsstunden zu den Aktivitäten an der Stellenwerttafel konnten wir erkennen, dass die Kinder entsprechend ihres individuellen Leistungsstandes verschiedene Zahlen mit einer gleichbleibenden Anzahl an Plättchen darstellten und dabei häufig eigene Strategien entwickelten, um möglichst viele Zahlen zu finden. Das Differenzierungspotential der Aufgabe ermöglichte es, dass alle Kinder einen Zugang zur Problemstellung fanden und motiviert waren, aktiv im Mathematikunterricht tätig zu sein, eigene Entdeckungen zu machen und geschickte Strategien zu entwickeln.

Allerdings konnten wir nicht nur positive Aspekte in unserem Unterricht feststellen. Teilweise traten auch problematische Stellen in der Arbeitsphase auf. Beispielsweise entwickelten die Kinder zwar viele geschickte Strategien, um möglichst viele Zahlen zu erzeugen. Jedoch wurde durch die Aufgabe nicht immer automatisch der Blick für interessante Zusammenhänge zwischen den Zahlen gestärkt. So fiel es bspw. manchen Kindern schwer, nachzuvollziehen, warum eine Zahl immer um 9 größer wird, wenn man ein Plättchen aus der Einerspalte in die Zehnerspalte verschiebt. Andere Kinder fokussierten hingegen nur auf die Menge erzeugter Zahlen und nicht auf ihre gewählte Strategie. Um diesen Problemen entgegen zu wirken, erwies sich das Gespräch über die Ergebnisse und Strategien als sehr wichtig.

Ein weiterer Punkt, der uns später in der Phase des Austausches über die verschiedenen Strategien der Kinder aufgefallen ist, war die Tatsache, dass es sehr vielen Kindern noch schwer fiel, ihre Entdeckungen bzw. ihre Strategien so zu verbalisieren, dass andere Kinder diese nachvollziehen konnten. Darüber hinaus dokumentierten nur wenige Kinder ihr Vorgehen auch schriftlich, wie es z.B. bei **Charlotte** der Fall war. In den wenigen Fällen der Verschriftlichung bedienten sich die Kinder darüber hinaus auch häufig, aber nicht immer, an den Mathewörtern aus dem Wortspeicher. Hieraus konnten wir die Konsequenz ziehen, dass eine schrittweise und kontinuierliche Anbahnung dieser Kompetenzen in unserem Mathematikunterricht angeregt werden muss.



Charlottes Beschreibung ihrer Strategie

Für zukünftige Unterrichtsexperimente möchten wir die von uns beobachteten Chancen und Schwierigkeiten weiter in den Blick nehmen, um eine gute individuelle Förderung der Kinder weiterhin umsetzen zu können. Zugleich möchten wir betonen, dass uns die hier beschriebenen Unterrichtsversuche weiter ermutigt haben, Ideen für den Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht zu entwickeln.

Man braucht kein Glück!

Entwicklung einer Unterrichtsreihe zum Thema Wahrscheinlichkeiten und dem Wahrscheinlichkeitsbegriff

SGS „Geschwister Scholl“ Sonneberg

1. INFORMATIONEN ZUR SCHULE

Die Grundschule „Geschwister Scholl“ Sonneberg wird von ca. 180 Schülern besucht und zeichnet sich durch ein städtisch geprägtes Einzugsgebiet aus. In der Schuleingangsphase wird derzeit in fünf jahrgangsgemischten Stammgruppen, in der Klassenstufe 3 und 4 in jeweils zwei jahrgangsgebundenen Klassen unterrichtet. Somit ist die Schule zweieinhalbzügig.

Angestoßen durch die Anregungen des SINUS-Projektes fokussiert sich die Arbeit an unserer Grundschule seit mehreren Jahren insbesondere auf die Heterogenität im Mathematikunterricht. Die gesammelten Erfahrungen im SINUS-Projekt unterstützen uns Lehrerinnen und Lehrer dabei, die zunehmend heterogener werdenden Lerngruppen zielführend unterrichten zu können. In diesem Rahmen lernten wir auch die kollegiale Zusammenarbeit in Form von „Professionellen Lerngemeinschaften" (PLG) kennen. Durch die Arbeit in einer PLG soll die Unterrichtsplanung und –reflexion innerhalb des Kollegiums besser auf die Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler sowie der Lehrkräfte abgestimmt werden. Da am Anfang des Schuljahres ein zusätzlicher Differenzierungsraum im Schulgebäude fertiggestellt wurde, entstand die Idee der Einrichtung einer Forscherecke zum Umgang mit Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten in diesem Raum. Dieser Bereich bekommt im Mathematikunterricht an unserer Schule generell zu wenig Beachtung, da sich viele Kolleginnen und Kollegen unsicher fühlen und er auch im Schulbuch meist eher randständig behandelt wird. Exemplarisch wird im vorliegenden Beitrag das Engagement einer PLG dargelegt.

2. ARBEIT DER PLG AN DER GRUNDSCHULE „GESCHWISTER SCHOLL" SONNEBERG

Ausgangslage und Themenfindung

Aufgrund des besonderen Interesses der teilnehmenden Lehrpersonen hat sich eine Professionelle Lerngemeinschaft (PLG) im vorliegenden Projekt mit Möglichkeiten zum Umgang mit Heterogenität im Mathematikunterricht befasst.

Das **Kernziel** der Arbeit in der PLG war es dabei, den Bedürfnissen einer immer heterogener werdenden Schülerschaft durch gemeinsames Planen, Durchführen und Reflektieren des Mathematikunterrichts entgegenkommen zu können. Zudem ist es ein Anliegen der PLG, allen Kolleginnen und Kollegen ein Zugreifen auf Material für das Themengebiet „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten" zu ermöglichen und diesen Bereich auf diese Weise besser in den Mathematikunterricht zu integrieren. Als geeigneten mathematikdidaktischen Themenschwerpunkt hat die PLG das Thema „Wahrscheinlichkeit" festgelegt. Durch den spielerisch-experimentellen Zugang scheint uns dieser Themenbereich der Mathematik gerade für heterogene Lerngruppen besonders geeignet zu sein. Leistungsschwächere Schüler haben die Möglichkeit länger bei den Experimenten zu verweilen, während leistungsstärkere Schüler bereits nach Begründungen und Vorhersagen für weitere Versuche forschen können, jedoch arbeiten alle Kinder stets am selben Gegenstand. Es besteht auf Seiten aller Schülerinnen und Schüler ein hohes Maß an Motivation, sich mit diesem Thema zu beschäftigen.

Die von der PLG gesetzten **Feinziele** sahen vor, dass Schülerinnen und Schüler des 3. und 4. Schuljahres dazu befähigt werden

- Zufallsexperimente durchzuführen und die Ergebnisse/Ereignisse zu dokumentieren (z.B. anhand einer Strichliste oder Tabelle),
- Vermutungen über den Ausgang von Spielen/ Zufallsexperimenten anzustellen, darüber zu diskutieren und zu argumentieren,
- ihre Vermutungen durch Experimente zu überprüfen,
- dabei verschiedene Lösungswege zu entdecken und zu erproben,
- gefundene Ergebnisse in sinnvollen Zusammenhängen zu ordnen und zu notieren sowie
- Ergebnisse zu begründen.

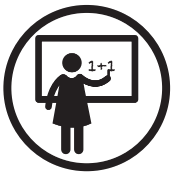
Organisation der Arbeit in der PLG

Um die genannten Ziele – sowohl auf Schülerebene als auch im Hinblick auf die Arbeit in der PLG – erreichen zu können, wurde das Projekt zunächst in einer Teamsitzung der Klassenstufen 3 und 4 vorgestellt.

Sichten und Entwickeln geeigneter Materialien

Außerdem wurden alle anderen Kolleginnen und Kollegen in der Dienstberatung aller Klassenstufen informiert. Die Arbeit wurde anschließend in einem Arbeitskreis, der PLG, bestehend aus vier Lehrpersonen (Klassenlehrerinnen der 3. und 4. Jahrgangsstufen) entwickelt, erprobt und reflektiert. Die PLG setzte sich somit aus den beiden Jahrgangsteams der Klassenstufen 3 und 4 zusammen, diese beschäftigten sich schon vor dem hier beschriebenen Pro-

jekt mit der Planung des regulären Unterrichts und der Gestaltung von Lernerfolgskontrollen. Die Kolleginnen trafen sich in der Regel alle zwei Wochen, an einem festen Wochentag sowie zu einer festen Uhrzeit.
Zunächst beschäftigte sich die PLG mit der Sichtung des in der Schule und bei den einzelnen Lehrkräften vorhandenen Materials. Daraus entstand im weiteren Verlauf die Idee, eine komplette Unterrichtseinheit zum Thema „Wahrscheinlichkeit“ zu erstellen, die allerdings nicht zwingend komplett durchlaufen werden muss. Für die geplante Unterrichtseinheit wurden sowohl an der Schule vorhandene Materialien als auch von den einzelnen Lehrkräften selbst erstellte Arbeitsmittel verwendet. Das Material wurde für alle Lehrkräfte im Differenzierungsraum bereitgestellt, so dass jederzeit darauf zugegriffen werden konnte. Im weiteren Verlauf reflektierte die PLG gemeinsam über die Handhabbarkeit und Nutzung der Materialien durch Kinder und andere Lehrkräfte. So konnten gemeinsam Veränderungen und Weiterentwicklungen vorgenommen werden. Auf diese Weise werden auch langfristig gesehen weitere Kolleginnen und Kollegen von der Arbeit der PLG profitieren können.

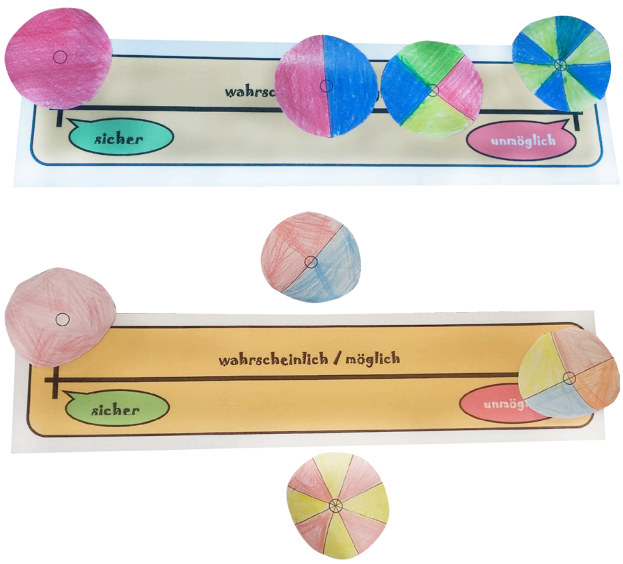


3. BESCHREIBUNG EINES KONKRETEN UNTERRICHTSBEISPIELS – „WAHRSCHEINLICHKEITEN – MAN BRAUCHT KEIN GLÜCK“

Das Thema „Wahrscheinlichkeit“ empfinden viele Lehrkräfte als schwierig. Deshalb scheint es an unserer Schule unbeliebt und wird bei Zeit- und Stoffdruck gekürzt bzw. weniger intensiv behandelt. Unsicherheiten bei der Umsetzung bzw. Durchführung sind alltäglich. Daher haben wir uns in der PLG gerade für dieses Thema entschieden, um geeignetes Material und Ideen für den Unterricht zu finden, für die Schule aufzubereiten und die Verwendung in allen Klassenstufen zu ermöglichen. Die Lehrerinnen und Lehrer der Klassen 3 und 4 sollten sich aus der entwickelten Unterrichtseinheit geeignete Schwerpunkte wählen und in ihren Klassen erproben.
Die Einführung der Begriffe zum Thema „Wahrscheinlichkeit“ wurde mit einem **BINGO-Spiel** verknüpft. Hierbei sollten die Schülerinnen und Schüler ihre Vermutungen zum Eintreten möglicher Ereignisse (unmöglich, möglich/wahrscheinlich, sicher) an einer konkreten Handlung überprüfen.

Einschätzungen von Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsstreifens

Ein Wortspeicher, der im Laufe der Unterrichtsreihe immer weiterentwickelt wurde, half dabei, zunehmend fachspezifischer über Wahrscheinlichkeiten zu reden, Vermutungen anzustellen und diese zu diskutieren. Im Verlauf der kompletten Einheit konnten die Lehrkräfte auf das BINGO-Spiel verweisen und so eine positive Assoziation bewahren. Auch der **Wahrscheinlichkeitsstreifen** kam hier bereits zum Einsatz und die Schülerinnen und Schüler sammelten erste Erfahrungen sowie begründeten und diskutierten ihre Einschätzungen.
Im weiteren Verlauf experimentierten die Schülerinnen und Schüler mit Zahlenkarten, zogen unterschiedlich farbige Bonbons mit verbundenen Augen und führten Würfelexperimente durch. Besonders attraktiv für die Kinder war die Arbeit mit dem Glücksrad. Ein großes Glücksrad konnte mit verschiedenen Scheiben ausgestattet werden. Es bestand eine hohe Motivation für die Kinder, die Aufgaben, die mit dem Glücksrad verbunden waren, zu bearbeiten. Eigene Glücksräder wurden erstellt und am Wahrscheinlichkeitsstreifen zugeordnet.



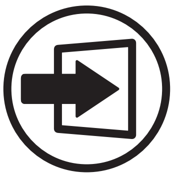
Glücksräder am Wahrscheinlichkeitsstreifen

Für die Unterrichtreihe erhielt jedes Kind ein eigenes Forscherheft mit dem Titel „Wahrscheinlichkeiten – Man braucht kein Glück“, um alle Ergebnisse auf

dem jeweiligen individuellen Niveau festzuhalten. So konnte gemeinsam experimentiert, geforscht sowie diskutiert werden aber gleichzeitig je nach individuellem Vermögen gearbeitet werden.
Einige Stationen der Unterrichtseinheit wurden am Schulfest (Knobel- und Experimentierfest) erneut aufgegriffen und bildeten so für dieses Schuljahr einen runden Abschluss.

Die Inhalte der Unterrichtseinheit zum Thema Wahrscheinlichkeiten im Überblick:

- Ziffernkarten ziehen – Zufallsexperimente mit Ziffernkarten, wobei jede Ziffer von 0-9 einmal vorkommt (ohne Zurückgelegt)
- Bonbons ziehen – mit geschlossenen Augen aus einer Tüte verschiedene Sorten von Bonbons ziehen (ohne Zurücklegen)
- Würfelexperimente – Welche Zahl wird häufiger gewürfelt (mit Zurücklegen)
- Würfelkombinationen - Welche Summen aus 2/3/4 Würfel werden häufiger gewürfelt? (mit Zurücklegen, kombinatorischer Aspekt)
- Glücksräder – Experimente mit verschiedenen Glücksrädern und Erstellen eigener Glücksräder mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten



4. REFLEXION UND AUSBLICK

Der kollegiale Austausch war sehr hilfreich in Bezug auf die Planung. Die Lehrerinnen und Lehrer der Klassen 3 und 4 brachten verschiedene Ideen ein. Es entstanden viele differenzierte Materialien zur weiteren Verwendung in heterogenen Lerngruppen. Durch die gemeinsame Planung, Durchführung und Reflexion fühlten sich die Lehrkräfte sicherer das Thema „Wahrscheinlichkeit“ im Unterricht zu thematisieren. Es hat zudem die Kolleginnen und Kollegen ermutigt, weitere Projektarbeiten in Angriff zu nehmen bzw. Unterrichtseinheiten gemeinsam zu planen und zu reflektieren.
Auf Seiten der Schülerinnen und Schüler bestand während der gesamten Einheit eine hohe Motivation am Thema „Wahrscheinlichkeit“ zu arbeiten. Sie führten alle Zufallsexperimente mit Begeisterung durch, stellten Vermutungen an und überprüften diese. Es wurden heterogene Zugangsweisen und Arbeiten auf verschiedenen individuellen Niveaus beobachtet. So wurde das Denken in Zusammenhängen geschult und auch die fachsprachlichen Fähigkeiten der Kinder weiter entwickelt.

LITERATUR

- Behring, K. (2015). Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeit – Kompetenzorientierte Aufgaben und Tests zur Stochastik. Hamburg: Persen Verlag GmbH.
- Bettner, M. & Dinges, E. (2014). Mathe an Stationen Spezial: Stochastik – Rechnen mit Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit Klassen 3 und 4. Donauwörth: Auer Verlag.
- Elsner, A. et al. (2012). Denken und Rechnen 3 - Kopiervorlagen. Braunschweig: Westermann.
- Härin G. & Ruwisch S. (2012). Die Wahrscheinlichkeitsbox Grundschule - Zufallsversuche durchführen und auswerten Gewinnchancen einschätzen. Seelze: Friedrich Verlag GmbH.
- Gellert, A. & Hereth, A. (2015). Man braucht kein Glück – Cool, was?. IN: Grundschul Magazin 6/2015. Deisenhofen: Oldenburg Schulbuchverlage GmbH.
- Grundschul Magazin -Team (2009). Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten. Grundschul Magazin 2/2009. Deisenhofen: Oldenburg Schulbuchverlage GmbH.
- Neubert, Bernd (Hg.) (2008). Daten - Zufall und Wahrscheinlichkeit - Kombinatorik. Grundschulunterricht Mathematik 02/2008. Berlin: Oldenbourg.
- Westermann-Team. (2011). Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeits-Box 1-4. Braunschweig: Westermann.

Erste Ergebnisse zur Befragung zum UHeMag-Projekt

Seit Anfang 2015 fanden regelmäßige Befragungen des UHeMag-Projekts im Kontext des Projekts PIKAS „Prozessbezogene und Inhaltsbezogene Kompetenzen mit Anregung fachbezogener Schulentwicklung“ statt. Die Evaluation des Fortbildungsprogramms ist an den vier Ebenen *Reaktion, Lernerfolg, Verhalten* sowie *Auswirkung* ausgerichtet (Kirckpatrick & Kirckpatrick, 2006). Neben 30 befragten Lehrpersonen in Thüringen, wurden auch 75 Lehrkräfte in NRW befragt. Thüringen macht dabei einen Anteil von 28 Prozent aus. Die Erhebung verfolgte dabei einen subjektiven Messzugang, über die subjektive Einschätzung zum Wissen der Teilnehmenden selbst. Dabei wurde davon ausgegangen, dass sie in der Lage sind, über ihr Wissen zu reflektieren, so wie es nachweislich überwiegend bei Teilnehmenden von Evaluationsstudien, die im beruflichen Kontext stattfinden, der Fall ist (Clasen, 2009, p. 15). Dazu gab es drei Erhebungen, zu denen jeweils ein unterschiedlicher Fragebogen eingesetzt wurde. Für jeden Fragebogen wurde ein persönlicher Identifikationscode generiert, so dass sich die Fragebögen zusammenfügen und Befragungsprofile bilden ließen. Ein Befragungsprofil bestand aus drei vollständigen Befragungen, die einem Identifikationscode zugeordnet werden konnten. Somit war die Teilnahme an der Evaluation dann erfolgreich, wenn eine Lehrperson an allen drei Befragungen teilnahm. Nur dann werden die erhobenen Daten als gültig bewertet und in der Auswertung berücksichtigt.

Um den Erfolg von Lehrerfortbildungen zu beurteilen, werden häufig Daten zu Reaktionen der Lehrpersonen, ihre Akzeptanz und Zufriedenheit mit der Maßnahme herangezogen (Lipowsky, 2010a, p. 4), denn grundsätzlich begünstigt die Erfüllung solcher Erwartungen den Fortbildungserfolg, da Lehrpersonen dadurch eher bereit sind, mit Ausdauer und Engagement teilzunehmen, wenn die Teilnahme an einer Fortbildung eine Erleichterung für berufliche Herausforderungen darstellt (Lipowsky, 2010b, p. 41; 2014, p. 399). Allerdings bilden diese Faktoren noch keine hinreichende Aussagekraft für erfolgreiches Lernen im Fortbildungskontext (Lipowsky, 2010b, p. 42). Es lässt sich also nicht automatisch aufgrund der Akzeptanz und Zufriedenheit der Teilnehmenden mit der Fortbildungsmaßnahme, von einem höheren Lernerfolg der Lehrpersonen ausgehen (Lipowsky, 2010a, p. 4). Deswegen wurde neben der Teilnehmerzufriedenheit, auch die Einschätzung des eigenen Lernerfolgs, die Beurteilung des eigenen Transferprozesses in die Praxis sowie Kooperationsaktivitäten vor und nach der Fortbildung erhoben.

Die Stichrobe

Im Rahmen der Begleitevaluation des UHeMag-Projekts in Thüringen wurden insgesamt 30 Befragungsprofile als gültig bewertet und in der Auswertung berücksichtigt. Zusammen mit denen in NRW, konnten bisher 105 gültige Befragungen erhoben werden. Dabei macht Thüringen einen Anteil von 28 Prozent aus. Die meisten befragten Lehrpersonen aus Thüringen sind zwischen 30 und 59 Jahren, wobei die Alterspanne 40 bis 49, 50 Prozent der Befragten ausmacht. 56 Prozent der Befragten (n=17) arbeiten länger als 5 Jahre im Schuldienst, 40 Prozent (n=12) ein bis fünf Jahre und lediglich eine Person ist gerade erst neu in den Schuldienst eingetreten.

Fortbildungszufriedenheit

Wie zufrieden die Teilnehmenden mit der Lehrerfortbildung waren, wurde zum einen in Bezug auf die gesamte Maßnahme und in Bezug auf die Arbeitskreise erfragt. Insgesamt gaben die Teilnehmenden (n=105) eine hohe Zufriedenheit mit der Fortbildung an (M=3,07 bis M=3,43 [vierstufige Skala: 4=trifft zu – 1=trifft nicht zu]). Am Besten hat ihnen gefallen, dass sie im Rahmen der gesamten Veranstaltung, zur aktiven Mitarbeit motiviert wurden. Dabei gab es keinen signifikanten Unterschied zwischen den Angaben der Teilnehmenden aus Thüringen und denen aus NRW.

Die Bewertung der Arbeitskreise

Um die Zufriedenheit mit den Arbeitskreisen zu bewerten, sollten die Teilnehmenden den Umsetzungserfolg der Veranstaltung einschätzen. Dabei lagen die Ergebnisse aus Thüringen alle im mittleren bis hohen Bereich (M=3,13 bis M=3,53 [vierstufige Skala: 4=trifft zu – 1=trifft nicht zu]). Als besonders positiv (>M=3,50) wurde wahrgenommen, dass im Rahmen der Veranstaltungen Bezüge zwischen Theorie und Praxis hergestellt wurden (M=3,53/ SD=.57) und sich die bearbeiteten Inhalte sinnvoll aufeinander bezogen (M=3,53/ SD=.57). Außerdem gaben die Teilnehmenden an, dass sie sich zutrauten, die behandelten Inhalte auch in ihrem eigenen Unterricht umzusetzen (M=3,53/ SD=.63).

Einschätzung des Lernerfolgs

Auch ihren Lernerfolg schätzten die Teilnehmenden aus Thüringen überwiegend positiv ein [vierstufige Skala: 4=trifft zu – 1=trifft nicht zu]. So sind die Mittelwerte zwischen M=2,83 und M=3,23 zu verorten. Die Teilnehmenden hatten beispielsweise das Gefühl, dass sie in der Fortbildung etwas Sinnvolles und Wichtiges gelernt haben (M= 3,23 SD=.57) und sie dazu angeregt wurden, die Lern- (M= 3,20 SD=.61) und Verstehensprozesse (M= 3,14 SD=.64) der Schülerinnen und Schüler zu verstehen.

Einschätzung des Transfererfolgs

Ergebnisse aus der Wissenschaft zeigen, dass es einen positiven Einfluss auf die Fortbildungsmotivation nimmt, wenn die Teilnehmenden selbst erleben, dass sie ihr unterrichtliches Handeln verändern können (Lipowsky, 2013, p. 3). Aus diesem Grund wurden die Teilnehmenden aus Thüringen zu ihrem Lerntransfererfolg befragt. Die Fragen bezogen sich dabei zum einen darauf inwieweit sie motiviert sind, die gelernten Inhalte auch in ihrem eigenen Unterricht zu erproben, wie zum Beispiel ob die Fortbildung sie dazu angeregt hat, ihre Produktivität zu erhöhen, oder ob sie sich nach den Arbeitskreisen darauf gefreut haben, das Erlernte im Unterricht zu erproben. Zum anderen wurde aber auch nach den Transfervoraussetzung der Arbeitskreise gefragt, wie zum Beispiel, ob die im Arbeitskreis verwendeten Beispiele dabei unterstützten, wie sie das Gelernte im Unterricht umsetzen können. Die Ergebnisse zeigen, dass die Teilnehmenden grundsätzlich sehr motiviert waren, die Fortbildungsinhalte in ihren beruflichen Alltag zu integrieren (M=2,61 und M= 3,24 [vierstufige Skala: 4=trifft zu – 1=trifft nicht zu]). Positiv waren auch die Werte, bei den Fragen ausgeprägt, ob sie motiviert sind, das was sie neu gelernt haben, bei der Arbeit anzuwenden (M=3,24 SD=.73). Der Wert, ob sie es kaum erwarten konnten, nach den Arbeitskreisen wieder zur Arbeit zu gehen und das Erlernte auszuprobieren lag hingegen bei M=2,93/SD=.69. Auch die Ergebnisse zu den Fragen nach den Transfervoraussetzungen der Arbeitskreise sind erfreulich (M=3,13 bis M=3,30 [vierstufige Skala: 4=trifft zu – 1=trifft nicht zu]). So gaben die Teilnehmenden beispielsweise an, dass die Beispiele, welche die Moderatorinnen und Moderatoren verwendeten, sie dabei unterstützten, ihr Gelerntes bei der Arbeit anzuwenden (M=3,30 SD=.65), oder dass die Art und Weise, wie die Fortbildungsinhalte vermittelt wurden, ihnen Vertrauen gegeben haben, das Gelernte umzusetzen (M=3,43 SD=.50).

Signifikante Zusammenhänge mit der Einschätzung des Lernerfolgs

Zur Überprüfung, inwieweit die Konzeption der Fortbildungsmaßnahme einen Einfluss auf die Einschätzung des Lernerfolgs der Teilnehmenden hat, wurde untersucht, ob diese in einem signifikanten Zusammenhang mit weiteren Faktoren steht. Dabei weisen die Daten Zusammenhänge zwischen verschiedenen Dimensionen des Fortbildungs- und Lern- bzw. Lerntransfererfolgs auf. Dabei stützt sich die Überlegung dieses Vorgehens an wissenschaftlich nachweislichen Befunden, dass zwischen der Einschätzung der Nützlichkeit und Relevanz einer Fortbildung einerseits und zwischen der Einschätzung des Lernerfolgs andererseits, ein Zusammenhang besteht (Lipowsky, 2010b, p. 42). Auch die Ergebnisse dieser Befragung können dies bestätigen, so zeigen die Ergebnisse, dass die Einschätzung des Lernerfolgs auch mit anderen Einschätzungen korreliert.

- der Fortbildungszufriedenheit allgemein (r=.581),
- Erfüllung der Wünsche/Erwartungen an die Fortbildung (r=569),
- der Lerntransfermotivation (r=.481) und
- der Transfervoraussetzung (r=.412)

Die Ergebnisse zeigen, dass je positiver die Angaben der Teilnehmenden, desto höher die Einschätzung des eigenen Lernerfolgs ist. So weisen Fortbildungszufriedenheit und die Erfüllung der Wünsche und Erwartungen an die Fortbildung einen hohen Zusammenhang auf (r>.500), während Lerntransfermotivation und Transfervoraussetzung einen mittleren bis hohen Zusammenhang aufweisen (r=>.300).

Kooperationsaktivität vor und nach der Fortbildung

Die Zusammenarbeit zwischen Lehrpersonen, gilt schon lange als Erfolgsindikator für Schul- und Unterrichtsentwicklung (Bonsen & Frey, 2014; Bonsen & Hübner, 2012; Fußangel & Gräsel, 2012). Aus diesem Grund, sollte Fortbildung Teilnehmende auch dazu anregen, systematisch zusammenzuarbeiten. Die Teilnehmenden wurden daher befragt, ob sie seit der Teilnahme an der Fortbildung, häufiger Formen der Zusammenarbeit wahrnehmen, als vorher. Zunächst weisen die Ergebnisse aus Thüringen dabei einen mittelmäßigen bis hohen Wert auf (M=2,70/SD=.952 [vierstufige Skala: 4=trifft zu – 1=trifft nicht zu]). Vor dem Hintergrund der Bedeutsamkeit der Zusammenarbeit, bedarf dieses Ergebnis, jedoch einer genaueren Betrachtung. So zeigt eine Analyse der einzelnen Daten, dass 19 Personen (64%) der Teilnehmenden angaben, öfter an Formen der Kooperation teilzunehmen als vorher und 11 Personen (36%), dass sich in der Häufigkeit der Zusammenarbeit durch die Fortbildung nicht viel bis nichts verändert hat. Zieht man Daten, die vor der Fortbildung erhoben wurden hinzu, so zeigt sich, dass diejenigen, die angaben, dass sich nicht viel bis nichts an ihrer Kooperation mit anderen Lehrpersonen geändert hat, schon vor der Fortbildung aktiv in Formen der Zusammenarbeit eingebunden waren (M=3,64/SD=.79 und M=4,5/SD=.79 [sechsstufige Skala: 1=Nie; 2=ein Mal im Jahr; 3=mehrere Male pro Jahr; 4=jeden Monat, 5=jede Woche, 6=jeden Tag). Dementsprechend lässt das Ergebnis zur Kooperationsaktivität nach der Fortbildung eine neue Interpretation zu, nämlich, dass die Fortbildung dazu beigetragen hat, dass Lehrkräfte, die zuvor weniger in Formen von Kooperation eingebunden waren, nach der Fortbildung mehr mit anderen Lehrpersonen zusammenarbeiten. Hingegen hat sich bei den Lehrkräften, die schon vorher eine hohe Kooperationsaktivität aufwiesen, höchstens eine leichte Veränderung ergeben, die in diesem Fall jedoch nicht als negativ zu bewerten ist.

Motivation zur Arbeit in Professionellen Lerngemeinschaften nach der Fortbildung

Die Zusammenarbeit zwischen den Lehrkräften, sollte zusätzlich durch die Bildung von Arbeitskreisen gestärkt werden. Diese sollten dazu dienen, innerhalb der Fortbildung und stellvertretend für professionelle Lerngemeinschaften außerhalb von Fortbildung zusammenarbeiten. Das Ziel war, die Lehrkräfte dafür zu sensibilisieren und zu trainieren, wie sie effektiv voneinander profitieren können, wenn sie auch nach der Fortbildung in professionellen Lerngemeinschaften zusammenzuarbeiten. Dazu wurden unterschiedliche Materialien zur Verfügung gestellt, die sie bei der Bildung sowie systematischen Zusammenarbeit dieser Kooperationsform, unterstützen sollen. Um den Fortbildungserfolg zu beurteilen, wurde daher auch danach gefragt, ob die Teilnehmenden sich vorstellen können, auch zukünftig, über die Fortbildung hinaus, in Professionellen Lerngemeinschaften mit anderen Kolleginnen und Kollegen zu kooperieren (M=3,57/SD=.568 [vierstufige Skala: 4=trifft zu – 1=trifft nicht zu]). Fast alle Lehrpersonen gaben an, dass sie diese Art der Zusammenarbeit auch zukünftig für ihren beruflichen Alltag nutzen möchten.

Fazit

Die ersten Ergebnisse zur Evaluation der Fortbildungsmaßnahme zeigen im Hinblick auf die Konzeption der Fortbildung Wirkung. Sie zeigen, dass die wissenschaftliche und praxisorientierte Basis der Fortbildung dazu geführt hat, dass die Teilnehmenden die Fortbildung nicht nur grundsätzlich als positiv wahrgenommen haben, sondern auch, dass die Fortbildung bei ihnen zu einem Lernerfolg geführt und sie zur Zusammenarbeit angeregt hat.

Martin Bonsen, Sonja K. Ulm

LITERATUR

- Bonsen, M., & Frey, K. A. (2014). Lehrerkooperation als Grundlage für Lehrerprofessionalisierung. In R. Arnold & T. Prescher (Eds.), Schulentwicklung systemisch Gestalten. Wege zu einem lebensdigen und nachhaltigen Lernen in Schule und Unterricht (pp. 165-181). Köln: Carl Link.
- Bonsen, M., & Hübner, C. (2012). Unterrichtsentwicklung in professionellen Lerngemeinschaften. In K.-O. Bauer & N. Logemann (Eds.), Effektive Bildung. Zur Wirksamkeit und Effizienz pädagogischer Prozesse (pp. 55-76). Münster: Waxmann.
- Clasen, H. (2009). Die Messung von Lernerfolg: Eine grundsätzliche Aufgabe der Evaluation von Lehr- bzw. Trainingsinterventionen (Dissertation). Retrieved 09.08.2016 http://d-nb.info/1008623563/34
- Fußangel, K., & Gräsel, C. (2012). Lehrerkooperation aus der Sicht der Bildungsforschung. In B. Elisabeth, T.-S. Idel, & H. Ullrich (Eds.), Kollegialität und Kooperation in der Schule. Theoretische Konzepte und empirische Befunde (pp. 29-40). Wiesbaden: Springer.
- Kirckpatrick, D. L., & Kirckpatrick, J. D. (2006). Evaluating Training Programs. The Four Levels (Third edition ed.). San Francisco: Barett-Koehler.
- Lipowsky, F. (2010a). Die Wirksamkeit von Lehrer/innenfortbildung. Berufliches Lernen von Lehrerinnen/Lehrern im Rahmen von Weiterbildungsangeboten. news&science. Begabtenförderung und Begabungsforschung, 25(2), 4-8.
- Lipowsky, F. (2010b). Lernen im Beruf – Empirische Befunde zur Wirksamkeit von Lehrerfortbildung. In F. Müller, A. Eichenberger, M. Lüders, & J. Mayr (Eds.), Lehrerinnen und Lehrer lernen - Konzepte und Befunde zur Lehrerfortbildung (pp. 51–70). Münster: Waxmann.
- Lipowsky, F. (2013). Lehrerfortbildung neu und weiter denken. Vortrag auf der AFB-Expertentagung zum Thema: „Die Reform der Lehrerbildung in Hessen aus der Sicht der Wissenschaft“. Retrieved 18.07.2016
- Lipowsky, F. (2014). Theoretische Perspektiven und empirische Befunde zur Wirksamkeit von Lehrerfort- und Weiterbildung. In E. Terhart, H. Bennewitz, & M. Rothland (Eds.), Handbuch der Forschung zum Lehrerberuf (pp. 511–541). Münster: Waxmann.

Das Partnerprojekt 'Mathe inklusiv mit PIKAS'

Inklusiver Mathematikunterricht im Fokus

Seit Anfang Mai 2015 wird PIKAS auf das Gemeinsame Lernen von Kindern mit und ohne Behinderung ausgeweitet. Auf der PIKAS-Webseite (*http://pikas.dzlm.de/pik*) gelangt man über einen neuen Baum, inmitten der PIKAS-Häuser, zur aktuell entstehenden Webseite des Partnerprojektes „Mathe inklusiv mit PIKAS“.

Die primäre **Zielsetzung** von ‚Mathe inklusiv' besteht darin, Lehrkräften der Primarstufe bei der Planung, Durchführung und Reflexion inklusiven Mathematikunterrichts zu unterstützen. Zu diesem Zweck wurden gleichermaßen mathematikdidaktisch wie auch sonderpädagogisch fundierte Konzeptionen entworfen, Unterrichtsmaterialien entwickelt und Informationstexte verfasst. Die Unterrichtsmaterialien können zwar direkt im Unterricht verwendet werden, aber sie haben vor allem exemplarischen Charakter: Durch die beispielhaften Konkretisierungen soll eine Sensibilisierung für die Grundzüge guten inklusiven Mathematikunterrichts erreicht und ein Einblick in die verschiedenen Unterstützungsbedarfe gegeben werden.

Das erwartet Sie auf der Homepage von „Mathe Inklusiv“:

Die Website ist unterteilt in vier Rubriken, die für die Gestaltung eines inklusiven Mathematikunterrichts relevant sind und im Folgenden kurz umschrieben werden.

In der Rubrik **„Leitideen“** werden inhaltsübergreifende Aspekte des Mathematikunterrichts betrachtet, anhand von Kinderdokumenten näher erläutert, und es wird explizit auf ihren Nutzen im Zusammenhang mit inklusiven Lerngruppen eingegangen. Die gewählten Beispiele sind exemplarisch und können auf unterschiedliche Inhalte übertragen werden.

In der Rubrik **„Inhalte“** werden Themen und Unterrichtsideen für den Einsatz im inklusiven Mathematikunterricht aufbereitet. Dazu werden neben einer ausführlichen Sachanalyse zentraler Inhaltsbereiche Adaptionen grundlegender Aufgabenstellungen (Basisaufgaben) erkundet und mögliche, individuelle Unterstützungsmaßnahmen für Kinder mit besonderem Unterstützungsbedarf vorgestellt. Zusätzlich wird anhand von einzelnen Unterrichtssequenzen aufgezeigt, wie gemeinsame Lernsituationen gestaltet und mit einer gemeinsamen Aufgabenstellung verschiedene Lernziele erreicht werden können.

In der Rubrik **„Förderschwerpunkte“** erhalten Sie eine Definition aller Förderschwerpunkte sowie ihrer charakteristischen Merkmale und wichtiger Bedingungsfaktoren. Sie finden Hinweise zur Diagnostik und Anregungen für mögliche Lernumgebungen sowie eine Darstellung einiger wichtiger Schulgesetze und Verordnungen (AO-SF).

In der Rubrik **„Schuleinblicke“** werden Schulen vorgestellt, die sich bereits auf den Weg gemacht haben, guten inklusiven Mathematikunterricht zu entwickeln und umzusetzen. Zudem werden Ihnen hier Experteninterviews angeboten, in denen verschiedene Fragestellungen bzgl. der Entwicklung eines inklusiven Mathematikunterrichts erörtert werden.

Mehr dazu finden Sie auf:
http://pikas-mi.dzlm.de

Das Partnerprojekt ‚KIRA'

Weiterentwicklung der Grundschullehrerausbildung

KIRA (**Ki**nder **r**echnen **a**nders) ist ein Projekt zur Weiterentwicklung der Grundschullehrerausbildung. Damit Lehrerinnen und Lehrer Kinder im Unterricht individuell fördern können, müssen sie verstehen, wie Kinder mathematisch denken. Kinder denken nämlich

- anders als Erwachsene,
- anders, als Erwachsene es vermuten,
- anders, als Erwachsene es möchten,
- anders als sie selbst und
- anders als andere Kinder.

Das Projekt KIRA hat es sich zum zentralen **Ziel** gemacht, Studierende, sowie Personen der Lehreraus- und -fortbildung, darin auszubilden. An der TU Dortmund entwickelt und evaluiert KIRA am Beispiel der Grundschule Materialien, die zur Information, Illustration und eigenen Exploration im Rahmen von mathematikdidaktischen Vorlesungen und Seminaren eingesetzt werden.

Das KIRA-Team geht in Schulen und dokumentiert (z.B. mit Videos und Kinderdokumenten), wie Kinder Mathematik treiben. Diese Materialien kommen in aufbereiteter Form in den Lehrveranstaltungen zum Einsatz. Sie dienen den Studierenden sowie Lehrern

- als Orientierung bei der Durchführung eigener Experimente,
- zur Analyse im Rahmen von Veranstaltungen,
- zur Illustration zentraler didaktischer Themen oder Begriffe.

Auf unserer Website (*http://kira.dzlm.de*) im Bereich **„Material"** finden Studierende sowie Personen der Lehreraus- und -fortbildung mehr als 50 Seiten zu ausgewählten Themen der Grundschulmathematik. Diese enthalten

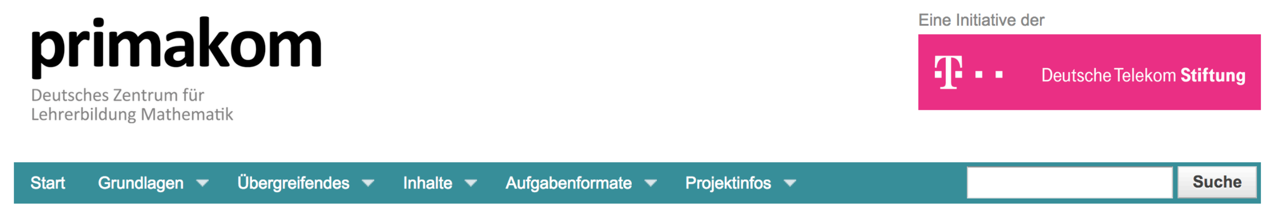
- Hintergrundinformationen
- Videos und/oder Kinderdokumente
- Analysefragen
- beispielhafte Erläuterungen
- Literaturtipps

Die Website bietet auch der interessierten Öffentlichkeit Einblicke in die Arbeit des Projekts. Unter **„Beispiele"** finden Sie

- den KIRA-Film, der anschaulich illustriert, dass Kinder auf unterschiedliche Art und Weise anders rechnen
- eine Seite zur „Bauernhofaufgabe", die zeigt, dass Mathe mehr als Ausrechnen ist
- von uns erstellte Poster zum Bild von Grundschülern über Mathematik, zu den so genannten „Kapitänsaufgaben" und zu den Grundgedanken von KIRA (Download möglich)
- das KIRA-Quiz (hier können Sie überprüfen, ob Sie wissen, wie Kinder rechnen)
- Lesetipps zum Thema „Kinder und Mathematik"

Mehr dazu finden Sie auf:
http://kira.dzlm.de
Einen Flyer finden Sie auf:
http://kira.dzlm.de/kira-flyer-als-pdf
Ein Infoheft finden Sie auf:
http://kira.dzlm.de/infoheft

Einen Flyer zu den fünf Projekten für Fortbildung und Unterrichtsentwicklung des DZLM finden Sie auf:
http://kira.dzlm.de/kirafiles/uploads/doc/Mathematik_unterrichten_in_der_Grundschule_web.pdf



Das Partnerprojekt ‚PriMakom'

Primarstufe Mathematik kompakt (PriMakom)

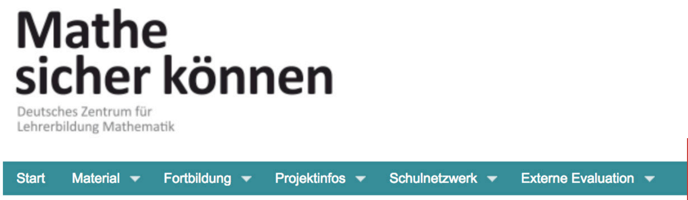
Eine Selbstlernplattform

Auf der Website PriMakom (**Pri**marstufe **Ma**thematik **kom**pakt) wird in unterschiedlichen Selbstlernmodulen der Frage nach gutem Mathematikunterricht und seiner Umsetzung im Schulalltag unterrichtspraktisch nachgegangen.

PriMakom ist ein Projekt des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) und stellt ein Fortbildungsangebot für Mathematiklehrkräfte sowie deren Fortbildende dar. Die Selbstlernplattform soll vor allem für fachfremd Unterrichtende eine Möglichkeit darstellen, sich in zentralen Bereichen des Mathematikunterrichts fortbilden zu können. Das webbasierte Angebot berücksichtigt dabei die Rahmenbedingungen und zeitlichen Ressourcen der Lehrkräfte, da die „Selbstfortbildung" unabhängig von Zeit und Ort online möglich ist.
Das zentrale **Ziel** ist es, für einen zeitgemäßen, guten Mathematikunterricht zu sensibilisieren. Indem konkrete Wege der Umsetzung aufgezeigt werden, sollen mögliche Ängste der Nutzerinnen und Nutzer genommen und Motivation aufgebaut werden. Dabei können vorhandenen fachlichen und fachdidaktischen Grundlagen weiter ausgebaut werden, um den eigenen Mathematikunterrichts weiter zu entwickeln. Dabei ist eine Sensibilisierung auf verschiedenen Ebenen möglich. Zum einen werden Grundlagen zeitgemäßen und guten Mathematikunterrichts konkretisiert (z.B. „Kinder rechnen anders"), zum anderen können inhaltsübergreifende Themen zur Gestaltung von Mathematikunterricht (z.B. „Sprachförderung im Mathematikunterricht") sowie zentrale Inhalte aus den vier Inhaltsbereichen der Bildungsstandards (z.B. „Operationsverständnis") erarbeitet werden. Die Ausführungen folgen dabei einem strukturell einheitlichen Aufbau, der eine gute Orientierung auf der Seite ermöglicht. Ein problemorientierter „Einstieg" in das jeweilige Modul soll dabei die Lehrkraft bei zentralen Fragen „abholen" und durch Selbstbetroffenheit Motivation aufbauen. Im „Hintergrund" wird diesen Fragen theoretisch und unterrichtspraktisch nachgegangen. Im Gliederungspunkt „Unterricht" wird dieser Hintergrund konkretisiert und in Form eines konkreten Unterrichtsbeispiels Anregungen zur Umsetzung gegeben. Dabei werden in den Ausführungen vor allem auch Schülerdokumenten oder Videoszenen einbezogen, die echte Beispiele aus dem Schulalltag repräsentieren, um die grundsätzlichen Ausführungen unterrichtspraktisch aufzubereiten. Ebenso sollen Module zu Eigenaktivitäten anregen, um eine kontinuierliche Selbstreflexion zu ermöglichen. Am Ende eines Moduls werden weitere Anregungen zum Thema in Form von Material und weiterführender Literatur gegeben.

Durch eine kompakte, exemplarische Darstellung zentraler Themen und Inhalte können die Nutzerinnen und Nutzer zur Reflexion über wesentliche Elemente guten Mathematikunterrichts angeregt werden. Dabei können auf eine sehr anschauliche Art und Weise grundlegende Leitideen verinnerlicht werden, die sie selbst umsetzen und einen Transfer auch auf andere Bereiche in ihrem Unterricht ermöglichen sollen. Auf der PriMakom-Website werden dabei nicht nur neue Inhalte und Materialien sondern auch gute bestehende Fortbildungsangebote zielgruppengerecht aufgearbeitet. Aktuell gibt es 14 Unterseiten auf der PriMakom-Website, die online erarbeitet werden können. Die Seite wird beständig ausgebaut und weiterentwickelt.

Mehr dazu finden Sie auf
http://primakom.dzlm.de



Das Partnerprojekt ‚Mathe sicher können‘

Diagnose- und Fördermaterial

Das Projekt „Mathe sicher können“ entwickelt aufeinander abgestimmtes Diagnose- und Fördermaterial für Lernende mit Rechenschwierigkeiten der Klassen 3 bis 7 sowie entsprechende Lehrerhandreichungen und stellt diese bereit.

Die primäre **Zielsetzung** ist es, sich um leistungsschwache Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik zu kümmern. Gemeint sind die 20 Prozent der Jugendlichen, die nach der PISA-Studie am Ende der Regelschulzeit zum Teil nur auf Grundschulniveau rechnen und schwerlich Anforderungen bewältigen können, die über elementare Standardaufgaben hinausgehen.

Das Teilprojekt ‚Sicherung mathematischer Basiskompetenzen’ entwickelt und erprobt Diagnose- und Fördermaterialien für Schülerinnen und Schüler mit Rechenschwierigkeiten und ihren Lehrkräften. Insbesondere wird dabei der Unterricht in nicht-gymnasialen Schulformen der Sekundarstufe I in den Blick genommen, aber auch der Einsatz der Materialien in der Grundschule wird anvisiert, damit es erst gar nicht zu Rechenschwierigkeiten kommt.

Die Materialien, die während der Projektlaufzeit entwickelt wurden und werden, sind:

- Materialien für Schülerinnen und Schüler, die dazu beitragen sollen, Schwierigkeiten und Fehlvorstellungen zu diagnostizieren, ihre Entstehung zu verhindern bzw. zu überwinden.
- Materialien für Lehrerinnen und Lehrer, die exemplarische Unterrichtsmaterialien und adressatengerecht aufbereitete Hintergrundinformationen suchen.
- Materialien für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren, die Fortbildungen zu diesem Thema durchführen.
- Materialien für Eltern und die interessierte Öffentlichkeit, die über die dem Projekt zugrunde liegende Problematik aufklären und Wege zu deren Überwindung aufzeigen.

Die Entwicklung der Materialien richtet sich dabei nach drei konzeptionellen *Leitideen*:

1. *Diagnosegeleitetheit:* Kenntnisse und Vorstellungen der Lernenden werden mittels Standortbestimmungen erhoben, um diese daran anschließend gezielt zu fördern.
2. *Verstehensorientierung:* Nachhaltiges und sinnstiftendes Lernen orientiert sich am Aufbau von Verständnis; dazu gehört der Rückbezug auf motivierende außermathematische Kontexte und vor allem auf strukturelle, innermathematische Vorstellungen und Darstellungen.
3. *Kommunikationsförderung:* Der Aufbau von Verständnis bedarf gerade bei schwächeren Lernenden der Kommunikation untereinander und mit der Lehrperson.

Bereits entwickelt und erprobt wurden Materialien in den zwei zentralen Inhaltsbereichen „Natürliche Zahlen“ und „Brüche, Prozente und Dezimalzahlen“, die als Schlüsselstellen in der längerfristigen Konstruktion mathematischer Kompetenz fungieren und deren Bewältigung damit besonders wichtig ist. In enger Zusammenarbeit mit zehn Dortmunder Projektschulen wurden diese Materialien erprobt und weiterentwickelt. Um diese an möglichst viele Lehrerinnen und Lehrer sowie Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zu verbreiten, werden projektbegleitende Fortbildungsveranstaltungen durchgeführt. Ab dem Schuljahr 2014/2015 wird das Material zudem an mehr als 50 Schulen in NRW, Schleswig-Holstein und Berlin/Brandenburg implementiert. In den kommenden Jahren werden darüber hinaus auch Materialien und Konzepte zum „Sachrechnen“ entwickelt und erprobt.

Mehr dazu finden Sie auf
http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de

PIKAS
Deutsches Zentrum für
Lehrerbildung Mathematik

Freistaat
Thüringen

Ministerium
für Bildung,
Jugend und Sport

Institut für Entwicklung und Erforschung
des Mathematikunterrichts

SINUS - THÜRINGEN
Steigerung der Effizienz des
mathematisch-naturwissenschaftlichen
Unterrichts