Unterrichtsanregungen zur Förderung des Darstellungswechsels

Am Beispiel der Multiplikation

Inhalt

1. Sachanalyse

Im Folgenden geht es um die sachliche Beschäftigung der Unterrichtsgegenstände Darstellungswechsel (im Lehrplan und den Bildungsstandards eine der prozessbezogenen bzw. allgemeinen Kompetenzen) und Multiplikation (inhaltsbezogene Kompetenz).

1.1 Lehrplanbezug

Der Lehrplan NRW beschreibt unter den **inhaltsbezogenen** Kompetenzen zum Schwerpunkt Multiplikation:

„Die Schülerinnen und Schüler

- ordnen Grundsituationen (z.B. dem wiederholten Hinzufügen oder wiederholten Wegnehmen gleicher Anzahlen) Malaufgaben oder Ver- bzw. Aufteilaufgaben zu
- wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen von Operationen (mit Material, bildlich, symbolisch und sprachlich) hin und her“ (S. 61)

Bei den **prozessbezogenen** oder allgemeinen Kompetenzen werden insbesondere Darstellen/Kommunizieren und Modellieren angesprochen. Als Kompetenzerwartung am Ende der Klasse 4 wird von den Schülerinnen und Schüler erwartet, dass sie „eine Darstellung in eine andere übertragen (zwischen Darstellungen wechseln) können“ (S.60). Das Vernetzen verschiedener Darstellungen zählt laut Lehrplan zu den zentralen Leitideen des Mathematikunterrichts (S.55).

Der Lehrplan muss an diesen Stellen allerdings konkretisiert werden. Dazu wird zunächst der Darstellungswechsel genauer betrachtet.

1.2 Darstellungswechsel

Unter den Begriff Darstellungen im Mathematikunterricht fallen Handlungen, Bilder, mathematische Symbole und sprachliche Symbole. Der Schwerpunkt liegt bei diesem Unterrichtsmaterial auf dem Einsatz von und Umgang mit bildlichen Darstellungen.

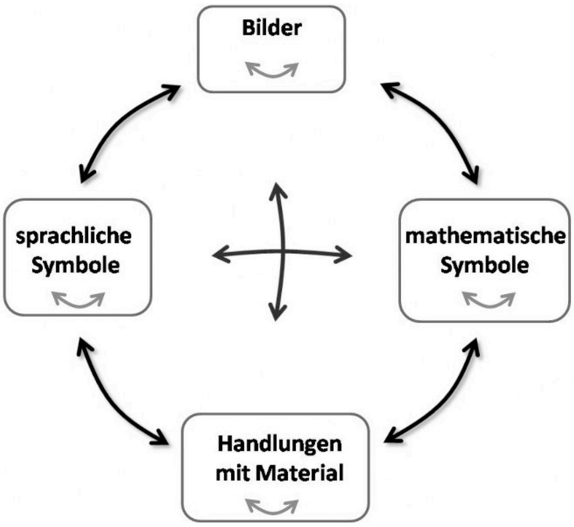


Abbildung 1 Darstellungen (oder Darstellungsformen) im Mathematikunterricht

Darstellungen sind im Mathematikunterricht elementar, da mathematische Begriffe und Strukturen nicht physisch fassbar sind und immer Darstellungen brauchen - $3 \cdot 4$ ist ebenfalls nur eine mathematisch-symbolische Darstellung. Es geht somit immer um den Umgang mit Darstellungen eines mathematischen Objektes und nicht mit dem Objekt selbst. Das mathematische Objekt darf nicht mit der Darstellung verwechselt werden. Dafür müssen Kinder zunächst erkennen, dass es für ein mathematisches Objekt mehrere verschiedenartige Darstellungen gibt. Je nach Darstellungsebene, also ob Sprache oder Bilder oder mathematische Symbole, haben diese Darstellungen die ein und dasselbe Objekt darstellen, unterschiedliche Eigenschaften. Daher müssen die strukturelle und mathematische Gleichheit und das ineinander Überführen, die Austauschbarkeit und Zusammenhänge zwischen den unterschiedlichen Darstellungen verdeutlicht und erkannt werden.

In den ersten Schulwochen wird dies beispielsweise angeregt, indem verschiedenste Zahldarstellungen gezeigt und zugeordnet werden. Die mathematisch-symbolische Darstellung wird mit bildlichen Darstellungen unterschiedlicher Abstraktionsgrade verbunden: die Zahl „2" oder „zwei" ist als mathematisches Objekt nicht fassbar, sondern nur über konkrete Darstellungen, wie „zwei Punkte", oder „zwei Bücher" begreifbar. (Die gefundenen Darstellungen können dann unter der Vorstellung, dass diese alle zwei Elemente haben, einander zugeordnet werden.) Der Wechsel der Darstellungen wird also explizit thematisiert (siehe auch Abb.2 als typische Darstellung in Schulbüchern des ersten Schuljahrs).

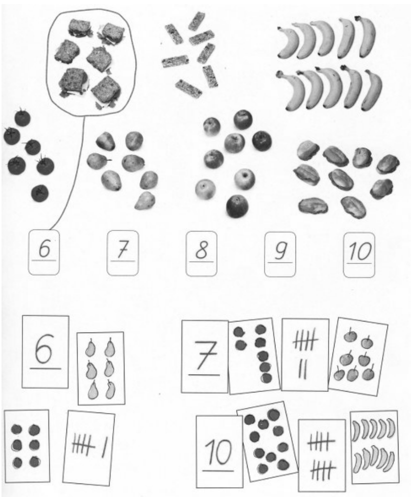


Abbildung 2 Ausschnitt aus dem Zahlenbuch 1 (MÜLLER&WITTMANN 2008, 12)

Die beschriebene prozessbezogene Kompetenz des Darstellens (oder des Darstellungswechsels) ist natürlich an einen Inhalt (bei diesen Unterrichtsanregungen die Multiplikation) gebunden.
Versteht man Mathematiklernen als (Weiter-) Entwicklung von Vorstellungen, so gilt es im Mathematikunterricht Lernmöglichkeiten bereit zu stellen, die anknüpfend an das Vorwissen der Kinder tragfähige Vorstellungen aufbauen. Wie können aber diese Vorstellungen aufgebaut werden? Eben nur durch unterschiedliche Darstellungen. Dabei muss allerdings beachtet werden, dass Darstellungen immer auch mehrdeutig sind. Diese Mehrdeutigkeit ist einerseits bedingt durch die Beschaffenheit von Darstellungen, andererseits aber auch abhängig vom individuellen Vorwissen: Dies erklärt auch, warum Erwachsene und Lehrer „mehr" sehen oder besser gesagt „anders" sehen als Kinder. Erwachsene und Lehrer wissen sozusagen schon, worauf es ihnen bei den Darstellungen und ihrem Wechsel ankommt, welche Kriterien wichtig sind, die in den verschiedenen Darstellungsebenen vorkommen müssen, damit diese äquivalent (gleichwertig) sind, bzw. dasselbe Objekt darstellen (siehe Kap. 2.2)

Welche Vorstellungen oder Darstellungen sollten bei der Multiplikation entwickelt werden?

1.3 Multiplikation

Die Multiplikation (lat. Vervielfachen) als eine der vier Grundrechenarten der Arithmetik beschreibt das Vervielfachen von (natürlichen) Zahlen.

Nimmt man dabei den Kardinalzahlaspekt als Grundlage, so kann man a·b beschreiben als a Mengen, die jeweils b Elemente enthalten.

$$a \cdot b = \underbrace{b+b+..+b}_{a \text{ (mal)}}$$

Anders als bei der Addition sind die Faktoren a und b **nicht gleichwertig**. In diesem Fall fungiert a als Multiplikator und b als Multiplikand.[1] Dies bedeutet, dass nur der Multiplikand als Zahl konkret wiedergegeben werden kann, da er eine Eigenschaft einer Menge darstellt: „Wie groß ist die Menge?“. Der Multiplikator zählt die (Anzahl der) Mengen: „Wie viele solcher Mengen gibt es?“. Bei der rein mathematisch-symbolischen Darstellung von 3·4 sind demzufolge beide Formen möglich:

3 • 4 = 4+4+4	(Multiplikator • Multiplikand)	„dreimal die Vier“
3 • 4 = 3+3+3+3	(Multiplikand • Multiplikator)	„drei viermal“

Grundvorstellungen

Mögliche Grundvorstellungen der Multiplikation (auf Basis des Kardinalzahlaspektes):

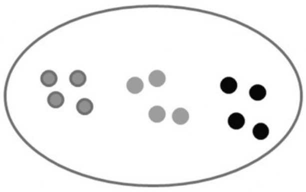
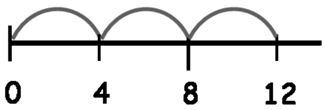
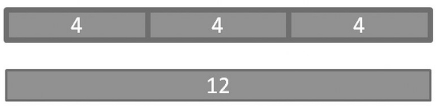
- **zeitlich-sukzessiv**: Wiederholungsstruktur (Wiederholung gleicher Vorgänge, Aufmerksamkeit auf beschriebene Handlung)
- **räumlich-simultan**: Teil-Ganzes-Struktur (regelmäßige Anordnung gleicher Mengen, Aufmerksamkeit auf Endergebnis der Handlung)
- kombinatorisch[2]

[1] In anderen Ländern (z.B. England) ist der erste Faktor der Multiplikand und der zweite Faktor der Multiplikator.

[2] Diese Grundvorstellung wird bei der Einführung in der Grundschule zunächst nicht beachtet.

Bildliche Darstellungen haben den Nachteil nur das Endprodukt darstellen zu können. Natürlich ist hier die Multiplikation räumlich-simultan dargestellt. Die zeitlich-sukzessive Handlung aus denen diese entstanden sind, kann man im Nachhinein ableiten (oder diese werden durch eine Bildergeschichte in mehreren aufeinanderfolgenden Bildern deutlich).

Durch Hinzunehmen der anderen (hier wichtigen) Zahlaspekte, ergeben sich folgende Darstellungen für das Beispiel **3** (Multiplikator)**·4** (Multiplikand), welche bildlich aber auch gegenständlich vorliegen können:

Darstellung	Zahlaspekt
	**Kardinal:** Vereinigung von gleichmächtigen Mengen. Gleichmächtige, paarweise disjunkte Mengen werden vereinigt. Dieses Verständnis erlaubt den Gebrauch der wiederholten Addition.
	**Ordinal/Maß:** Von 0 aus drei Vierersprünge weiterzählen (dreimal vier Schritte weiterzählen).
	**Maß**: Einen Repräsentanten mit der Maßzahl 4 verdreifachen (z. B. drei Stäbe der Länge vier hintereinanderlegen).
	**Operator:** Einen Vorgang, der aus vier Teilhandlungen besteht, verdreifachen. Operatorschreibweise: $4 \xrightarrow{\cdot 3}$

Die Operatordarstellung stellt das Vervielfachen nicht in mehreren Schritten als Hintereinanderlegen oder wiederholtes Hinzutun, sondern in einem Schritt dar. Diese (abstraktere) Darstellung findet man heute seltener in Schulbüchern, die Operatorschreibweise dagegen häufiger.

Die bildlichen Darstellungen machen deutlich, dass es einen Unterschied macht, welche Zahl der Multiplikator und welche der Multiplikand ist. Auch bei multiplikativen Sachsituationen bzw. dem Ausführen einer Handlung fällt die Nichtgleichwertigkeit der Faktoren auf. Es ist nicht gleichbedeutend dreimal in den Keller zu gehen und 4 Flaschen zu holen oder viermal in den Keller zu gehen und jeweils 3 Flaschen zu holen.

Bei strukturierten bildlichen Mengendarstellungen wie dem Punktefeld kann allerdings ein Wechsel der Perspektive vorgenommen und das oben beschriebene Kommutativgesetz anschaulich gemacht werden.

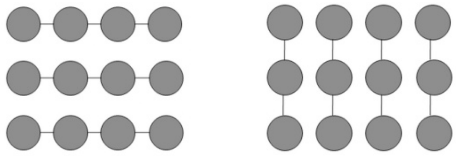


Abbildung 3 Perspektivwechsel beim Punktefeld

Der Einsatz von strukturierten Punktefeldern ist neben der Anknüpfung an die Erfahrungswelt der Kinder (auf Mengen basierende Darstellungen, bereits gemachte Erfahrungen im ersten Schuljahr) auch wichtig für weitere Veranschaulichungen von Rechengesetzen, wie beispielsweise das Distributivgesetz, welches sich über das Punktefeld mit zwei verschiedenen Farben entdecken und begründen lässt: $3 \cdot (1+3) = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 3$

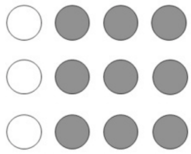


Abbildung 4 mögliche Veranschaulichung des Distributivgesetzes

Trotzdem sind auch Darstellungen, die auf den ordinalen Zahlaspekt zurückgehen, wie der Zahlenstrahl, bedeutsam. Dieser ist insbesondere aufgrund seiner mathematischen Tragfähigkeit in anderen Zahlbereichen hinzuzuziehen.
Deshalb sollten die kardinale und die ordinale Darstellungen im Unterricht thematisiert werden.

2. Warum den Darstellungswechsel thematisieren und explizit fördern?

Mathematik treiben ist ohne das Wechseln von Darstellungen eigentlich gar nicht möglich. Das Versprachlichen von mathematischen Zusammenhängen aber auch das Darstellen über Bilder und mathematische Symbole geschieht meist unbewusst und im Unterricht sehr selbstverständlich. Umso wichtiger ist es, dieses implizite Wissen explizit zu machen.

Gerade das bildliche oder sprachliche Darstellen von mathematischen Beziehungen hilft dahinterliegende Vorstellungen bewusst(er), sichtbar und kommunizierbar zu machen, mögliche Fehlvorstellungen aufzudecken und neue Vorstellungen in das eigene Wissensnetz einzubauen.

2.1 Darstellungswechsel als Voraussetzung für ein umfassendes Operationsverständnis

Das Entwickeln von Vorstellungen und der Wechsel der verschiedenen Darstellungen, das Erkennen der Zusammenhänge und Unterschiede machen ein umfassendes Operationsverständnis aus.

In der fachdidaktischen Diskussion gilt es als unbestritten, dass der Wechsel von Darstellungsebenen mit einem (umfassenden) Operationsverständnis zusammenhängt, bzw. dieses bedingt. Mathematisches Denken und Handeln benötigt stets das Übersetzen zwischen verschiedenen Darstellungsebenen. Die Fähigkeit zwischen verschiedenen Darstellungen flüssig und adäquat übersetzen zu können bzw. auch innerhalb einer Darstellungsebene mathematische Objekte in unterschiedlichen Strukturen erkennen zu können, ist für mathematisches Denken und Handeln demnach unerlässlich. Die den verschiedenen Darstellungen zugrunde liegenden (z.T. unterschiedlichen) Vorstellungen sind wichtig, wenn neue Zahlbereiche oder Möglichkeiten der Argumentation hinzugezogen werden. Ein flexibles Anwenden von verschiedenen Darstellungen gilt als wichtige Fähigkeit gerade auch bei Problemlöseprozessen, bei welchen oft verschiedene Darstellungen (seien es verschiedene bildliche Darstellungen, die sprachliche oder mit Material handelnde Begleitung oder mathematisch-symbolische Darstellungen eines Problems) eingesetzt werden, um zu einer Lösung zu gelangen.

Ein Darstellungswechsel bei Operationen wird allerdings selten explizit in Schulbüchern thematisiert. Analog zum Darstellungswechsel bei Zahldarstellungen (siehe Abb. 2), könnte dieser auch bei Operationsdarstellungen thematisiert werden (vgl. die Unterrichtsanregung „Zahlen unter der Lupe“ Haus 3 Unterrichtsmaterial, die z.B. analog auf eine „Malaufgabe unter der Lupe“ angewendet werden kann)

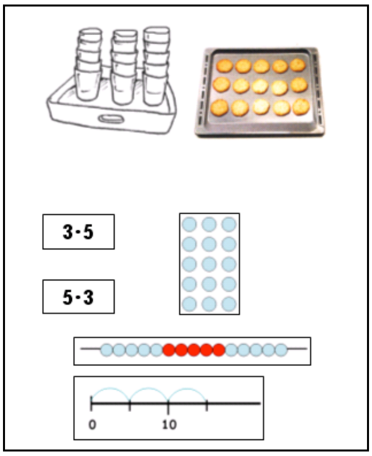


Abbildung 5 Darstellungswechsel bei der Multiplikation

Wechsel von Darstellungen werden im Unterricht oft nur in eine bestimmte Richtung geführt – meist wird die „Einbahnstraße“ von enaktiven (handelnden) über ikonische (bildliche) hin zu symbolischen Darstellungen genutzt. Der Darstellungswechsel sollte aber von Beginn an und bis zum Ende der Behandlung einer Operation alle Darstellungsebenen miteinbeziehen.

Es ist keinesfalls selbstverständlich, dass der Darstellungswechsel von allen Beteiligten in ähnlicher Weise bzw. mit denselben Kriterien vollzogen wird. In vielen Unterrichtsvorschlägen finden sich Aufgaben wie beispielsweise einen passenden Term zu einem vorgegebenen Bild zu notieren (siehe Abb. 3). Dabei darf im Unterricht aber nicht davon ausgegangen werden, dass den Kindern die gleiche mathematische Struktur innerhalb der verschiedenen Darstellungen bewusst ist.

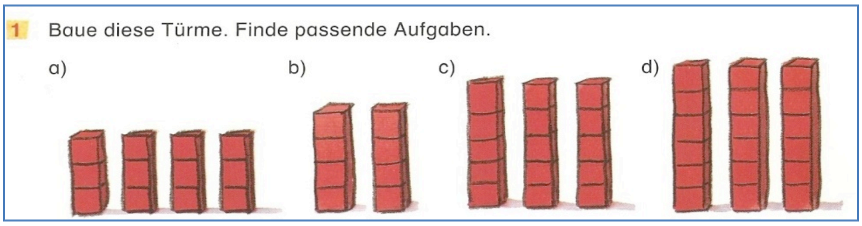


Abbildung 6 Schulbuch Bausteine Mathematik 2 (S.45)

Daher ergeben sich folgende Fragen: Was bedeutet „passend“ für die Lehrerin, was für das Kind? Wie muss ein Bild oder eine Rechengeschichte, das oder die zu der Rechenaufgabe passen soll, eigentlich aussehen?

2.2 An die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Darstellungswechsel anknüpfen

Die Erwartung (z.B. des Lehrplans) „Darstellungen zu wechseln“ und ineinander zu überführen, muss im Unterricht präzisiert werden. Aber: Wie sollen Darstellungen gewechselt werden? Welches sind wichtige, welches eher unwichtige Elemente, die es dabei zu beachten gilt?

Es hat sich gezeigt, dass Kinder beim Darstellungswechsel auf unterschiedliche Kriterien achten. Im Folgenden wird dies, anhand der Beispielaufgabe passende bildliche Darstellungen zu der vorgegebenen Aufgabe 3·4 auszuwählen, verdeutlicht.

Erstaunlich und nicht zu vernachlässigen ist die Tatsache, dass viele Kinder bereits einzelne Malaufgaben kennen, bevor die Multiplikation im Unterricht eingeführt wurde. Daher ist es nicht verwunderlich, dass einige Kinder beim Darstellungswechsel von mathematisch-symbolischen und bildlichen Darstellungen auf das **Gesamtergebnis** achten. Dementsprechend „passen“ Darstellungen für sie zusammen, wenn beide dasselbe Ergebnis haben (z. B. werden alle Darstellungen mit 12 Elementen – unabhängig von deren Anordnung – der Aufgabe 3·4 zugeordnet).

Kinder fokussieren besonders auch **einzelne Elemente**, die in beiden Darstellungen vorkommen müssen. Sie nehmen zum Beispiel die vier in den Blick und wählen weitere Darstellungen aus, bei welchen mehrmals „Vier“ zu sehen sind.

Kinder fokussieren auf die **Relation der Elemente**: Darstellungen „passen“ immer dann zusammen, wenn in beiden dieselbe Relation zu finden ist. Für das Beispiel 3·4 heißt das: Alle Darstellungen in welchen genau „drei Vierer“ zu finden sind, auch unabhängig von der Anordnung innerhalb der Darstellung, werden als passend klassifiziert.

Die eben genannten Kriterien treten nicht immer isoliert, sondern oft zusammen in Mischformen auf. Das heißt, dass die Vorgehensweisen der Kinder beim Darstellungswechsel sehr unterschiedlich sind und ihnen nicht (unbedingt) bewusst ist, dass es diese gibt. Daher sollte das Begriffsverständnis zum Darstellungswechsel im Unterricht mit den Kindern erarbeitet und die verschiedenen Kriterien bzw. Vorgehensweisen thematisiert werden: Was heißt „passend“ bzw. adäquater Darstellungswechsel? Je nach Unterrichtsschwerpunkt ist nicht nur ein flexibles Wechseln zwischen den Darstellungen, sondern auch zwischen den genannten Fokussierungen notwendig.

3. Wie kann man den expliziten Darstellungswechsel fördern – mögliche Umsetzung

Wie können diese Ziele im Unterricht umgesetzt werden?

Zusammenfassend kann folgendes zum Darstellungswechsel bei der Multiplikation festgehalten werden:

- inhaltliches Ziel:
  - Kennen von verschiedenen Grundvorstellungen der Multiplikation (zeitlich-sukzessiv, räumlich-simultan),
  - Wechseln und Interagieren mit diesen Vorstellungen
- prozessbezogenes Ziel: Anregen von Darstellungswechseln bei multiplikativen Aufgaben
  - Eigene Darstellungen anfertigen
  - Darstellungen mit anderen vergleichen
    - Gemeinsamkeiten und Unterschiede (was ist gleich, was ist verschieden?)
    - Kognitive Konfliktsituationen

- Unterschiede und Gemeinsamkeiten der verschiedenen möglichen Darstellungen herausarbeiten und aushandeln was unter „passend“ bei der Multiplikation zu verstehen ist

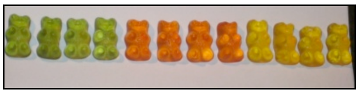
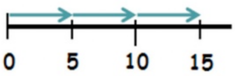
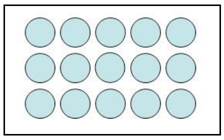
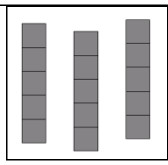
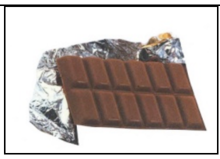
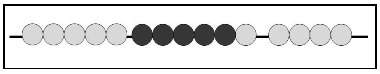
3.1 Inhaltliche Aspekte

Bei der Präsentation von (und der Diskussion über die) unterschiedlichen bildlichen Darstellungen zur Multiplikation, können die folgende Elemente helfen, geeignete Darstellungen auszuwählen, die…

- verschiedene Grundvorstellungen und verschiedene Zahlaspekte abdecken
- verschiedene Anordnungen zeigen
- verschiedene Möglichkeiten der Fokussierung zulassen.

Verschiedene Anordnungen innerhalb bildlicher Darstellungen sind in der folgenden Tabelle aufgeführt, in der nach lebenswirklichen und didaktischen bildlichen Darstellungen unterschieden wird (siehe Tab. unten).

Tabelle 1

Anordnung	**Bildliche Darstellungen**	
	lebenswirklich (Term: 3·4)	**didaktisch** (Term: 3·5)
linear		
flächig		
gruppiert		
andere		

Die Kinder sollen dann erklären, ob sie eine Malrechnung erkennen und wenn ja, welche. Dabei können insbesondere andere Darstellungen (wie die Schokolade oder die Rechenkette) interessante Diskussionen anregen: Unter welcher Fokussierung passen diese Darstellungen? Passende Darstellungen zu einer Aufgabe können insbesondere über das Sortieren und Unterscheiden erkennbar gemacht werden.

Umgekehrt ist es aber ebenso wichtig zu einer vorgegebenen Aufgabe ein passendes Bild zu malen. Auch dafür sollte im Unterricht zuvor geklärt werden, was „passend“ eigentlich meint. In Reflexionsphasen, kann mit Kindern über die verschiedenen Darstellungen gesprochen werden. Dazu zählt evtl. auch, das Diskutieren über folgende mögliche Fragen: Muss eine Handlung im Bild erkennbar sein? Müssen Personen mit auf das Bild? Muss es bunt sein? Muss es besonders schön gezeichnet sein? Wie wichtig sind Details/Einzelheiten im Bild?

Bei dem Darstellungswechsel von Term und Bild, passt ein Bild, welches dieselbe Anzahl an Elementen aufweist, wie der Term (Gesamtergebnis), welches beide Faktoren im Bild erkennen lässt (einzelne Elemente) und welches die Relation sichtbar macht. Dafür müssen die Kinder die bildlichen Darstellungen deuten und unterschiedliche Strukturierungen erklären (und bestenfalls auch schriftlich festhalten).

3.2 Methodische Aspekte

Um die oben genannten Ziele zu erreichen, kann das dialogische Lernen eine hilfreiche Methode bieten: Nach dem ICH-DU-WIR Prinzip ist zunächst eine individuelle Auseinandersetzung mit dem Thema wichtig („Welche Aufgabe sehe ich in dem Bild?"), bevor ein divergierender Austausch in Partnerarbeit oder Gruppenarbeit („Welche Aufgaben sehen die anderen?") vollzogen werden kann. Die beschriebenen Aushandlungsprozesse und unterschiedlichen Sichtweisen auf bildliche Darstellungen müssen immer wieder thematisiert werden, um dieses Bewusstsein bei den Kindern hervorzurufen.

Neben der beschriebenen methodischen Gestaltung über verschiedene Sozialformen und der Notwendigkeit des Austauschs über den Darstellungswechsel bzw. über passende Darstellungen, sind **Variationen** in den Darstellungsebenen ein hilfreiches methodisches Instrument zur Förderung von Darstellungswechsel. Das bedeutet, dass nachdem ein Wechsel von Darstellungen vollführt wurde, eine Veränderung in einer Darstellungsebene getätigt und dann nach den Auswirkungen in der anderen Darstellungsebene gefragt wird. Dieses Vorgehen macht die Spezifität von unterschiedlichen Darstellungen deutlich. Beispielsweise wird in einem 3·4 Punktefeld eine Viererreihe hinzugelegt und nach der Auswirkung im Term gefragt (siehe Abb. 8): „Was muss man in der Aufgabe verändern? Warum muss man so verändern?" Dabei ist der Zusammenhang und Rückbezug zwischen Ausgangsdarstellung und variierter Darstellung hervorzuheben.

3.3 Mögliche Beispiele

Im Folgenden werden Unterrichtsbeispiele in Form von Arbeitsblättern und einem Spiel vorgestellt.

Arbeitsblätter

Die folgenden Arbeitsblätter dienen als Impulse für die Kinder untereinander ins Gespräch zu kommen. Besonders wichtig ist aber immer auch die Reflexion der gefundenen Lösungen.

Diese dienen gleichzeitig auch der Standortbestimmung (vgl. auch Haus 9 und 10). Der Lehrende kann Kompetenzen sowie Entwicklungsfelder bestimmen und gegebenenfalls im Unterricht (erneut) den Darstellungswechsel aufgreifen.

Ziel des folgenden Arbeitsblattes (Abb. 8) ist das Bewerten eines durchgeführten Darstellungswechsels durch ein anderes Kind.

Datum

Name:	Prüfer:	
Bild:	Passen Bild und Rechenaufgabe zusammen? ☐ passen ☐ passen nicht Begründung:	**Meine Lösung:** *Rechengeschichte:*
Rechenaufgabe: $4 \cdot 5$		*Rechenaufgabe:*

Abbildung 7: AB zum Bewerten von Darstellungswechsel (angelehnt an Bühling 2006)

Ziel des folgenden Arbeitsblattes (Abb. 9) ist die zu vollführende Variation (das operative Verändern) einer Darstellung.

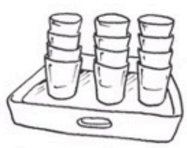
Name:
Datum:

1. Male ein Bild, das zu der Aufgabe $3 \cdot 5$ passt.

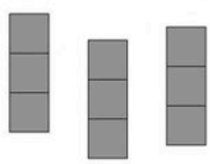
2. Kannst du dein Bild verändern, dass es zu der Aufgabe $3 \cdot 6$ passt? Male mit einer anderen Farbe.

3. Kannst du dein Bild verändern, dass es zu der Aufgabe $4 \cdot 5$ passt? Male wieder mit einer anderen Farbe.

Name:
Datum:



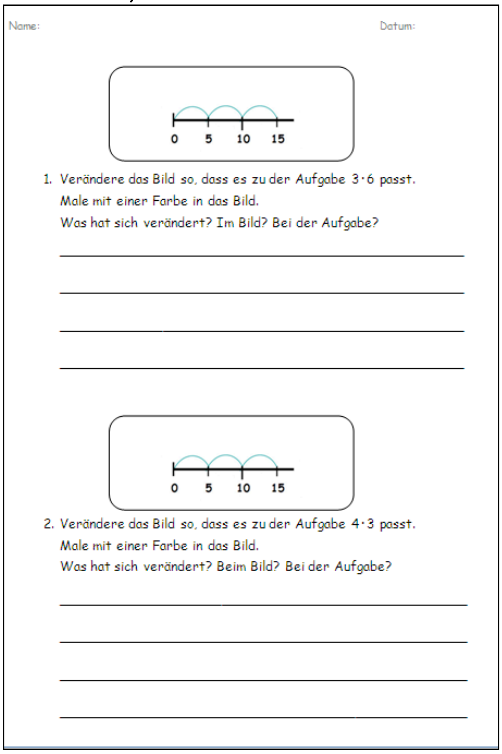
1. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe $3 \cdot 5$ passt. Male mit einer Farbe in das Bild.



2. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe $4 \cdot 3$ passt. Male mit einer Farbe in das Bild.

Abbildung 8: AB zur Variation

Ziel dieses Arbeitsblattes (Abb. 9) ist die Variation einer gegebenen didaktischen Darstellung (Rechenstrich)


Name: Datum:

0 5 10 15

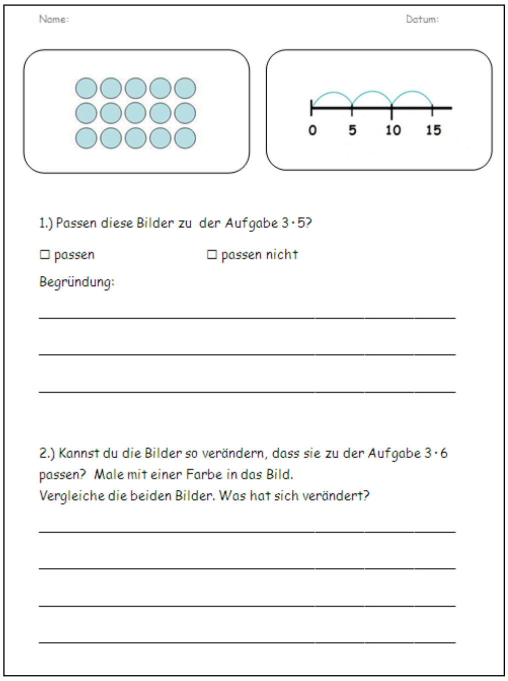
1. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe 3·6 passt.
Male mit einer Farbe in das Bild.
Was hat sich verändert? Im Bild? Bei der Aufgabe?

0 5 10 15

2. Verändere das Bild so, dass es zu der Aufgabe 4·3 passt.
Male mit einer Farbe in das Bild.
Was hat sich verändert? Beim Bild? Bei der Aufgabe?

Abbildung 9: AB zur Variation am Rechenstrich

Das folgende Arbeitsblatt (Abb. 10) greift den Vergleich einer Veränderung in den verschiedenen didaktischen Darstellungen Zahlenstrahl bzw. Rechenstrich und Punktefeld auf.


Name: Datum:

0 5 10 15

1.) Passen diese Bilder zu der Aufgabe 3·5?

☐ passen ☐ passen nicht

Begründung:

2.) Kannst du die Bilder so verändern, dass sie zu der Aufgabe 3·6 passen? Male mit einer Farbe in das Bild.
Vergleiche die beiden Bilder. Was hat sich verändert?

Abbildung 10: AB zur Variation und Vergleich zwischen zwei didaktischen Darstellungen

Quartett

Ziel des Spiels soll es sein, eigene, „passende“ Darstellungen anzufertigen, verschiedene Darstellungen desselben mathematischen Objekts kennen und unterscheiden zu lernen. Vor dem Einsatz des

Spiels sollte bereits mit den Kindern über „passende“ Darstellungen gesprochen worden sein (z.B. über AB).

Selbstgestaltetes **Quartett** (oder Quintett, oder Sextett…):

Die Kinder können verschiedene passende Darstellungen zu einem selbstgewählten/vorgegebenen Term aufschreiben bzw. malen. Es ist sinnvoll sich von vornherein auf die Darstellungen zu einigen, z.B., dass zu jedem Quartett die Darstellungen „Bild“, „Rechenaufgabe“, „Rechengeschichte“, „Ergebnis“ gehören. Es ist aber durchaus auch denkbar wie bei Abb. 6 auch mehrere bildliche oder mathematisch-symbolische Darstellungen zuzulassen. Die zu einem Quartett gehörenden Karten werden nicht, wie üblich, jeweils gleich eingefärbt, so sind weitere Spielvarianten möglich (vgl. auch das Malquartett in Haus 3 UM. (Blanco Quartettvorlagen im Anhang)

Spielregel: Zunächst werden die Karten gemischt und einzeln an die Spieler verteilt – dabei erhalten unter Umständen einige Spieler eine Karte mehr als andere. Der Spieler links vom Kartengeber beginnt das Spiel und fragt einen beliebigen Mitspieler nach einer eindeutig bezeichneten Karte, die ihm zur Bildung eines Quartetts fehlt; z.B. „Mehmet, hast du die Rechengeschichte, die zu 3·3 passt?“ Die Kinder müssen also zunächst in ihren Karten, die sie auf der Hand haben zueinander passende finden, um dann nach weiteren zu fragen. Interessant sind dabei Karten, die zu mehreren Quartetten passen.

Abbildung 11 Quartette

Literatur

BÜHLING, M (2006): Entwicklung und Erprobung eines praktikablen Konzepts zur Förderung einer leistungsheterogenen Lerngruppe unter besonderer Berücksichtigung von Standortbestimmungen am Beispiel der Einführung des Kleinen Einmaleins in einem 2. Schuljahr. Unveröffentlichte schriftliche Hausarbeit im Rahmen der Zweiten Staatsprüfung im Studienseminar Bochum.

KMK (2005): *Beschlüsse der Kultusministerkonferenz. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004*. München: Wolters-Kluwer & Luchterhand.

KUHNKE; K. (2011) Vorgehensweisen von Zweitklässlern beim Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungen von Zahlen und Operationen - Eine Untersuchung am Beispiel des multiplikativen Rechnens. In: Haug, R. & Holzäpfel, L. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. Münster: WTM Verlag.

MINISTERIUM FÜR SCHULE UND WEITERBILDUNG DES LANDES NORDRHEIN-WESTFALEN (2008): *Lehrplan Mathematik an Grundschulen* (1 Auflage). Frechen: Ritterbach Verlag.

SELTER, C. (1996): Grundschülervorstellungen zum multiplikativen Rechnen. In: *mathematik lehren* (78), 10-14.

SÖBBEKE, E. (2005): *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern.* Hildesheim: Franzbecker.

VOM HOFE, R. & JORDAN, A. (2009): Wissen vernetzen. In: *mathematik lehren* (159), 4-9.

WALTHER, G. u.a. (Hrsg): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret: Aufgabenbeispiele - Unterrichtsanregungen - Fortbildungsideen